# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Frequenzmessung des 1S-2S Übergangs von

atomarem Wasserstoff

und ein neuer Wert für die Rydberg-Konstante

Wolfgang König

MPQ 183

November 1993

. .

· · · ·

·

#### Zusammenfassung

Die Präzisionsspektroskopie der optischen Übergänge des Wasserstoffatoms erlaubt sowohl die Überprüfung von fundamentalen theoretischen Konzepten, wie z. B. der Quantenelektrodynamik, als auch die Bestimmung von Naturkonstanten. Dazu ist besonders der extrem schmale 1S-2S Übergang mit einer natürlichen Linienbreite von 1,3 Hz bei einer Übergangsfrequenz von 2466 THz geeignet, der sich mit einem Doppler-freien Zweiphotonen-Prozeß anregen läßt.

Diese Arbeit beschreibt die erste Frequenzmessung des 1S-2S Übergangs, die mit Hilfe einer phasenstabilisierten Laser-Frequenzkette durchgeführt wurde. Das Ergebnis

$$f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413,182\,(45)\,MHz$$
  $(\Delta f/f = 1,8\cdot 10^{-11})$ 

ist um den Faktor 18 genauer als die bisher beste Messung dieses Übergangs und zeigt den Vorteil einer Frequenzmessung gegenüber Wellenlängenmessungen mit interferometrischen Methoden. Diese Frequenzmessung ermöglicht unter Berücksichtigung der Lamb-Verschiebung des 1S-Grundzustandes die Bestimmung der wichtigsten Skalierungsgröße in der Atomphysik, der Rydbergkonstante  $R_{\infty}$ . Das Ergebnis

$$R_{\infty} = 109737,3156846(41) \, cm^{-1} \quad (\Delta R/R = 3,7 \cdot 10^{-11})$$

ist um den Faktor 4,4 genauer als der bis zur Veröffentlichung beste Wert und in der Genauigkeit nicht durch die 1S-2S-Messung begrenzt, sondern durch den Fehler der 1S-Lamb-Verschiebung und des Elektron zu Proton Masseverhältnisses  $m_e/m_p$ . Mittlerweile existiert eine unabhängige Messung der Rydbergkonstante, die mit  $\Delta R/R = 2,8 \cdot 10^{-11}$  etwas genauer ist und das oben angegebene Ergebnis voll bestätigt. Die 1S-2S-Frequenzmessung liefert in Verbindung mit dieser Rydberg-Konstante den bisher genauesten Wert für die 1S-Lamb-Verschiebung

$$L_{1S} = 8\,172, 818\,(88)\,MHz$$
  $(\Delta L/L = 1, 1 \cdot 10^{-5})$ 

und stellt damit einen der genauesten Tests der Quantenelektrodynamik dar.

Die Messung von Lichtfrequenzen mit direkten elektronischen Methoden ist nicht möglich. Im Rahmen der optischen Frequenz-Metrologie wird daher eine genau bekannte Referenzfrequenz nahe der zu zählenden optischen Frequenz synthetisiert und die verbleibende Differenzfrequenz elektronisch gezählt. Der zur Spektroskopie des 1S-2S Zweiphotonen-Übergangs verwendete frequenzverdoppelte Farbstofflaser arbeitet bei einer Fundamentalfrequenz von 616,5 THz ( $\lambda$  = 486 nm). Diese Frequenz liegt nahe der siebten Harmonischen des Methan-stabilisierten Helium-Neon Lasers bei 88 THz  $(\lambda = 3, 39 \ \mu m)$ , der zuvor an der PTB in Braunschweig durch einen direkten Vergleich mit dem Cs-Frequenznormal kalibriert wurde. Ausgehend von dem 88 THz Frequenzstandard erfolgte die Synthese einer Referenzfrequenz bei 707 THz ( $\lambda = 424$  nm) durch dreimalige Frequenzverdopplung in Nichtlinearen Kristallen. Um genügend Leistung für diese nichtlinearen optischen Prozesse bereitzustellen, wurden vor jedem Verdopplungsschritt leistungsstarke Laser verwendet und diese zur Übertragung der vollen Genauigkeit mit einer elektronischen Regelschleife phasensynchronisiert. Für den Vergleich mit der Referenzfrequenz wird in einem weiteren nichtlinearen Kristall die Summe der Frequenz des Farbstofflasers und des HeNe/CH<sub>4</sub>-Standards bei 705 THz  $(\lambda = 425 \text{ nm})$  erzeugt. Die Überbrückung der verbleibenden Differenzfrequenz von 2,1 THz geschah mit Hilfe verschiedener Moden eines hochstabilen Fabry-Perot-Resonators bei 486 nm, dessen Modenabstand zuvor mit einer Genauigkeit von 0,4 Hz gemessen wurde.

Darüber hinaus wurden erstmals zwei aufeinanderfolgende optische Teilerstufen aufgebaut und damit die Möglichkeit demonstriert mit einer Kaskadierung solcher Teilerstufen optische Frequenzdifferenzen beliebig oft zu teilen. Damit läßt sich die in der Frequenzkette auftretende Differenzfrequenz phasenkohärent überbrückten, so daß nach einer erneuten Kalibrierung des verbesserten HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandards in naher Zukunft eine neue 1S-2S Messung durchgeführt werden kann, mit einer um den Faktor 30 erhöhten Genauigkeit.

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1			
2	Der	hochstabile Farbzentrenlaser &				
	2.1	Das Lasermedium	8			
	2.2	Der Aufbau des Farbzentrenlasers	13			
	2.3	Frequenzstabilität	16			
3	Die	e nichtlinearen optischen Prozesse				
	3.1	Einführung				
	3.2	Frequenzverdopplung von 88 THz	23			
	3.3	- Frequenzverdopplung von 176 THz	<b>24</b>			
		3.3.1 Frequenzverdopplung in KTP	24			
		3.3.2 Frequenzverdopplung in $LiJO_3$	25			
		3.3.3 Resonant überhöhte Frequenzverdopplung	28			
	3.4	Frequenzverdopplung von 352 THz				
	3.5	Die Summenfrequenz von 88 THz und 616 THz				
4	Die	)ie phasensynchronisierte Frequenzkette 33				
	4.1	Prinzip der Phasenstabilisierung	33			
	4.2	Der 88 THz Frequenzstandard	37			
	4.3	Der phasenstabilisierte Helium-Neon-Laser				
	4.4	Der phasenstabilisierte Farbzentrenlaser				
	4.5	Die phasenstabilisierte Laserdiode	45			

	<b>5</b>	$\mathbf{Mes}$	ssung der 1S-2S Übergangsfrequenz	48
		5.1	Das 1S-2S Atomstrahlspektrometer	48
		5.2	Frequenzmessung des 1S-2S-Übergangs	51
•		5.3	Fehlerquellen	56
			5.3.1 Referenzresonator	56
			5.3.2 1S-2S-Spektrometer	57
			5.3.3 HeNe/CH <sub>4</sub> -Standard $\ldots$	58
		5.4	Bestimmung der Rydberg-Konstante	59
	6	$\mathbf{Opt}$	ische Teilerstufen	66
		6.1	Funktionsprinzip	66
-		6.2	Die gitterstabilisierten Diodenlaser	68
		6.3	Phasenstabilisierung der Gitterlaser	71
		6.4	Realisierung optischer Teilerstufen	76
	7	$\mathbf{Aus}$	blick	81
		7.1	Phasenkohärente Frequenzmessung	81
		7.2	Weitere Anwendungen	87
	Aı	nhan	g	90
		A.1	Frequenz- und Phasenstabilität	90
		A.2	Der Tracking-Oszillator	91
		A.3	Die Phasenregelung	94
	$\mathbf{Li}^{\mathbf{i}}$	terat	urverzeichnis	95
	Da	anksa	agung 1	.01

.

. .

.

### Kapitel 1

### Einleitung

Das Wasserstoffatom bietet einzigartige Möglichkeiten für den Vergleich zwischen Theorie und Experiment [1]. Aufgrund der einfachen Struktur sind präzise Rechnungen im Rahmen der Quantenelektrodynamik (QED) möglich, die mit den modernen Methoden der Doppler-freien Laserspektroskopie experimentell sehr genau überprüft werden können.

Der 1S-2S Zweiphotonenübergang (siehe Abb. 1.1) ist in diesem Zusammenhang von besonderer Bedeutung, denn aufgrund der hohen Lebensdauer des 2S-Niveaus von 1/7 s beträgt die natürliche Linienbreite nur 1,3 Hz, bei einem 1S-2S Frequenzabstand von 2466 THz ( $\lambda = 121,5$  nm). Dieser extrem schmale Übergang mit einer Güte von Q =  $2 \cdot 10^{15}$  ist am effizientesten mit einem Zweiphotonen-Prozeß anzuregen. Einerseits wird damit die benötigte Wellenlänge vom Vakuum-Ultraviolett nach 243 nm verlagert, was technisch noch mit ausreichender Intensität kontinuierlich erzeugt werden kann, während andererseits die gleichzeitige Absorption von zwei Photonen aus entgegengesetzten Richtungen den linearen Dopplereffekt des relativ zum Lichtfeld bewegten Atoms eliminiert. Damit ist der 1S-2S Übergang in natürlicher Weise der Doppler-freien Zweiphotonen-Spektroskopie zugänglich und somit ideal für Präzisionsmessungen am Wasserstoffatom geeignet.

Die theoretische Beschreibung des Wasserstoffatoms erfolgt mit der QED, der Quantenfeldtheorie der elektromagnetischen Wechselwirkungen, ein Konzept, das sich als außerordentlich erfolgreich erwiesen hat und heute als Prototyp für die Entwicklung von Theorien zur Beschreibung anderer fundamentaler Wechselwirkungen gilt. Obwohl die QED die Betrachtungsweise der fundamentalen Wechselwirkungen revolutioniert hat, sind die damit verbundenen Abweichungen von der Dirac-Theorie in den Vorhersagen der Meßgrößen sehr gering. Die größten Korrekturen beziehen sich auf die Energieniveaus des 1S-Gundzustandes und des 2S-Zustandes, die um etwa 8 GHz bzw. 1 GHz verschoben werden. Diese sogenannten Lamb-Verschiebungen skalieren mit der Hauptquantenzahl n wie  $1/n^3$  und sind für hochliegende Zustände vernachlässigbar. Die Berechnung der theoretischen Voraussagen läßt sich prinzipiell nicht exakt durchführen, da Naturkonstanten verwendet werden, die selbst mit einer Unsicherheit behaftet sind. In die Berechnung der Dirac-



Abb. 1.1: Der  $1S_{1/2}$ - $2S_{1/2}$  Übergang in atomarem Wasserstoff.

Energie geht so z. B. die fundamentale Skalierungsgröße in der Atomphysik – die Rydberg-Konstante  $R_{\infty}$  – ein, sowie das Massenverhältnis von Elektron zu Proton  $m_e/m_p$ , während bei der Berechnung der Lamb-Verschiebungen zusätzlich das Verhältnis der quadratischen Ladungsradien von Proton und Elektron  $r_p^2/r_e^2$  eine Rolle spielt. Eine Präzisionsmessung am Wasserstoffatom stellt einerseits einen genauen Test der Quantenelektrodynamik dar, läßt sich aber andererseits unter der Annahme, daß die QED korrekt ist, auch für die Bestimmung von Naturkonstanten verwenden. Besonders interessant ist in diesem Zusammenhang die Bestimmung der Rydberg-Konstante

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Neben ihrer Bedeutung in der Atomphysik spielt die Rydberg-Konstante eine wesentliche Rolle bei den Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung der Naturkonstanten, wie sie zuletzt 1986 von E. R. Cohen und B. N. Taylor durchgeführt wurden [2]. Mit einer genaueren Kenntnis der Rydberg-Konstante können die theoretischen Vorhersagen der QED präziser berechnet werden, was wiederum einen genaueren Test dieser Theorie mit unabhängigen Experimenten ermöglicht.

Die erste Anregung des 1S-2S Zweiphotonenübergangs wurde 1974 von T. W. Hänsch *et al.* [3] in Stanford durchgeführt. In diesem Experiment wurde ein durchstimmbarer Farbstofflaser bei 486 nm eingesetzt und dessen Strahlung für die 1S-2S Spektroskopie nach dem Durchlaufen von gepulst arbeitenden Verstärkern frequenzverdoppelt. Die Anregung des 1S-2S Übergangs erfolgte an atomarem Wasserstoff innerhalb einer Gaszelle. Der Vergleich des 1S-2S Spektrums mit dem gleichzeitig bei 486 nm aufgenommenen Doppler-freien Balmer- $\beta$  Spektrum ermöglichte die erste Messung der 1S-Lamb-Verschiebung. Die experimentelle Genauigkeit von 20 MHz war dabei vor allem durch die Verwendung der gepulsten Laserstrahlung und der damit verbundenen hohen Linienbreiten limitiert. Nach diesem Meilenstein in der Spektroskopie des 1S-2S Übergangs war ein neuer Durchbruch erst mit der kontinuierlichen Anregung des Zweiphotonenübergangs möglich.

Dies gelang erstmals 1985 C. Foot *et al.* [4], die in Stanford zur kontinuierlichen Erzeugung der benötgten 243 nm die Strahlung eines Farbstofflasers bei 790 nm mit der eines Argon-Ionen-Lasers bei 351 nm in einem KDP-Kristall frequenzsummierten. Die resultierenden 243 nm wurden zur Anregung der Wasserstoffatome in einer Gaszelle resonant überhöht und die stoßinduzierte Lyman- $\alpha$ -Strahlung der in den 2S-Zustand angeregten Atome detektiert. Mit dieser Technik konnten 1987 R. G. Beausoleil *et al.* die erste Messung des 1S-2S Energieabstandes mit einer Genauigkeit von 1,5 MHz durchführen [5]. Als Referenz diente eine mit interferometrischen Methoden kalibrierte Linie des molekularen Tellurs (<sup>130</sup>Te<sub>2</sub>) nahe 486 nm. Mit einer speziell kalibrierten Tellur-Zelle konnten M. G. Boshier *et al.* [6] 1989 in einer Wiederholung des Experiments den Fehler halbieren und damit den 1S-2S Energieabstand mit einer Genauigkeit von  $3, 3 \cdot 10^{-10}$  messen. Die Präzisionsmessungen am Wasserstoffatom waren damit an einer neuen Grenze angelangt, die vor allem durch die Genauigkeit des verwendeten Tellur-Standards begrenzt war. Eine weitere Verbesserung dieses Standards war nicht möglich, denn seine interferometrische Kalibrierung war bereits durch die Genauigkeit des präzisesten Wellenlängenstandards im Sichtbaren, dem Jod-stabilisierten Helium-Neon Laser (HeNe/J<sub>2</sub>) bei 633 nm ( $\Delta f/f = 1, 6 \cdot 10^{-10}$  [7]), begrenzt.

Die Aufgbenstellung bestand nun darin mit einem neuen Ansatz (siehe Abb. 1.2) die Begrenzung durch den Wellenlängenstandard zu überwinden und eine neue Präzisionsmessung des 1S-2S Energieabstandes durchzuführen. Der grundlegende Unterschied zu den früheren Messungen ist dabei, daß keine Wellenlängenmessung, sondern eine Frequenzmessung vorgenommen wird, die letztendlich auf dem Zählen von Nulldurchgängen beruht. Diese Methode ist prinzipiell nur durch die Genauigkeit des Cs-Frequenznormals auf  $1 \cdot 10^{-14}$  begrenzt. Da Lichtfrequenzen nicht mit direkten elektronischen Methoden gezählt werden können, wird im Rahmen der optischen Frequenzmetrologie zunächst eine genau bekannte Referenzfrequenz in der Nähe der zu bestimmenden Frequenz synthetisiert und dann die verbleibende Differenzfrequenz gezählt. Es wurde schon früher darauf hingewiesen, daß die Frequenz des Methan-stabilisierten Helium-Neon Lasers (HeNe/CH<sub>4</sub>) mit 88 THz ( $\lambda = 3,392 \ \mu m$ ) nahe bei der 28. Subharmonischen des 1S-2S Übergangsfrequenz liegt [1]. Gleichzeitig ist diese Laserfrequenz die bisher höchste Frequenz die direkt mit dem Cs-Frequenznormal bei 9 GHz verglichen wurde, so daß sich der HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandard für eine Messung des 1S-2S Übergangs besonders eignet. Die Synthese der Referenzfrequenz erfolgt ausgehend von dem HeNe/CH<sub>4</sub> in



Abb. 1.2: Der Aufbau zur Frequenzmessung des 1S-2S-Übergangs.

drei Schritten der Frequenzverdopplung (siehe Abb. 1.2 links). Diese nichtlinearen optischen Prozesse sind nicht sehr effizient und daher werden vor jedem Verdopplungsschritt leistungsstarke Laser eingesetzt: Ein weiterer HeNe-Laser bei 3,392  $\mu$ m, ein NaCl:OH<sup>-</sup> Farbzentrenlaser bei 1,696  $\mu$ m und ein Diodenlaser bei 848 nm. Für die Übertragung der vollen Genauigkeit des HeNe/CH<sub>4</sub> auf dessen 8. Harmonische bei 424 nm ist die Phasenstabilisierung der Laseroszillatoren (mit  $\Phi$  in Abb. 1.2 bezeichnet) auf ihre jeweiligen Vorgänger von entscheidender Bedeutung.

Die rechte Seite von Abb. 1.2 zeigt schematisch das Wasserstoffspektro-

meter, das schon ausführlich in den Dissertationen von C. Zimmermann [8], R. Kallenbach [9] und F. Schmidt-Kaler [10] und in der Referenz [11] dargestellt wurde. Um die Frequenz des Farbstofflasers zu messen, der den 1S-2S Übergang nach einer Frequenzverdopplung kontinuierlich anregt, wird die Summenfrequenz mit der Fundamentalen des HeNe/CH<sub>4</sub> erzeugt und diese auf einer schnellen Photodide mit der Referenzfrequenz verglichen. Die Frequenz des HeNe/CH<sub>4</sub> liegt leider nicht genau bei der 28. Subharmonischen der 1S-2S Übergangsfrequenz, sondern ist um 300 GHz zu hoch. Die Überbrückung der verbleibenden Differenzfrequenz  $\Delta f = 2,1$  THz bei der 7. Harmonischen des HeNe/CH<sub>4</sub> erfolgt mit Hilfe verschiedener Moden eines hochstabilen Fabry-Perot-Resonators bei 486 nm, dessen Modenabstand zuvor mit einer Genauigkeit von 0,4 Hz gemessen wurde.

Mit der in Abb. 1.2 dargestellten Laser-Frequenzkette konnte eine neue Präzisionsmessung der 1S-2S Übergangsfrequenz durchgeführt werden. Das Ergebnis ist um den Faktor 18 genauer als die bisher beste Messung von Boshier *et al.* und um eine Größenordnung genauer als der bisher beste Frequenzstandard im Sichtbaren. Aus dieser Messung wurde ein neuer Wert für die Rydberg-Konstante abgeleitet und die bisher genaueste Bestimmung der 1S-Lamb-Verschiebung vorgenommen.

Aufgrund der Komplexität des Gesamtexperiments waren mehrere Doktoranden an dem Aufbau der Frequenzkette beteiligt. Von T. Andreae wurde die Frequenzverdopplung von 3,392  $\mu$ m und die Summenfrequenzbildung von 3,392  $\mu$ m und 486 nm duchgeführt. Außerdem ist im Rahmen seiner Arbeit der HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandard beschrieben, der in der Gruppe von Prof. Chebotayev (Novosibirsk, Russland) von S. Dimitriev und A. Om entwickelt wurde [12]. Als Teil seiner Promotionsarbeit wurde von R. Wynands der frequenzverdoppelte Diodenlaser bei 848 nm aufgebaut und das Funktionsprinzip einer optischen Teilerstufe demonstriert [13]. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist der Transport der vollen Genauigkeit des HeNe/CH<sub>4</sub>-Standards auf seine 8. Harmonische, der violetten Referenzfrequenz bei 424 nm. Dazu wurde ein hochstabiler Farbzentrenlaser bei 1,696  $\mu$ m entwickelt (siehe Kapitel 2),

dessen Frequenzverdopplung in verschiedenen nichtlinearen Kristallen durchgeführt (siehe Kapitel 3) und die Laseroszillatoren der Frequenzkette phasensynchronisiert (siehe Kapitel 4). Als Folge der Phasensynchronisationsschleifen folgt die Referenzfrequenz bei 424 nm der Frequenz des HeNe/CH4 mit einer Genauigkeit von  $5 \cdot 10^{-15}$  (Mittelungszeit 1 s). Wie diese Referenzfrequenz in Verbindung mit dem hochstabilen Fabry-Perot-Resonator für die Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz eigesetzt wurde, ist zusammen mit der Berechnung der Rydbergkonstante aus dem Meßergebnis in Kapitel 5 dargestellt. Die Genauigkeit dieser 1S-2S Messung war dabei limitiert durch die Unsicherheit bei der Überbrückung der Differenzfrequenz mit dem hochstabilen Fabry-Perot-Resonator bei 486 nm. Zur phasenkohärenten Teilung von optischen Frequenz-Differenzen wurden 1988 von D. McIntyre und T. W. Hänsch ineinander verschachtelte optische Frequenz-Teilerstufen vorgeschlagen [14]. Diese wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals experimentell realisiert (siehe Kapitel 6) und können nach der erneuten Kalibrierung des verbesserten HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandards in naher Zukunft eingesetzt werden, um die Genauigkeit bei der 1S-2S Messung um den Faktor 30 zu erhöhen (siehe Kapitel 7).

7

### Kapitel 2

## Der hochstabile Farbzentrenlaser

Zur Übertragung der Genauigkeit des HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandards bei 3,39  $\mu$ m Wellenlänge in den sichtbaren bzw. nahen ultravioletten Spektralbereich wird ein stabiler und leistungsstarker Transferoszillator bei 1,7  $\mu$ m benötigt. Zunächst wurde die Entwicklung eines Raumtemperatur-Festkörperlasers mit Erbium-Ionen in den Wirtsmaterialien YAIO [15] und YAG [16] angestrebt. In Vorversuchen konnte in beiden Materialien zwar erstmalig kontinuierlicher Raumtemperatur-Laserbetrieb bei verschiedenen Wellenlängen zwischen 1,61  $\mu$ m und 1,73  $\mu$ m erreicht werden, jedoch nicht bei der gewünschten Wellenlänge von 1,696  $\mu$ m. Dagegen überdecken die apparativ aufwendigen Farbzentrenlaser-Systeme im nahtlosen Anschluß an die Farbstofflaser im Sichtbaren den gesamten Wellenlängenbereich von  $0,82 \ \mu m$  bis  $3,62 \ \mu m$ . Für den interessanten Bereich um 1,7  $\mu$ m ist der leistungsstarke und bei 77 K arbeitende NaCl:OH<sup>-</sup>-Kristall mit den Fremdatom-stabilisierten  $(F_2^+)_A$ -Farbzentren geeignet. Im Folgenden wird zunächst ein Einblick in die Physik der Farbzentren gegeben und anschließend der Aufbau des hochstabilen Lasers beschrieben.

### 2.1 Das Lasermedium

Seit dem ersten einfachen Laserbetrieb eines Blitzlampen-gepumpten Farbzentren-Kristalls durch Fritz und Menke 1965 [17] zeigten Mollenauer und Olson 8 Jahre später [18, 19], daß effizienter kontinuierlicher und abstimmbarer Laserbetrieb mit Farbzentren in Alkali-Halogenid-Kristallen möglich ist. Mittlerweile kennt man eine Vielzahl von Farbzentren, von denen die wichtigsten Typen in Abb. 2.1 dargestellt sind. Das Farbzentrum (F-Zentrum), bestehend aus einer Anionen-Umgebung mit einer Fehlstelle und einem darin ge-



Abb. 2.1: Das F-Zentrum und die wichtigsten laseraktiven Farbzentren.

fangenen Elektron, wird oft das Wasserstoff-Atom der Gitterfehlstellen-Physik genannt und ist der Grundbaustein der komplexeren laseraktiven  $F_A$ ,  $F_2$ ,  $F_2^+$ und  $(F_2^+)_A$ -Zentren. Zwei entlang der [110]-Richtung benachbarte F-Zentren werden als  $F_2$ -Zentrum bezeichnet, welches leicht ionisiert werden kann und damit die Vorstufe des  $F_2^+$ -Zentrums bildet. Ist eines der 6 nächsten Alkali-Metall Ionen der Umgebung durch ein Fremdatom ersetzt, z.B.  $O^{2-}$  in einem NaCl:OH<sup>-</sup>-Kristall, so handelt es sich um ein  $F_A$ - bzw. ein  $(F_2^+)_A$ -Zentrum, das mit dem Fremdatom assoziiert ist. Aufgrund der Bindung an Fremdatome sind diese Farbzentren im Kristall fest verankert, im Gegensatz zu den beweglichen F,  $F_2$  und  $F_2^+$ -Zentren, die unter Lichteinfluß aus dem Kristall diffundieren können.

Die NaCl:OH<sup>-</sup>-Kristalle werden nach dem Czochralski-Verfahren aus der mit  $1, 5 \cdot 10^{-4}$  mol% NaOH dotierten NaCl-Schmelze gezogen. Dabei bauen sich auf verschiedenen Gitterplätzen O<sup>2-</sup>-Ionen ein, die später zur Stabilisierung der Farbzentren dienen. Zur Erzeugung von  $(F_2^+)_A$ -Farbzentren wird der Kristall zunächst in Natriumdampf (2h bei 30 mbar, 650°C) koloriert, wobei der Kristall zusätzlich Natrium-Atome aufnimmt. Diese ionisieren auf der Oberfläche, bilden dort Fehlstellen, die die überschüssigen Elektronen einfangen. Die so produzierten F-Zentren diffundieren dann in den Kristall. Nach diesem Prozeß lassen sich die Farbzentren-Kristalle bei Raumtemperatur und unter Lichtabschluß über Jahre lagern.

Für die weitere Behandlung müssen die F-Zentren, die vorwiegend Kolloide bilden, über den Kristall gleichverteilt werden. Dies geschieht in dem "Quench"-Prozeß, bei dem der Kristall für 90 s auf 650°C aufgeheizt und anschließend auf einer Metallplatte schock-gekühlt wird. Da die Farbzentren bei Raumtemperatur und unter Lichteinfluß beweglich sind, werden diese Arbeiten im Dunkeln oder bei rotem Licht durchgeführt. Bei der Einwirkung von UV-Strahlung eines Excimer-Lasers (XeCl bei 308 nm, 1000 Pulse mit je 200 mJ), der optischen Aggregation, werden durch Ionisation der angeregten F-Zentren Paare bestehend aus F<sup>-</sup>-Zentren, also F-Zentren mit einem zusätzlichen Elektron, und Fehlstellen erzeugt. Diese wandern bei ausreichender Temperatur  $(> -50^{\circ}C)$  regellos durch den Kristall bis sie auf F-Zentren stoßen und F<sup>+</sup><sub>2</sub>-Zentren entstehen, die zunächst noch beweglich sind und schließlich von O<sup>2-</sup>-Ionen gestoppt werden. Mit diesem Verfahren läßt sich eine hohe optische Dichte von  $(F_2^+)_A$ -Zentren erreichen, die bei typisch 0,5 für einen 2 mm langen Kristall liegt. Die Farbzentren sind bei Raumtemperatur nicht stabil, denn sie zerfallen aufgrund der Gitterdynamik oder sie verwandeln sich durch Einfangen von Elektronen in F<sub>2</sub>-Zentren. Bei der Kühlung mit flüssigem Stickstoff sind die Zentren aber stabil und aufgrund der Assoziation mit den O<sup>2-</sup>-Ionen fest im Kristall verankert.

Die Energieniveaustruktur des  $(F_2^+)_A$ -Zentrums ist dem eines  $H_2^+$ -Moleküls in einer dielektrischen Umgebung ähnlich (siehe Abb. 2.2). Aufgrund der starken Wechselwirkung mit den Phononen der Kristall-Umgebung bilden sich vibrationsverbreiterte Bänder. Man erhält einen s-ähnlichen Grundzustand  $(1s\sigma_g)$ , einen p-ähnlichen angeregten Zustand  $(2p\sigma_u)$ , und höher angeregte Zustände  $(2p\pi_u, 2s\sigma_g, 3d\sigma_g...)$ . Das Maximum der Absorption aus dem Grundzustand in das  $(2p\sigma_u)$ -Niveau liegt bei etwa 1050 nm, so daß sich dieser Übergang, mit einer hohen Oszillator-Stärke von f ~ 0,2, ideal mit einem leistungsstarken Nd:YAG oder Nd:YLF Laser bei 1064 nm bzw. 1053 nm optisch pumpen läßt. Nach der Anregung des Elektrons in den  $2p\sigma_u$ -Zustand

10



Polarisation des Lichtes

Abb. 2.2: Termschema der F<sup>+</sup><sub>2</sub>-Farbzentren. Der Laserzyklus läuft in einem Quasi-Vierniveausystem zwischen den mit ABCD bezeichneten Zuständen ab.

(Übergang AB in Abb. 2.2) kommt es innerhalb weniger ps zu einer Umordnung der Kristallumgebung, wobei sich die energetische Lage des Niveaus absenkt (relaxierte Konfiguration). Der Laserübergang findet nun zwischen dem  $2p\sigma_u$  (Lebensdauer ~  $10^{-8}$ s) und dem thermisch nicht besetzten  $1s\sigma_g$  Niveau statt (Übergang CD in Abb. 2.2) und nach einer weiteren Umordnung der Kristallumgebung befindet sich das Elektron wieder in dem Grundzustand dieses Quasi-Vierniveausystems. Die emittierte Strahlung ist, wie auch das Pumplicht, parallel zu der Farbzentrenachse (der Verbindungslinie zwischen den Fehlstellen) polarisiert und die Stokes-Verschiebung dieses Übergangs in den ( $F_2^+$ )<sub>A</sub>-Zentren ist genügend groß, so daß die Absorptions- und Emissions-Bänder voneinander getrennt sind. Es kommt daher nicht zur Selbstabsorption von Laserphotonen und die bei der strahlungslosen Relaxation dissipierte Energie muß als zusätzliche Wärme an das Stickstoffbad abgeführt werden.

Bei hohen Anregungsdichten (MW/cm<sup>2</sup>) werden Pumpphotonen aus dem

angeregten Zustand absorbiert und die Niveaus  $2s\sigma_g$  und  $3d\sigma_g$  besetzt. Der Zerfall dieser Niveaus führt mit einer hohen Quanteneffizienz zu einer Änderung der räumlichen Lage der Farbzentrenachse, die dabei möglichen Orientierungen entsprechen den 6 Flächendiagonalen eines Würfels (siehe Abb. 2.3). Sind zunächst alle Zentrenachsen parallel zur Richtung 1 ausgerichtet, so wer-



Polarisation von Pump und Lasermode

Abb. 2.3: Mögliche Orientierungen der Farbzentrenachsen.

den durch die Umorientierungen zunächst die weniger effizienten Richtungen 3-6 besetzt bis schließlich fast alle Achsen parallel zur Richtung 2 stehen. In dieser Ausrichtung ist kein Laserbetrieb möglich, denn die Farbzentren stehen mit ihrer Polarisation senkrecht zur Polarisation des Pumplichts und werden nicht mehr angeregt. Da der Übergang A-F (siehe Abb. 2.2) orthogonal zur Farbzentrenachse polarisiert ist, lassen sich die in Richtung 2 orientierten Zentren mit einem parallel zur Pumplichtquelle polarisierten Laser im grünen Spektralbereich in das F-Band anregen. Das relaxierte F-Band (X in Abb. 2.2) zerfällt dann entweder direkt in den Grundzustand oder nichtstrahlend in das obere Laserniveau wobei sich die Anionumgebung wieder umorientiert und vorwiegend die gewünschte Richtung 1 besetzt wird. Mit einem Argon Laser (514 nm, 10-200 mW) als zusätzliche Lichtquelle für die Reorientierung der Farbzentren und einem Nd:YLF Pumplaser läßt sich ein Dauerstrich-Laserbetrieb mit  $(F_2^+)_A$ -Zentren realisieren. Weitere Informationen über die Physik der Farbzentren finden sich z.B. bei Mollenauer [20, 21, 22] und Fowler [23].

#### 2.2 Der Aufbau des Farbzentrenlasers

Um eine möglichst hohe Grundstabilität zu erreichen, wurde die Basis des Laserresonators, bestehend aus zwei planparallelen Stahlplatten im Abstand von 40 mm mit akustischem Dämmaterial in deren Zwischenraum, zusätzlich mit Viton-Ringen von dem auf pneumatischen Isolierfüßen stehenden Lasertisch



Abb. 2.4: Der Laserkopf mit Kristall, Resonatorspiegeln und der Vakuumkammer mit dem Dewar für flüssigen Stickstoff.

entkoppelt. Die Abmessungen der Basis sind so gewählt, daß der auf einer Konstruktion von Beigang *et al.* basierende Laserkopf [24] und alle optischen Elemente einschließlich der Frequenzstabilisierung darauf Platz finden. Der Laserkopf besteht aus einer Vakuumkammer die den im Brewster-Winkel orientierten Laserkristall, zwei von außen justierbare Resonatorspiegel und ein 1,5  $\ell$  Reservoir flüssigen Stickstoffs enthält. Über einen Kanal gelangt der flüssige Stickstoff bis auf wenige mm direkt an den Laserkristall, wodurch eine sehr effiziente Kühlung gegeben ist (siehe Abb. 2.4). Eine kleine Ionen-Getter Pumpe (12  $\ell/s$ , Leybold) arbeitet erschütterungsfrei unmittelbar am Laserkopf und erreicht mit dem Rezipienten einen Enddruck von  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar bei Raumtemperatur. Über den zusätzlichen Kryo-Effekt des mit flüssig Stickstoff

befüllten 1,5  $\ell$  Reservoirs sinkt der Druck um eine weitere Größenordnung auf  $2 \cdot 10^{-7}$  mbar. Dieser Druck ist begrenzt durch die endliche Leckrate der verwendeten O-Ring Dichtungen und im Langzeitbetrieb stabil. Die permanente Kühlung des Laserkopfes ist wesentlich für die Stabilisierung der Farbzentren und wird durch eine Stickstoff-Nachfüllautomatik gewährleistet, die das 1,5 $\ell$ Reservoir, welches nach etwa 18-19 Stunden ohne Laserbetrieb aufgebraucht ist, 2-3 mal täglich nachfüllt. Mit dieser zuverlässig arbeitenden Anlage wurde ein fehlerfreier Betrieb über eine Zeitspanne von mehr als einem Jahr erreicht. Dabei zeigte sich, daß aufgrund der endlichen Leckrate der O-Ring Dichtungen des Laserkopfes die Oberflächen des Kristalls allmählich durch das Hintergrundgas bedampften und sich eine makroskopische Eisschicht aufbaute. Die Konstruktion des Laserkopfes ließe sich durch die Verwendung von Kupfer-Dichtungen verbessern, denn dieser Effekt limitiert die Lebensdauer des Kristalls und führt zu einer kontinuierlichen Abnahme der Ausgangsleistung (etwa 50 % pro Jahr). Ein Teil der Leistung läßt sich jedoch durch Polieren der Oberflächen wiedergewinnen.

Der Laserresonator ist ein Ringresonator bestehend aus zwei planen und zwei gekrümmten dielektrischen Spiegeln (R=75mm). Die Transmission des planen Auskoppelspiegels beträgt wegen der hohen Verstärkung des Lasermediums 25 % während die restlichen Spiegel hochreflektierend im Wellenlängenbereich um 1, 7  $\mu$ m sind. Der plane Einkoppelspiegel ist auf eine Piezokeramik montiert (siehe Abb. 2.5), wodurch sich der Laser um 1 GHz (entsprechend 6 freien Spektralbereichen) durchstimmen läßt. Der NaCl:OH<sup>-</sup>-Kristall sitzt im Fokus der Lasermode bei einem Strahlradius von 22  $\mu$ m zwischen den gekrümmten Spiegeln (siehe Abb. 2.5). Das an die TEM<sub>00</sub> Eigenmode des Laserresonators angepaßte Pumplicht des Nd:Ylf-Lasers (Coherent-Antares,  $\lambda = 1053$  nm) wird mit dem Hilfslicht des Argon-Lasers (Coherent-Innova 80,  $\lambda = 514$  nm) zur Reorientierung der Farbzentrenachsen überlagert, gelangt durch den planen Einkoppelspiegel ( $\emptyset = 6$  mm,  $\ell = 2$  mm) in den Resonator und wird dort über den in Strahlrichtung ersten Spiegel in den Laser-Kristall fokussiert. Der nächste Spiegel ist als Bandpaß mit hoher Refle-



Abb. 2.5: Der Aufbau des Farbzentrenlasers, zur besseren Übersicht ohne Vakuumkammer und Stickstoff-Dewar.

xion im Bereich 1,  $64...1, 72 \ \mu m$  und hoher Transmission bei 1,  $0...1, 63 \ \mu m$ ausgelegt. Der NaCl:OH<sup>-</sup>-Farbzentrenlaser mit einem Verstärkungsprofil von 1,  $45...1, 75 \ \mu m$  ist damit durch ein 3-Platten Lyot-Filter (1:2:4, dünnste Platte 0,85 mm) im relevanten Bereich um 1,7  $\mu m$  abstimmbar (siehe Abb. 2.6) und die optischen Elemente sind vor der transmittierten Pumpstrahlung



Abb. 2.6: Ausgangsleistung des Farbzentrenlasers in Abhängigkeit von der Wellenlänge bei 4 W Pumpleistung und 200 mW Hilfslicht.



Abb. 2.7: Ausgangsleistung des Farbzentrenlasers in Abgängigkeit von der Pumplaser-Leistung (links) und der Argonlaser-Leistung (rechts).

(etwa 20 %) geschützt. Die optische Diode besteht aus einer  $\lambda/2$ -Platte und einem YIG Faraday-Rotator (d=500  $\mu$ m, Sättigungsrotation 5°), die beide im Brewster-Winkel orientiert sind, und ermöglicht durch zusätzliche Verluste von 3 % für eine Richtung den unidirektionalen Laserbetrieb. Nach der Grobselektion der Laserfrequenz durch das Lyot-Filter läßt sich mit dem unbeschichteten 200  $\mu$ m dicken und dem beschichteten 2 mm Etalon (R=35 %) eine einzelne Resonatormode auswählen und mit der Piezokeramik kontinuierlich über 1 GHz abstimmen. Mit 4 W Pumpleistung und 200 mW Hilfslicht, gemessen nach dem Einkoppelspiegel, läßt sich bei der Verwendung eines frisch aggregierten Laser-Kristalls etwa 1W Ausgangsleistung single-mode bei 1,7  $\mu$ m erreichen. Die Abhängigkeit der Ausgangsleistung von der Pumplaserleistung ist etwa linear mit einer Steigung von 32,5 % bei einer Laserschwelle von 450 mW. Die Leistung des Argonlaser Hilfslichts zur Reorientierung der Farbzentren besitzt einen Sättigungscharakter, so daß mit P<sub>Ar</sub> = 20 mW schon etwa 90 % der maximalen Ausgangsleistung zur Verfügung steht (siehe Abb. 2.7).

#### 2.3 Frequenzstabilität

Aufgrund von Störungen, wie z.B. Turbulenzen der Luft, Schwingungen der Spiegelhalterungen und thermische Drift der optischen Elemente ändert sich die optische Weglänge des 2 m langen Laserresonators um etwa 0,2  $\mu$ m. Dies hat zur Folge, daß die Mittenfrequenz des freilaufenden Lasers um ±10 MHz driftet. Zur Frequenzstabilisierung des Farbzentrenlasers wird ein nahezu konfokaler Fabry-Perot-Resonator als Frequenzdiskriminator und ein Spiegel auf einer Piezokeramik zur aktiven Längenkontrolle des Laserresonators verwendet (siehe Abb. 2.5). Der Referenzresonator besteht aus einem Zerodurstab  $(\Delta \ell/\ell = -5 \cdot 10^{-8} K^{-1})$  mit zwei Spiegeln (Radius 100 mm, R=99 % bei 1.7  $\mu$ m) von denen einer zur Durchstimmbarkeit auf einer weiteren Piezokeramik befestigt ist. Zur Erzeugung des Fehlersignals werden zwei Reflexe von den Endflächen einer dicken Quarzplatte benutzt, von denen einer durch den Frequenzdiskriminator auf die Photodiode 1 und der zweite über einen Abschwächer zur Intensitätsnormierung auf die Photodiode 2 gelangt. Das



Abb. 2.8: Die offene Schleifenverstärkung der Frequenzregelung.

weitgehend von den Intensitätsschwankungen des Lasers unabhängige Fehlersignal wird zwischen den in Differenz geschalteten Photodioden abgegriffen und der Servo-Elektronik zugeführt. Diese integriert das Fehlersignal elektronisch und nach einer Hochspannungsverstärkung korrigiert die von diesem Signal angetriebene Piezokeramik die Frequenzabweichung durch eine Längenänderung des Laserresonators. Zur effizienten Unterdrückung von niederfrequenten Störungen wurden dem einfach integrierenden Servo zwei weitere Integratoren im Frequenzbereich 50Hz...5kHz hinzugefügt, so daß sich der in Abb. 2.8 dargestellte Frequenzgang ergibt. Ein weiterer wesentlicher Punkt bei dem Aufbau der Stabilisierung ist die Aufhängung des Stellelements. Als besonders vorteilhaft stellte sich die Verwendung einer massiven und mechanisch stabil verankerten Basisplatte für die Piezokeramik heraus. Zur Charakterisierung der Frequenzstabilität empfiehlt das Subcomitee on Frequency Stability des IEEE die spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen  $S_{\nu}(f)$   $[Hz^2/Hz]$ für den Frequenzbereich und die Verwendung der Allanvarianz  $\sigma^2(\tau)$  im Zeit-



Abb. 2.9: Die spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen  $S_{\nu}$ bei geschlossener Regelschleife und (durchgezogen) die Kurve mit dem Modulationsindex M=1. Aus dem Schnittpunkt ergibt sich eine Linienbreite des frequenzstabilisierten Farbzentrenlasers von 10 Hz gemessen relativ zu dem Referenzresonator.

bereich [74] (siehe dazu Anhang A.1). Um die spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen messen zu können ist zunächst die Diskriminatorkonstante D [Hz/mV] zu bestimmen. Für den verwendeten Resonator mit einem freien Spektralbereich FSB=1,5 GHz, der gemessenen Finesse F\*=260 und einer Amplitude des Transmissionsmaximums von  $V_{max}$ =15V errechnet sich die Diskriminatorkonstante näherungsweise nach  $D = FSB/(F^*V_{max})$  zu D=385 Hz/mV. Mit einem schnellen Fourier-Transformer (Ono-Sokki CF 940) wurde dann die spektrale Rauschleistungsdichte  $S_{\nu}$  über das Fehlersignal bei geschlossener Regelschleife gemessen. Nach der Definition von Salomon *et al.* [73] ist die Linienbreite eines Lasers durch die Frequenz f des Rauschspektrums  $S_{\nu}(f)$  mit dem Modulationsindex M=1 gegeben. Für den frequenzstabilisierten Farbzentrenlaser ergibt sich damit aus Abb. 2.9 eine Linienbreite von 10 Hz relativ zu dem Referenzresonator. Aus einer Kombination von Rauschspektren verschiedener Frequenzbereiche läßt sich dann mit dem im Anhang A.1 gegebenen Zusammenhang die auf die Laserfrequenz  $\nu_0$  normierte Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  berechnen. Das Ergebnis ist in Abb. 2.10 dargestellt und zeigt eine Abhängigkeit von der Mittelungszeit die nahe bei  $\tau^{-1}$  liegt, dem charakteristischen Verlauf bei weißem Phasenrauschen. Das



Abb. 2.10: Die normierte Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  des stabilisierten Farbzentrenlasers mit einem Minimum von 2,7  $\cdot$  10<sup>-14</sup> bei einer Mittelungszeit von 0,3 s.

Minimum der Allan-Standardabweichung wird bei einer Mittelungszeit von 0,3 s erreicht mit  $\sigma_y(0,3s) = 2,7 \cdot 10^{-14}$ , was restlichen Frequenzfluktuationen des stabilisierten Lasers mit einer Standardabweichung von 4,7 Hz relativ zu dem Referenzresonator entspricht.

### Kapitel 3

### Die nichtlinearen optischen Prozesse

Im Rahmen der Laser-Frequenzkette wird für die Frequenzmessung des 1S-2S Übergangs von atomarem Wasserstoff eine violette Referenzfrequenz bei der 8. Harmonischen des 88 THz Frequenzstandards benötigt. Diese wird in drei aufeinanderfolgenden nichtlinearen Prozessen synthetisiert, auf die-in diesem Kapitel zusammen mit der für die Frequenzmessung benötigten Summenfrequenzbildung nach einer kurzen Einführung eingegangen wird.

#### 3.1 Einführung

Die in einem nichtlinearen Kristall erzeugte Polarisation  $\mathcal{P}_i$  läßt sich durch eine Taylorreihenentwicklung in Abhängigkeit von den elektrischen Feldkomponenten  $E_j$  darstellen [25, 26, 27]:

$$\mathcal{P}_{i} = \varepsilon_{0} \left( \chi_{ij} E_{j} + 2d_{ijk} E_{j} E_{k} + 4\chi_{ijkl} E_{j} E_{k} E_{l} + \dots \right), \qquad (3.1)$$

wobei die Indices i = x, y, z unterschiedliche Raumkomponenten der Felder bezeichnen und die Summations-Konvention anzuwenden ist. Der für die Frequenzverdopplung und Summenfrequenzbildung relevante 2. Term koppelt die Feldkomponenten  $E_j$  und  $E_k$  über den Tensor der nichtlinearen Suszeptibilität  $d_{ijk}$  und erzeugt die Polarisationskomponente  $\mathcal{P}_i$ . Dabei ist die Reihenfolge mit der die Feldkomponenten auftreten physikalisch nicht relevant und damit die Ursache für die Symmetrieeigenschaft  $d_{ijk} = d_{ikj}$ . Durch die Kontraktion der letzten beiden Indices mit xx = 1, yy = 2, zz = 3, yz = 4, xz = 5 und xy = 6 läßt sich der Tensor  $d_{ijk}$  mit 27 Komponenten auf die in der Literatur übliche zweidimensionale Darstellung  $d_{ij}$  mit 18 unabhängigen Komponenten  $(i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 6)$  reduzieren.

#### 3.1. EINFÜHRUNG

Setzt man zwei in x-Richtung polarisierte ebene Wellen an, die sich entlang der z-Richtung in einem Medium mit dem Brechungsindex n ausbreiten:

$$\mathbf{E}_{1}(z,t) = E_{1}\cos\left(\omega_{1}t - k_{1}z\right)\mathbf{e}_{\mathbf{x}}, \ k_{1} := \frac{n_{1}\omega_{1}}{c},$$
$$\mathbf{E}_{2}(z,t) = E_{2}\cos\left(\omega_{2}t - k_{2}z\right)\mathbf{e}_{\mathbf{x}}, \ k_{2} := \frac{n_{2}\omega_{2}}{c},$$

so erhält man in der vereinfachten Darstellung für die nichtlineare Polarisation:

$$\mathcal{P}(z,t) = \varepsilon_0 (d_{11}\mathbf{e_x} + d_{21}\mathbf{e_y}) E_1 E_2 \quad \{\cos\left[(\omega_1 + \omega_2) t - (k_1 + k_2) z\right] + \cos\left[(\omega_1 - \omega_2) t - (k_1 - k_2) z\right] \}, \quad (3.2)$$

mit den Frequenzanteilen der Summen und Differenzfrequenz  $\omega_1 \pm \omega_2$ , die in x- und y-Polarisation erzeugt werden und sich mit den Wellenvektoren  $k_1 \pm k_2$ ausbreiten.

Im Fall der Frequenzverdopplung besitzen die Fundamentalen  $\mathbf{E}_1$  und  $\mathbf{E}_2$ dieselbe Frequenz  $\omega$  und außer einem Gleichspannungsanteil mit konstanter Amplitude\* entsteht nach Gl. 3.2 die nichtlineare Polarisation bei der doppelten Frequenz  $2\omega$  und dem Wellenvektor  $2k_{\omega} = 2n_{\omega}\omega/c$ . Diese regt in dem nichtlinearen Medium eine elektromagnetische Welle mit derselben Frequenz und dem Wellenvektor  $k_{2\omega} = n_{2\omega}2\omega/c$  an. Ist diese Welle mit der sie erzeugenden nichtlinearen Polarisation über die gesamte Kristallänge in Phase, also

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = \frac{2\omega}{c}(n_{2\omega} - n_{\omega}) = 0, \qquad (3.3)$$

so kann ein Energieübertrag stattfinden und sich die 2. Harmonische zu einem makroskopischen Feld aufbauen. Die Phasenanpassungsbedingung 3.3 läßt sich in nichtlinearen optisch doppelbrechenden Kristallen für bestimmte Wellenlängen erfüllen. Dabei nutzt man den unterschiedlichen Brechungsindex bei der Ausbreitung von ordentlichem und außerordentlichem Strahl, wobei diese Differenz so eingestellt ist, daß sie die normale Dispersion der 2. Harmonischen gerade kompensiert. Als Parameter dient dabei die Abhängigkeit des

<sup>\*</sup>Dieses konstante elektrische Feld ist die Ursache für die Photorefraktion: Durch den Transport von Ladungen wird der Brechungsindex des nichtlinearen Mediums räumlich moduliert und damit eine zusätzliche Brechung der Fundamentalen hervorgerufen.

außerordentlichen Brechungsindexes von der Ausbreitungsrichtung im Kristall oder die Kristalltemperatur bei unterschiedlichen Temperaturkoeffizienten von  $n_{\omega}$  und  $n_{2\omega}$ .

Ist die Ausbreitungsrichtung nicht parallel oder senkrecht zur optischen Achse, so laufen der ordentliche und außerordentliche Strahl unter einem kleinen Winkel  $\rho$ , dem "Walk-off"<sup>†</sup>, auseinander. Sind beide Fundamentalen  $E_1$ und  $E_2$  ordentliche bzw. außerordentliche Strahlen, so trennt der Walk-off diese von der 2. Harmonischen. In diesem sogenannten Typ-I Prozeß wird

a) Typ I - Prozeß

22

b) Typ II - Prozeß





Abb. 3.1: Verschiedene Arten der Frequenzverdopplung: Im Typ-I Prozeß a) wird die 2. Harmonische durch den Walk-off von den Fundamentalen getrennt, während im Typ-II Prozeß b) die Fundamentalen selbst auseinanderlaufen.

die 2. Harmonische über die gesamte Kristallänge als aufgeweiteter astigmatischer Strahl produziert (siehe Abb. 3.1). Sind die Fundamentalen unterschiedlich polarisiert, also in eine ordentliche und eine außerordentliche Komponente aufgespalten, so werden diese selbst durch den Walkoff getrennt und die Produktion der 2. Harmonischen ist in dieser Typ-II Frequenzverdopplung auf den Überlapp-Bereich der Fundamentalen beschränkt. Ist die Orientierung des Kristalls und die Polarisation der Lichtfelder einmal festgelegt, läßt sich die Summe im zweiten Term der Gleichung 3.1 berechnen und man erhält:

$$\mathcal{P} = 2\varepsilon_0 d_{eff} E_1 E_2,$$

wobei der effektive nichtlineare Koeffizient  $d_{eff}$  eine Funktion der Ausbreitungsrichtung der Fundamentalen im Kristall und der Komponenten  $d_{ij}$  der

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>Der Walk-off  $\rho$  ist die Winkeldifferenz zwischen Pointing- und Wellen-Vektor des außerordentlichen Strahls.

reduzierten nichtlinearen Suszeptibilität ist.

Zur Steigerung der Verdopplungseffizienz fokussiert man die Fundamentale im nichtlinearen Medium. Im Fall von fokussierten Gauß-Strahlen und optimaler Phasenanpassung ergibt sich theoretisch [28, 29]:

$$P_{2\omega} = K\ell k_{\omega} h_m(B,\xi) P_{\omega}^2 \tag{3.4}$$

wobei:

 $= 2\omega^2 d_{eff}^2 / \pi \varepsilon_0 c^3 n_\omega^2 n_{2\omega} ,$ Kl = geometrische Kristallänge,  $k_{\omega}$ = Wellenvektor der Fundamentalen,  $P_{\omega}$ = Leistung der Fundamentalen,  $P_{2\omega}$ = Leistung der 2. Harmonischen.

Die Leistung in der 2. Harmonischen hängt quadratisch von der Leistung der Fundamentalen ab und wird durch die Funktion  $h_m(B,\xi)$  beschrieben, die eine Funktion des Fokussierungs-Parameters  $\xi$  für verschiedene Werte des Doppelbrechungs-Parameters  $B = \rho \sqrt{\ell k_{\omega}}/2$  ist und die unterschiedliche Effizienz der Typ-I bzw. Typ-II Frequenzverdopplung berücksichtigt.

#### Frequenzverdopplung von 88 THz 3.2

Die Verdopplung von 88 THz, der Frequenz des Methan-stabilisierten Helium-Neon-Lasers bei 3,4  $\mu$ m Wellenlänge, läßt sich effizient in dem optisch negativ uniaxialen AgGaSe<sub>2</sub>-Kristall durchführen (siehe Dissertation von T. Andreae [12]). In der Typ-I Frequenzverdopplung mit  $\Theta = 67.3^{\circ}, \Phi = 45^{\circ}$ und  $d_{36} = 33 \text{ pm/V}$  berechnet sich der effektive nichtlineare Koeffizient  $d_{eff} = d_{36}\sin(\Theta)\sin(\Phi)$  zu  $d_{eff} = 30$  pm/V. Bei einer Fundamentalleistung von  $P_{\omega}=13.5$  mW, fokussiert in einen 5 mm langen Kristall, läßt sich theoretisch eine Leistung von  $P_{2\omega} = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ W}^{-1} P_{\omega}^2 = 120 \text{ nW}$  bei 176 THz  $(\lambda = 1, 7 \ \mu m)$  erwarten. Experimentell konnte dieser Wert von T. Andreae fast erreicht werden (60 nW).

#### 3.3 Frequenzverdopplung von 176 THz

Dieser nichtlineare optische Prozeß wurde in Kalium-Titanyl-Phosphat (KTP) mit einer Typ-II Phasenanpassung und in Lithium-Jodat (LiJO<sub>3</sub>) mit einer Typ-I Phasenanpassung realisiert.

#### 3.3.1 Frequenzverdopplung in KTP

Für die Typ-II Phasenanpassung in dem biaxial doppelbrechenden KTP-Kristall, bei dem die Fundamentalen in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl aufspalten und die 2. Harmonische als ordentlicher Strahl ent-



Abb. 3.2: Bei der Frequenzverdopplung in KTP bezeichnet  $\Theta$  den Winkel zwischen den Fundamentalen und kristallographischer c-Achse und  $\Phi$ den Winkel zwischen der Einfallsebene und a-Achse.

steht (oa $\rightarrow$ o), berechnen sich die Phasenanpassungswinkel mit den Kristalldaten von Fan et al. [30] zu  $\Phi = 0^{\circ}$  und  $\Theta = 53.4^{\circ}$  (siehe Abb. 3.2). In diesem Prozeß läßt sich zwar für jeden Winkel  $\Phi$  die Phasenanpassungsbedingung  $\Delta k = 0$ mit entsprechendem  $\Theta$  erfüllen (siehe Abb. 3.3), aber der effektive nichtlineare Koeffizient  $d_{eff} = (d_{15} \sin^2 \Phi + d_{24} \cos^2 \Phi) \sin \Theta$  wird mit  $d_{15} = 2,6$  pm/V und  $d_{24} = 3,3$  pm/V [32] für  $\Phi = 0^{\circ}$  maximal mit  $d_{eff} = 2,65$  pm/V. Der Kristall mit der Länge  $\ell = 2,74$  mm wurde zu Testzwecken freundlicherweise von der Firma Crystal Laser (54230 Chaligny, Frankreich) zur Verfügung gestellt und mit den oben angegebenen Werten für  $\Theta$  und  $\Phi$  so geschliffen, daß der Laserstrahl bei optimaler Phasenanpassung normal zur Eintrittsfläche des Kristalls steht. Mit einem Walkoff  $\rho = 2,76^{\circ}$  ist der Doppelbrechungs-Parameter



Abb. 3.3: Mögliche Phasenanpassungswinkel  $(\Theta, \Phi)$  für die Frequenzverdopplung von 176 THz in KTP.

B = 3, 2. Da die orthogonal polarisierten Fundamentalen in diesem Typ-II Prozeß mit dem Winkel  $\rho$  räumlich auseinanderlaufen ist die Erzeugung der 2. Harmonischen auf ein kleines Volumen begrenzt, weshalb die Funktion  $h_m$ den geringen Wert von  $h_m(B,\xi) = 0,03$  annimmt [29]. Die Fokussierung ist unkritisch  $\xi = 0,2...5$  entsprechend einem Strahlradius  $\omega_0 = 10...65 \ \mu m$ . Damit ergibt sich nach Gleichung 3.4 für die Leistung der 2. Harmonischen  $P_{2\omega} = 2,33 \cdot 10^{-6} [W^{-1}] P_{\omega}^2$ . Experimentell konnten mit 340 mW bei einer Fokusgröße von 40  $\mu$ m im Kristall 190 nW bei 352 THz ( $\lambda = 850$  nm) realisiert werden, etwa 70 % der theoretisch zu erwartenden Leistung von 270 nW. Die Ursache für die Differenz der beiden Leistungen liegt in der zusätzlichen Doppelbrechung der Fundamentalen durch schrägen Eintritt des Laserstrahls in den zur optimalen Phasenanpassung um  $\Delta \Theta = 4,8^{\circ}$  gedrehten Kristall.

### 3.3.2 Frequenzverdopplung in LiJO<sub>3</sub>

Der negativ uniaxiale LiJO<sub>3</sub>-Kristall mit der Länge  $\ell = 15$  mm und beidseitiger Antireflexbeschichtung für 1.7  $\mu$ m wurde von der Firma Gsänger (Planegg) bezogen. Mit den von Kurtz et al. [31] gemessenen Brechungsindices berechnet sich der Typ-I Phasenanpassungswinkel (00→a) zu  $\Theta = 19,9^{\circ}$ . Der Walkoff der 2. Harmonischen beträgt  $\rho = 3,07^{\circ}$  (siehe Abb. 3.4). Der effektive nichtlineare



 Abb. 3.4: Strahlgeometrie bei der Frequenzverdopplung in LiJO<sub>3</sub>: Die ordentlich polarisierten Fundamentalen verlaufen unter dem Winkel Θ relativ zur optischen Achse im Kristall und die orthogonal polarisierte
2. Harmonische entsteht als aufgeweiteter Strahl.

Koeffizient der kristallographischen Klasse 6 ist  $d_{eff} = d_{15} \sin\Theta$  und mit  $d_{15} = 4,1 \text{ pm/V}$  [32] erhält man  $d_{eff} = 1,40 \text{ pm/V}$ . Mit einem Doppelbrechungs-Parameter von B = 8,6 und optimaler Fokussierung  $\xi = 1,4$ , entsprechend einem Strahlradius von  $\omega_0 = 40 \ \mu\text{m}$  im Kristall erhält man für  $h_m(B,\xi) = 0,07$ . Insgesamt erhält man für die Leistung der 2. Harmonischen  $P_{2\omega} = 7,32 \cdot 10^{-6} [W^{-1}] P_{\omega}^2$ . Die Verdopplungseffizienz ist damit trotz des um 50 % geringeren  $d_{eff}$ , etwa dreimal höher als für KTP.

Zum Schutz des hygroskopischen Kristalls dient eine Kristallkammer ( $\ell = 20 \text{ mm}, \emptyset = 1/2 \text{ Zoll}$ ) mit zwei antireflexbeschichteten Fenstern und Argon-Atmosphäre. Die Beschichtungen wurden im MPI für Quantenoptik im Hinblick auf eine Verwendung des Kristalls innerhalb eines Überhöhungsresonators angefertigt und haben eine Transmission bei 1.7  $\mu$ m von 99 % und etwa 75 % bei 850 nm. Mit etwa 400 mW Ausgangsleistung des Farbzentrenlasers und 25 % Verlusten durch 2 Strahlteiler und eine unbeschichtete Linse zwischen Laser und Kristall konnten zunächst 400 nW realisiert werden, in guter Übereinstimmung mit dem theoretisch zu erwartenden Wert von 490 nW. Der Austausch des NaCl:OH<sup>-</sup>-Lasermediums gegen einen frisch aggregierten Kristall und die Verwendung von im Laserzentrum Hannover hergestellten Fenstern für die Kristallkammer mit einer Transmission von besser als 99 % für 1,7  $\mu$ m und 850 nm ermöglichte mit 600 mW Lichtleistung der Fundamentalen die Produktion von 2,4  $\mu$ W bei 850 nm, etwa 90 % der erwarteten Leistung von 2,6  $\mu$ W.



Abb. 3.5: Winkelabhängigkeit der Leistung der 2. Harmonischen mit einer Halbwertsbreite von  $\Delta \Theta = 0.58^{\circ}$ 



Abb. 3.6: Wellenlängenabhängigkeit der Leistung der 2. Harmonischen mit einer Halbwertsbreite von etwa 20 nm, entsprechend 2,1 THz bei 1,7 μm Wellenlänge.

Abbildung. 3.5 zeigt die gemessene Abhängigkeit der Leistung  $P_{2\omega}$  von der Rotation des Kristalls um den Winkel  $\Delta\Theta$  in der Phasenanpassungsebene bei optimaler Fokussierung  $\xi = 1, 4$ . Die Halbwertsbreite der angepaßten sinc<sup>2</sup> Funktion ist  $\Delta\Theta = 0,58^{\circ}$ . Aus der gemessenen Wellenlängenabhängikeit der Leistung der zweiten Harmonischen (siehe Abb. 3.6) ergibt sich eine Halbwertsbreite  $\Delta\lambda = 20$  nm, entsprechend 2,1 THz bei 1,7  $\mu$ m Wellenlänge. In LiJO<sub>3</sub> ist somit die Frequenzverdopplung eines modengekoppelten Farbzentrenlasers mit einer Frequenzbandbreite von 4,2 THz bei 850 nm Wellenlänge

#### 28 KAPITEL 3. DIE NICHTLINEAREN OPTISCHEN PROZESSE

möglich. Innerhalb der Laser-Frequenzkette ließe sich bei ausreichender Stabilität des Farbzentrenlasers mit diesem Frequenzband die Differenzfrequenz von etwa 1 THz bei 850 nm in einem Schritt überbrücken und jede der etwa 30000 Moden könnte als absolute Frequenz-Referenz für die Metrologie verwendet werden.

#### 3.3.3 Resonant überhöhte Frequenzverdopplung

Die zweite Harmonische kann auch in einem resonant überhöhten Lichtfeld erzeugt werden. Dabei steigt die Leistung der frequenzverdoppelten Strahlung quadratisch mit der Leistung der überhöhten Fundamentalen an, so daß sich mit dieser Methode die Verdopplungseffizienz um Größenordnungen steigern läßt. Diese Methode wurde zwar noch nicht zur Messung der 1S-2S Frequenz eingesetzt, bietet aber die Möglichkeit zur Erzeugung der 8. Harmonischen des 88 THz Frequenzstandards ohne die Verwendung eines phasenstabilisierten Diodenlasers.

Die Eigenmode des zur resonanten Überhöhung der Fundamentalen verwendeten Ringresonators (siehe Abb. 3.7) mit zwei planen und zwei gekrümmten Spiegeln (R = 100 mm), besitzt im Kristall eine Strahltaille von  $\omega_0 = 40 \ \mu$ m, entsprechend der optimalen Fokussierung für die Frequenzverdopplung in LiJO<sub>3</sub>. Der plane Einkoppelspiegel ( $\emptyset = 6 \text{ mm}, \ell = 2 \text{ mm}$ ) besitzt eine Transmission von 1,73 % und ist auf einer Piezokeramik zur aktiven Längenstabilisierung des Resonators befestigt (siehe Abb. 3.7). Alle anderen Resonatorspiegel, die wie auch der Einkoppelspiegel im Laserzentrum Hannover hergestellt wurden, besitzen eine Reflektivität von R = 99,92 % bei 1,7  $\mu$ m. Die in dem LiJO<sub>3</sub>-Kristall erzeugte 2. Harmonische wird nach der Reflexion an dem sphärischen Spiegel (R  $\geq$  99 % bei 850 nm) über den 2. Planspiegel ausgekoppelt. Das Fehlersignal für die aktive Stabilisierung des Ringresonators auf die durch den Farbzentrenlaser vorgegebene Frequenz wird über die Analyse der Polarisation des reflektierten Lichts gewonnen [33]. Dazu wird zunächst die Polarisation der Fundamentalen so gedreht, daß diese im doppelbrechenden LiJO<sub>3</sub>-Kristall mit

#### 3.3. FREQUENZVERDOPPLUNG VON 176 THZ

einem kleinen Anteil der außerordentlichen Komponente aufspaltet. Aufgrund der Ausbreitung bei unterschiedlichem Brechungsindex können die orthogonal polarisierten Komponenten nicht gleichzeitig resonant sein. Ist der ordentliche Strahl resonant, so erfährt der außerordentliche Strahl starke Verluste und wird am Einkoppelspiegel mit fester Phase reflektiert während die Phase der ordentlich polarisierten Komponente im reflektierten Licht empfindlich von der Verstimmung des Resonators abhängt. Die Anordnung aus  $\lambda/4$ -Platte, Pola-



Abb. 3.7: Aufbau der resonant überhöhten Frequenzverdopplung

risationsstrahlteiler und den in Differenz geschalteten Photodioden mißt die Elliptizität des reflektierten Lichts. Zur Stabilisierung des Resonators auf die Wellenlänge der Fundamentalen wird das Fehlersignal am Ausgang der Photodioden über eine Servo-Elektronik auf die Piezokeramik zurückgeführt. Bei 2,1 % Verlust pro Umlauf im Resonator konnte mit 750 mW anstehender Leistung und einer Einkopplung von  $\geq 80$  % eine Überhöhung der Fundamentalen um den Faktor 50 erreicht werden, entsprechend etwa 30 W umlaufender Leistung bei 1,7  $\mu$ m. Die dabei erzeugte Leistung von 5,4 mW bei der 2. Harmonischen ist zeitlich stabil und reicht an typische Ausgangsleistungen kommerziell erhältlicher Halbleiterlaser in diesem Wellenlängenbereich heran.

#### 3.4 Frequenzverdopplung von 352 THz

Der optisch biaxial doppelbrechende KNbO3-Kristall besitzt einen besonders hohen nichtlinearen Koeffizienten d<sub>32</sub>=20,5 pm/V [34] und ist im nahen Infrarot um 850 nm Wellenlänge in einer Typ-I Frequenzverdopplung in der ac-Ebene 90°-phasenanpaßbar. Bei der 90°-Phasenanpassung verlaufen die Fundamentale und das nichtlineare Mischprodukt parallel zu einer kristallographischen Hauptachse. Dabei tritt kein Walk-off auf und die Konversions-Effizienz des Typ-I Prozesses ist maximal mit  $P_{2\omega} = 4, 23 \cdot 10^{-2} W^{-1} P_{\omega}^2$ . Als Parameter zur Phasenanpassung bei verschiedenen Wellenlängen läßt sich die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindices verwenden. So ergibt sich theoretisch für die Frequenzverdopplung von 352,5 THz ( $\lambda = 850$  nm) mit den Kristalldaten aus [35] eine Phasenanpassungstemperatur von  $-4,9^{\circ}C$ . Da bei Temperaturen unterhalb des Gefrierpunkts die Oberflächen des Kristalls an Luft vereisen, befindet sich der Kristall in einer evakuierten Kammer, die im wesentlichen aus einem wassergekühlten Kupferblock, einem Brewster-Eintrittsfenster für die Fundamentale und einem beidseitig für 850 nm und 425 nm antireflexbeschichteten (AR) Austrittsfenster besteht. Der 5 mm lange KNbO3-Kristall (AR beidseitig für 860 nm und 430 nm) befindet sich auf einem Peltierelement. Dieses erlaubt in Verbindung mit einem unmittelbar in Kristallnähe angebrachten Temperatursensor und einer Regelung die Kristalltemperatur auf 1 mK konstant zu halten. Der für die Frequenzverdopplung verwendete Gitterlaser (siehe Kapitel 6.2) besitzt einen astigmatischen Laserstrahl mit elliptischem Profil bei einem Achsenverhältnis von etwa 4:1. Mit einer sphärischen Linse läßt sich eine optimale Fokussierung von beiden Achsen gleichzeitig nicht erreichen, so daß mit einem Verlust an Leistung der 2. Harmonischen zu rechnen ist. Experimentell konnten die besten Ergebnisse mit einer f=40 mm Linse erreicht werden: Bei einer Fundamentalleistung von 35 mW bei 848,058 nm Wellenlänge, der 4. Harmonischen des sekundären Frequenznormals, und einer Kristalltemperatur von T=-5,3°C war die erzeugte Leistung der 2. Harmonischen 12,3  $\mu$ W, etwa 1/4 des theoretisch erwarteten Wertes von 51,8  $\mu$ W. Von
R. Wynands wurden bei der Frequenzverdopplung eines Diodenlasers in Hollberganordnung ähnliche Ergebnisse erzielt [13]. Für die in Kapitel 6 beschriebenen optischen Teilerstufen ist neben der Frequenzverdopplung von 352 THz noch die Summenfrequenz-Erzeugung der Strahlung zweier Gitterlaser nahe bei 352 THz von Bedeutung. Für die Summenfrequenzerzeugung werden die Laserstrahlen mit den Leistungen  $P_{\omega 1}$  und  $P_{\omega 2}$  mit gleicher Polarisation überlagert und analog zur Frequenz-Verdopplung in den KNbO<sub>3</sub>-Kristall fokussiert. Die theoretisch zu erwartende Leistung hängt bei der Summenfrequenzerzeugung linear von den Leistungen der Fundamentalen  $P_{\omega_1}$  und  $P_{\omega_2}$  ab und berechnet sich analog zu Gl. 3.4 mit  $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ , wobei noch zusätzlich ein Faktor 4 zu berücksichtigen ist, denn es stehen nun zwei Laserstrahlen zur Verfügung und damit eine doppelt so große Leistung der Fundamentalen im Kristall. Die theoretisch zu erwartende Leistung  $P_{\omega_1+\omega_2} = 0,169W^{-1}P_{\omega_1}P_{\omega_2}$ läßt sich experimentell, bis auf den Verlust durch die Fokussierung der astigmatischen Strahlen (Faktor 4), auch erreichen. Bei der Justage ist besonders darauf zu achten, daß die Fokusposition und die Fokusgröße der beiden Fundamentalen im Kristall übereinstimmt.

#### 3.5 Die Summenfrequenz von 88 THz und 616 THz

Als nichtlineares Medium für die Summenfrequenzbildung von 88 THz und 616 THZ eignet sich der negativ uniaxiale LiNbO<sub>3</sub>-Kristall. Aufgrund der starken Abhängigkeit der Brechungsindices von der Temperatur ist eine unkritische 90°-Phasenanpassung in einem Typ-I Prozeß möglich. Da in diesem Prozeß keine Doppelbrechung auftritt ist der Boyd und Kleinmann Fokussierungsfaktor mit  $h_m(B,\xi) = 1,07$  maximal. Für die theoretisch zu erwartende Leistung, die wie im vorherigen Abschnitt beschrieben linear von den Leistungen der Fundamentalen abhängt, ergibt sich mit  $d_{eff} = 4,15$  pm/V [36] ein relativ großer Wert von  $P_{\omega_1+\omega_2} = 1,6 \cdot 10^{-2}W^{-1}P_{\omega_1}P_{\omega_2}$ . Bei einer Phasenanpassungstemperatur von 268°C für die Erzeugung der Summenfrequenz von 88,4 THz ( $\lambda = 3,4 \ \mu$ m) und 616,5 THz ( $\lambda = 486 \ nm$ ) konnten von T. Andreae

### KAPITEL 3. DIE NICHTLINEAREN OPTISCHEN PROZESSE

32

mit 10 mW des HeNe-Lasers bei 3,4  $\mu$ m und 50 mW eines blauen Farbstofflasers bei 486 nm etwa 180 nW bei 704,9 THz ( $\lambda = 424$  nm) erzeugt werden [12].

# Kapitel 4

# Die phasensynchronisierte Frequenzkette

In diesem Kapitel soll zunächst auf die phasensynchronisierte Frequenzkette von 3,4  $\mu$ m nach 424 nm Wellenlänge eingegangen werden, bevor im nächsten Kapitel beschrieben wird, wie damit die 1S-2S Übergangsfrequenz gemessen wurde.

Zum Transport der vollen Genauigkeit des infraroten Sekundär-Frequenznormals bei 88 THz (f), einem Methan-stabilisierten HeNe-Laser bei 3,4  $\mu$ m, auf die Messung der 1S-2S Absolutfrequenz im ultravioletten Spektralbereich wird zunächst in drei aufeinanderfolgenden Frequenzverdopplungen eine violette Referenzfrequenz bei der 8. Harmonischen (8f) synthetisiert (siehe Abb. 4.1). Da die Effizienz der nichtlinearen Prozesse im Optischen nicht sehr groß ist, werden zur Verstärkung für den jeweils nächsten Verdopplungsschritt ein weiterer leistungsstarker HeNe-Laser bei 3,4  $\mu$ m, ein Farbzentrenlaser bei 1,7  $\mu$ m und ein Diodenlaser bei 850 nm, die sogenannten "Transfer-Oszillatoren", verwendet. Die Absolutgenauigkeit der violetten Referenzfrequenz hängt nun wesentlich davon ab, wie gut diese Transfer-Oszillatoren dem jeweils vorhergehenden Laser in der Frequenz folgen. Von entscheidender Bedeutung für die Synchronisierung der Transfer-Oszillatoren ist die Phasenstabilisierung, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde und von der nun die Rede sein soll.

#### 4.1 Prinzip der Phasenstabilisierung

Zur Charakterisierung der Eigenschaften der Phasenstabilisierung ist diese in Abb. 4.2 der Frequenzstabilisierung gegenübergestellt: Bei einem instantanen Frequenzsprung führt die Frequenzregelung die Laserfrequenz wieder auf die



Abb. 4.1: Die phasensynchronisierte Frequenzkette.

Sollfrequenz zurück (a). Da der Laser bei diesem Regelvorgang kurzzeitig von der Sollfrequenz abweicht, zu z.B. höheren Frequenzen, gewinnt dieser an Phase gegenüber der Sollfrequenz, so daß nach dem Regelvorgang eine feste Phasendifferenz  $\Delta \Phi \neq 0$  besteht (b). Da bei einer Frequenzmessung letztendlich Nulldurchgänge eines Signals gezählt werden, bedeutet eine verbleibende Phasendifferenz  $\Delta \Phi$ , daß sich der Zähler um  $\Delta \Phi/2\pi$ -Zyklen verzählt. Nur für den Fall, daß die Statistik der Frequenzsprünge hinreichend genau bekannt ist, läßt sich im zeitlichen Mittel diese systematische Fehlerquelle umgehen. Die Phasenstabilisierung dagegen erreicht nach einem Frequenzsprung wieder die Sollfrequenz (c), bei dem Regelvorgang wird diese jedoch so eingestellt, daß durch kurzzeitige Überkompensation des Frequenzfehlers am Ende auch die



Abb. 4.2: Phasen- und Frequenzstabilisierung im Vergleich.

Phasendifferenz wieder  $\Delta \Phi = 0$  beträgt (d). Damit ist immer sichergestellt, daß keine Zyklen mehr verloren gehen und die Übertragung der Absolutgenauigkeit im Prinzip nicht mehr begrenzt ist.

Eine Phasenregelschleife enthält drei grundlegende Komponenten [37, 38]: Den Phasendetektor, der die Phasendifferenz zweier Oszillatoren  $\Delta \Phi$  mißt und in eine Spannung umwandelt, einen Schleifenfilter, der das resultierende Signal mit einer Frequenzcharakteristik versieht, und den spannungsgesteuerten Oszillator (VCO), dessen Phase mit dem Ausgangssignal des Schleifenfilters so geregelt wird, daß die gemessene Phasendifferenz  $\Delta \Phi = 0$  ist (siehe Abb. 4.3). Im einfachsten Fall ist der VCO der zu stabilisierende Laser und der Phasendetektor eine Photodiode, auf der zwei kollimierte Laserstrahlen mit den Amplituden  $E_1 \cos(\omega_1 t + \Phi_1)$  und  $E_2 \cos(\omega_2 t + \Phi_2)$  ein niederfrequentes Schwebungssignal  $E_1E_2 \cos((\omega_2 - \omega_1)t + (\Phi_2 - \Phi_1))$  mit der Differenzfrequenz erzeugen. Bei verschwindender Differenzfrequenz hängt dieses Signal nur noch von der Differenzphase ab, proportional zu  $\cos(\Phi_2 - \Phi_1)$ . Diese sogenannte "homodyne"-Phasenstabilisierung besitzt den Vorteil, daß keine

#### 36 KAPITEL 4. DIE PHASENSYNCHRONISIERTE FREQUENZKETTE



Abb. 4.3: Schematische Darstellung einer Phasenregelschleife mit Phasendetektor, Schleifenfilter und spannungsgesteuertem Oszillator.

weiteren Oszillatoren benötigt werden und die stabilisierten Laser tatsächlich bei derselben Frequenz arbeiten. Ein wesentlicher Nachteil ist aber, daß die Phaseninformation über ein Gleichspannungs-Signal gewonnen wird, bei dem das technische 1/f-Rauschen maximal ist. Bei der hier verwendeten "heterodynen"-Phasenstabilisierung (siehe Abb. 4.4) wird aus diesem Grund die



Abb. 4.4: Aufbau zur "heterodynen"-Phasenstabilisierung von Laser 2 relativ zu Laser1, wobei mit  $\Phi$  die Phasenregelung bezeichnet ist.

Eingangsfrequenz um den Betrag  $\Delta \nu$  von einigen 10 MHz verstimmt und das Schwebungssignal mit einem Lokaloszillator derselben Frequenz  $\Delta \nu$  in einem Radiofrequenz-Phasendetektor verglichen. Der resultierende Phasenfehler dient als Regelgröße für die Stabilisierung. Mit diesem Verfahren erhält man zwei phasensynchronisierte Laser in einem Frequenzabstand von genau der Lokaloszillatorfrequenz.

Die speziell für den Farbzentrenlaser und den HeNe-Laser entwickelte Pha-

senstabilisierung verwendet statt eines kommerziellen Phasendetektors einen diskret aufgebauten digitalen Phasen/Frequenz-Detektor, der ähnlich wie der von Hall *et al.* beschriebene [39] arbeitet. Die besonderen Vorteile liegen in der linearen Phasencharakteristik, die sich über einen großen Bereich  $-2\pi \ldots + 2\pi$  erstreckt (siehe Abb. 4.5) und der außerhalb dieses Bereichs bestehenden Fre-



Abb. 4.5: Charakteristik des Phasen/Frequenz-Detektors.

quenzcharakteristik, die ein definiertes Einrasten der Schleife ermöglicht, selbst bei einem großen anfänglichen Frequenzfehler. Aufgrund der Konstruktion des Phasendetektors ist- es möglich ein Signal zu erzeugen, welches - durch eine leuchtende Photodiode - anzeigt, ob der Phasenbereich  $\pm \pi$  überschritten wurde und somit eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für den Verlust an Zyklen besteht. Außerdem ist wegen der Frequenzcharakteristik immer eindeutig bestimmt welcher der beiden Laser der höherfrequente ist. Die Phasenregelung (siehe Anhang A.3) beinhaltet das Schleifenfilter mit dem sich die Dämpfung der Regelschwingungen unabhängig von der Regelbandbreite einstellen läßt und eine Frequenzweiche mit Ausgängen für zwei Stellelemente zur Korrektur der schnellen und langsamen Frequenzschwankungen.

#### 4.2 Der 88 THz Frequenzstandard

Am Anfang der Frequenzkette (siehe Abb. 4.1) steht der transportable  $CH_4$ -stabilisierte HeNe-Laser, der im Institut für Laserphysik in Novosibirsk [40] entwickelt und im November 1991 von Dr. A. K. Dimitriev und Dr. A. E. Om in Garching installiert wurde. Zur Stabilisierung dieses La-

sers wird die dopplerfreie Sättigungs-Absorptions-Spektroskopie an Methan-Molekülen in einer Zelle innerhalb des Laserresonators verwendet. Dabei wird die Laserfrequenz über den sich ausbildenden "Lamb-peak" moduliert ( $\Delta f = 100$ kHz,  $f_m = 15$ kHz) und die erste Ableitung der Absorption als Fehlersignal der Regelung zugeführt. Im November 1991 wurde dieser transportable HeNe/CH<sub>4</sub>-Standard mit Hilfe der Frequenzkette der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig [41] direkt mit der Cs-Atomuhr verglichen. Dabei ergab sich ein reproduzierbarer Wert von f=(88376181599, 67 ± 0, 15) kHz. Außerdem wurde die Abhängigkeit



Abb. 4.6: Die normierte Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  des Frequenzstandards. Für Mittelungszeiten  $\tau < 10$  s ist diese Messung limitiert durch das Frequenzrauschen des Wasserstoffmasers.

der Laserfrequenz von der Laserleistung und der Modulationsamplitude bestimmt. Um den Fangbereich der CH<sub>4</sub>-Stabilisierung während der Wasserstoffmessungen zu erhöhen, wurde die Modulationsamplitude um den Faktor drei gegenüber den Messungen in Braunschweig erhöht. Zusammen mit der resultierenden Rotverschiebung des HeNe/CH<sub>4</sub>-Lasers von (400 ± 50)Hz beträgt die reproduzierbare Absolutgenauigkeit 160Hz entsprechend 1,8 · 10<sup>-12</sup> bezogen auf die Laserfrequenz. Der Vergleich mit der Cs-Atomuhr erlaubt auch die kurzzeitigen Frequenzschwankungen um den oben angegebenen Mittelwert zu bestimmen. Diese werden durch die Allan-Standardabweichung charakterisiert (siehe Anhang A.1) und sind für Mittelungszeiten 10 s <  $\tau$  < 100 s kleiner als 5,3 Hz entsprechend  $\sigma_y(\tau) \leq 6 \cdot 10^{-14}$  (siehe Abb. 4.6). Die Ausgangsleistung des Frequenzstandards ist zur Vermeidung einer Leistungsverbreiterung des "Lamb-peaks" auf 400  $\mu$ W begrenzt. Nähere Details zu dem Frequenzstandard sind in der Dissertation von T. Andreae beschrieben [12]. Um genügend Leistung für die nachfolgenden nichtlinearen Prozesse zur Verfügung zu haben, wird ein leistungsstarker HeNe-Laser phasensynchronisiert.

#### 4.3 Der phasenstabilisierte Helium-Neon-Laser

Der HeNe-Laser besteht aus einer kommerziell erhältlichen 1,6 m langen Entladungsröhre mit optimierter Gasfüllung für den Betrieb bei 3,39  $\mu$ m (Fa. Jodon). Der Laserresonator besteht aus einem Spiegel mit dem Krümmungsradius von 6 m auf einer langsamen Piezokeramik mit großem Hub zur Korrektur der niederfrequenten Störungen und einem planen Auskoppelspiegel (Transmission 40 %) auf einer schnellen Piezokeramik für den hochfrequenten Zweig der Regelung. Die Entladungsröhre verwendet eine geheizte Glühkathode und erreicht in einer Gleichspannungs-Gasentladung bei etwa 76 mA eine Ausgangsleistung von 20 mW [12].

Das Frequenzspektrum des Frequenzstandards, der mit einer Modulationsfrequenz  $f_m = 15$  kHz und einem Frequenzhub  $\Delta f = 100$  kHz die Methan-Resonanz abtastet, besitzt wegen des großen Modulationsindex ( $M = \Delta f / f_m \sim$ 7) im wesentlichen starke Seitenbänder und einen unterdrückten Träger. Im Gegensatz zu einer Frequenzstabilisierung, die hier nicht zwischen den verschiedenen Seitenbändern unterscheiden könnte, erlaubt die Phasenregelung diese starke Modulation von dem leistungsstarken HeNe-Laser und damit von der restlichen Frequenzkette zu eliminieren: Ist nämlich die Bandbreite der Phasenregelung kleiner als die Modulationsfrequenz  $f_m$ , so werden diese Frequenzschwankungen nicht mehr ausgeregelt und fallen im Detektor als zeitlich oszillierender Phasenfehler an, der im zeitlichen Mittel verschwindet. Die Amplitude dieser oszillierenden Phasenabweichung ist gleich dem Modulationsin-



Abb. 4.7: Die offene Schleifenverstärkung der Phasenregelschleife für den HeNe-Laser. Der langsame Piezo arbeitet bis etwa 300 Hz und der schnelle Piezo übernimmt die Regelung bis 10 kHz.

dex  $\Delta \Phi_{max} = \pm M$  [rad] und in dem betrachteten Fall etwa gleich  $\pm 2\pi$ .

Für die Phasenstabilisierung des leistungsstarken HeNe-Lasers wird nun durch entsprechende Frequenzverstimmung ein 20 MHz Schwebungssignal mit dem 88 THz Frequenzstandard auf einer InAs-Photodiode erzeugt. Das resultierende Schwebungssignal mit einem Signal/Rausch-Verhältnis von 45 dB (in 100 kHz) wird elektronisch durch 4 geteilt und in dem Phasendetektor mit einer 5 MHz Referenzfrequenz aus einem Rubidium-Standard\*verglichen. Damit ist es möglich  $\pm 8\pi$  Phasenexkursionen des Schwebungssignals in einem  $\pm 2\pi$  Detektorbereich zu verfolgen, so daß die Modulation des Frequenzstandards als Phasenfehler von  $\pm 2\pi/4$  rad in dem Phasendetektor noch beobachtet werden kann. Der Frequenzgang der Phasenregelung für den HeNe-Laser (siehe Abb. 4.7) ist so gewählt, daß bei einer eingestellten Regelbandbreite von 10 kHz noch eine möglichst hohe Schleifen-Verstärkung bei niedrigen Fourier-Frequenzen erreicht wird. Die vorwiegend niederfrequenten Frequenzschwankungen des HeNe-Lasers lassen sich auf diese Weise effizient unterdrücken, so daß bei geschlossener Regelschleife der Restphasenfehler  $\Delta \Phi_{rms} = 1$  rad beträgt, zuzüglich der anfallenden Modulation mit  $\pm 2\pi$  rad. Das phasenstabi-

<sup>\*</sup>Der Rubidium-Standard bezieht seine Absolutgenauigkeit und Langzeitstabilität von  $\Delta f/f \leq 2 \cdot 10^{-11}$  aus dem DCF77-Zeitsignal von der PTB in Braunschweig.



Abb. 4.8: Das Schwebungssignal zwischen dem phasenstabilisierten HeNe-Laser und dem 88 THz Frequenzstandard (Filterbandbreite: 10 Hz, Videobandbreite: 10 Hz, Durchlaufzeit: 900 s).

lisierte Schwebungssignal (siehe Abb. 4.8) zeigt den Träger als scharfe Spitze etwa 20 dB über dem Rauschen und die "servo-bumps" bei  $\pm 10$  kHz, die bei der Eigenfrequenz der Stabilisierung auftreten und mit der Störungen in einer gedämpften Schwingung ausgeregelt werden. Der leistungsstarke HeNe-Laser läßt sich somit zuverlässig, ohne Verlust an Zyklen und ohne Übertragung der Modulation auf die exakte Mittenfrequenz des 88 THz-Frequenzstandards zuzüglich der Lokaloszillator-Frequenz phasenstabilisieren.

Als Maß für die Verteilung der restlichen Frequenzschwankungen, die notwendigerweise mit dem Restphasenfehler  $\Delta \Phi_{rms}$  verbunden sind, wird zunächst mit einem schnellen Fourier-Transformer (Ono Sokki CF 940) bei geschlossener Regelschleife an dem Phasen-Fehlersignal die spektrale Leistungsdichte der Phasenschwankungen  $S_{\Phi}(f)$  gemessen. Daraus kann dann mit dem im Anhang A.1 gegebenen Zusammenhang die Allan-Standardabweichung der Phasenfluktuationen  $\sigma_{\Phi}(\tau)[rad]$  und der Frequenzfluktuationen  $\sigma_{\nu}(\tau)[Hz]$  in Abhängigkeit von der Mittelungszeit  $\tau$  berechnet werden. Das Ergebnis ist in Abb. 4.9 dargestellt und zeigt, daß die restlichen Frequenzfluktuationen des HeNe-Lasers relativ zu dem 88 THz-Frequenzstandard bei einer für die Wasserstoffmessung relevanten Mittelungszeit von 1 s nur  $\sigma_{\nu}(1s) = 0, 4$  Hz betragen. Die Allan-Standardabweichung der Phasenfluktuationen zeigt eine Abhängig-



Abb. 4.9: Die Allan-Standardabweichung der restlichen Frequenz und Phasenfluktuationen  $\sigma_{\nu}(\tau)$  bzw.  $\sigma_{\Phi}(\tau)$  des HeNe-Lasers bei 3,4  $\mu$ m relativ zu dem 88 THz-Frequenzstandard.

keit, die wie $\tau^{-1/2}$  von der Mittelungszeit abhängt, was dem typischen Verlauf bei weißem Phasenrauschen entspricht.

Die Hälfte der HeNe-Ausgangsleistung, etwa 10 mW, wird für die Erzeugung der 2. Harmonischen in einem AgGaSe<sub>2</sub>-Kristall verwendet, wobei sich eine Leistung von etwa 10 nW bei 1,7  $\mu$ m Wellenlänge erzielen läßt (siehe Kapitel 3.2). Überlagert man diese Leistung mit 1 mW des Farbzentrenlasers, so ergibt sich ein Schwebungssignal mit einem Signal/Rausch-Verhältnis von 40 dB auf einer InGaAs-Photodiode.

#### 4.4 Der phasenstabilisierte Farbzentrenlaser

Die Frequenzverdopplung nach 1,7  $\mu$ m Wellenlänge hat auch zur Folge, daß der Frequenzhub  $\Delta f$  der Regelschwingungen des HeNe-Lasers bei  $f_m=10$  kHz mit verdoppelt wird, sich also der Modulationsindex  $M=\Delta f/f_m$  um den Faktor 2 erhöht. Die Phasenregelung des nachfolgenden Lasers hätte deswegen bei gleicher Regelbandbreite Schwierigkeiten dem frequenzverdoppelten HeNe-Laser mit kleinem Phasenfehler zu folgen. Aus diesem Grund dient dem in Kapitel 2 beschriebenen Farbzentrenlaser, neben der schnellen Piezokeramik, ein elektrooptischer Modulator aus LiNbO<sub>3</sub> mit beidseitiger Antireflexbeschichtung für 1,7  $\mu$ m (Fa. Gsänger, Planegg) innerhalb des Laserresonators als zusätzliches Stellelement für die Phasenregelschleife.

Das Schwebungssignal bei 20 MHz wird nun zur Erhöhung des Fangbereichs elektronisch durch 4 geteilt, in dem Phasen/Frequenzdetektor mit ei-



Abb. 4.10: Die offene Schleifenverstärkung der Phasenregelschleife für den Farbzentrenlaser. Der Piezo arbeitet bis etwa 1 kHz und der elektrooptische Modulator übernimmt die Regelung bis 50 kHz.

nem 5 MHz-Lokaloszillator verglichen und mit der oben beschriebenen Regelung phasensynchronisiert (siehe Abb. 4.10). Die dabei erreichte Regelbandbreite von 50 kHz ist durch akustische Resonanzen des LiNbO<sub>3</sub>-Modulators im Frequenzbereich 50...100 kHz [42] begrenzt. Das phasenstabilisierte Schwebungssignal in Abb. 4.11 zeigt neben den "servo-bumps" bei ±50 kHz noch die zusätzliche Rauschunterdrückung der schnellen Piezokeramik, die im Frequenzbereich 0...1 kHz arbeitet. Mit einem Restphasenfehler von  $\Delta \Phi_{rms} = 0,5$  rad kann der Farbzentrenlaser zuverlässig dem frequenzverdoppelten HeNe-Laser folgen, selbst wenn dessen Regelung durch eine starke äußere Störung einmal ausrastet und anfängt zu schwingen. Als Maß für die restlichen Frequenzschwankungen des Farbzentrenlasers wird deren Standardabweichung  $\sigma_{\nu}(\tau)$ in Abhängigkeit von der Mittelungszeit  $\tau$  berechnet (siehe Abb. 4.12), analog zu dem im letzten Abschnitt beschriebenen Verfahren. Bei der Mittelungszeit 1 s ergibt sich ein Wert von nur  $\sigma_{\nu}(1s) = 0,23$  Hz und die Allan-



Abb. 4.11: Das Schwebungssignal zwischen dem phasenstabilisierten Farbzentrenlaser und dem frequenzverdoppelten HeNe-Laser (Filterbandbreite: 30 Hz, Videobandbreite: 30 Hz, Durchlaufzeit: 500 s).



Abb. 4.12: Die Allan-Standardabweichung der restlichen Frequenz und Phasenfluktuationen  $\sigma_{\nu}(\tau)$  bzw.  $\sigma_{\Phi}(\tau)$  des Farbzentrenlasers bei 1,7  $\mu m$ relativ zu der 2. Harmonischen des leistungsstarken HeNe-Lasers.

Standardabweichung der Phasenschwankungen  $\sigma_{\Phi}(\tau)$  zeigt ebenfalls den typischen Verlauf für weißes Phasenrauschen.

Die zweite Harmonische der Strahlung des Farbzentrenlasers wird in einem LiJO<sub>3</sub>-Kristall erzeugt, wobei sich mit etwa 300 mW der Fundamentalen eine Leistung von 0,4  $\mu$ W bei 850 nm ergibt (siehe Kapitel 3.3). Kollinear überlagert mit etwa 1 mW der Diodenlaserstrahlung ergibt sich ein Schwebungssignal von 40 dB auf einer Silizium PIN-Photodiode.

#### 4.5 Die phasenstabilisierte Laserdiode

Die verwendete Laserdiode ist vom Typ LT-50A (STC, England) mit einer Ausgangsleistung von 50 mW, stabilisiert durch die optische Rückkopplung von einem konfokalen Fabry-Perot-Resonator [43]. Die mechanische Realisierung dieses Aufbaus ist in der Dissertation von R. Wynands ausführlich beschrieben [13]. Zum Schutz des Systems vor Rückreflexen wird ein 60 dB Faraday-Isolator verwendet. Das Schwebungssignal der Laserdiode mit dem frequenzverdoppelten Farbzentrenlaser wird in einem kommerziellen Radiofrequenz-Phasendetektor (RPD-1, Mini Circuits) mit einem Lokaloszillator im Frequenzbereich zwischen 10...100 MHz verglichen. Das Ausgangssignal (1 V<sub>pp</sub>) dieses rein passiven Bauelements gelangt über einen Spannungsteiler auf das Gate



Abb. 4.13: Das Schwebungssignal zwischen dem phasenstabilisierten Diodenlaser in Hollberganordnung und dem frequenzverdoppelten Farbzentrenlaser (Filterbandbreite: 1 kHz, Videobandbreite: 300 Hz, Durchlaufzeit: 30 s).

eines Feldeffekttransistors (BF245B), der parallel zur Laserdiode geschaltet ist und in Abhängigkeit von den anfallenden Phasenschwankungen den Laserstrom und aufgrund der vorhandenen Kopplung auch die Laserfrequenz moduliert. Mit dieser äußerst einfachen Schaltung [44] lassen sich Regelbandbreiten von etwa 1 MHz erreichen (siehe Abb. 4.13), so daß der restliche Phasenfehler auf unter 20 mrad sinkt. Allerdings begrenzt die mechanische Realisierung der optischen Rückkopplung die Zeitspanne zuverlässiger Phasensynchronisation auf höchstens einige Minuten [13]. Aus diesem Grund wurde später das optische Stabilisieren auf ein Fabry-Perot-Interferometer aufgegeben und der Aufbau durch kompakte und bedienungsfreundliche "Gitterlaser" ersetzt (siehe Kapitel 6). Aufgrund der hohen Regelbandbreite können höherfrequente Störungen der Laserfrequenz effizient unterdrückt werden, so daß die restlichen Frequenzfluktuationen relativ zu dem frequenzverdoppelten Farbzentrenlaser bei einer Mittelungszeit von 1 s nur  $\sigma_{\nu}(1s) = 0,02$  Hz betragen (siehe Abb. 4.14). Der etwas ungewöhnliche Kurvenverlauf der Standardabwei-



Abb. 4.14: Die Allan-Standardabweichung der restlichen Frequenz und Phasenfluktuationen  $\sigma_{\nu}(\tau)$  bzw.  $\sigma_{\Phi}(\tau)$  des Diodenlasers bei 850 nm relativ zu dem frequenzverdoppelten Farbzentrenlaser.

chung der Phasenschwankungen deutet an, daß nicht alle Phasenschwankungen gleichmäßig unterdrückt sind. Die 2. Harmonische der Diodenlaserstrahlung wird in einem KNbO<sub>3</sub>-Kristall erzeugt, mit einer Leistung von 7,8  $\mu$ W bei 424 nm, die der violetten Referenzfrequenz für die Wasserstoffmessung zur Verfügung steht [13].

Die Übertragungscharakteristik der gesamten Frequenzkette läßt sich nun bestimmen, indem die restlichen Frequenzschwankungen der einzelnen Transferoszillatoren unter Berücksichtigung des Modulationsindex quadratisch addiert werden. Das Ergebnis in Abb. 4.15 zeigt die Frequenzschwankungen der



Abb. 4.15: Die Allan-Standardabweichung der restlichen Frequenz und Phasenfluktuationen  $\sigma_{\nu}(\tau)$  bzw.  $\sigma_{\Phi}(\tau)$  der phasenstabilisierten Frequenzkette bei 424 nm relativ zu dem 88 THz-Frequenzstandard.

gesamten Frequenzkette bei 424 nm relativ zu dem 88 THz Frequenzstandard, die für  $\tau = 1$  s Mittelungszeit 3,5 Hz betragen, entsprechend  $5 \cdot 10^{-15}$  und für alle  $\tau$  limitiert sind durch die Frequenzschwankungen des leistungsstarken HeNe-Lasers, die bei 424 nm um den Faktor 8 erhöht auftreten. Dieses Ergebnis ist wesentlich besser als die Kurzzeitstabilität des Standards von etwa  $1 \cdot 10^{-13}$  (siehe Abb. 4.6), so daß innerhalb von 1 s die volle Absolutgenauigkeit des 88 THz-Frequenzstandards auf seine 8. Harmonische übertragen werden kann, die mit 707 THz die bisher höchste mit einer Genauigkeit von  $10^{-12}$ synthetisierte Frequenz überhaupt ist.

# Kapitel 5

# Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz

In diesem Kapitel wird nach einer kurzen Darstellung des 1S-2S Spektrometers beschrieben, wie mit der im letzten Abschnitt behandelten phasenkohärenten Frequenzkette die Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz durchgeführt wurde.

#### 5.1 Das 1S-2S Atomstrahlspektrometer

Diese Apparatur ist ausführlich in den Dissertationen von C. Zimmermann [8], R. Kallenbach [9] und F. Schmidt-Kaler [10], sowie in der Referenz [11] dargestellt worden. An dieser Stelle soll nur ein Überblick dieses Teils des komplexen Gesamtexperiments gegeben werden.

Zur Dopplerfreien-Zweiphotonen-Spektroskopie des 1S-2S Übergangs in atomarem Wasserstoff wird ein Farbstofflaser im blauen Spektralbereich bei 486 nm verwendet, der mit einem Radiofrequenz-Seitenbandverfahren [45, 46] auf einen hochstabilen und driftarmen Fabry-Perot-Resonator stabilisiert ist und mit einem akustooptischen Modulator (AOM) relativ zu diesem in der Frequenz verstimmt werden kann (siehe Abb. 5.1). Der Resonator hat eine Finesse von 57000 und besteht aus einem 45 cm langen Zerodurstab mit adhäsiv befestigten Spiegeln in Gyro-Qualität. Er ist zur mechanischen und thermischen Entkopplung von der Laborumgebung an weichen Federn innerhalb einer temperaturstabilisierten Vakuumkammer aufgehängt. Die Strahlung des Farbstofflasers wird in einem externen Überhöhungsresonator in Barium- $\beta$ -Borat (BBO) frequenzverdoppelt und die resultierenden 243 nm in einen linearen UV-Resonator innerhalb einer Vakuumkammer eingekoppelt. Der atomare Wasserstoff entsteht in einer Radiofrequenz-Gasentladung und gelangt über einen Teflonschlauch zu einer mit flüssigem Stickstoff gekühlten Kupfer-Düse,



Abb. 5.1: Schematische Darstellung des Wasserstoffspektrometers.

in der sich durch Stöße mit der kalten Düsenwand die mittlere Geschwindigkeit der Wasserstoffatome auf etwa 1300 m/s reduziert. Der sich ausbildende Atomstrahl wird entlang einer 15 cm langen Strecke in einem Dopplerfreien-Zweiphotonen-Prozeß aus dem 1S-Grundzustand in das metastabile 2S-Niveau angeregt. Am Ende der Anregungsstrecke mischt ein kleines elektrisches Feld den metastabilen 2S-Zustand mit dem spontan zerfallenden 2P-Zustand und die emittierten Lyman- $\alpha$ -Photonen bei 122 nm werden in einem Photomultiplier nachgewiesen.

Die dabei beobachtete Linienform der 1S-2S Resonanz wird durch die Durchflugsverbreiterung und den relativistischen Doppler-Effekt bestimmt, der aufgrund der im bewegten Bezugssystem der Atome langsamer ablaufenden Eigenzeit die Übergangsfrequenz rotverschoben erscheinen läßt. Dieser Effekt macht bei einer Temperatur von T=300K etwa die Hälfte der Linienbreite aus (siehe Abb. 5.2) und verursacht die Rotverschiebung des Linienschwerpunkts um etwa 50 kHz. Die Ursache für die asymmetrische Linienverbreiterung liegt bei den unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Atome während der Wechsel-



Abb. 5.2: Die Linienprofile des 1S-2S Zweiphotonenübergangs, beobachtet an einem gekühlten Atomstrahl bei verschiedenen Temperaturen.

wirkung mit der Stehwelle. Die Abkühlung der Düse mit flüssigem Stickstoff reduziert die mittlere Geschwindigkeit der Atome auf etwa 1300 m/s, so daß sich eine Linienbreite von 35 kHz (FWHM bei 243 nm) und eine relativistische Dopplerverschiebung des Linienmaximums von 24 kHz ergibt. Diese Werte stammen aus der an die Meßpunkte angepaßten theoretischen Linienform, die sowohl die Durchflugsverbreiterung als auch den relativistischen Dopplereffekt unter Annahme einer Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung der Atome berücksichtigt. Bei einer weiteren Abkühlung der Düse auf 8,7 K ist die resulierende Linienbreite von nur 12 kHz durch die endliche Wechselwirkungszeit der langsamen Atome bei dem Durchfliegen der Stehwelle gegeben und mit  $\Delta \nu / \nu = 1 \cdot 10^{-11}$  ist damit der 1S-2S Übergang die am besten aufgelöste Resonanz in atomarem Wasserstoff.

## 5.2 Frequenzmessung des 1S-2S-Übergangs

Die in Kapitel 4 dargestellte phasensynchronisierte Frequenzkette synthetisiert eine violette Referenzfrequenz bei der 8. Harmonischen des HeNe/CH4-Standards mit einer Genauigkeit von  $1,8 \cdot 10^{-12}$ . In diesem Kapitel wird nun beschrieben, wie diese für die Absolutfrequenzmessung des 1S-2S Übergangs eingesetzt wird. Das in Abb. 5.3 dargestellt Schema zeigt den gesamten Versuchsaufbau: Die phasensynchronisierte Frequenzkette auf der linken Seite und das im vorherigen Abschnitt beschriebene Wasserstoff-Spektrometer in der oberen rechten Hälfte. Da nun die 1S-2S Übergangsfrequenz nahe der 28. Harmonischen des HeNe/CH<sub>4</sub>-Standards liegt, arbeitet der blaue Farbstofflaser wegen der Frequenzverdopplung und der Anregung der Wasserstoffatome durch den Zweiphotonen-Prozeß etwa bei der 7. Harmonischen des HeNe/CH<sub>4</sub>. Um nun die Frequenz des blauen Farbstofflasers zu bestimmen, wird die Summenfrequenz mit der Fundamentalen des HeNe/CH<sub>4</sub>-Standards nahe der 8. Harmonischen gebildet (siehe Abb. 5.3 Mitte) und diese mit der violetten Referenzfrequenz auf einer schnellen Photodiode verglichen. Für die Summenfrequenzbildung gelangen etwa 50 mW blaues Licht aus einer 30 m langen Einmoden-Glasfaser von dem Waserstoffspektrometer aus dem benachbarten Labor in das Labor der Frequenzkette. Überlagert mit etwa 10 mW der Fundamentalen werden etwa 180 nW bei 425 nm erzeugt (siehe Kapitel 3.5) und zusammen mit der violetten Referenzfrequenz ergibt sich ein Schwebungssignal von etwa 30 dB auf einer Silizium Avalanche-Photodiode. Der für die Frequenzmessung verwendete kommerzielle Zähler (Advantest TR 5214) benötigt zur fehlerfreien Bestimmung der Nulldurchgänge ein Eingangssignal mit einem Signal/Rausch-Verhältnis von mindestens 45-50 dB. Um das Schwebungssignal dennoch auszählen zu können wurde ein Mitlauffilter ("Tracking-Oszillator") entwickelt, an dessen Ausgang ein phasensynchronisiertes Signal mit beliebig



Abb. 5.3: Der Aufbau zur Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz

hohem Signal/Rausch-Verhältnis ausgegeben wird (siehe Anhang A.2). Das auf diese Art und Weise gefilterte Schwebungssignal wird dann von dem kommerziellen Zähler mit 1 Hz Auflösung gezählt und die Daten zur weiteren Verarbeitung mit einem Laborcomputer aufgezeichnet.

Da die 1S-2S Übergangsfrequenz nicht exakt der 28. Harmonischen des  $CH_4$ -Übergangs entspricht, würde das zu zählende Schwebungssignal bei einer Frequenz von 7 · 300 GHz auftreten. Um diese Differenzfrequenz von  $\Delta f = 2,1$  THz zu überbrücken, werden verschiedene Moden des oben beschriebenen hochstabilen Referenzresonators zwischen 617 THz (486 nm) und

619 THz (484 nm) verwendet. Mit Hilfe eines zweiten hochstabilen Farbstofflasers und eines elektrooptischen Modulators mit einer Modulationsfrequenz von 84 GHz [47], die ebenfalls aus dem Rubidiumstandard abgeleitet wird, konnte der Modenabstand des Resonators bei mehreren Frequenzen zwischen der 7. Harmonischen des HeNe/CH<sub>4</sub> bei 619 THz und einem Viertel der 1S-2S-Übergangsfrequenz bei 617 THz mit einer Genauigkeit von besser als 1 Hz gemessen werden (siehe Abb. 5.4).

Für diese Messung wurden beide Farbstofflaser auf etwa 84 GHz entfernte Moden desselben Resonators stabilisiert, einem der Laser mit dem elektrooptischen Modulator Seitenbänder mit 84 GHz Frequenzabstand aufgeprägt und das Schwebungssignal zwischen einem Seitenband und dem Träger des zwei-



Abb. 5.4: Der Modenabstand des Fabry-Perot-Resonators.

ten Lasers gemessen. Um Übersprechen zwischen den beiden Regelungen durch Mischen des Fehlersignals zu vermeiden, wurden die Referenzstrahlen mit verschiedener Polarisation aus entgegengesetzten Richtungen in den Resonator eingekoppelt. Da beide Laser auf denselben Resonator stabilisiert sind, ist dessen absolute Frequenzfluktuation bei der Messung eines Schwebungssignals vernachlässigbar, so daß dieses Signal, limitiert durch das Rauschen der Frequenzregelungen der Laser, mit eine Breite von 20 Hz aufgelöst werden kann. Da die Summe aus Schwebungs- und Modulationsfrequenz einem ganzzahligen Vielfachen des Modenabstands entspricht und durch die Messung 253 solche Abstände überspannt wurden, konnte der mittlere Modenabstand in diesen 84 GHz mit einer Genauigkeit von 0,4 Hz bestimmt werden. Diese Messung wurde von F. Schmidt-Kaler und D. Leibfried bei verschiedenen Frequenzen durchgeführt (siehe Abb. 5.4) und den erhaltenen Daten nach einem Modell von R. DeVoe für die Abhängigkeit des Modenabstands von der Frequenz [48] ein Polynom 2. Ordnung angepaßt. Das Maximum dieser Ausgleichsfunktion liegt bei 487,5 nm in guter Übereinstimmung mit der Spezifikation der Spiegelsubstrate des Resonators, die für 488 nm Wellenlänge mit besonders streuarmen hochreflektierenden Schichten versehen sind ("Superspiegel"). Bei etwa einem Viertel der 1S-2S Übergangsfrequenz (616,561 THz) war der Modenabstand zum Beispiel  $(332383433, 1 \pm 0, 4)$  Hz, wobei die angegebene Unsicherheit auf eventuelle Verschiebungen des Regelpunktes der Stabilisierung vom Nulldurchgang des dispersiven Fehlersignals zurückzuführen ist. Eine obere Schranke für diesen Fehler läßt sich über das restliche Fehlersignal im stabilisierten Zustand und die Linienbreite des Resonators zu 100 Hz abschätzen, so daß der Fehler des mittleren Modenabstandes 100/253 Hz beträgt.

Für die Überbrückung der Differenzfrequenz von 2,1 THz wird nun zunächst der Farbstofflaser mit Hilfe eines Personal Computers auf die 1S-2S Resonanz stabilisiert. Dazu verstimmt ein akustooptischer Modulator (AOM, siehe Abb. 5.1) mit Hilfe der 1S-2S Zählrate die Laserfrequenz relativ zu einer Mode des Referenzresonators. Da der Resonator aufgrund von restlichen Temperaturschwankungen und Umkristallisationsprozessen in der Zerodurkeramik mit 10-15 Hz/s leicht driftet, wird die Frequenz des AOM nachgeregelt und diese vom Computer gegen die Zeit mitgeschrieben. Anschließend wird der Farbstofflaser um etwa 2,1 THz verstimmt, auf eine Mode nahe der 7. Harmonischen des HeNe/CH<sub>4</sub> stabilisiert und nach der oben erwähnten Summenfrequenzbildung ein niederfrequentes Schwebungssignal mit der violetten Referenzfrequenz beobachtet, das ebenfalls ein PC gegen die Zeit mitschreibt. Diese Prozedur wird einige Male während eines Meßtages wiederholt und die dar-



Abb. 5.5: Driftkurven des Referenzresonators: (a) gegen den Methan-Standard;  $(\tilde{b})$  gegen die Wasserstofflinie.

aus erhaltenen zwei Driftkurven (siehe Abb. 5.5), eine gegen den Wasserstoffund eine gegen den Methan-Standard, mit einem Polynom dritter Ordnung interpoliert und anschließend voneinander abgezogen. Der so gewonnene Frequenzabstand ist bis auf ein ganzzahliges Vielfaches des Modenabstandes gleich der zu zählenden Differenzfrequenz  $\Delta f$ . Aus einer früheren Messung des 1S-2S Energieabstandes [6], der mit einer Unsicherheit von 800 kHz bestimmt wurde, läßt sich die Anzahl n der zur Überbrückung verwendeten Modenabstände von je 332 MHz eindeutig zu n=6372 betimmen. In vier Nächten im April und Mai 1992 wurden insgesamt 14 Messungen durchgeführt. Aus der Verteilung der Meßergebnisse mit einer Standardabweichung von 42,5 kHz ergibt sich nach der Korrektur des relativistischen Dopplereffekts von 24 kHz die  $1S(F=1)\rightarrow 2S(F'=1)$  Übergangsfrequenz zu  $f_{1S-2S}^{F=1} = 2\,466\,061\,102,\,470$  MHz.

#### 5.3Fehlerquellen

Für die Bestimmung der Gesamtunsicherheit des oben angegebenen Meßergebnisses werden die einzelnen Fehlerbeiträge im folgenden in drei Gruppen näher untersucht.

#### Referenzresonator 5.3.1

Der weitaus größte Fehlerbeitrag in diesem Experiment wird durch den Referenzresonator bei der Überbrückung der Differenzfrequenz verursacht. Aufgrund der Unsicherheit von 0,4 Hz bei der Frequenzmessung des Modenabstandes und der Verwendung von 6372 Modenabständen beträgt der damit verbundene Fehler 4 x 6372 Moden x 0,4 Hz/Mode=10,2 kHz bei der 1S-2S-Übergangsfrequenz.

Die Interpolation der Drift des Resonators verursacht die größte Unsicherheit, denn dessen kurzzeitige Frequenzschwankungen lassen sich mit einem steifen Polynom 3. Ordnung nicht wiedergeben. Aufgrund der stochastischen Natur der Schwankungen führen auch Polynome höherer Ordnung oder periodische Modellfunktionen zu keinem besseren Ergebnis. Um das Regelverhalten der Temperaturstabilisierung als Ursache dieser Störungen auszuschließen, wurde eine Messung mit frei driftendem Resonator durchgeführt, wobei sich keine Änderung der kurzzeitigen Fluktuationen beobachten ließ. Deren Ursache ist vermutlich der Umkristallisationsprozeß der Zerodurkeramik und eventuell die Aufheizung der Resonatorspiegel durch absorbierte Laserstrahlung. Aus den gemessenen 14 Paaren von Driftkurven ergeben sich 14 Einzelwerte für die 1S-2S Übergangsfrequenz deren Streuung sich durch die oben erwähnten stochastischen Fluktuationen erklären läßt. Die Verteilung der Meßwerte ist einer Gauß-Verteilung ähnlich und die berechnete Standardabweichung von 42,5 kHz der statistische Fehler (1 $\sigma$ ) des oben angegebenen Mittelwertes  $f_{1S-2S}^{F=1}$ der Einzelmessungen, was einem relativen Fehler von nur  $1, 7 \cdot 10^{-11}$  entspricht.

#### 5.3.2 1S-2S-Spektrometer

Die relativistische Dopplerverschiebung des Linienmaximums bei T=80K läßt sich mit Hilfe der an die Meßpunkte angepaßten theoretischen Linienform mit einer Genauigkeit von 6 kHz bestimmen. Die Stabilisierung des Farbstofflasers auf das Maximum der asymmetrischen Resonanz anhand der 1S-2S Zählrate verursacht einen Fehler von weniger als 5 kHz. Die Unsicherheit aufgrund von elektrischen Streufeldern in der Apparatur läßt sich über die Lebensdauer der Atome im metastabilen 2S-Zustand abschätzen: Da die Lebensdauer des metastabilen 2S-Zustandes drastisch durch elektrische Felder reduziert wird und nach einer Flugzeit von 100  $\mu$ s innnerhalb der sorgfältig abgeschirmten Apparatur noch Atome im metastabilen Zustand nachgewiesen werden können, läßt sich mit 1 V/cm eine obere Schranke angeben, was einer Stark-Verschiebung

HeNe/CH <sub>4</sub> -Reproduzierbarkeit	4,2	
Veränderte Modulationsamplitude		
Gravitationsrotverschiebung		
HeNe/CH4 gesamt		4,5
1S-2S-Linienzentrum	5	
Relativistischer Doppler-Effekt	6	
DC Stark-Verschiebung	1,8	
Sonstige	$\leq 1$	
1S-2S-Spektrometer gesamt		8,1
Interpolation der Resonatordrift		42,5
Modenabstand des Resonators		10,2
Gesamt		44,7

Tab. 5.1: Fehlerangaben in kHz, bezogen auf den 1S-2S-Energieabstand.

des Linienmaximums von maximal 1,8 kHz entspricht [10]. In vergleichbaren Apparaturen wurden Steufelder von weniger als 30 mV/cm gemessen [49], so daß die tatsächlich vorhandenen elektrischen Felder wahrscheinlich wesentlich kleiner sind. Andere systematische Effekte, wie z. B. die Verschiebung durch den AC-Stark-Effekt, den Einfluß von Magnetfeldern und gekrümmten Wellenfronten, sind kleiner als 1 kHz. Die Einzelfehlerbeiträge des 1S-2S Spektrometers ergeben quadratisch aufaddiert 8,1 kHz.

## 5.3.3 HeNe/CH<sub>4</sub>-Standard

Bei der Frequenzkalibrierung des HeNe/CH4-Standards an der PTB in Braunschweig konnte die Absolutfrequenz des Lasers relativ zu der Cs-Atomuhr gemessen werden. Dabei ergab sich unter Berücksichtigung der verschiedenen Modulationsamplituden eine Reproduzierbarkeit von 160 Hz, wie bereits in Kapitel 4.2 beschrieben. Systematische Verschiebungen der Laserfrequenz von 2,4 kHz/mT [50] werden durch Magnetfelder am Ort der Methan-Zelle verursacht, wenn zirkular polarisiertes Licht  $\Delta M = \pm 1$  Übergänge induzieren würde. Die zirkular polarisierten Komponenten sind durch Brewster-Fenster innerhalb des Laser-Resonators allerdings stark unterdrückt, so daß das am Ort der Zelle gemessene Magnetfeld von weniger als 1 mT lediglich eine Zeemann-Verbreiterung des "Lamb-peaks" verursachen würde. Da sich Braunschweig und Garching auf unterschiedlicher Meereshöhe und damit in unterschiedlichem Gravitationspotential der Erde befinden, ist die Frequenz des HeNe/CH<sub>4</sub> in Garching etwa 4 Hz niedriger als bei der Kalibration in Braunschweig. Die Gesamtunsicherheit des Frequenzstandards entspricht 4,5 kHz bei der 1S-2S-Übergangsfrequenz. Die Summe aller Fehlerbeiträge zur Absolutfrequenzmessung des 1S-2S Übergangs ist 44,7 kHz, wie in Tabelle 5.1 gezeigt. In der Literatur wird üblicherweise die Zentroidfrequenz angegeben, bei der die Hyperfeinstrukturaufspaltung des 1S-Grundzustandes und des metastabilen 2S-Zustandes rechnerisch beseitigt wird. Mit den sehr genauen Radiofrequenzmessungen dieser Aufspaltungen berechnet sich die Zentroidfrequenz zu

 $f_{1S-2S}^{Zentroid} = 2\,466\,061\,413, 182\,(45)\,MHz$ .

Dieses Ergebnis [51] ist um den Faktor 18 genauer als der beste Wert der früheren Messungen [5, 52, 6], die in Abb. 5.6 zum Vergleich dargestellt sind. Auf



Abb. 5.6: Messungen der 1S-2S Zentroidfrequenz im Vergleich.

die Abweichung der früheren Messungen von dem oben angegebenen Meßergebnis wird zusammen mit dem Ergebnis für die Rydbergkonstante am Ende des nächsten Kapitels eingegangen.

#### 5.4 Bestimmung der Rydberg-Konstante

Aus der Absolutfrequenzmessung des 1S-2S Übergangs läßt sich nun durch den Vergleich mit der Theorie die Rydberg-Konstante bestimmen. Die Energie der einzelnen atomaren Zustände setzt sich theoretisch aus vier Anteilen zusammen:

$$E(n, L, J, I, F) = E_{DC}(n, J) + E_{RM}(n, J) + E_{LS}(n, L, J) + E_{HFS}(n, L, J, I, F),$$

wobei n die Hauptquantenzahl, L den Bahndrehimpuls der Elektronen, J den Gesamtdrehimpuls der Elektronen, I den Kernspin und F den atomaren Gesamtdrehimpuls bezeichnet. Der größte Beitrag  $E_{DC}$ , der Dirac-Coulomb Term, beschreibt im Rahmen der relativistischen Dirac-Theorie die Gesamtenergie der Elektronen aufgrund deren Wechselwirkung mit dem Coulomb-Potential eines unendlich schweren Kerns. Die anderen Beiträge sind Korrekturen zur Berücksichtigung der endlichen Kernmasse  $E_{RM}$ , der zusätzlichen Effekte der Quantenelektrodynamik, die in der Lamb-Verschiebung  $E_{LS}$  zusammengefaßt sind und der Hyperfeinstruktur-Aufspaltung  $E_{HFS}$  aufgrund der Wechselwirkung des Elektronen-Gesamtdrehimpulses mit dem Kern-Spin. Die Summe der ersten beiden Terme ist dabei durch den folgenden Ausdruck gegeben (in Frequenzeinheiten):

$$E(n,J) = R_{\infty} \frac{-2cZ^2}{N(N+n+\gamma-k)} \left( 1 - \frac{1}{1+\mu} \left( 1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu}\right)^2 \frac{(Z\alpha)^2}{4n^2} \right) \right)$$
  
=:  $R_{\infty} \cdot e(n,J)$ .

wobel 
$$k = J + 1/2$$
,  
 $\gamma = \sqrt{k^2 - (Z\alpha)^2}$ ,  
 $N = \sqrt{n^2 - 2(n - k)(k - \gamma)}$ ,  
 $\mu = m_p/m_e = 1836, 152701 (37)$ ,  
 $\alpha = 1/137, 0359895 (61)$ ,

der direkt mit der Rydberg-Konstante für unendlich schweren Kern  $R_\infty$  =  $m_e e^4/(8\epsilon_0^2 h^3 c)$  skaliert. Der einfachste Weg für die Bestimmung der Rydberg-Konstante wäre nun das Meßergebnis  $f_{1S-2S}^{F=1}$  um die Hyperfein-Aufspaltung und Lamb-Verschiebung der 1S- und 2S-Niveaus zu korrigieren und das Ergebnis  $f_{1S-2S}^{Dirac}$  (siehe Abb. 5.7) mit der oben angegebenen Formel zu vergleichen:  $f_{1S-2S}^{Dirac} = R_{\infty} \cdot (e(2,1/2) - e(1,1/2))$ . Da bei der Bestimmung der 1S-Lamb Verschiebung  $L_{1S}$  [53, 54] auch die 2S-Lamb Verschiebung  $L_{2S}$  eingeht, würde der Fehler von  $L_{2S}$  zu oft berücksichtigt und damit der Fehler von  $R_{\infty}$  um 10 % erhöht. Die bessere Methode der Auswertung ist den Vergleich mit der Theorie über den 2S-4S-Niveauabstand durchzuführen. In einer unabhängigen Messung [53, 54] wurde die Differenz  $\Delta f_L(2S,4S) := f_{2S-4S}^{F=1} - f_{1S-2S}^{F=1}/4$  bestimmt, so daß mit der Frequenzmessung von  $f_{1S-2S}^{F=1}$  auch der absolute Wert von  $f_{2S-4S}^{F=1}$ bekannt ist. Von  $f_{2S-4S}^{F=1}$  wird dann zur Berechnung der Zentroidfrequenz ein Viertel der Differenz der Hyperfein-Aufspaltung der 4S und 2S Niveaus abgezogen (wegen der dreifachen Entartung der F=1 Niveaus) und dann die Lamb-Verschiebung eliminiert, indem der sehr genau bekannte Wert  $f_{2S-2P}$ für die 2S-2P Aufspaltung addiert und die Beträge der Lamb-Verschiebung der 2P- und 4S-Niveaus  $L_{2P}$  bzw.  $L_{4S}$  subtrahiert werden. Die für diese Um-



Abb. 5.7: Schema der für die Bestimmung der Rydberg-Konstante relevanten Niveaus des atomaren Wasserstoffs (nicht maßstäblich).

rechnung verwendeten Werte sind experimentell ermittelte Literaturwerte und in Tabelle 5.2 zusammengefaßt. Durch den Vergleich mit dem theoretischen Wert für die 2S-4S Übergangsfrequenz ergibt sich die folgende Gleichung für die Berechnng der Rydberg-Konstante:

$$R_{\infty} = \frac{\frac{1}{4}f_{1S-2S}^{F=1} + \Delta f_L(2S, 4S) + f_{2S-2P} - L_{4S} + L_{2P} - \frac{1}{4}hfs(4S) + \frac{1}{4}hfs(2S)}{e(4, 1/2) - e(2, 1/2)}$$

Aus der Vergleichsmessung von  $f_{2S-4D}^{F=1}$  und  $f_{1S-2S}^{F=1}/4$  [53, 54] kann ein weiterer Wert für  $R_{\infty}$  berechnet werden. Nach einer Mittelung der Ergebnisse unter getrennter Berücksichtigung der systematischen und statistischen Fehler erhält man für die Rydberg-Konstante:

$$R_{\infty}(H) = 109737,3156841(46) \ cm^{-1}.$$

Größe	Wert	Fehler
$\Delta f_L$ (2S,4S)	4836,157 MHz	0,022 MHz statistisch,
		0,00989 MHz systematisch
$\Delta f_L$ (2S,4D)	6523,653 MHz	0,022 MHz statistisch,
		0,00989 MHz systematisch
$L_{4S}$	131,678105 MHz	0,001 MHz
$L_{4D}$	0,536406 MHz	0,001 MHz
$f_{2S-2P}$	1057,845 MHz	0,009 MHz
$L_{2P}$	-12,83538 MHz	0,002 MHz
hfs(4S)/4	5,548460 MHz	0,0003 MHz
hfs(4D)/4	0,222 MHz	0 MHz (unbekannt)
hfs(2S)/4	44,389215 MHz	0,00005/4 MHz
e(4,1/2)	-18727032,250303 m/s	$2,054 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
e(4,5/2)	-18726866,040998 m/s	$2,054 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
e(2,1/2)	-74908565,406779 m/s	8,216·10 <sup>-4</sup> m/s

Tab. 5.2:Zahlenwerte für die Bestimmung der Rydbergkonstante aus der 1S-<br/>2S Frequenz des Wasserstoffatoms.

Aus der 1S-2S Absolutfrequenzmesung in Wasserstoff läßt sich unter Verwendung einer Vergleichsmessung der 1S-2S Übergangsfrequenzen von Wasserstoff und Deuterium  $\Delta f_{1S-2S}(H,D)$  [55] auch eine 1S-2S Absolutfrequenz in Deuterium bestimmen.

Analog zu dem oben beschriebenen Verfahren berechnet sich daraus mit den Werten aus der Tabelle 5.3 die Deuterium-Rydberg-Konstante zu:

$$R_{\infty}(D) = 109737, 3156865(88) \ cm^{-1}.$$

Bei der Berechnung der Zentroid-Frequenz ist zu beachten, daß aufgrund der zweifachen Entartung der F=3/2-Niveaus in Deuterium nur ein Drittel der Hyperfein-Aufspaltung korrigiert werden muß. Der gewichtete Mittelwert von  $R_{\infty}(H)$  und  $R_{\infty}(D)$  liefert schließlich:

$$R_{\infty} = 109737, 3156846(41) \ cm^{-1},$$

62

#### 5.4. BESTIMMUNG DER RYDBERG-KONSTANTE

Größe	Wert	Fehler
$\Delta f_L (2S, 4S)$	4813,607 MHz	0,065 MHz statistisch,
	•	0,0355 MHz systematisch
$\Delta f_L$ (2S,4D)	6505,138 MHz	0,040 MHz statistisch,
		0,0089 MHz systematisch
$\Delta f_{1S-2S}(H,D)$	671209,5626 MHz	0,022 MHz
$L_{4S}$	131,8525 MHz	0,0014 MHz
$L_{4D}$	$0,5370~\mathrm{MHz}$	0,0001 MHz
$f_{2S-2P}$	1059,2493 MHz	0,0122 MHz (Theorie)
L <sub>2P</sub>	-12,8343 MHz	0,002 MHz
hfs(4S)/3	1,7051 MHz	0,0004 MHz
hfs(4D)/3	0,0682 MHz	0 MHz (unbekannt)
hfs(2S)/3	13,641480 MHz	0,0000066 MHz
e(4,1/2)	-18732127,856078 m/s	1,039·10 <sup>-4</sup> m/s
e(4,5/2)	-18731961,601409 m/s	1,039·10 <sup>-4</sup> m/s
e(2,1/2)	-74928947,897804 m/s	$4,157 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$

Tab. 5.3:Zahlenwerte für die Bestimmung der Rydbergkonstante aus der 1S-<br/>2S Frequenz von Deuterium.

mit einer Unsicherheit  $\Delta R_{\infty}/R_{\infty} = 3,7 \cdot 10^{-11}$ . Diese Unsicherheit ist nicht mehr durch die Genauigkeit der Absolutfrequenz-Messung begrenzt, sondern durch  $\Delta f_L$  dominiert, dem experimentellen Fehler bei der Bestimmung der 1S-Lamb-Verschiebung. Die Unsicherheit in der experimentellen Bestimmung der Massenverhältnisse  $m_p/m_e$  und  $m_d/m_e$  liefern einen Fehlerbeitrag von  $1,1\cdot 10^{-11}$  bzw.  $5,5\cdot 10^{-12}$ . Das Ergebnis für  $R_{\infty}$  ist um den Faktor 4,4 genauer als der damals beste Wert von Biraben *et al.* [56], der allerdings um zwei Standardabweichungen von dem oben angegebenen Wert abweicht. Diese Diskrepanz läßt sich mit einer falsch kalibrierten Frequenz des Jod-stabilisierten HeNe-Lasers erklären, der bei der Messung von Biraben *et al.* als Frequenzstandard zugrunde lag. In der 1983 publizierten Eichung des HeNe/J<sub>2</sub> [7] wurde ein Methan-stabilisierter HeNe-Laser als Frequenzstandard verwendet, dessen Absolutfrequenz nicht direkt gemessen wurde, sondern sich aus einem Mittelwert der damals veröffentlichten Frequenzwerte ergab. Dieser Mittelwert weicht um 9 kHz von dem heute akzeptierten Wert ab, der in direkten Messungen mit phasenstabilisierten Frequenzketten [57, 58, 59] bestimmt wurde. Im Juli 1992 wurde am Laboratoire Primaire du Temps et Frequences in Paris eine neue Messung der HeNe/J<sub>2</sub>-Frequenz relativ zu OsO<sub>4</sub>-stabilisierten CO<sub>2</sub>-Lasern durchgeführt [60], die zusammen mit einer neuen Messung der 2S-8S und 2S-8D Energieabstände einen Wert für die Rydberg-Konstante ergibt  $R_{\infty}^{Paris92} = 109737,3156830(31) cm^{-1}$  [61], der das oben angegebene Ergebnis für  $R_{\infty}$  völlig bestätigt (siehe Abb. 5.8). Aufgrund dieser Übereinstimmung ist



Abb. 5.8: Messungen der Rydberg-Konstante im Vergleich.

die 1S-2S Messung indirekt eine Bestätigung der Kalibrierung des HeNe/J<sub>2</sub> und hat somit indirekt einen Einfluß auf die Realisierung des Meters, denn wegen dieser bisher einzigen Bestätigung hat das *Comite Consulativ pour la Definition du Metre* (CCDM) beschlossen, den neuen Frequenzwert des HeNe/J<sub>2</sub> in die Empfehlungen zur Realisierung des Meters aufzunehmen [62].

Aus der 1S-2S Frequenzmessung läßt sich umgekehrt mit dieser etwas ge-

naueren Rydberg-Konstante ein neuer Wert für die 1S Lamb-Verschiebung berechnen. Das Ergebnis

$$L_{1S} = 8\,172, 818\,(88)\,MHz$$

ist die zur Zeit genaueste Bestimmung dieses QED-Effektes und in sehr guter Übereinstimmung mit der früheren Messung von M. Weitz *et al.* [53, 54].

Bei den früheren interferometrischen Messungen des 1S-2S Energieabstandes (siehe Abb. 5.6) wurde als Wellenlängen-Standard eine Resonanz des <sup>130</sup>*Te*-Moleküls verwendet. Die Kalibrierung des Tellur-Spektrums [63] erfolgte mit einem HeNe/J<sub>2</sub>-Laser, so daß mit der neuen Messung der HeNe/J<sub>2</sub>-Frequenz die Tellur-Referenzen und damit auch die früheren Messungen der 1S-2S Energieabstände korrigiert werden müssen. Mit dieser Korrektur sind die früheren Messungen auch in Übereinstimmung mit dem oben angegebenen Wert der 1S-2S Übergangsfrequenz.

# Kapitel 6

# **Optische Teilerstufen**

Das direkte Zählen von Lichtfrequenzen mit typ. 1000 THz ist mit den um mindestens 6 Größenordnungen zu langsamen elektronischen Methoden nicht möglich. Daher wird im Rahmen der optischen Frequenz-Metrologie für die Absolutfrequenzmessung zunächst eine Frequenz in der Nähe der zu zählenden Lichtfrequenz synthetisiert und dann die verbleibende Differenzfrequenz gezählt. Da optische Frequenzstandards, wie z. B. der Methan-stalilisierte HeNe-Laser bei 3,4  $\mu$ m und der Jod-stabilisierte HeNe-Laser bei 633 nm, nur bei wenigen festen Frequenzen im Spektrum existieren, ist die verbleibende Differenzfrequenz häufig noch viel zu hoch um direkt mit gängiger Mikrowellentechnik, die bis etwa 100 GHz arbeitet, gezählt werden zu können. Bei der im letzten Kapitel beschriebenen 1S-2S-Messung wurde deshalb die verbleibende Differenzfrequenz  $\Delta f = 2,1$  THz mit Hilfe verschiedener Moden eines hochstabilen Fabry-Perot-Resonators bei 486 nm überbrückt. Allerdings verursachte diese Methode den weitaus größten Fehlerbeitrag und reduzierte damit die Genauigkeit um eine Größenordnung von 1,8  $\cdot$  10<sup>-12</sup> auf 1,8  $\cdot$  10<sup>-11</sup>. Zur Uberbrückung von beliebig großen Frequenzabständen mit voller Genauigkeit wurde 1988 von McIntyre und Hänsch das Konzept der optischen Teilerstufen vorgeschlagen [14]. Das Funktionsprinzip basiert auf der Intervallschachtelung, bei der das zu zählende Frequenzintervall solange halbiert wird, bis dieses mit herkömmlichen Methoden gezählt werden kann.

### 6.1 Funktionsprinzip

Der erste Schritt, die Halbierung des Frequenzabstandes  $\Delta f$  von Laser 1 und Laser 2, ist in Abb. 6.1 schematisch dargestellt. Die in einem nichtlinearen optischen Prozeß erzeugte Summenfrequenz  $f_1 + f_2$  wird auf einer Photodi-


Abb. 6.1: Schematische Darstellung einer optischen Teilerstufe.

ode mit der frequenzverdoppelten Strahlung  $2f_3$  von Laser 3 überlagert und das resultierende Schwebungssignal für die Phasenstabilisierung von Laser 3 verwendet, so daß  $2f_3 = f_1 + f_2$  bzw.

$$f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2} \,.$$

Laser 3 läuft somit auf der exakten Mittenfrequenz von Laser 1 und Laser 2 und halbiert das Frequenzintervall  $\Delta f$ . Ist dieses Intervall noch zu groß für das direkte Zählen, so kann prinzipiell die Differenzfrequenz mit einem vierten Laser weiter geteilt werden, so daß diese nach n Schritten nur noch  $\Delta f/2^n$  beträgt. Für die Realisierung der Teilerstufen ist der Frequenzbereich im nahen Infraroten vorzuziehen, denn dort gibt es die kompakten, preiswerten und abstimmbaren Laserdioden.

In einem ersten Versuch am MPI für Quantenoptik konnten Telle *et al.* 1989 zwei Diodenlaser unter Verwendung eines gemeinsamen nichtlinearen Mischprodukts aufeinander phasenstabilisieren [64]. Zur Unterdrückung des Schawlow-Townes-Rauschens waren beide Laser auf ein konfokales Etalon vorstabilisiert. Die kollimierten Laserstrahlen wurden dazu in einen KNbO<sub>3</sub>-Kristall fokussiert und das Schwebungssignal zwischen den gleichzeitig erzeugten zweiten Harmonischen und der Summenfrequenz phasenstabilisiert. R. Wynands gelang es dann im Rahmen seiner Dissertation 1992 die zweite Harmonische eines weiteren Diodenlasers über Minuten auf die Summenfrequenz der beiden anderen Laser zu stabilisieren [13]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde bei Verwendung von gitterstabilisierten Diodenlasern und einer neu entwickelten Phasenregelung zum ersten Mal eine zuverlässig arbeitende Teilerstufe aufgebaut. Darüber hinaus wurde mit zwei gleichzeitig laufenden Teilerstufen ein Frequenzintervall phasensynchron durch vier geteilt und damit das Prinzip der Intervallschachtelung experimentell realisiert.

## 6.2 Die gitterstabilisierten Diodenlaser

Zur spektralen Einengung der Linienbreite von Diodenlasern sind verschiedene Verfahren entwickelt worden. Besonders weit verbreitet ist die von Hollberg et al. entwickelte Metode, die zur Selbststabilisierung die optische Rückkopplung aus einem passiven externen Resonator verwendet [43]. Seit kurzer Zeit werden auch zunehmend Beugungsgitter zur Stabilisierung eingesetzt [65, 66, 67]. Der besonders kompakte Aufbau der in dieser Arbeit verwendeten gitterstabilisierten Diodenlaser geht auf T. W. Hänsch und A. Hemmerich zurück und ist in Abb. 6.2 schematisch dargestellt. Ein Reflexionsgitter wird von einem kollimierten Laserstrahl beleuchtet, der Reflex in 0. Ordnung spiegelnd ausgekoppelt und die 1. Ordnung zur optischen Selbststabilisierung zurück in die Laserdiode gebeugt. Die Stellung des Gitters bestimmt dabei welcher Wellenlängenbereich zurück in die Facette der Laserdiode gelangt und erlaubt damit die Selektion einer einzigen longitudinalen Mode des Diodenlasers. Aufgrund der kompakten Ausführung findet der gesamte Aufbau auf einem großflächigen Peltier-Element Platz, so daß eine Temperaturstabilisierung der Laserdiode zusätzlich den Abstand Diodenlaser-Reflexionsgitter konstant hält.

Die verwendete Laserdiode vom Typ STC-LT50A-03U (STC, England) ist auf der Rückseite mit R=95 % verspiegelt und besitzt eine Antireflex-Beschichtung auf der Vorderseite mit einer Restreflektivität von R $\sim$ 5 %. Die



Abb. 6.2: Aufbau des Diodenlasers mit optischer Rückkopplung von einem Beugungsgitter.

Laserschwelle des freilaufenden Lasers liegt bei 34 mA und die maximale Ausgangsleistung ist mit 100 mW bei etwa 180 mA spezifiziert. Da ab einem Injektionsstrom von etwa 100 mA Fehlstellen auf der Laseraustrittsfacette entstehen, die durch erhöhte ohmsche Wärmeverluste den Laser weiter zerstören, ist die Ausgangsleistung des freilaufenden Lasers im täglichen Betrieb auf maximal 45 mW begrenzt. Der beugungsbegrenzte Laserstrahl mit einer Winkeldivergenz von 8°x26° wird mit einer Linse (Melles-Griot 06GLC009, numerische Apertur 0,45) kollimiert und diese nach der Justage mit Hilfe eines x-y-Verschiebetisches mit einem unter Licht aushärtenden und nicht schrumpfendem Kleber (Helio Bond, Vivadent, Liechtenstein) fixiert. Der kollimierte Strahl gelangt dann auf ein holographisches Beugungsgitter mit 1800 Strichen/mm (Carl Zeiss, Jena), wobei die lange Achse des elliptischen Strahlprofils senkrecht zu den Gitterlinien verlaufen sollte, um eine möglichst hohe Wellenlängenselektivität zu erreichen. Der Reflex 1. Ordnung enthält etwa 20 % der einfallenden Intensität und wird mit der in Abb. 6.2 eingezeichneten Justierschraube so eingestellt, daß er direkt in die Austritts-Facette gelangt. Für die Optimierung dieser sehr kritischen Justage wird die Laserschwelle minimiert und dabei mit einem Fabry-Perot-Resonator das emittierte Spektrum beobachtet. Nach diesem Vorgang liegt die Laserschwelle bei typ. 28 mA und



Abb. 6.3: Die Ausgangsleistung des gitterstabilisierten Diodenlasers in Abhängigkeit vom Laserstrom.

die Ausgangsleistung verläuft wie in Abb. 6.3 dargestellt. Um den Gitterlaser auf eine bestimmte Frequenz einzustellen wird zunächst mit der Feingewinde-Schraube durch Drehen des Gitters eine einzelne longitudinale Mode des Laser-Chips in Schritten von 80 GHz ausgewählt. Mit einer kleinen Änderung des Laserstroms oder der Temperatur ändert sich der Brechungsindex des Laser-Chips und folglich die Laserfrequenz. Dies geschieht aufgrund der Kopplung des Resonators zwischen den Laser-Facetten und dem externen Resonator zwischen der Austritts-Facette und dem Reflexionsgitter in Sprüngen von 8 GHz, dem Modenabstand des äußeren Resonators. Schließlich erlaubt eine Piezokeramik am Ende der Feingewinde-Schraube (nicht in Abb. 6.2 dargestellt) das Reflexionsgitter etwas in Richtung der Laserdiode zu schieben und die damit verbundene Anderung des Modenabstandes vom äußeren Resonator ermöglicht die kontinuierliche Abstimmung der Laserfrequenz über typ. 8 GHz ohne daß ein Modensprung auftritt. Mit einem unmittelbar an der Laserdiode befestigten Temperatursensor (AD590) und einer Regelung läßt sich die Temperatur des Diodenlaser-Aufbaus auf 1 mK konstant halten. Damit läßt sich die Fre-

#### 6.3. PHASENSTABILISIERUNG DER GITTERLASER

quenzdrift des Lasers während eines Tages auf unter 100 MHz reduzieren, so daß ein stabiler Betrieb ohne Modensprung gewährleistet ist. Die Finesse des externen Resonators ist wegen der hohen Auskopplung über das Reflexionsgitter sehr klein und deshalb auch die spektrale Einengung des Gitterlasers nicht so gut wie bei der Hollberg-Anordnung. Aufgrund von akustischen Störungen mit großem Frequenzhub, die über den externen Resonator ankoppeln, ergibt sich eine Linienbreite von typ. 3 MHz für einen Gitterlaser, wie das



Abb. 6.4: Schwebungssignal zwischen zwei freilaufenden Gitterlasern (Filterbandbreite: 100 kHz, Videobandbreite: 100 kHz, Durchlaufzeit: 30 ms).

Schwebungssignal zwischen zwei Gitterlasern in Abb. 6.4 erkennen läßt. Die gegenüber den Hollberg-Lasern erhöhte Linienbreite ist ein Nachteil der Gitterlaser, der sich aber durch einen erhöhten Aufwand bei der Stabilisierung wieder ausgleichen läßt.

#### 6.3 Phasenstabilisierung der Gitterlaser

Für die Phasenstabilisierung von Diodenlasern ist der Laserstrom ein ideales Stellelement, denn die Laserfrequenz folgt einer Modulation des Laserstroms bis zu Modulations-Frequenzen von einigen GHz. Eine Regelung, die den Laserstrom als Stellelement verwendet, könnte also beliebig schnell arbeiten, wenn nicht zusätzlich Verzögerungen wie z. B. die Laufzeit der Laserstrahlung zum Photodetektor oder elektronische Laufzeiten in Verstärkern und Kabelverbindungen auftreten würden. Dieser Laufzeiteffekt begrenzt den Frequenzbereich in dem Störungen ausgeregelt werden können (Regelbandbreite), denn das Regelsignal erfährt eine Phasendrehung, die nicht zu groß werden darf, weil das System sonst instabil wird und anfängt zu schwingen. Aus diesem Grund ist es notwendig den Aufbau so auszulegen, daß die optischen und elektronischen Strecken des Regelkreises so kurz wie möglich ausfallen. Bei dem Aufbau



Abb. 6.5: Schaltung zur Phasenstabilisierung der Gitterlaser.

zur Phasenstabilisierung von Gitterlasern konnte so die Laufzeit auf weniger als 20 ns reduziert werden. Da bei einer Phasenregelschleife die Phase des Regelsignals theoretisch um höchstens 25° gedreht werden darf [37], berechnet sich die maximal erreichbare Regelbandbreite bei einer Verzögerung von 20 ns zu  $f_{RB} = 2,2$  MHz [37]. Mit der Phasenregelung von Telle und Li [44], die auch für die Stabilisierung der Hollberg-Laser eingesetzt wurde, konnte eine maximale Regelbandbreite von 1,9 MHz erreicht werden, was sich als nicht ausreichend für die Phasenstabilisierung von Gitterlasern herausstellte. Daraufhin wurde eine Schaltung entwickelt, die am Ende sehr einfach ausgefallen ist (siehe Abb. 6.5) und die mit der Hilfe einer Phasenkompensationszelle und der kapazitiven Ankopplung an die Laserdiode eine Regelbandbreite von mehr als 10 MHz ermöglicht. Die Phasenkompensation erfolgt mit dem parallelen RC-Glied, das im eingeschwungenen Zustand der Regelung im Frequenzbereich bis 10 MHz die Phasendrehung aufgrund der Laufzeit weitgehend beseitigt. Zur Korrektur der langsamen Drift der Laserfrequenz wird das Fehlersignal am Ausgang Gitter (siehe Abb. 6.5) mit einer zusätzlichen Elektronik integriert und der Piezokeramik hinter dem Reflexionsgitter zugeführt.

In Abb. 6.6 ist ein mit dieser Schaltung phasenstabilisiertes Schwebungssignal zwischen zwei Gitterlasern bei 850 nm zu sehen, wobei zur Detektion des Schwebungssignals eine gewöhnliche Silizium PIN-Photodiode verwendet wurde. Der Frequenzabstand der Laser entspricht wegen der heterodynen Phasenstabilisierung (siehe Kapitel 4.1) exakt der Lokaloszillator-Frequenz, die in dem dargestellten Fall 50 MHz war. Die Frequenz der Regelschwingungen sind



Abb. 6.6: Phasensynchronisiertes Schwebungssignal zwischen zwei Gitterlasern bei 850 nm (Filterbandbreite: 10 Hz, Videobandbreite: 10 Hz, Durchlaufzeit: 1000 s).

an dem leicht erhöhten Rauschpegel bei etwa  $\pm 6$  MHz zu erkennen ("servobumps") und der im schmalen Träger des Schwebungssignals enthaltene Anteil der Laserleistung  $\eta$  ist größer als 99 %, wie sich aus dem Restphasenfehler  $\Delta \Phi_{rms} = 1^{\circ}$  mit  $\eta = exp(-(\Delta \Phi_{rms})^2)$  [68] abschätzen läßt.

Für die Anwendung in einer optischen Teilerstufe müssen allerdings die nichtlinearen optischen Produkte stabilisiert werden. Da bei der Frequenzverdopplung eines Lasers der Frequenzhub  $\Delta f$  einer Störung mit der Modulationsfrequenz  $f_m$  auch verdoppelt wird, erhöht sich der Modulationsindex  $M := \Delta f / f_m$  um den Faktor 2. Dies hat zur Folge, daß ein Schwebungssignal zwischen zwei frequenzverdoppelten Lasern im Vergleich zu dem entsprechenden Schwebungssignal der Fundamentalen um den Faktor 4 breiter ist und sich die gemessenen Phasenexkursionen ebenfalls um den Faktor 4 erhöhen. Bei den ohnehin nicht ganz einfach zu stabilisierenden Gitterlasern stellt dies eine zusätzliche Schwierigkeit dar, denn aufgrund des begrenzten Phasendetektor-Bereichs von  $\pm 90^{\circ}$  (RPD-1) verringert sich damit der Fangbereich der Regelschleife. Hier stellt sich natürlich die Frage, ob nicht der digitale Phasen-Frequenz-Detektor eingesetzt werden kann, der im Prinzip über einen beliebig großen Phasendetektionsbereich verfügt (siehe Kapitel 4.1 und Anhang A.3). Dies wurde experimentell auch versucht, aber es zeigte sich dabei sehr schnell, daß die zusätzliche Schleifenverzögerung die erreichbare Regelbandbreite auf ein nicht akzeptables Maß reduziert. Die Schaltung in Abb. 6.5 konnte jedoch



Abb. 6.7: Experimenteller Aufbau zur Phasenstabilisierung zweier Gitterlaser über deren nichtlineare optische Mischprodukte.

durch die geeignete Anpassung der Phasenkompensation und der kapazitiven Ankopplung soweit optimiert werden, daß sich auch die Schwebungssignale der nichtlinearen optischen Mischprodukte zuverlässig phasenstabilisieren lassen. Der experimentelle Aufbau für eine solche Stabilisierung ist schematisch in Abb. 6.7 dargestellt. Die Strahlung von zwei Gitterlasern im Frequenzabstand von 50 MHz wird mit einem 50 % Strahlteiler überlagert und in einen KNbO<sub>3</sub>-Kristall fokussiert, der gleichzeitig die Summenfrequenz der Laser und deren zweite Harmonische produziert (siehe Kapitel 3.4). Zum Schutz der Gitterlaser vor eventuell vorhandenen Rückreflexen des KNbO<sub>3</sub>-Kristalls werden, wie auch in den folgenden Experimenten, optische Isolatoren mit 60 dB Dämpfung verwendet. Die schwachen nichtlinearen optischen Mischprodukte mit einer Leistung von typ. 2  $\mu$ W werden dann mit einem dichroitischen Spiegel von den Fundamentalen getrennt und mit einer f = 10 mm Linse auf eine mit etwa 130 V vorgespannte Avalanche-Photodiode (PD1002, Mitsubishi) fokussiert. Das resultierende niederfrequente Schwebungssignal zwischen der Summenfrequenz und den zweiten Harmonischen kann mit der Avalanche-Photodiode schrotrauschbegrenzt detektiert werden, denn aufgrund der hohen intrinsischen Verstärkung der Diode wird das Signal abhängig von der Vorspannung um den Faktor m erhöht (m~ 50...200), während das elektronische Rauschen lediglich mit m<sup>0,25</sup> ansteigt. In Abb. 6.8 ist das phasenstabilisierte



Abb. 6.8: Phasensynchronisiertes Schwebungssignal zwischen zwei frequenzverdoppelten Gitterlasern bei 425 nm (Filterbandbreite: 10 Hz, Videobandbreite: 10 Hz, Durchlaufzeit: 1000 s).

Schwebungssignal bei 425 nm zu sehen. Es wurde mit der vollen Auflösung des verwendeten Spektrum-Analysators (System HP 7000) während einer Meßzeit von 16 min aufgezeichnet. Die Stabilisierung arbeitet zuverlässig ohne den Verlust an Zyklen und wurde bei einem Testlauf nach einer Stunde fehlerfreien Betriebs ausgeschaltet. Damit sind die Voraussetzungen für die Realisierung optischer Teilerstufen geschaffen, auf die im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird.

## 6.4 Realisierung optischer Teilerstufen

Für die experimentelle Realisierung von zunächst einer optischen Teilerstufe zur Halbierung eines Frequenzintervalls wird dem oben beschriebenen Schema ein weiterer Gitterlaser hinzugefügt und in dem KNbO<sub>3</sub>-Kristall die Summenfrequenz von zwei Lasern zusammen mit der zweiten Harmonischen des dritten Lasers erzeugt (siehe Abb. 6.9). Da der Frequenzabstand bei einer Teiler-



Abb. 6.9: Experimentelle Realisierung einer optischen Teilerstufe.

stufe im allgemeinen wesentlich größer ist als bei dem im letzten Abschnitt dargestellten Fall, wird im folgenden untersucht für welche Frequenzabstände  $f_2 - f_1$  sich die Erzeugung der Summenfrequenz  $f_1 + f_2$  gleichzeitig mit der Frequenzverdopplung von  $f_3 = (f_1 + f_2)/2$  durchführen läßt. Die Phasenfehlanpassung bei der Erzeugung der Summenfrequenz ist durch den Ausdruck  $\Delta k = 2\pi (n_{\omega_1}f_1 + n_{\omega_2}f_2 - n_{\omega_r+\omega_2}2f_3)/c$  gegeben. Die Brechungsindices sind dabei durch die entsprechende Phasenanpassungstemperatur so eingestellt, daß die Frequenzverdopplung von  $f_3$  optimal stattfindet, d. h.  $\Delta k = 0$ für  $f_1 = f_2$ . Aufgrund der Dispersion nimmt der Betrag von  $\Delta k$  mit steigendem Frequenzabstand  $f_2 - f_1$  zu und die Effizienz der Summenfrequenz-Erzeugung näherungsweise gemäß  $\eta = \sin^2(\Delta k \ell/2)/(\Delta k \ell/2)^2$  ab, wobei  $\ell$  die Kristallänge bezeichnet. Der Frequenzabstand, bei dem die Effizienz der Summenfrequenzerzeugung auf die Hälfte absinkt ( $\eta = 1/2$ ), berechnet sich schließlich mit den Kristalldaten von Zysset *et al.* [35] und mit  $\ell = 5$  mm zu 10 THz, was 24 nm bei einer Laserwellenlänge von 850 nm entspricht. Mit der gemeinsamen Fokussierung der drei Fundamentalen in denselben Kristall kann also bis zu Frequenzabständen von etwa 10 THz gleichzeitig die Summenfrequenz  $f_1 + f_2$  und die zweite Harmonische  $2f_3$  erzeugt werden.

Für die Justage einer Teilerstufe werden zunächst die Wellenlängen der Laser auf die gewünschten Werte gebracht. Mit Hilfe eines Burleigh-Wavemeters läßt sich dabei eine relative Genauigkeit von besser als 500 MHz erreichen. Die anschließende Kollimierung der drei Fundamentalen mit z. B. zwei Lochblenden im Abstand von 3 m muß besonders sorgfältig durchgeführt werden, denn die Strahlen müssen im Kristall überlagert sein und zur Detektion des Schwebungssignals zusätzlich auf der Avalanche Photodiode. Nach der Kollimierung wird dann die Position des KNbO3-Kristalls für die Frequenzverdopplung optimiert und die Phasenanpassungstemperatur entsprechend gewählt. Nach diesem Justage-Ablauf zeigt sich die erzeugte Summenfrequenz im allgemeinen mit der vollen Intensität und aufgrund der Frequenzbandbreite der Avalanche-Photodiode von 2 GHz ist das Schwebungssignal zwischen  $f_1 + f_2$  und  $2f_3$  ohne weitere Justage zuverlässig zu beobachten. Um die Gitterlaser nicht unnötig zu belasten wird der Laserstrom auf 85-90 mA reduziert. Dabei lassen sich noch etwa 1,5  $\mu$ W der Summenfrequenz und 1,5  $\mu$ W der zweiten Harmonischen erzeugen, ausreichend für ein Signal/Rausch-Verhältnis des Schwebungssignals von 33 dB in 100 kHz auf der Avalanche-Photodiode. Dieses Schwebungssignal einer optischen Teilerstufe ist bei eingeschalteter Phasenregelung in Abb. 6.10 zu sehen. Die beteiligten Laserfrequenzen waren  $f_1 = 352,4457$  THz (850,6060 nm),  $f_2 = 353,5047$  THz (848,0578 nm) und  $f_3 = 352,9752$  THz (849,3300 nm), so daß ein Frequenzintervall von 1,059 THz halbiert wurde bei genau den Frequenzen, die für eine phasenkohärente Überbrückung der Diffe-



Abb. 6.10: Phasensynchronisiertes Schwebungssignal einer optischen Teilerstufe mit drei Gitterlasern, die ein Frequenzintervall von 1,059 THz halbieren (Filterbandbreite: 10 Hz, Videobandbreite: 10 Hz, Durchlaufzeit: 1000 s).

renzfrequenz innerhalb der Frequenzkette benötigt werden (siehe Abb. 6.11). Da bei der heterodynen Phasenstabilisierung die Laserfrequenz um die Lokaloszillatorfrequenz  $f_{LO}$  verschoben ist und der Frequenzvergleich der Laser bei der Teilerstufe im Blauen stattfindet, ist die Frequenz von Laser 3 gegenüber der exakten Mittenfrequenz  $(f_1 + f_2)/2$  im Infraroten nur um die halbe Lokaloszillatorfrequenz verschoben, also  $f_3 = (f_1 + f_2 \pm f_{LO})/2$ . Das Vorzeichen von  $f_{LO}$  läßt sich mit einem in Quadratur geschalteten Phasendetektor [37] eindeutig bestimmen, der zu diesem Zweck den Regelschleifen zusätzlich hinzugefügt wurde.

Um nun der ersten Teilerstufe eine weitere hinzuzufügen wird der in Abb. 6.9 umrahmte Teil der Darstellung rechts neben der vorhandenen Teilerstufe noch einmal aufgebaut und der Strahl des vierten Gitterlasers dem der anderen überlagert. Analog zu dem oben beschriebenen Justier-Vorgang werden die überlagerten Strahlen gemeinsam in den zweiten KNbO<sub>3</sub>-Kristall fokussiert und dieser für die Frequenzverdopplung des vierten Gitterlasers optimiert. Dessen Frequenz  $f_4 = 353,2400$  THz (848,6935 nm) wurde zuvor so eingestellt, daß diese etwa in der Mitte des höherfrequenten Intervalls der ersten Teilerstufe liegt, wie in Abb. 6.11 angedeutet. Bei guter Kollimierung



Abb. 6.11: Die Frequenzen der vier Gitterlaser zur phasenkohärenten Teilung eines Frequenzintervalls  $\Delta f = 1,059 THz$  mit zwei verschachtelten optischen Teilerstufen.

der Strahlen läßt sich die erzeugte Summenfrequenz, in diesem Fall  $f_2 + f_3$ , durch die weitere Justage nicht in der Leistung erhöhen und bei entsprechender Voreinstellung der Laserfrequenzen ist das Schwebungssignal zwischen  $f_2 + f_3$  $(0,7 \ \mu\text{W})$  und  $2f_4$   $(2 \ \mu\text{W})$  auf der zweiten Avalanche-Photodiode zu beobachten. Das Signal/Rausch-Verhältnis des Schwebungssignals ist mit 30 dB in 100 kHz um 3 dB geringer als das der ersten Teilerstufe, denn bei dieser werden die zu summierenden Laserfrequenzen  $f_1$  und  $f_2$  mit genau einem Strahlteiler überlagert, während für die Summenfrequenzbildung  $f_2 + f_3$  der zweiten Teilerstufe Laser 2 vor der Überlagerung mit Laser 3 einen zusätzlichen Strahlteiler passieren muß (siehe Abb. 6.9). Für den Fall, daß die zweite Teilerstufe das niederfrequente Intervall der ersten Stufe halbiert, ist Laser 4 auf die in Abb. 6.11 schattiert eingezeichnete Frequenz einzustellen und dessen zweite Harmonische mit der Summenfrequenz  $f_1 + f_3$  zu vergleichen. Vor der Überlagerung mit Laser 3 muß zur Erzeugung von  $f_1 + f_3$  in diesem Fall Laser 1 einen zusätzlichen Strahlteiler passieren (siehe Abb. 6.9), so daß unabhängig von der Wahl des Frequenzintervalls das Schwebungssignal der zweiten Teilerstufe (bei gleichen Laserleistungen) immer um 3 dB geringer ist. Abb. 6.12 zeigt das phasenstabilisierte Schwebungssignal der zweiten Teilerstufe, wobei während der



 Abb. 6.12: Phasensynchronisiertes Schwebungssignal von zwei verschachtelten optischen Teilerstufen, die zum ersten Mal ein optisches Frequenzintervall phasenkohärent durch vier dividieren (Filterbandbreite: 10 Hz, Videobandbreite: 10 Hz, Durchlaufzeit: 1000 s).

Aufzeichnung die erste Teilerstufe gleichzeitig eingeschaltet war und somit ein Frequenzintervall (1,059 THz) mit zwei verschachtelten optischen Teilerstufen erstmals phasenkohärent durch vier geteilt wurde.

Die weitere Verschachtelung von Teilerstufen nach dem oben beschriebenen Schema läßt sich so durchführen, daß die Signal/Rausch-Verhältnisse der zu stabilisierenden Schwebungssignale genau so groß sind, wie das der zweiten Teilerstufe. Dazu wird die Frequenz des neu hinzukommenden Lasers (Laser n) so gewählt, daß dieser das Frequenzintervall zwischen den beiden vorherigen Lasern (Laser n-1 und Laser n-2) halbiert und deshalb für die Summenfrequenzbildung  $f_{n-1} + f_{n-2}$  dieselbe Anzahl von Strahlteilern durchlaufen wird, wie bei der Summenfrequenzbildung der zweiten Teilerstufe. Aus diesem Grund ist mit zwei gleichzeitig zuverlässig arbeitenden Teilerstufen auch gezeigt, daß sich die von D. McIntyre und T. W. Hänsch vorgeschlagenen optischen Teilerstufen experimentell beliebig oft kaskadieren lassen.

# Kapitel 7

## Ausblick

#### 7.1 Phasenkohärente Frequenzmessung

Die in Kapitel 5 beschriebene Frequenzmessung des 1S-2S Übergangs ist vollständig begrenzt durch die Genauigkeit der Differenzfrequenzmessung von  $\Delta f = 2,1$  THz, die mit Hilfe der Moden eines hochstabilen Fabry-Perot-Resonators durchgeführt wurde. Die Verwendung der im letzten Kapitel vorgestellten kaskadierten Teilerstufen ermöglicht die phasenkohärente Uberbrückung dieser Differenzfrequenz, so daß die volle Genauigkeit des HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandards auf die 1S-2S Messung übertragen werden kann. In Abb. 7.1 ist schematisch dargestellt, wie sich für eine solche Messung die Teilerstufen mit dem bestehenden Aufbau verbinden lassen. Auf der linken Seite der Abbildung ist die Frequenzkette dargestellt, mit einem bei der vierten Harmonischen des HeNe/CH4 phasenstabilisierten Diodenlaser. Der Farbstofflaser des Wasserstoffspektrometers auf der anderen Seite, mit der Frequenz  $7f - \Delta f$ , wird mit der Fundamentalen des Frequenzstandards frequenzsummiert und ein frequenzverdoppelter Diodenlaser relativ zu der erzeugten Frequenz  $8f - \Delta f$ phasensynchronisiert. Der Frequenzvergleich erfolgt dabei nach der Frequenzverdopplung des Diodenlasers, so daß dieser bei genau der halben Frequenz  $4f - \Delta f/2$  oszilliert. Der Frequenzabstand zu dem erstgenannten Diodenlaser ist somit  $\Delta f/2 = 1,059 \ THz$ , wie in Abb. 7.1 gezeigt, und die phasenstabilisierten Diodenlaser definieren die Intervallgrenzen der ersten Teilerstufe. Dieses Frequenzintervall wurde bereits mit zwei verschachtelten Teilerstufen phasenkohärent durch vier geteilt (siehe Kapitel 6.4), die verbleibende Differenzfrequenz von 264,75 GHz ist für das Zählen mit direkten elektronischen Methoden aber noch zu hoch. Die erforderlichen Laserfrequenzen und die verbleibenden Differenzfrequenzen bei der 1S-2S Messung von Wasserstoff und



Abb. 7.1: Die Verwendung der optischen Teilerstufen zur phasenkohärenten Überbrückung der Differenzfrequenz von 1,059 THz.

Deuterium sind für die ersten sechs Teilerstufen in Tabelle 7.1 aufgelistet. Für eine Messung mit elektronischen Methoden sind fünf Teilerstufen notwendig, denn ein 30 GHz Schwebungssignal kann noch mit einer schnellen Photodiode detektiert werden. Die Verkettung von fünf Teilerstufen ist mit der entwikkelten Technik möglich und wird in Zukunft auch durchgeführt. Allerdings kann mit Hilfe der Mikrowellentechnik eine phasenkohärente Frequenzmessung möglicherweise schon mit drei Teilerstufen erfolgen.

Ein Ansatz ist die Verwendung einer Schottky-Punktkontaktdiode, bestehend aus einer dünnen Wolframspitze, die in ein Halbleitermaterial (GaAs) gedrückt ist. Aufgrund der geringen Ausdehnung der Kontaktfläche besitzt der Übergang eine winzige Kapazität, so daß die Diode Frequenzen im THz-

	Wasserstoff			Deuterium		
Laser	f [THz]	$\lambda$ [nm]	$\Delta f [GHz]$	f [THz]	$\lambda$ [nm]	$\Delta f [GHz]$
Laser 1	352,4457	850,6060	1059,0	352,5296	850,4036	975,1
Laser 2	353,5047	848,0578	1059,0	353,5047	848,0578	975,1
Laser 3	352,9752	849,3300	529,5	353,0172	849,2291	487,6
Laser 4	353,2400	848,6935	264,8	353,2609	848,6431	243,8
Laser 5	353,1076	849,0116	$132,\!4$	353,1391	848,9360	121,9
Laser 6	353,1738	848,8525	66,2	353,2000	848,7895	60,9
Laser 7	353,1407	848,9321	$33,\!1$	353,1695	848,8628	30,5
Laser 8	$353,\!1572$	848,8923	$16,\!5$	353,1848	848,8261	15,2

Tab. 7.1: Die benötigten Laserfrequenzen und Wellenlängen für die ersten sechs optischen Teilerstufen zur phasenkohärenten Überbrückung der Differenzfrequenz bei der 1S-2S-Messung von Wasserstoff und Deuterium. In der jeweils letzten Spalte sind die verbleibenden Differenzfrequenzen angegeben.

Bereich verarbeiten kann. Die extrem nichtlineare Kennlinie der Diode läßt sich nun verwenden um ein Mischsignal höherer Ordnung zwischen zwei kollinear eingestrahlten Laserfrequenzen und einer Mikrowelle zu erzeugen. Dabei wird der Antennencharakter der dünnen Wolframspitze ausgenützt um die Mikrowelle aus einem Hohlleiter effizient auf den Schottky-Punktkontakt zu übertragen. Mit der in Abb. 7.2 gezeigten Anordnung gelang es M. Preve-



Abb. 7.2: Aufbau zur Differenzfrequenzüberbrückung mit einer Schottky-Punktkontakt-Diode.

delli, der zur Zeit als Gastwissenschaftler am Frequenzkettenprojekt mitarbeitet, auf dem Schottky-Punktkontakt die vierte Harmonische eines 20 GHz Mikrowellenoszillators zu erzeugen und diese zu verwenden um zwei Diodenlaser im Frequenzabstand von 80 GHz relativ zueinander phasenzustabilisieren. Für die Differenzfrequenzüberbrückung von 132,4 GHz war dieser Frequenzabstand nicht ausreichend, so daß weitere Versuche mit einer leistungsstarken Quelle (400 mW) bei 70...71 GHz durchgeführt wurden. Dabei konnte von



Abb. 7.3: Niederfrequentes Schwebungssignal zwischen zwei Diodenlasern im Frequenzabstand von 142 GHz und der zweiten Harmonischen eines 71 GHz Mikrowellenoszillators.

M. Prevedelli die zweite Harmonische noch mit einem Signal/Rausch-Verhältnis von 23 dB (in 100 kHz Filterbandbreite) beobachtet werden (siehe Abb. 7.3). Bei der Anwendung zusammen mit drei Teilerstufen würde das Schwebungssignal im Fall der Wasserstoffmessung bei der Frequenz 2 · 70 GHz -132,4 GHz=7,6 GHz (18,1 GHz bei der Deuteriummessung) auftreten und könnte von einem Spektrum-Analysator aufgezeichnet werden. Eine solche Messung wäre aber keine Frequenzmessung und der resultierende Fehler durch die systematischen Fehler des Spektrum-Analysators auf einige kHz begrenzt (bei 850 nm Wellenlänge), so daß die Meßgenauigkeit gegenüber der im Kapitel 5 beschriebenen 1S-2S Messung um höchstens den Faktor 2 verbessert werden könnte. Das direkte Zählen des 9,6 GHz Signals erfordert zur fehlerfreien Bestimmung der Nulldurchgänge ein Signal/Rausch-Verhältnis von mindestens 45 dB. Bei dem verwendeten kommerziellen Zähler (Advantest TR5214) treten z. B. bei weniger als 40 dB bereits Fehler von einigen kHz auf. Um ein verrauschtes Signal dennoch zählen zu können gibt es die Möglichkeit einen elektronischen Oszillator phasenzusynchronisieren und dessen Ausgangssignal zu zählen, wie z. B. bei der 1S-2S Messung mit dem im Anhang beschriebenen "Tracking-Oszillator" durchgeführt. Für die Phasensynchronisierung ist ein Signal/Rausch-Verhältnis von mindestens 18 dB (in 100 kHz) erforderlich, so daß nach einer weiteren Verbesserung der Signalverhältnisse in Zukunft mit der Schottky-Punktkontaktdiode und nur drei Teilerstufen die Differenzfrequenz phasenkohärent überbrückt werden kann.

Ein anderer Ansatz zur Überbrückung des restlichen Frequenzabstandes nach drei Teilerstufen von 132,4 GHz bzw. 121,9 GHz (siehe Tab. 7.1) verwendet einen schnellen elektrooptischen Modulator (EOM) [47], der schon bei der Messung der Isotopieverschiebung der 1S-2S Übergangsfrequenz von Wasserstoff und Deuterium eingesetzt wurde [55]. Der Modulator besteht aus einem Mikrowellenresonator mit einem LiTaO3-Pättchen, das von einem Laserstrahl aufgrund interner Totalreflexion auf einem Zick-Zack-Weg durchlaufen wird (siehe Abb. 7.4, links). Die resonant überhöhte Mikrowelle moduliert den Brechungsindex des Kristalls, während die Reflexionswinkel so gewählt sind, daß Phasenanpassung für elektrooptische Modulation gegeben ist und somit dem Laserstrahl effizient Seitenbänder im Frequenzabstand der Mikrowellenfrequenz aufgeprägt werden. Die Effizienz der Seitenbanderzeugung kann zusätzlich durch die resonante Überhöhung der Laserleistung gesteigert werden. In einem ersten Versuch konnte D. Leibfried im Mai 1993 mit diesem Modulator dem Spektrum eines Diodenlases, bei gleichzeitiger Überhöhung der Laserfundamentalen und der Mikrowellenfrequenz, Seitenbänder im Frequenzabstand von 84 GHz aufprägen und diese in einem Schwebungssignal mit der Strahlung eines zweiten Diodenlasers mit 30 dB (in 100 kHz) beobachten. Als Mikrowellenquelle wurde dabei ein Gunn-Oszillator bei 84 GHz mit nur 20 mW Ausgangsleistung eingesetzt. Abb. 7.4 zeigt, wie der elektrooptische Modulator verwendet werden kann um den restlichen Frequenzabstand zu überbrücken.



Abb. 7.4: Der Aufbau zur Überbrückung des restlichen Frequenzabstandes mit einem schnellen elektrooptischen Modulator.

Zunächst wird den vorhandenen Lasern der ersten drei Teilerstufen ein weiterer hinzugefügt (Laser 6) und diesem zwei Seitenbänder aufgeprägt. Das Schwebungssignal zwischen dem niederfrequenten Seitenband und Laser 5 wird für die Phasenstabilisierung von Laser 6 verwendet und das Schwebungssignal des höherfrequenten Seitenbandes mit Laser 4 gezählt. Auf diese Art und Weise läßt sich ein Frequenzabstand mit der doppelten Mikrowellenfrequenz in einem Schritt überbrücken. Mit der 84 GHz Quelle liegen die zu zählenden Schwebungssignale bei der Wasserstoff und Deuterium-Messung bei 35,6 GHz bzw. 37,9 GHz. Die weitere Verarbeitung dieser Signale würde teure und speziell für diesen Frequenzbereich entwickelte Verstärker und Mischer erfordern, die für andere Zwecke nicht weiter zu verwenden wären. Mit einer im Frequenzbereich 60 · · · 67 GHz abstimmbaren Mikrowellenquelle könnte bei der Wasserstoff und Deuteriummessung ein Schwebungssignal im MHz-Bereich erzeugt und mit der vorhandenen Technik gezählt werden. Zu diesem Zweck wurde freundlicherweise von Prof. H. Walter (MPI für Quantenoptik, Garching) ein im Frequenzbereich 60...90 GHz abstimmbares Karzinotron mit einer Ausgangsleistung von mehr als 20 mW zur Verfügung gestellt. M. Prevedelli gelang vor kurzem die Phasenstabilisierung dieser Mikrowellenquelle relativ zu einem Lokaloszillator. Der elektrooptische Modulator in Verbindung mit dem Karzinotron bietet

somit eine weitere Möglichkeit zur Überbrückung des restlichen Frequenzabstandes, die zwar einen zusätzlichen phasenstabilisierten Laser benötigt, aber direkt niederfrequente Schwebungssignale mit einem Signal/Rausch-Verhältnis von 30 dB erzeugen kann.

Mittlerweile ist auch der HeNe/CH<sub>4</sub>-Frequenzstandard wesentlich verbessert worden, denn S. Dimitriev und A. Om konnten dem System in Garching eine zusätzliche Methan-Zelle und zwei weitere HeNe-Laser zur Hyperfeinstruktur-Auflösung des P(7) Schwingungsübergangs in Methan hinzufügen und damit eine Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz von besser als 50 Hz erreichen, entsprechend 5,  $7 \cdot 10^{-13}$  bezogen auf die Laserfrequenz. Der Frequenzstandard wird im Mai 1993 an der PTB in Braunschweig kalibriert werden, so daß in naher Zukunft drei optische Teilerstufen in Verbindung mit dem elektrooptischen Modulator eingesetzt werden können um die volle Genauigkeit des HeNe/CH<sub>4</sub>-Standards von 5,  $7 \cdot 10^{-13}$  auf die Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz von Wasserstoff und Deuterium zu übertragen.

Neben ihrer Bedeutung für die Bestimmung der Rydberg-Konstante und der 1S-Lamb-Verschiebung ermöglicht der Vergleich der phasenkohärenten 1S-2S Frequenzmessungen an Wasserstoff und Deuterium die Bestimmung der Isotopieverschiebung mit einer um den Faktor 10 gegenüber der letzten Messung [55] erhöhten Genauigkeit. QED-Effekte heben sich in der Berechnung der Isotopieverschiebung fast vollständig heraus. Damit ist eine Messung der Isotopieverschiebung geeignet um die hadronische Struktur und Polarisierbarkeit in einem Bereich sehr geringen Relativ-Impulses von Kern und Elektron zu untersuchen, der Elektron-Nukleon Beschleunigern nicht zugänglich ist.

## 7.2 Weitere Anwendungen

Eine weitere interessante Anwendung der optischen Teilerstufen in Verbindung mit der Frequenzkette ist die Frequenzmessung des Magnesium-Interkombinationsübergangs bei 457,2 nm Wellenlänge. Dieser Übergang ist mit einer natürlichen Linienbreite von 70 Hz ein Kandidat für einen zukünftigen Frequenzstandard im Sichtbaren und kann bereits von der Gruppe von Prof. Ertmer (Universität Bonn) mit einer Linienbreite von 5 kHz aufgelöst



Abb. 7.5: Eine Frequenzkette zur phasenkohärenten Messung der Mg-Interkombinationslinie bei 457,1 nm Wellenlänge.

werden [69]. Die Überbrückung der Differenzfrequenz von 3,41 THz bei 850 nm (siehe Abb. 7.5)könnte mit sechs Teilerstufen durchgeführt werden.

Für die zukünftige Anwendung optischer Teilerstufen wäre eine Miniaturisierung des Aufbaus sehr von Vorteil. Wesentlich dazu beitragen können z. B. neuere Entwicklungen der Gruppe von C. Chang-Hasnain (Stanford), die bereits eine monolithische Integration von Diodenlasern mit verschiedenen Wellenlängen auf einem einzigen Chip ermöglichen. Seit kurzer Zeit existiert auch die Technik der Quasi-Phasenanpassung, die z. B. mit periodisch gepoltem LiNbO<sub>3</sub> erlaubt, den effektiven nichtlinearen Koeffizienten  $d_{33} = 20,9 \ pm/V$ für die Erzeugung der nichtlinearen optischen Prozesse über den gesamten Transparenzbereich des Kristalls zu verwenden. Mit der zusätzlichen Bedampfung des LiNbO<sub>3</sub>-Kristalls durch Titan-Atome, die durch Diffusion in den Kristall eindringen, konnte von F. Laurell und G. Arvidson ein Wellenleiter mit einem Durchmesser von nur 10  $\mu$ m erzeugt werden [70]. Diese Technik ermöglicht eine drastische Steigerung der Effizienz der nichtlinearen optischen Mischprodukte, denn die Fundamentalen sind im gesamten Kristall fokussiert. Kaskadierte optische Teilerstufen können damit in Zukunft auf einen Chip mit monolithisch integrierten Diodenlasern reduziert werden, dessen Strahlung in die Wellenleiterstruktur eines periodisch gepolten LiNbO<sub>3</sub>-Kristalls fokussiert ist.

Weitere Anwendungen phasenstabilisierter Diodenlaser ergeben sich im Zusammenhang mit neueren Entwicklungen zur Kühlung von Atomen unter das Rückstoß-Limit ("recoil-limit"). Mit der Hilfe des doppelten Impulsübertrags bei stimulierten Raman-Prozessen gelang es M. Kasevich und S. Chu erstmals Na-Atome auf eine effektive Temperatur von nur 100  $\mu$ K zu kühlen [71], etwa 1/10 der entsprechenden Temperatur eines Photon-Rückstoßes von  $k_B T_{rec} = (\hbar k)^2 / 2M$ . Für den stimulierten Raman-Übergang zwischen zwei Hyperfein-Zuständen sind dem atomaren System zwei Lichtfrequenzen mit genau definiertem Frequenzabstand anzubieten. Dazu wurde in dem oben erwähnten Experiment die Strahlung des Raman-Lasers mit einem akustooptischen Modulator in zwei Anteile gleicher Intensität im Frequenzabstand von 30 MHz aufgespalten und ein Teilstrahl zur Herstellung der zweiten Raman-Frequenz durch einen elektrooptischen Modulator mit Seitenbändern bei 1,71 GHz versehen. Diese Methode ist durch den Frequenzbereich der verwendeten Modulatoren beschränkt. Phasenstabilisierte Diodenlaser erreichen dagegen mit herkömmlicher Radiofrequenztechnik einen Frequenzabstand von einigen 10 GHz, womit sich die Anwendung der Raman-Kühlung vereinfachen und auf andere Alkali-Atome ausdehnen läßt. Die Effizienz der Kühlung wäre damit wesentlich zu verbessern, denn anstatt eines schwachen Seitenbandes kann die volle Leistung eines Diodenlasers zur Bereitstellung der zweiten Raman-Frequenz verwendet werden. Diese Vorteile phasenstabilisierter Diodenlaser lassen sich auch in dem Gebiet der Atominterferometrie verwenden, denn eine Sequenz von  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  Raman-Pulsen erlaubt die kohärente räumliche Aufspaltung und Zusammenführung einzelner Atome [72].

# Anhang

# A.1 Charakterisierung von Frequenz- und Phasenstabilität

Zur Charakterisierung von Stabilitätseigenschaften empfiehlt das Subcomitee on Frequency Stability des IEEE die Allan-Standardabweichung  $\sigma(\tau)$  für den Zeitbereich und die Spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen S<sub> $\nu$ </sub> für den Frequenzbereich, die beide im Folgenden kurz mit ihren speziellen Eigenschaften dargestellt werden.

Die Feldamplitude eines Laseroszillators, der auf der Nominalfrequenz  $\nu_0$ mit Amplituden- und Phasenrauschen  $\epsilon(t)$  bzw.  $\Phi(t)$  emittiert, ist gegeben durch

$$E(t) = E_0 [1 + \epsilon(t)] \sin [2\pi \nu_0 t + \Phi(t)] .$$

Die Fourier-Analyse eines rein amplitudenmodulierten Signals zeigt, daß der Einfluß von  $\epsilon(t)$  auf das emittierte Spektrum zu vernachlässigen und die instantane Frequenz des Oszillators  $\nu(t) = \nu_0 + 1/2\pi d\Phi/dt$  ist. Die auf  $\nu_0$ normierten instantanen Frequenzfluktuationen  $y(t) = 1/2\pi\nu_0 d\Phi/dt$  werden über das Zeitintervall  $t_k \dots t_{k+1}$  der Länge  $\tau$  gemittelt und anschließend die Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  der gemittelten Werte berechnet:

$$y_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt, \quad k = 1 \dots N,$$
$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(y_{k+1} - y_k)^2}{2}}.$$

Das Ergebnis, die auf die Laserfrequenz bezogene Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  ist eine wichtige Größe für die Metrologie und gibt an wie groß im Zeitmittel die Frequenzfluktuationen eines Lasers sind. Bei einer Mittelungszeit  $\tau$ haben so z.B. Störungen des Lasers mit Fourier-Frequenzen  $f >> 1/\tau$  keinen Einfluß auf  $\sigma_y(\tau)$  da sie sich herausmitteln, aber sie können wesentlich die Linienbreite eines Lasers beeinflussen. Die absolute Größe der Frequenzschwankungen  $\sigma_{\nu}(\tau)[Hz]$  berechnet sich aus der normierten Allan-Standardabweichung nach  $\sigma_{\nu}(\tau) = \nu_0 \sigma_y(\tau)$ . Als Maß für die Linienbreite wird die spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen  $S_{\nu}(f)[Hz^2/Hz]$  empfohlen, die mit einem schnellen Fourier-Transformer oder Spektrum Analysator aufgezeichnet werden kann und angibt wie stark der Oszillator bei einer Fourier-Frequenz f rauscht. Nach der Definition von Salomon et al. [73] ist dann die Linienbreite eines Laseroszillators durch die Fourier-Frequenz mit dem Modulationsindex M=1 gegeben. Aus der gemessenen Rauschleistungsdichte S<sub> $\nu$ </sub>(f) läßt sich auch die normierte Allan-Standardabweichung berechnen [74, 75]:

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\nu_0^2}} \int_0^\infty df \, S_\nu(f) \, \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} \, .$$

Als Maß für die Phasenstabilität eines Oszillators kann analog zu dem oben angeführten die spektrale Rauschleistungsdichte der Phasenfluktuationen  $S_{\Phi}(f)[rad^2/Hz]$  aufgezeichnet und daraus die Allanvarianz  $\sigma_{\Phi}(\tau)[rad]$  berechnet werden:

$$\sigma_{\Phi}(\tau) = \sqrt{2 \int_0^\infty df \, S_{\Phi}(f) \, \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2}} \,.$$

Wegen  $S_{\nu}(f) = f^2 S_{\Phi}(f)$  [75] lassen sich schließlich aus einer Messung von  $S_{\Phi}(f)$  alle relevanten Größen für die Charakterisierung eines Oszillators im Zeit- und Frequenzbereich bestimmen.

#### A.2 Der Tracking-Oszillator

Das Schwebungssignal am Ende der Frequenzkette bei 424 nm besitzt eine Frequenzbreite von etwa 100 kHz, ein Signal/Rausch-Verhältnis von 25-30dB (in 100kHz Filterbandbreite) und ist letztendlich die Meßgröße zur Bestimmung der 1S-2S Übergangsfrequenz. Für die Frequenzmessung dieses Signals wird ein kommerzieller Zähler (Advantest TR 5214) verwendet, der zur fehlerfreien



Abb. A.6: Ein Eingangssignal, welches mit  $\Delta f = \pm 1$  MHz Frequenzhub moduliert ist, kann von dem Tracking-Oszillator bis zu Modulationsfrequenzen  $f_m = 500$  kHz verfolgt werden.

Bestimmung der Nulldurchgänge ein hohes Signal/Rausch-Verhältnis von mindestens 45-50 dB benötigt. Da ein direktes Zählen des Schwebungssignals somit nicht möglich ist, wurde ein sogenannter Tracking-Oszillator entwickelt (siehe Abb. A.7), der im Frequenzbereich 8...15 MHz ein verrauschtes Eingangssignal in einen reinen Sinus derselben Frequenz verwandelt. Das Funktionsprinzip des Tracking-Oszillators ist eine Phasenregelschleife, die das Ausgangssignal eines spannungsgesteuerten Oszillators (Motorola MC1648) phasenempfindlich auf das Eingangssignal stabilisiert. Mit dem verwendeten Schleifenfilter ergibt sich eine Regelbandbreite von 500 kHz (siehe Abb. A.6) und deutlich verbesserte Regeleigenschaften aufgrund der zusätzlichen Integration, so daß sich im niederfrequenten Bereich (bis  $f_m = 100$  kHz) noch Modulationshübe von mehr als 3 MHz verfolgen lassen. Die Mindestanforderungen an das Signal/Rausch-Verhältnis liegen bei S/R≥ 18 dB in 100 kHz Filterbandbreite.



A.2. DER TRACKING-OSZILLATOR

93

## A.3 Die Phasenregelung



ES: Eingang Schwebungssignal (TTL) AS: Ausgang schneller Zweig ER: Eingang Referenz (TTL) AL: Ausgang langsamer Zweig

Abb. A.8: Die Phasenregelung zur Stabilisierung des Farbzentrenlasers und des leistungsstarken HeNe-Lasers [39].

# Literaturverzeichnis

- G. F. Bassani, M. Inguscio, T. W. Hänsch, *The Hydrogen Atom*, Springer Verlag 1989.
- [2] E. R. Cohen, B. N. Taylor, CODATA Bulletin 63, 1 (1986); Rev. Mod. Phys. 59, 26 (1987).
- [3] T. W. Hänsch, M. H. Neyfeh, S. A. Lee, S. M. Curry, I. S. Shahin, Phys. Rev. Lett. 32, 1336 (1974).
- [4] C. Foot, B. Couillaud, R. G. Beausoleil, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. 54, 1913 (1985).
- [5] R. G. Beausoleil, D. H. McIntyre, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Couillaud, T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* 35, 4878 (1987).
- [6] M. G. Boshier, P. G. E. Baird, C. J. Foot, E. A. Hinds, M. D. Plimmer, D. N. Stacey, J. B. Swan, D. A. Tate, D. M. Warrington, G. K. Woodgate, *Phys. Rev. A* 40, 6169 (1989).
- [7] D. A. Jennings, C. R. Pollock, F. R. Petersen, R. E. Drullinger, K. M. Evenson, J. S. Wells, J. L. Hall, H. P. Layer, Opt. Lett. 8, 136 (1983).
- [8] C. Zimmermann, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1990).
- [9] R. Kallenbach, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1990).
- [10] F. Schmidt-Kaler, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [11] C. Zimmermann, R. Kallenbach und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* 65, 571 (1990).

- [12] T. Andreae, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [13] R. Wynands, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [14] D. McIntyre, T. W. Hänsch, in Digest of the Annual Meeting of the Optical Society of America (Optical Society of America, Washington DC, 1988), paper ThG3.
- [15] T. Andreae, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München (1989).
- [16] W. König, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München (1990).
- [17] B. Fritz and E. Menke, Solid State Comm. 3, 61 (1965).
- [18] L. F. Mollenauer and D. H. Olson, Appl. Phys. Lett. 24, 386 (1974).
- [19] L. F. Mollenauer and D. H. Olson, J. Appl. Phys. 46, 3109 (1975).
- [20] L. F. Mollenauer, "Color Center Lasers", Topics in Applied Physics 59, 225 (1987).
- [21] L. F. Mollenauer, "Color Center Lasers", in Laser Handbook Vol. 4, M.
   L. Stitch and M. Bass (Eds.) (North Holland, Amsterdam 1985), S. 143.
- [22] L. F. Mollenauer, "Color Center Lasers", in *Quantum Electronics* Part B, ed. by C. L. Tang (Academic, New York 1979), Kapitel 6.
- [23] W. B. Fowler (Ed.), Physics of Color Centers (Academic, New York 1968), Kapitel 2.
- [24] R. Beigang, K. Klameth, B. Becker, Z. Youn, H. Welling, Opt. Comm.
  65 (5), 383 (1988).
- [25] A. Yariv, P. Yeh, Optical Waves in Crystals, John Wiley & Sons Inc., New York 1973.

- [26] A. Yariv, Quantum Electronics, John Wiley & Sons Inc., New York 1973.
- [27] F. Zernike, J. E. Midwinter, Applied Nonlinear Optics, John Wiley & Sons Inc., New York 1973.
- [28] G. D. Boyd, D. A. Kleinman, J. Appl. Phys. 39, 3597 (1968).
- [29] J. J. Zondy, Opt. Comm. 39, 427 (1991).
- [30] T. Y. Fan, C. E. Huang, B. Q. Hu, R. C. Eckardt, Y. X. Fan, R. L. Byer, and R. S. Feigelson, *Appl. Opt.* 26, 2390 (1987).
- [31] S. K. Kurtz, J. Jerphagnon, and M. M. Choy, Nonlinear dielectric suszeptibilities, in Landolt-Bornstein, V 11, 701 (Springer, Berlin 1979).
- [32] R. C. Eckardt, H. Masuda, Y. X. Fan, and R. L. Byer, *IEEE J. Q. E.* 26, 922 (1990).
- [33] T. W. Hänsch and B. Couillaud, Opt. Comm. 35, 441 (1980).
- [34] KNbO<sub>3</sub>, Information der Sandoz Ltd., Chemicals Division, Basel, Schweiz.
- [35] B. Zysset, I. Biaggio, P. Günter, Refractive indices of orthorhombic KNbO<sub>3</sub>. Dispersion and temperature dependance, J. Opt. Soc. Am. B9, 380 (1992).
- [36] M. M. Choy, R. L. Byer, *Phys. Rev.* B14, 1693 (1976).
- [37] F. M. Gardner, Phaselock Techniques, John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [38] R. Best, Theorie und Anwendungen der Phase-locked Loops, AT-Verlag, Schweiz, 1982.
- [39] J. L. Hall, M. Long-Shen, G. Kramer, IEEE J. Quantum Electron. 23, 427 (1987). Der Schaltplan des verwendeten digitalen Phasendetektors wurde freundlicherweise von G. Kramer und B. Lipphardt (PTB Braunschweig) zur Verfügung gestellt.

- [40] V. P. Chebotayev, S. N. Bagayev, Institute of Laser Physics, Russian Academy of Science, Siberian Branch, Novosibirsk 630090, Russia.
- [41] C. O. Weiss, G. Kramer, B. Lipphardt, E. Garcia, *IEEE J. Quantum Electron.* 24, 1970 (1988).
- [42] F. Diedrich, Fa. Gsänger Optoelektronik GmbH, Planegg, priv. Mitteilung.
- [43] B. Dahmani, L. Hollberg, R. Drullinger, Opt. Lett. 12, 876 (1987).
- [44] H. R. Telle, H. Li, *Electron. Lett.* 26, 858 (1990).
- [45] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward, Appl. Phys. B 31, 97 (1983).
- [46] J. Hought, D. Hils, M. D. Rayman, L. Hollberg und J. L. Hall, Appl. Phys. B 33, 179 (1984).
- [47] D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler, M. Weitz und T. W. Hänsch, Appl. Phys. B 56, 65 (1993).
- [48] R. G. DeVoe, C. Fabre, K. Jungmann, J. Hoffnagle, R. G. Brewer, Phys. Rev. A 37, 1802 (1988).
- [49] J. C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, F. Biraben, J. Phys. France 51, 2275 (1990).
- [50] E. E. Uzgiris, J. L. Hall, and R. L. Barger, Phys. Rev. Lett. 26, 289 (1971).
- [51] T. Andreae, W. König, R. Wynands, D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler,
   C. Zimmermann, D. Meschede, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* 69, 1923 (1992).
- [52] D. H. McIntyre, R. G. Beausoleil, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Couillaud, T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* 39, 4591 (1989).

- [53] M. Weitz, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [54] M. Weitz, F. Schmidt-Kaler, T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. 68, 1120 (1992).
- [55] F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, M. Weitz und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. 70, 2261 (1993).
- [56] F. Biraben, J. C. Garreau, L. Julien, M. Allegrini, Phys. Rev. Lett. 62, 621 (1989).
- [57] N. G. Basov, M. A. Gubin, V. V. Nikitin, A. V. Nikul'chin, E. D. Protseko, D. A. Tyurikov, A. S. Shelkovnikov, Sov. J. Quantum Electron. 17, 545 (1987).
- [58] C. O. Weiss, G. Kramer, B. Lipphardt, E. Garcia, IEEE J. Quantum Electron. QE-24, 1970 (1988).
- [59] S. N. Bagaev, A. E. Baklanov, V. P. Chebotayev, A. S. Dychkov, Appl. Phys. B 48, 31 (1991).
- [60] O. Acef, J. J. Zondy, M. Abed, D. G. Rovera, A. H. Gerard, A. Clairon, Ph. Laurent, Y. Millerioux und P. Juncar, Opt. Comm. 97, 29 (1993).
- [61] F. Netz, M. D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, O. Acef, J. J. Zondy, P. Laurent, A. Clairon, M. Abed, Y. Millerioux, and P. Juncar, *Phys. Rev. Lett.* 69, 2326 (1992).
- [62] J. Helmcke, PTB Braunschweig, priv. Mitteilung.
- [63] J. R. M. Barr, J. M. Girkin, A. I. Ferguson, G. P. Barwood, P. Gill, W.
   R. C. Rowley, R. C. Thompson, *Opt. Commun.* 54, 217 (1985).
- [64] H. R. Telle, D. Meschede, and T. W. Hänsch, Opt. Lett. 15, 532 (1990).
- [65] C. E. Wieman and L. Hollberg, Rev. Sci. Instr. 62, 1 (1991).

- [66] M. G. Boshier, D. Berkeland, E. A. Hinds, and V. Sandoghdar, Opt. Comm. 85, 355 (1991).
- [67] K. W. MacAdam, A. Steinbach, and C. E. Wieman, Am. J. Phys. 60, 1098 (1992).
- [68] H. E. Hagemeier, S. R. Robinson, Appl. Opt. 18, 270 (1979).
- [69] W. Ertmer, Universität Bonn, priv. Mitteilung.
- [70] F. Laurell und G. Arvidsson, J. Opt. Soc. Am. B5, 292 (1988).
- [71] M. Kasevich und S. Chu, Phys. Rev. Lett. 69, 1741 (1992).
- [72] M. Kasevich und S. Chu, Phys. Rev. Lett. 67, 181 (1991).
- [73] C. Salomon, D. Hills, J. L. Hall, J. Opt. Soc. B5, 1576 (1988).
- [74] J. A. Barnes, A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullen Jr., W. L. Smith, R. L. Snydor, R. F. C. Vessot, G. M. R. Winkler, *IEEE Trans. Instr. Meas.* 20, 105 (1971).
- [75] Audoin, Proceedings of the Int. Sch. of Phys. E. Fermi, N.Y. Acad. Press, Kurs 68 (1980).

#### Danksagung

Diese Dissertation konnte im Rahmen eines interessanten Grundlagenexperiments während der letzten zweieinhalb Jahre am MPI für Quantenoptik durchgeführt werden. Für die idealen Arbeitsbedingungen mit großem Handlungsfreiraum zur Entwicklung und Umsetzung eigener Ideen und die stets stimulierenden Diskussionen möchte ich Prof. T. W. Hänsch ganz besonders danken.

Prof. D. Meschede danke ich für die Unterstützung mit Farbzentrenkristallen und speziellen dielektrischen Spiegeln, auch nach seinem Weggang nach Hannover.

Sehr danken möchte ich Claus Zimmermann für die vielen Diskussionen über die Physik und andere weltbewegende Dinge und für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Thomas Andreae und Robert Wynands, die mit mir die Frequenzkette aufgebaut haben, danke ich wie auch Dietrich Leibfried und Ferdinand Schmidt-Kaler für die hervorragende Zusammenarbeit während der Messungen.

Bedanken möchte ich mich auch bei Andreas Hemmerich für die Unterstützung bei dem Aufbau der gitterstabilisierten Diodenlaser, sowie bei Martin Weitz für die Hilfe bei der Berechnung der Rydberg-Konstante.

J. Hall, G. Kramer, B. Lipphardt und M. Prevedelli danke ich für ihre Hilfe bei der Entwicklung der Phasenregelungen.

Darüber hinaus sei ausdrücklich A. Nebel für die Hilfe bei der Aggregation der Farbzentren und W. Simon, H. Mader und K. Linner für die technisch versierte Unterstützung gedankt.

Frau I. Hecht möchte ich sehr für ihre zuvorkommende Unterstützung danken.

. · · · • •

.