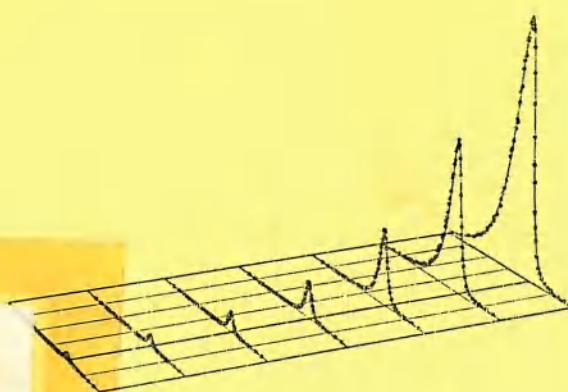


MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Höchstauflösende Präzisionsspektroskopie
am atomaren Wasserstoff

Wolfgang Andreas Huber

MPQ-Report
227



Dieser MPQ-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt
Alle Rechte vorbehalten

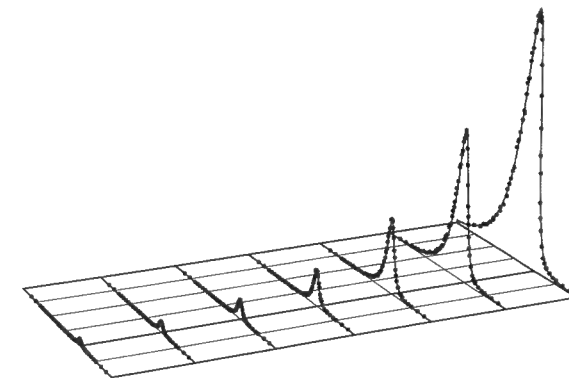
This MPQ-Report has been printed as author's manuscript
All rights reserved

Max-Planck-Institut für Quantenoptik
85740 Garching, Bundesrepublik Deutschland

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Höchstauflösende Präzisionsspektroskopie
am atomaren Wasserstoff

Wolfgang Andreas Huber



Zusammenfassung

Als einfachstes aller stabilen Atome erlaubt atomarer Wasserstoff einmalig präzise Vergleiche von Theorie und spektroskopischem Experiment. Dank des simplen Aufbaus mit nur einem Proton als Kern und einem einzelnen Elektron in der Hülle, können die Energieniveaus des Wasserstoffatoms sehr präzise berechnet werden. Der Doppler-freie 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in atomarem Wasserstoff ist mit einer natürlichen Linienbreite von nur 1.3 Hz für solche Vergleiche hervorragend geeignet. Alle in dieser Arbeit durchgeführten spektroskopischen Experimente untersuchen diesen Übergang.

Im Experiment wird der 1S-2S Übergang in einem kalten Wasserstoffatomstrahl angeregt, der kollinear zu einer Stehwelle von UV-Licht bei 243 nm ausgerichtet ist. Ein Atom, das von der Düse aus startet, kann auf dem Weg zum Detektor zwei Photonen mit jeweils der halben Übergangsenergie absorbieren und dadurch in den metastabilen 2S Zustand Doppler-frei angeregt werden. Im 2S Detektor wird die Besetzung dieses metastabilen 2S Zustandes nachgewiesen. Ein kleines elektrisches Feld mischt den 2S mit dem benachbarten 2P Zustand, der schnell unter Emission eines Lyman- α -Photons zerfällt. Dieses Photon wird mittels eines Photomultipliers nachgewiesen. In dieser Arbeit ist es mit zeitverzögertem Signalnachweis erstmals gelungen, den 1S-2S Übergang mit einer Linienbreite von nur 1 kHz bei 243 nm anzuregen. Damit wurde die spektrale Auflösung dieses Überganges um einen Faktor 3 auf $\Delta\nu/\nu \simeq 8 \cdot 10^{-13}$ verbessert. Im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Modellrechnungen erlauben es, mit der bestehenden Atomstrahlapparatur die ungestörte 1S-2S Frequenz mit einer Präzision von etwa $1.5 \cdot 10^{-14}$ innerhalb der gemessenen Spektren zu bestimmen.

In einem gemeinsamen Projekt mit der Garching Frequenzkette gelangen neue Messungen der Absolutfrequenz des 1S-2S Überganges und der Isotopieverschiebung dieses Überganges in Wasserstoff und Deuterium. Dabei diente ein gegen die Cäsiumatomuhr geeichter Methan-stabilsierter Helium-Neon-Standardlaser nahe 3.39 μm als Referenz. Die Messung der Übergangsfrequenz gegen den Standard wurde zum erstenmal mit einer vollständig phasenkohärenten Version der Frequenzkette durchgeführt. Das Ergebnis für die 1S-2S Absolutfrequenz von $f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187.34(84)$ kHz übertrifft die letzte in Garching durchgeführte Messung um einen Faktor 53 an Genauigkeit. Damit ist der 1S-2S Übergang in Wasserstoff nach unserem Wissen der derzeit beste Frequenzstandard im optischen Spektralbereich. Mit der erreichten Präzision von jetzt $3.4 \cdot 10^{-13}$ wurde die bisher genaueste Absolutmessung von Frequenzen im sichtbaren bzw. UV-Bereich durchgeführt, wobei die erreichte Genauigkeit nur durch die Reproduzierbarkeit des eingesetzten Frequenzstandards begrenzt ist. Werden eine in Paris durchgeführte Messung der 2S-8D Übergangsfrequenz sowie weitere Messungen zur Auswertung herangezogen, so lassen sich damit die genauesten bisher bestimmten Werte für die Rydberg-Konstante und die Lamb-Verschiebung des 1S Grundzustandes ableiten. Der neue Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff von

$L_{1S}=8\,172.876(29)$ MHz stellt den derzeit besten Test der Quantenelektrodynamik (QED) an einem gebundenen System dar. Die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium kann mit $L_{1S}=8\,184.016(30)$ MHz ebenfalls genauer angegeben werden. Für die Rydberg-Konstante, die genauest bekannte aller Naturkonstanten, ergab sich der neue Wert von $R_\infty=10\,973\,731.568\,646(89)\,\text{m}^{-1}$.

Die Isotopieverschiebung der 1S-2S Übergänge in Wasserstoff und Deuterium wurde mit einer um den Faktor 147 verringerten Unsicherheit zu $670\,994\,334.64(15)$ kHz neu bestimmt. Die Messung der Isotopieverschiebung läßt sich interpretieren als Messung der Differenz der mittleren quadratischen Ladungsradien von Deuteron und Proton. Mit dem erhaltenen Wert von $\langle r_d^2 \rangle - \langle r_p^2 \rangle = 3.8212(15)\,\text{fm}^2$ kann der Strukturradius des Deuterons zu $r_{\text{struc}}=1.97535(85)\,\text{fm}$ angegeben werden. Während eine aktuelle theoretische Rechnung einen damit sehr gut übereinstimmenden Wert liefert, wurden mit Elektron-Steuexperimenten hiervon abweichende Werte für r_{struc} gemessen. Unser atomphysikalisches Experiment übertrifft deutlich die Meßgenauigkeit der vergleichsweise sehr aufwendigen Experimente an Teilchenbeschleunigern.

Im Rahmen dieser Arbeit gelang es erstmals, einen optischen Wasserstoffübergang in einer Zweiphotonen-Ramsey-Anordnung anzuregen. Damit ist eine Voraussetzung für die Realisierung eines Atominterferometers mit atomarem Wasserstoff geschaffen. Mit dem Atominterferometer soll in einer zukünftigen Messung die Rückstoßenergie bei Einstrahlung von zusätzlichen phasenkohärenten Lichtpulsen zwischen den beiden Wechselwirkungszonen gemessen werden. Daraus kann das Verhältnis von h zur Masse des Wasserstoffatoms extrem genau bestimmt, sowie die Feinstrukturkonstante α abgeleitet werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie der Energieniveaus im Wasserstoffatom	7
2.1	Dirac-Coulomb-Energie und Korrekturen aufgrund der endlichen Kernmasse	7
2.2	Selbstenergie	9
2.3	Vakuumpolarisation	10
2.4	QED höherer Ordnung	11
2.5	Strahlende Rückstoßkorrekturen	12
2.6	Endliche Kerngröße und Selbstenergie des Kernes	12
2.7	Polarisierbarkeit des Deuterons	13
2.8	Theoretisch berechnete Lamb-Verschiebungen	14
2.9	Hyperfeinstruktur	16
2.10	Aufspaltung der Hyperfeinkomponenten	17
3	Doppler-freie Zweiphotonen-Spektroskopie	19
4	Das 1S-2S Spektrometer	21
4.1	Der frequenzstabilisierte Farbstofflaser	23
4.2	Die Frequenzverdopplung	24
4.3	Vakuumanlage zur Anregung des 1S-2S Überganges	25

5 Zeitaufgelöste Spektroskopie	31
5.1 Durchflugsverbreiterung	31
5.2 Prinzip der zeitaufgelösten Spektroskopie	32
5.3 Linienbreiten von 1 kHz bei 243 nm	38
6 Theoretische Linienform der 1S-2S Spektren	39
6.1 Das Linienform-Modell	39
6.2 Anpassung des Linienform-Modells	46
6.2.1 Die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses	47
6.2.2 Modifikation der Geschwindigkeitsverteilung: Der Zacharias-Effekt	48
6.2.3 Zusätzliche Unterdrückung sehr langsamer Atome	54
6.2.4 Linienbreiten	55
6.3 Korrektur des relativistischen Doppler-Effektes	55
6.4 Spektrum bei $T = 100$ K	58
6.5 Die theoretischen Daten	59
6.6 Berücksichtigung von AC-Stark-Effekt und Ionisation	62
6.7 Werdegang und Überprüfung der Rechnungen	63
7 Systematische Einflüsse	65
7.1 Verschiebende Effekte	65
7.2 Verbreiternde Effekte	68
7.3 Erreichbare Präzision	69
7.4 Drift des Referenzresonators	69
7.5 Linienbreite des Farbstofflasers	72
7.6 Zusammenfassung wichtiger Erkenntnisse	72
8 Die Garchinger Frequenzkette	75

9 Messung der 1S-2S Absolutfrequenz	79
9.1 Bestimmung der Rydberg-Konstanten und der 1S Lamb-...	82
10 Messung der Isotopieverschiebung	87
10.1 Motivation	87
10.2 Messung	88
10.3 Interpretation des Resultates	92
11 Das Ramsey-Experiment	97
11.1 Grundlagen der Ramsey-Spektroskopie	97
11.2 Experimentelle Ramsey-Anordnung	98
11.3 Experimentelle Ramsey-Spektren	103
11.4 Vergleich mit dem Linienform-Modell	106
11.5 Das zukünftige Wasserstoff-Atominterferometer	109
12 Ausblick	111
A Bei Phys. Rev. Letters eingereichte Artikel	115
B	125
B.1 Abschätzung des atomaren Flusses	125
B.2 Abschätzung von Effekten durch Dejustage	126
C Informationen zu den gezeigten Spektren	127
Literaturverzeichnis	129

Kapitel 1

Einleitung

Das Spektrum des Wasserstoffatoms spielte eine zentrale Rolle bei der Entwicklung der Quantenmechanik [Ser89] und hat damit das moderne Weltbild der Physik entscheidend mitgeprägt. Als das einfachste aller Atome ist das Wasserstoffatom für Theorie und Experiment gleichermaßen zugänglich und eignet sich daher hervorragend als Testobjekt für physikalische Theorien. Immer genauere spektroskopische Experimente lieferten in der Vergangenheit den Anstoß dazu, theoretische Modelle neu zu entwickeln und zu verfeinern. Diese Wechselwirkung zwischen Experiment und Theorie war im Falle der Wasserstoffspektroskopie besonders fruchtbar und ist es auch heute noch. Vor fast 200 Jahren wurden im Emissionsspektrum der Sonne dunkle Banden entdeckt, die sogenannten Fraunhoferlinien. Später wurden diese als Absorptionslinien von Wasserstoff identifiziert. In den 80er Jahren des letzten Jahrhunderts gelang es dann Balmer und Rydberg, eine empirische Formel aufzustellen, mit der die Wellenlängen der bekannten Spektrallinien hervorragend beschrieben werden konnten. Für die Wellenlänge λ der Spektrallinien gilt demnach:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \cdot \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1.1)$$

Mit n und n' als ganze Zahlen, wobei $n' < n$ gilt. Die Rydberg-Konstante R_{∞} ist zunächst nur eine empirisch bestimmte Konstante. Niels Bohr stellte 1913 sein Atommodell vor, welches die Rydberg-Konstante in Beziehung zu anderen Naturkonstanten setzt:

$$R_{\infty} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}. \quad (1.2)$$

Hier bezeichnet m die Masse und e die Ladung des Elektrons, h das Planck'sche Wirkungsquantum, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. Damit war die Grobstruktur des Wasserstoffspektrums auch theoretisch verstanden, wenngleich die eingeführte Quantisierungsbedingung, wonach der Bahndrehimpuls des Elektrons nur ein ganzzahliges Vielfaches von $h/2\pi$ sein darf, zunächst willkürlich eingeführt wurde. Der strahlungsfreie Umlauf des Elektrons auf den sogenannten Bohr'schen Bahnen wurde hier nur postuliert. Die nach obiger Formel be-

rechnete Frequenz des 1S-2S Überganges in Wasserstoff stimmt auf etwa 10^{-4} mit der tatsächlich beobachteten überein. Die von Heisenberg und Schrödinger entwickelte Quantenmechanik lieferte später die Begründung für diese empirischen Formeln. Bereits 1887 beobachteten Michelson und Morley eine kleine Aufspaltung der Spektrallinien, die sogenannte Feinstruktur, die von Sommerfeld 1916 als relativistische Korrektur zum Bohr'schen Atommodell gedeutet wurde. Dirac stellte 1926 eine vollständig relativistische Quantentheorie vor, die unter anderem die Feinstruktur, also die Aufspaltung der Energieniveaus mit unterschiedlichem Gesamtdrehimpuls des Elektrons richtig vorher-sagt. Damit war erstmals eine fast perfekte Übereinstimmung von spektroskopischen Experimenten und theoretischen Vorhersagen erreicht. Dies änderte sich schlagartig, als 1947 Lamb und Retherford mit Methoden der Radiofrequenz-Spektroskopie eine Aufspaltung von etwa 1 GHz der Niveaus $2S_{1/2}$ und $2P_{1/2}$ entdeckten, die klassische 2S Lamb-Verschiebung [Lam51]. Diese Aufspaltung hebt die in der Dirac'schen Theorie vorhergesagte energetische Entartung von Niveaus mit gleicher Gesamtdrehimpuls-quantenzahl j auf und gab den Anstoß zur Entwicklung der Quantenelektrodynamik (QED) durch Feynman, Schwinger und Tomonaga.

Abbildung 1.1 zeigt die niedrigsten Energieniveaus im Wasserstoffatom mit den Hauptquantenzahlen $n=1, 2$ und 3. Diese Darstellung spiegelt auch die historische Entwicklung theoretischer Modelle wider. Neben den Lamb-Verschiebungen in gebundenen Systemen kann die QED auch die kleine Abweichung des g -Faktors des Elektrons vom Wert 2 erklären. Der an ungebundenen Elektronen gemessene Wert für $(g-2)$ stimmt innerhalb der Fehlergrenzen auf etwa 10^{-8} [Dyc87] mit den Vorhersagen der QED überein. Die QED ist heute die präziseste aller Theorien der Physik. Bislang konnte die Gültigkeit der QED in keinem Experiment widerlegt werden. Messungen von Lamb-Verschiebungen am Wasserstoffatom sind als Test der QED zu verstehen. Während die klassische 2S-2P Lamb-Verschiebung mit Radiofrequenz-Methoden vermessen werden kann, so ist die 8 mal größere Lamb-Verschiebung des 1S Niveaus nur mit laserspektroskopischen Experimenten zugänglich, da es keinen benachbarten P-Zustand gibt. Dank der großen Fortschritte auf dem Gebiet der Laserspektroskopie haben optische Experimente mittlerweile den Radiofrequenz-Experimenten bei der Messungen von Lamb-Verschiebungen den Rang abgelaufen und eine höhere Präzision erreicht. Eine Schlüsselrolle bei dem gegenseitigen Wechselspiel von Experiment und Theorie spielte stets die Steigerung der Genauigkeit, mit der Übergänge spektral aufgelöst werden können. Eine wichtige Rolle fällt dem extrem scharfen 1S-2S Zweiphotonen-Übergang zu. Wegen des metastabilen 2S Zustandes besitzt er eine natürliche Linienbreite von nur 1.3 Hz was einer Güte von $\Delta\nu/\nu \simeq 5 \cdot 10^{-16}$ entspricht. Die Anregung dieses Zweiphotonen-Überganges gelang erstmals Hänsch *et al.* mit einem gepulsten Laser [Hae74]. Die kontinuierliche Anregung wurde zuerst in einer Wasserstoff-Gaszelle durchgeführt [Foo85] [Bea87]. Bei den von unserer Gruppe nun in Garching verfolgten Experimenten wird dieser Übergang an einem kalten Atomstrahl angeregt. Ein kurzer Überblick über die Entwicklung dieses Experimentes und die beteiligten Personen wird zu Beginn des Kapitels 4 gegeben. In Abbildung 1.2 ist die immense Steigerung der Genauigkeit dargestellt, die in nur wenigen Jahren bei der Spektroskopie des 1S-

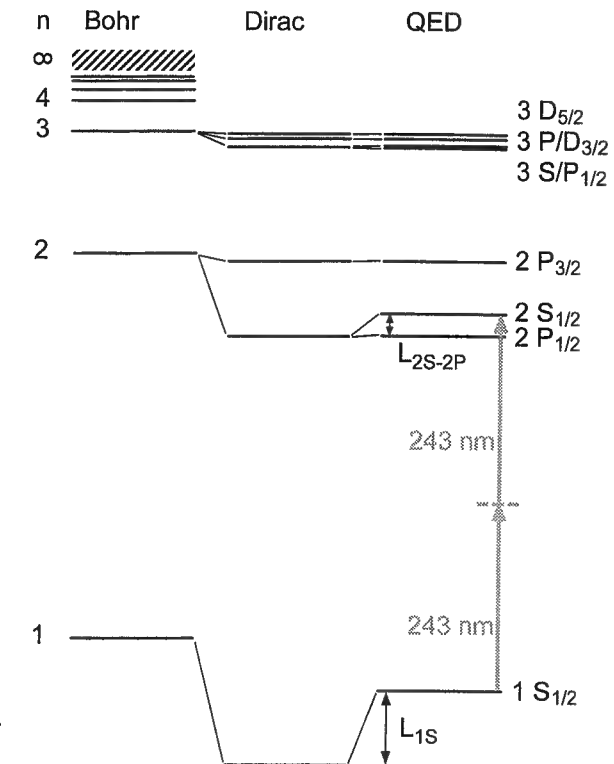


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Energieniveaus mit den Hauptquantenzahlen $n=1, 2$ und 3 in Wasserstoff. Ausgehend vom einfachen Bohr'schen Atommodell ist die Vorhersage der Feinstruktur durch die relativistische Dirac'sche Theorie sowie die Aufhebung der j -Entartung veranschaulicht, die durch die Theorie der Quantenelektrodynamik erklärt werden kann. Die Hyperfeinstruktur ist nicht dargestellt. Der für diese Arbeit relevante Zweiphotonen-Übergang ist eingezeichnet.

2S Überganges in Wasserstoff erzielt werden konnte.

In unserem Experiment können neben den 1S Lamb-Verschiebungen in Wasserstoff und Deuterium, die Rydberg-Konstante sowie die Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium gemessen werden. Aus letzterer läßt sich der Strukturradius des Deuterons r_{struc} bestimmen. Ein Experiment zur Messung der Feinstrukturkonstante α in einem Wasserstoff-Atominterferometer befindet sich in Vorbereitung. Parallel zum Wasserstoffexperiment arbeitet J. Walz in unserer Gruppe daran, Antiwasserstoff in einer Falle zu erzeugen und zu speichern [Wal96]. Ein Vergleich von Übergangsfrequenzen in Wasserstoff und Antiwasserstoff wird hochinteressante Rückschlüsse auf die Symmetrie zwischen Materie und Antimaterie zulassen. Eine weiterreichende Fragestellung beschäftigt sich mit der Konstanz der Naturkonstanten. Es gibt Spekulationen darüber, daß sich die Naturkonstanten zeitlich ändern könnten [Dir37]. Momentan können nur obere Schranken für eine eventuelle Änderung angegeben werden. So wird in [God93] eine obere Grenze für die zeitliche Änderung der Feinstruk-

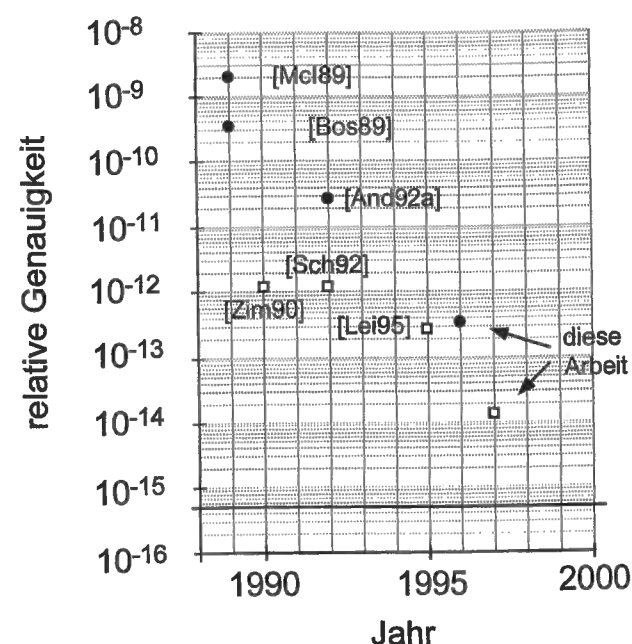


Abbildung 1.2: Steigerung in der Genauigkeit, mit der die 1S-2S Übergangsfrequenz in Wasserstoff absolut gemessen wurde (•) und prinzipiell gemessen werden konnte bzw. kann (□). Die Auflösung von etwa $1.5 \cdot 10^{-14}$ wurde in der vorliegenden Arbeit realisiert.

turkonstante angegeben: $\left| \frac{d}{dt} \ln \alpha \right| \leq 2.7 \cdot 10^{-13} / \text{Jahr}$. In Zukunft ist es denkbar, z. B. die Rydberg-Konstante über längere Zeiträume immer wieder zu vermessen und entsprechende Aussagen zu treffen. In Abbildung 1.3 sind die Experimente und Fragestellungen zusammengefaßt, die am Garchinger Wasserstoffprojekt unter der Leitung von Prof. Hänsch zur Zeit und in Zukunft untersucht werden.

Der in dieser Arbeit untersuchte 1S-2S Übergang wird mit zwei Photonen der gleichen Energie aus entgegengesetzten Richtungen angeregt und ist somit frei vom Doppler-Effekt erster Ordnung. Die erreichte Auflösung ist so groß, daß der relativistische Doppler-Effekt der dominante verschiebende Effekt auf die Linienmitte der beobachteten Spektren ist. Um diesen Effekt so klein wie möglich zu halten, wird in unserem Experiment mit einem gekühlten Atomstrahl gearbeitet.

Ein anderer Ansatz wird in der Gruppe um D. Kleppner verfolgt: Hier werden kalte Wasserstoffatome spektroskopiert, die in einer magnetischen Falle gefangen sind [Ces96]. Dieses Experiment ist auf die Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensates hin ausgerichtet. Die Auflösung des 1S-2S Überganges ist momentan durch die spektrale Breite des Lasers auf etwa 3 kHz bei 243 nm limitiert. Die starken Magnetfelder, die angelegt werden müssen um die Atome gefangen zu halten dürften in Zukunft eine

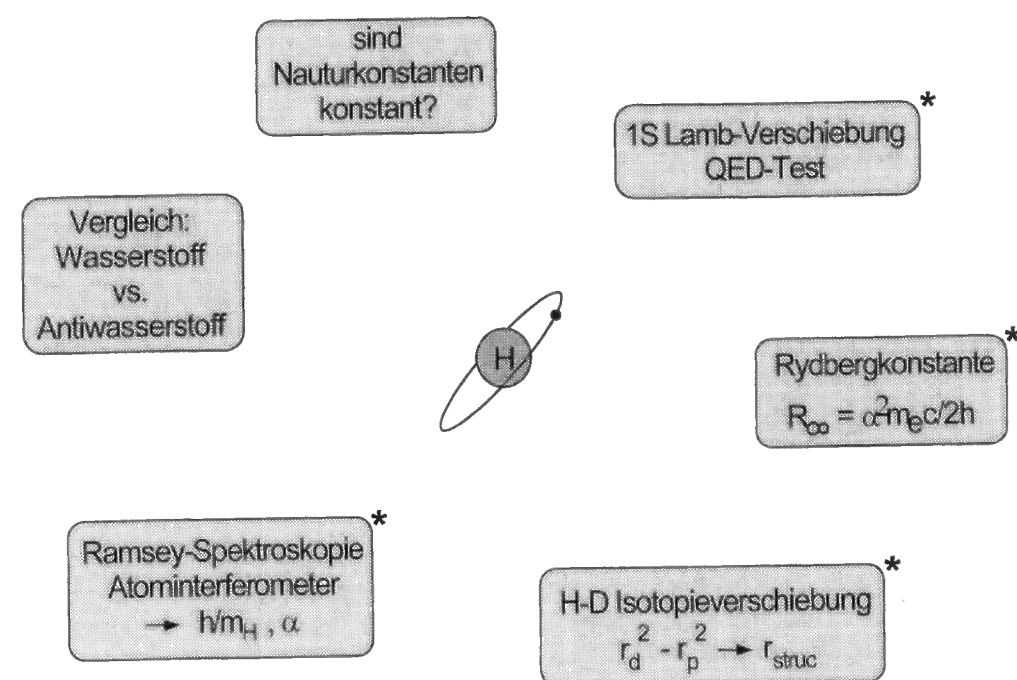


Abbildung 1.3: Experimente und grundsätzliche Fragestellungen, die am Garchinger Wasserstoffexperiment untersucht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Fortschritte in den mit * gekennzeichneten Punkten erzielt. Eine Messung der Feinstrukturkonstanten α wird derzeit vorbereitet. Aussagen zur Konstanz der Naturkonstanten sowie die Spektroskopie an Antiwasserstoff sind zukünftige Projekte.

ähnlich gute Auflösung wie in unserem Experiment erschweren. Obwohl sich mit einem schmalbandigeren Laser hier prinzipiell sehr kleine Linienbreiten erreichen lassen, bewirken die angelegten Magnetfelder jedoch systematische Verschiebungen der Übergangsfrequenz.

In der Gruppe um F. Biraben in Paris wird ebenfalls Wasserstoffspektroskopie am Atomstrahl durchgeführt. An einem Strahl metastabiler Atome wird der 2S-8S/8D Übergang angeregt und die Übergangsfrequenz mittels einer Frequenzkette gegen die Cäsiumatomuhr vermessen. Die Absolutfrequenzmessung dieses Überganges wurde kürzlich mit einer relativen Genauigkeit von $6 \cdot 10^{-12}$ durchgeführt [Bea97]. Dieses Experiment steht zu unserem in einem komplementären Verhältnis. Jede Gruppe gewinnt an Genauigkeit in der Angabe der Rydberg-Konstante und der Lamb-Verschiebungen, wenn die Resultate der jeweils anderen Gruppe mit zur Auswertung herangezogen werden.

In Yale wird in der Gruppe um M. G Boshier und E. Hinds der 1S-2S Übergang in Wasserstoff in einer Gaszelle am ungekühlten, effusiven Atomstrahl bei einem Druck von etwa 30 mTorr angeregt. Durch direkten Frequenzvergleich mit dem 2S-4P Einphotonen-Übergang, der eine natürliche Linienbreite von 13 MHz besitzt, kann die 1S Lamb-Verschiebung gemessen werden [Ber95]. Dazu wird der 2S-4P Übergang ebenfalls an einem Strahl metastabiler Wasserstoffatome angeregt. In diesem Experiment werden etwa 10 MHz breite 1S-2S Spektren beobachtet.

Kapitel 2

Theorie der Energieniveaus im Wasserstoffatom

In diesem Kapitel wird ein kurzer Einblick in den aktuellen Stand der Theorie der Energieniveaus im Wasserstoff- und Deuteriumatom gegeben. Es sollen hauptsächlich die für die vorliegende Arbeit relevanten 1S und 2S Zustände in Wasserstoff und Deuterium besprochen werden. Die Darstellung lehnt sich eng an den Übersichtsartikel von K. Pachucki *et al.* [Pac96]. Änderungen, die sich seit Erscheinen dieses Artikels ergeben haben, werden berücksichtigt und angesprochen. Nicht explizit angegebene Referenzen sind dort zu entnehmen. In allen Formeln dieses Kapitels wurden die Konstante $\hbar = h/2\pi$ und die Lichtgeschwindigkeit c zu 1 gesetzt (natürliche Einheiten).

2.1 Dirac-Coulomb-Energie und Korrekturen aufgrund der endlichen Kernmasse

Die Dirac-Gleichung beschreibt die Energieniveaus eines Elektrons im Coulomb-Potential eines unendlich schweren Kernes:

$$E(n, j) = m f(n, j)$$

$$f(n, j) = \left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left[n - j - \frac{1}{2} + \sqrt{(j + \frac{1}{2})^2 - (Z\alpha)^2} \right]^2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.1)$$

mit der Masse m des Elektrons, der Hauptquantenzahl n , dem Gesamtdrehimpuls j des Elektrons, der Feinstrukturkonstante α und der Kernladungszahl Z . Mit der Dirac-Gleichung kann die Energie eines Eielektronen-Atoms für den Fall eines unendlich schweren Kernes berechnet werden. In diesem Kapitel werden quantenelektrodynami-

sche und weitere Korrekturen zu den Energieniveaus behandelt, die über diese Gleichung hinausgehen.

Die endliche Kernmasse im Wasserstoff- und Deuteriumatom verschiebt die Lage der Energieniveaus anschaulich dadurch, daß sich der Kern mitbewegt und nicht absolut im Raum fixiert ist, wie in Gleichung (2.1) angenommen. Um Rückstoßeffekte aufgrund der endlichen Kernmasse zu berücksichtigen, kann nicht einfach wie im nichtrelativistischen Fall mit der reduzierten Masse des Zweiteilchen-Systems gerechnet werden. Es ist im allgemeinen nicht einmal möglich, einen relativistischen Zweiteilchen-Hamiltonian aufzustellen. Daher kann dieses Problem nur näherungsweise gelöst werden. Dazu wird ein effektiver Hamiltonian angesetzt, der zusätzlich die kinetische Energie des Kernes und die Breit-Wechselwirkung enthält. Der bis zur Ordnung α^4 exakte Ausdruck für die Energieniveaus lautet damit [Sap90] :

$$E(n, j) = m + M + \mu[f(n, j) - 1] - \frac{\mu^2}{2(M+m)}[f(n, j) - 1]^2 + \frac{\alpha^4 \mu^3}{2n^3 M^2} \left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{l+\frac{1}{2}} \right) (1 - \delta_{l0}) , \quad (2.2)$$

mit der Bahndrehimpulsquantenzahl l , der Kernmasse M und der reduzierten Masse $\mu = mM/(m+M)$. Hier wurde $Z=1$ gesetzt, da wir uns für Wasserstoff und Deuterium interessieren. In Kapitel 9 wird für die 1S-2S Übergangsfrequenz der Ausdruck $f_{1S-2S} = R_\infty(e(2S) - e(1S)) + L_{2S} - L_{1S}$ mit der Rydberg-Konstante $R_\infty = \alpha^2 mc/2h$ verwendet. Die Größe $e(nS)$ sei wie folgt definiert:

$$e(nS) := \frac{2c}{\alpha^2} \frac{E(n, 1/2)}{m} . \quad (2.3)$$

Alle Korrekturen, die über den vierten Summanden in Gleichung (2.2) hinausgehen, werden per Definitionem der Lamb-Verschiebung zugeordnet, so auch Rückstoßkorrekturen in höherer Ordnung als α^4 . Der exakte Ausdruck in Ordnung α^5 wurde von Ericson im Bethe-Salpeter-Formalismus berechnet [Eri77] :

$$\Delta E = \frac{\mu^3}{mM} \frac{\alpha^5}{\pi n^3} \left\{ \frac{2}{3} \delta_{l0} \ln \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{8}{3} \ln k_0(n, l) - \frac{1}{9} \delta_{l0} - \frac{7}{3} a_n - \frac{2}{M^2 - m^2} \delta_{l0} \left[M^2 \ln \left(\frac{m}{\mu} \right) - m^2 \ln \left(\frac{M}{\mu} \right) \right] \right\} , \quad (2.4)$$

mit

$$a_n = -2 \left[\ln \left(\frac{2}{n} \right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) + 1 - \frac{1}{2n} \right] \delta_{l0} + \frac{1 - \delta_{l0}}{l(l+1)(2l+1)} \quad (2.5)$$

und dem Bethelogarithmus $\ln k_0(n, l)$ [Sap90], der für $l = 0$ und $n = 1$ oder 2 die Werte $\ln k_0(1, 0) = 2.9841285557655$ und $\ln k_0(2, 0) = 2.8117698931205$ annimmt.

In der Ordnung α^6 wurde die Korrektur von Pachucki und Grotch berechnet [Pac95a] :

$$\Delta E(nS) = \frac{m^2}{M} \frac{(Z\alpha)^6}{n^3} \left(4 \ln(2) - \frac{7}{2} \right) . \quad (2.6)$$

Die bis hier angegebenen Korrekturen werden als nichtstrahlende Rückstoßkorrekturen bezeichnet.

2.2 Selbstenergie

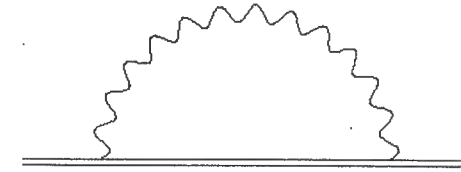


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm der Selbstenergie.

Den größten Beitrag zur Lamb-Verschiebung liefert die sogenannte Einschleifen-Selbstenergie. Sie kann gedeutet werden als die Wechselwirkung des Elektrons mit seinem eigenen Strahlungsfeld und hat ihren Ursprung in der Kopplung an die Fluktuationen des elektromagnetischen Vakuums. In der Terminologie der QED muß die Masse des Elektrons im Coulomb-Feld des Protons renormiert werden. Die Selbstenergie ist die Differenz der renormierten Massen von freiem und gebundenem Elektron. Für einen unendlich schweren, punktförmigen Kern lassen sich im allgemeinen alle quantenelektrodynamischen Korrekturen in Potenzen von α , $Z\alpha$ und $\ln(Z\alpha)$ entwickeln [Joh85]. Es ergeben sich Terme proportional zu $\alpha^r (Z\alpha)^p \ln^q [(Z\alpha)^{-2}]$. Die auftretenden Koeffizienten werden in Folge als A_{pq} für $r=1$ und B_{pq} für $r=2$ bezeichnet, wobei r die Anzahl der ausgetauschten virtuellen Photonen angibt. Die Renormierungsprozedur liefert für die Selbstenergie des Elektrons:

$$\Delta E = \frac{m\alpha(Z\alpha)^4}{\pi n^3} F . \quad (2.7)$$

Dabei ist

$$F = A_{40} + A_{41} \ln [(Z\alpha)^{-2}] + A_{50} Z\alpha + (Z\alpha)^2 \left\{ A_{60} + A_{61} \ln [(Z\alpha)^{-2}] + A_{62} \ln^2 [(Z\alpha)^{-2}] \right\} + (Z\alpha)^3 G , \quad (2.8)$$

mit folgenden Koeffizienten für nS Zustände:

$$\begin{aligned} A_{40}(n) &= \frac{10}{9} - \frac{4}{3} \ln k_0(n, 0) & A_{41} &= \frac{4}{3} & A_{50} &= 4\pi \left(\frac{139}{128} - \frac{\ln(2)}{2} \right) \\ A_{60}(1) &= -30.92890 & A_{60}(2) &= -31.84047 & A_{61}(1) &= \frac{28}{3} \ln(2) - \frac{21}{20} \\ A_{61}(2) &= \frac{16}{3} \ln(2) - \frac{67}{30} & A_{62} &= -1 & G'(n) &= G'(n) + 2\pi \ln[(Z\alpha)^{-2}] \\ G(n) &= G'(n) + 2\pi \ln[(Z\alpha)^{-2}] & G'(1) &= 26.9(5) & G'(2) &= 29.8(10) \end{aligned}$$

2.3 Vakuumpolarisation

Der zweitgrößte Beitrag zur Lamb-Verschiebung eines nS Zustandes ist die Vakuumpolarisation. Ein virtuelles Austauschphoton zwischen Elektron und Kern kann im starken Coulomb-Feld des Kernes ein virtuelles Elektron-Positron-Paar erzeugen. Dieses Paar richtet sich wie ein Dipol im Coulomb-Feld aus und schirmt die Kernladung ab. Anschaulich wird das Vakuum in Kernnähe wie ein dielektrisches Medium polarisiert. S Elektronen tauchen häufiger als P-Elektronen in die Wolke aus virtuellen

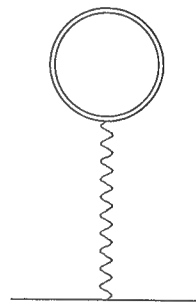


Abbildung 2.2: Feynman-Diagramm der Vakuumpolarisation.

Elektron-Positron-Paaren ein, wo sie die größere nackte Kernladung spüren, was zu einer stärkeren Bindung führt. Die Entwicklungskoeffizienten der Funktion F, die analog zu Gleichung (2.7) eingeführt wird, haben bei der Berechnung der Vakuumpolarisation die folgenden Werte [Sap90]¹:

$$\begin{aligned} A_{40} &= -\frac{4}{15} & A_{50} &= \frac{5\pi}{48} & A_{60}(1) &= \frac{4}{15} \ln(2) - \frac{1289}{1575} + \left(\frac{19}{45} - \frac{1}{27} \pi^2 \right) \\ A_{60}(2) &= -\frac{743}{900} + \left(\frac{19}{45} - \frac{1}{27} \pi^2 \right) & A_{61} &= -\frac{2}{15} \end{aligned}$$

¹in [Pac96] ist der Koeffizient A_{50} fälschlicherweise mit einem Minus-Zeichen versehen.

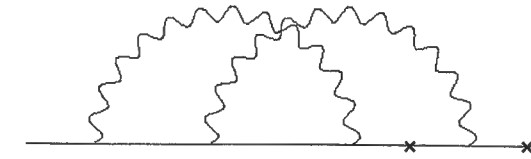


Abbildung 2.3: Beispiel eines von 16 Feynman-Diagrammen, die bei der Berechnung von B_{50} auszuwerten sind.

2.4 QED höherer Ordnung

Die bisher behandelten quantenelektrodynamischen Korrekturen Selbstenergie und Vakuumpolarisation berücksichtigen den Austausch eines virtuellen Photons. Prozesse bei denen zwei oder mehr virtuelle Photonen beteiligt sind, liefern einen nennenswerten Beitrag zur Lamb-Verschiebung und werden hier als QED höherer Ordnung bezeichnet. Die Berechnung dieser Beiträge höherer Ordnung ist extrem aufwendig und schwierig. In jüngster Vergangenheit gab es wesentliche Fortschritte bei der Berechnung dieser Terme. So gelang es K. Pachucki erstmals, den Koeffizienten B_{50} des Zweischleifen-Beitrages zu berechnen. Das Ergebnis $B_{50} = -21.2(5)$ [Pac94] ist viel größer als zuvor abgeschätzt und trägt z.B. -291(7) kHz zur 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff bei. Der Theoriewert der 1S Lamb-Verschiebung stimmte damit deutlich besser mit dem zu diesem Zeitpunkt genauesten entsprechenden gemessenen Wert [Wei94] überein, falls der als zuverlässiger erachtete experimentell bestimmte Protonenladungsradius von 0.862(12) fm [Sim80] verwendet wurde. Mittlerweile wurde der genannte Wert für den Koeffizienten B_{50} in einer unabhängigen Rechnung bestätigt [Eid94]. Dieses etwas genauere Resultat wird in dieser Arbeit verwendet. Die Entwicklung der Korrekturen aufgrund QED höherer Ordnung nach Potenzen von $Z\alpha$ lautet:

$$\Delta E = \frac{m\alpha^2(Z\alpha)^4}{\pi^2 n^3} \left\{ B_{40} + Z\alpha B_{50} + (Z\alpha)^2 \left[B_{63} \ln^3(Z\alpha)^{-2} + B_{62} \ln^2(Z\alpha)^{-2} + \dots \right] \right\} \quad (2.9)$$

$$B_{40} = -\frac{2179}{648} - \frac{10\pi^2}{27} + \frac{3\pi^2 \log(2)}{2} - \frac{9\xi(3)}{4} = 0.538941 \quad [\text{Bar70}]$$

$$B_{50} = -21.556(3) \quad [\text{Eid94}]$$

$$B_{62} = \frac{16}{9} \left(\psi(n) + \frac{1}{4n^2} - \frac{1}{n} - \ln(n) + C \right) \quad [\text{Kar95}]$$

$$B_{63} = -\frac{8}{27} \quad [\text{Kar93}]$$

mit der Riemann'schen Zetafunktion ξ , der logarithmischen Ableitung ψ der Euler'schen Gammafunktion und einer zustandsunabhängigen Konstante C. Der Term B_{63} wird hier gemäß [Pac96] nicht in der Berechnung der Lamb-Verschiebungen berücksichtigt, bis das Ergebnis von einer unabhängigen Rechnung bestätigt wird. Der Beitrag wäre z. B. -3.6 kHz für die 2S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff. Ebenso wird

B_{62} nicht berücksichtigt, da von der Konstanten C nur die Zustandsunabhängigkeit bekannt ist, jedoch nicht ihr Wert. An dieser Stelle wird deutlich, daß die Genauigkeit mit der die theoretischen Lamb-Verschiebungen angegeben werden können durch nicht berechnete QED-Effekte höherer Ordnung (unter anderem auch bislang nicht berechnete Dreischleifen-Korrekturen) limitiert ist. Eine weitere Hauptfehlerquelle ist die Unsicherheit im experimentell gemessenen Ladungsradius des Protons, auf die weiter unten noch genauer eingegangen wird.

2.5 Strahlende Rückstoßkorrekturen

Neben den bereits in Abschnitt 2.1 behandelten nichtstrahlenden Rückstoßkorrekturen kompensieren die sogenannten strahlenden Rückstoßkorrekturen den Fehler, der bei der Berechnung von Selbstenergie, Vakuumpolarisation und Zweischleifen-Korrekturen unter der Annahme eines im Raum fixierten, unendlich schweren Kernes unterläuft. Eine in der Ordnung $(Z\alpha)^4$ exakte Korrektur errechnet sich nach [Pac96], indem die genannten Beiträge mit dem Faktor $((\frac{\mu}{m})^3 - 1)$ multipliziert werden und dabei $\ln[(Z\alpha)^{-2}]$ durch $\ln[\frac{m}{\mu}(Z\alpha)^{-2}]$ ersetzt wird. Auf diese Weise wird der Modifikation der Wellenfunktion am Ursprung Rechnung getragen. In Ordnung $\alpha(Z\alpha)^5$ lautet die Korrektur [Pac95b]:

$$\Delta E = -\frac{\alpha(Z\alpha)^5 m^2}{M n^3} 1.36449 \quad . \quad (2.10)$$

2.6 Endliche Kerngröße und Selbstenergie des Kernes

Neben der endlichen Kernmasse (Rückstoßkorrekturen) wirkt sich die endliche Kerngröße ebenfalls auf die Energieniveaus im Wasserstoffatom aus. Am Kernort gibt es daher eine Abweichung vom reinen Coulomb-Potential. Die Energieniveaus von S Elektronen werden dadurch etwas angehoben. Der Effekt der endlichen Kerngröße ist eigentlich kein quantenelektrodynamischer Effekt, skaliert jedoch ebenfalls wie $1/n^3$ in der Hauptquantenzahl n und kann daher in Messungen von Lamb-Verschiebungen die auf direktem Vergleich von Übergangsfrequenzen beruhen (z. B. wie in [Wei94]) nicht von QED-Effekten getrennt werden. Daher wird dieser Effekt mit zu der Lamb-Verschiebung eines Niveaus gerechnet. Im folgenden steht der erste Term für den Effekt der endlichen Kerngröße, der zweite für die Selbstenergie des Kernes:

$$\Delta E = \frac{2}{3n^3} (Z\alpha)^4 \mu^3 \langle r^2 \rangle + \frac{4\mu^3}{3\pi n^3 M^2} (Z^2 \alpha) (Z\alpha)^4 \left[\ln \left(\frac{M}{\mu(Z\alpha)^2} \right) - \ln k_0(n) \right] \quad . \quad (2.11)$$

Hier bezeichnet $\langle r^2 \rangle$ den mittleren quadratischen Ladungsradius des Kernes, der aus Streuexperimenten gewonnen wird. Die Unsicherheit $\Delta \langle r^2 \rangle$ limitiert gegenwärtig

die Genauigkeit, mit der die theoretische Lamb-Verschiebung für die Energieniveaus in Wasserstoff und Deuterium angegeben werden kann. Es sei angemerkt, daß es neben dem hier verwendeten Wert $r_p = 0.862(12)$ fm [Sim80] für den Protonladungsradius noch einige ältere Werte, sowie ein neuerer Wert existieren, die mit diesem Resultat im Rahmen der angegebenen Fehlergrenzen nicht übereinstimmen, siehe dazu Kapitel 9. Die in dieser Arbeit vorgestellte Messung der Isotopieverschiebung der $1S$ - $2S$ Übergangsfrequenz in Wasserstoff und Deuterium kann, wie in Kapitel 10 eingehend erläutert, als Messung der Differenz der quadratischen Ladungsradien von Deuteron und Proton interpretiert werden.

2.7 Polarisierbarkeit des Deuterons und Darwin-Foldy-Korrektur

Der Kern des Deuteriumatoms, das Deuteron, ist ein im Vergleich zu anderen Kernen schwach gebundenes System, das vom Elektron polarisiert werden kann. Für S Zustände bewirkt dieser Effekt eine stärkere Bindung [Fri-a]:

$$\Delta E = -\frac{8}{7} \frac{18.58(7)}{n^3} \text{ kHz} \quad . \quad (2.12)$$

In der Definition der Dirac-Energie nach Gleichung (2.2) ist die relativistische Darwin-Foldy-Korrektur des Protons bereits enthalten. Diese Konvention wurde gewählt, da Gleichung (2.2) zunächst für das Wasserstoffatom aufgestellt wurde [Fri-b]. In der üblichen Definition des Ladungsradius des Protons ist die Darwin-Foldy-Korrektur nicht eingeschlossen, während in der Definition des Deuteronladungsradius diese Korrektur mitberücksichtigt wird. Daher muß für die Berechnung der Energieniveaus im Deuterium die Korrektur wieder abgezogen werden, um diese nicht doppelt zu zählen [Fri-b]:

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{\mu^3}{M^2} \frac{\alpha^4}{n^3} \delta_{l0} \quad . \quad (2.13)$$

In jüngster Vergangenheit wurde eine lebhafte Diskussion darüber geführt, ob die Darwin-Foldy-Korrektur, die bisweilen auch als Zitterbewegungsterm bezeichnet wurde, tatsächlich für Deuterium von der Dirac-Energie nach Gleichung (2.2) wieder abgezogen werden muß, siehe z. B. [Pac95c] und [Khr96]. In [Fri-b] wird die Problematik eingehend aus der Perspektive der Kernphysik beleuchtet und die Konsistenz von [Pac95c] und [Pac96] mit den in der Kernphysik üblichen Konventionen bestätigt, die bezüglich der Definitionen der Kernladungsradien bestehen.

Vakuum-Lichtgeschwindigkeit	c	299 792 458	ms ⁻¹	[Cod86]
Elektronmasse	m	9.109 3897(54)	10 ⁻³¹ kg	[Cod86]
Planck'sches Wirkungsquant.	h	6.626 0755(40)	10 ⁻³⁴ J s	[Cod86]
Feinstrukturkonstante	α^{-1}	137.035 999 44(57)		[Kin95]
Elektron- zu Protonmasse	M_p/m	1 836.152 6665(40)		[Dyc95]
Deuteron- zu Protonmasse	M_d/M_p	1.999 007 5013(14)		[Aud93]
Ladungsradius des Protons	r_p	0.862(12)	fm	[Sim80]
Ladungsradius des Deuterons	r_d	2.116(6)	fm	[Kla86]
		2.128(11)	fm	[Sic96]
		2.136(5)	fm	diese Arbeit
Rydberg-Konstante	R_∞	10 973 731.568 59(10)	m ⁻¹	[Bea97]
		10 973 731.568 646(89)	m ⁻¹	diese Arbeit

Tabelle 2.1: In dieser Arbeit verwendete Naturkonstanten.

2.8 Theoretisch berechnete Lamb-Verschiebungen

In diesem Abschnitt werden die berechneten Zahlenwerte der einzelnen Beiträge und der totalen Lamb-Verschiebung der für diese Arbeit relevanten Energieniveaus 1S und 2S in Wasserstoff und Deuterium gegeben. Eine Neuberechnung gegenüber den in [Pac96] angegebenen Werten wurde notwendig, da seit dem Erscheinen dieses Übersichtsartikels genauere Werte für die Feinstrukturkonstante α sowie für das Massenverhältnis M_p/m von Proton und Elektron veröffentlicht wurden. In Tabelle 2.1 werden die bei der Berechnung verwendeten Naturkonstanten angegeben. Es sei darauf hingewiesen, daß bei der Berechnung Vorfaktoren stets so umzuformen sind, daß die extrem genau bekannte Rydberg-Konstante $R_\infty = \alpha^2 mc/2h$ für Kombinationen von α , m , c und h eingesetzt werden kann. Ferner müssen die Massen μ , m und M soweit möglich durch die sehr genau bekannten Massenverhältnisse M_p/m und M_d/M_p ausgedrückt werden.

In den Tabellen 2.2 und 2.3 sind die einzelnen Beiträge und die daraus resultierenden Lamb-Verschiebungen angegeben. Bei der Berechnung der Kerngrößen-Effekte zu den Lamb-Verschiebungen in Deuterium wurde alternativ mit verschiedenen Ladungsradien des Deuterons gerechnet. Der Unterschied in den totalen Lamb-Verschiebungen ist nicht unerheblich, was in Kapitel 10 noch ausführlicher diskutiert wird. Es macht für die angegebenen Lamb-Verschiebungen nur einen vernachlässigbar kleinen Unterschied, ob zur Berechnung die Rydberg-Konstante nach [Bea97] oder die im Rahmen dieser Arbeit gemessene herangezogen wird. Hier wird deutlich, daß die Hauptunsicherheiten in den Beiträgen aufgrund der endlichen Kerngröße und QED höherer Ordnung stammen. Die erste Fehlerangabe in den totalen Lamb-Verschiebungen gibt die Unsicherheit aufgrund des anzunehmenden Proton- bzw. Deuteronladungsradius an, während die zweite Fehlerangabe für die Unsicherheit durch nichtberechnete höhere Ordnungen von Zweischleifen-Korrekturen und nichtberechnete Dreischleifen-Korrekturen steht.

Beitrag	Wasserstoff [kHz]	Deuterium [kHz]
Selbstenergie	8396 453.9(2)	8396 453.9(2)
Vakuumpolarisation	-215 168.372(2)	-215 168.372(2)
QED höherer Ordnung	721(24)	721(24)
nichtstrahl. Rückstoßkorr.	2 402.118(2)	1 202.760(1)
strahlende Rückstoßkorr.	-12 777.97(4)	-6 395.51(2)
Kerngröße und -Selbstn.	1 167(32)	7 009(40) ($r_d=2.116(6)$ fm)
		7 089(73) ($r_d=2.128(11)$ fm)
		7 142(33) ($r_d=2.136(5)$ fm)
nur-Deuteron:		
Polarisierbarkeit		-21.23(8)
Darwin-Foldy-Korrektur		-12.99280(1)
1S Lamb-Verschiebung:	8172 798(32)(24)	8183 789(40)(24) ($r_d=2.116(6)$ fm)
		8183 869(73)(24) ($r_d=2.128(11)$ fm)
		8183 922(33)(24) ($r_d=2.136(5)$ fm)

Tabelle 2.2: Beiträge zu den Lamb-Verschiebungen des 1S Zustandes in Wasserstoff und Deuterium. Die Referenzen der Deuteronladungsradien sind in Tabelle 2.1 zu finden.

Beitrag	Wasserstoff [kHz]	Deuterium [kHz]
Selbstenergie	1072 958.52(4)	1072 958.52(4)
Vakuumpolarisation	-26 897.0865(3)	-26 897.0865(3)
QED höherer Ordnung	90.2(3.0)	90.2(3.0)
nichtstrahl. Rückstoßkorr.	340.3646(3)	170.4213(1)
strahlende Rückstoßkorr.	-1 635.437(5)	-818.554(3)
Kerngröße und -Selbstn.	145.8(4.0)	876.1(5.0) ($r_d=2.116(6)$ fm)
		886.1(9.2) ($r_d=2.128(11)$ fm)
		892.8(4.2) ($r_d=2.136(5)$ fm)
nur Deuteron:		
Polarisierbarkeit		-2.65(1)
Darwin-Foldy-Korrektur		-1.624110(1)
2S Lamb-Verschiebung:	1045 002.4(4.0)(3.0)	1046 375.3(5.0)(3.0) ($r_d=2.116(6)$ fm)
		1046 385.3(9.2)(3.0) ($r_d=2.128(11)$ fm)
		1046 392.0(4.2)(3.0) ($r_d=2.136(5)$ fm)

Tabelle 2.3: Beiträge zu den Lamb-Verschiebungen des 2S Zustandes in Wasserstoff und Deuterium.

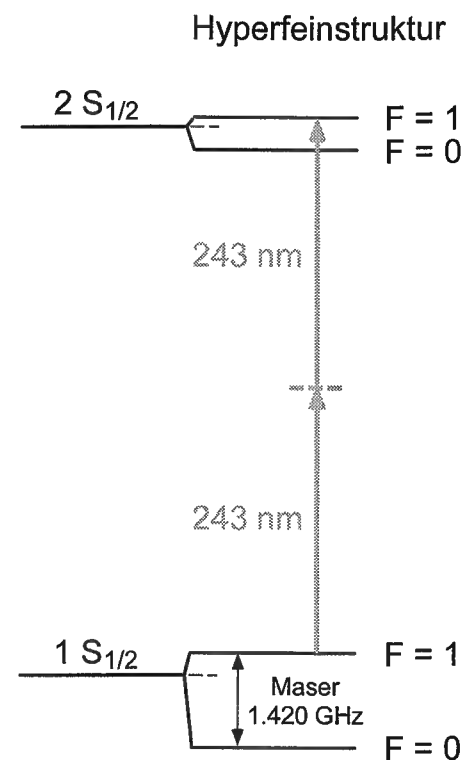


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Aufspaltung der Energieniveaus in Wasserstoff mit den Hauptquantenzahlen $n=1$ und 2 in Hyperfeinkomponenten. Der wohl bekannte Übergang des Wasserstoffmasers ist eingezeichnet.

2.9 Hyperfeinstruktur

Die Wechselwirkung von Kernspin I und Gesamtdrehimpuls J des Elektrons führt zur energetischen Aufspaltung in Hyperfeinniveaus. Für die uns interessierenden S Zustände ($L=0$) sind das im Wasserstoff mit $I=1/2$ und $J=1/2$ die Niveaus mit den Hyperfeinquantenzahlen $F=0$ und 1 , siehe Abbildung 2.4. Analog ergeben sich in Deuterium mit $I=1$ und $J=1/2$ die Niveaus mit $F=1/2$ und $3/2$. Die Verschiebung der Niveaus durch die Hyperfeinwechselwirkung ist nach Fermi gegeben [Bet77] :

$$E_{HFS}(n, J, L, F, I) = \frac{(Z\alpha)^2 Z g_N m}{n^3 M} (1 - \delta) c R_\infty \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{J(J+1)(2L+1)} \quad (2.14)$$

Hier ist g_N das anomale magnetische Moment des Kernes und δ ein kleiner Korrekturterm, der Effekte wie die endliche Kernmasse, Kernstruktureffekte und Strahlungskorrekturen berücksichtigt.

Übergang	Wasserstoff $F=0 \rightarrow F=1$ [Hz]	Deuterium $F=1/2 \rightarrow F=3/2$ [Hz]
1S	1 420 405 751.7667(10) [Ess71]	327 384 352.5222(17) [Win72]
2S	177 556 860(50) [Heb56]	40 942 439(20) [Rei56]

Tabelle 2.4: Experimentell gemessene Übergangsfrequenzen zwischen den Hyperfeinkomponenten der Niveaus 1S und 2S in Wasserstoff und Deuterium.

Übergang	Wasserstoff $1S_{1/2}(F=1) \rightarrow 2S_{1/2}(F=1)$	Deuterium $1S_{1/2}(F=3/2) \rightarrow 2S_{1/2}(F=3/2)$
Δf_{HFS}	310 712 223(13) Hz	95 486 638(7) Hz

Tabelle 2.5: Korrekturen aufgrund der Hyperfeinwechselwirkung: Um die Verschiebung der beteiligten Niveaus zu korrigieren, muß Δf_{HFS} zu den experimentell gemessenen Übergangsfrequenzen (bei 121 nm) addiert werden.

Der Schwerpunkt (Zentroid) des Hyperfein-Multipletts ist definiert als:

$$E_{HFS-Zentroid}(n, J, L, F, I) = \sum_F (2F+1) E_{HFS}(n, J, L, F, I) \quad (2.15)$$

wobei der Faktor $2(F+1)$ das statistische Gewicht der einzelnen Komponenten berücksichtigt. Die Hyperfeinwechselwirkung läßt den Schwerpunkt des Multipletts unverschoben. Mit den experimentell extrem genau vermessenen Hyperfeinaufspaltungen der Niveaus 1S und 2S in Wasserstoff und Deuterium, welche in Tabelle 2.4 angegeben sind, lassen sich leicht die Korrekturen berechnen, mit der die experimentell gemessenen Übergangsfrequenzen auf die Zentroidfrequenz umzurechnen sind. Die Korrekturen finden sich in Tabelle 2.5.

2.10 Aufspaltung der Hyperfeinkomponenten im äußeren Magnetfeld

Im äußeren Magnetfeld spalten die Hyperfeinkomponenten in Zeeman-Unterniveaus auf. Die Aufspaltung der Wasserstoff und Deuterium Hyperfeinniveaus mit Gesamtdrehimpuls $j=1/2$ wird quantitativ durch die Breit-Rabi-Gleichung beschrieben [Bet77]. Eine schematische Darstellung für die Verhältnisse im Wasserstoffatom ist in Abbildung 2.5 gegeben. Da für den experimentell angeregten Zweiphotonen-Über-

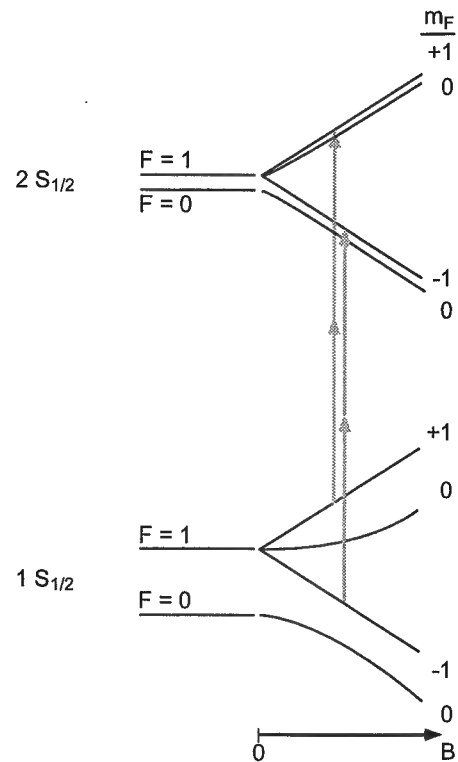


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Aufspaltung der Hyperfeinkomponenten in Zeeman-Unterniveaus in Wasserstoff. Die eingezeichneten Übergänge werden im Experiment angeregt. Der Frequenzschwerpunkt der beiden angeregten Übergänge wird durch das äußere Magnetfeld nicht verschoben.

gang die Auswahlregeln $\Delta F=0$ und $\Delta m_F=0$ gelten, können nur Übergänge zwischen gleichen m_F -Unterniveaus angeregt werden. Im Experiment wird der Übergang $1S_{1/2}(F=1, m_F=\pm 1) - 2S_{1/2}(F=1, m_F=\pm 1)$ gewählt, der nicht durch das äußere Magnetfeld verschoben wird. Dies hat den Vorteil, daß keine aufwendige Magnetfeldabschirmung eingesetzt werden muß. Es wird sogar ein Magnetfeld von etwa 10 Gauß angelegt, um den magnetfeldsensitiven Übergang $1S_{1/2}(F=1, m_F=0) - 2S_{1/2}(F=1, m_F=0)$ deutlich vom unsensitiven zu trennen. Tatsächlich sind jedoch die Steigungen der Komponenten mit $m_F=+1$ und $m_F=-1$ im 1S und 2S Zustand nicht exakt gleich, was durch relativistische und quantenelektrodynamische Effekte verursacht wird. Dieser Umstand bewirkt lediglich eine Aufspaltung der atomaren Resonanz, nicht aber eine Verschiebung des Schwerpunktes beider $m_F=\pm 1$ -Komponenten. Der Effekt der Aufspaltung ist in unserem Experiment noch nicht beobachtet worden. Die Größe dieses Effekts wird in Kapitel 7 besprochen. In Deuterium gilt die gleiche Argumentation für die Anregung der Übergänge zwischen den Komponenten mit $F=3/2$ und $m_F=\pm 3/2$.

Kapitel 3

Doppler-freie Zweiphotonen-Spektroskopie

Der 2S Zustand im Wasserstoff ist metastabil, da es keinen direkten Zerfallskanal über einen Einphotonen-Übergang in den Grundzustand gibt. Die Auswahlregeln erlauben wegen der gleichen Parität des 1S und 2S Zustandes nur die Anregung durch einen Zweiphotonen-Prozeß bei dem zwei Photonen mit jeweils der halben Übergangsenergie absorbiert werden. Für die Änderung des Bahndrehimpulses L des Atoms muß dabei gelten: $\Delta L=0$ oder 2. Für $\Delta L=0$ muß ferner $\Delta F=0$ und $\Delta m_F=0$ erfüllt sein. Der große Vorteil der Zweiphotonen-Spektroskopie besteht darin, daß sich der Doppler-Effekt erster Ordnung der beiden absorbierten Photonen gerade gegenseitig aufhebt und so alle Geschwindigkeitsklassen eines experimentell realisierten Atomstrahls zum Signal beitragen. Durch diesen Umstand wird zum Teil kompensiert, daß Zweiphotonen-Übergänge viel schwächer sind als Einphotonen-Übergänge, da vom Atom gleichzeitig zwei Photonen absorbiert werden müssen. Der noch verbleibende Doppler-Effekt zweiter Ordnung wird in Kapitel 6 behandelt.

In einer Stehwelle der Polarisation $\mathbf{p}$, der Intensität I und der Frequenz ω läßt sich die Übergangsrate R_{if} vom Zustand $|i\rangle$ in den Zustand $|f\rangle$ für einen Zweiphotonen-Prozeß in zweiter Ordnung Störungstheorie schreiben als [Gar90] :

$$R_{if} \simeq |IM_{if}|^2 \cdot \frac{\Gamma}{(2\omega - \omega_{if})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.1)$$

mit dem Matrixelement

$$M_{if} = \sum_n \frac{\langle f | \mathbf{e} \cdot \mathbf{p} | n \rangle \langle n | \mathbf{e} \cdot \mathbf{p} | i \rangle}{\omega - \omega_{in}}, \quad (3.2)$$

wobei Γ die natürliche Linienbreite und $\omega_{if} = (E_i - E_f)/\hbar$ die Übergangsfrequenz ist. Für linear polarisiertes Licht, wie es hier verwendet wird, vereinfacht sich $\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}$

zu ez . Das Matrixelement M_{if} ist die Summe von Dipolmatrixelementen über alle Zwischenzustände $|n\rangle$ (gebundene P-Zustände und Kontinuumszustände). Ein Zahlenwert in SI-Einheiten für M_{if} für den 1S-2S Übergang in Wasserstoff wird in Kapitel 6 gegeben. Gleichung (3.1) beschreibt die Absorption von 2 Photonen aus entgegengesetzten Richtungen. Dabei wurde die Absorption von 2 Photonen mit gleicher Ausbreitungsrichtung vernachlässigt. Dies liefert einen Doppler-verbreiterten sehr kleinen Untergrund, der hier experimentell nicht beobachtbar ist. Der vollständige Ausdruck für die Übergangsrate findet sich z. B. in [Cag73]. Es sei darauf hingewiesen, daß die Übergangsrate R_{if} quadratisch von der Intensität I abhängt, während die Rate bei Einphotonen-Übergängen nur linear in I ist. Da Zweiphotonenprozesse schwach sind, muß mit vergleichsweise hohen Lichtintensitäten experimentiert werden. Dies hat den Nachteil, daß die dynamische Stark-Verschiebung (AC-Stark-Effekt) die atomare Resonanz verschiebt. Die Frequenzverschiebung $\Delta\nu_{AC-Stark}$, die linear in der Intensität des anregenden Lichtes ist, läßt sich in zweiter Ordnung Störungstheorie in atomaren Einheiten schreiben als [Gar90]:

$$\Delta\nu_{AC-Stark} \sim \beta \cdot I, \quad (3.3)$$

wobei $\beta = \beta_i - \beta_f$
und

$$\beta_i = \sum_n \left(\frac{\langle i|z|n\rangle^2}{E_i - E_n + \omega} + \frac{\langle i|z|n\rangle^2}{E_i - E_n - \omega} \right), \quad (3.4)$$

$$\beta_f = \sum_n \left(\frac{\langle f|z|n\rangle^2}{E_f - E_n + \omega} + \frac{\langle f|z|n\rangle^2}{E_f - E_n - \omega} \right). \quad (3.5)$$

Die Verschiebung durch den AC-Stark-Effekt läßt sich verstehen als die Wechselwirkungsenergie des vom Lichtfeld induzierten elektrischen Dipols mit dem Lichtfeld selbst. Ein Zahlenwert in SI-Einheiten für den Koeffizienten β der AC-Stark-Verschiebung wird in Kapitel 7 gegeben.

Kapitel 4

Das 1S-2S Spektrometer

Die hier verwendete Apparatur zur Anregung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff wurde über etliche Jahre aufgebaut und weiterentwickelt. Bereits in Stanford wurde unter Professor Hänsch der 1S-2S Übergang in Wasserstoff in einer Gaszelle angeregt [Bea86] [McI87]. Das Garching 1S-2S Spektrometer wurde in einer ersten Version von C. Zimmermann und R. Kallenbach aufgebaut. Erste 1S-2S Spektren am Atomstrahl werden in deren Dissertationen vorgestellt [Zim90] [Kal90]. F. Schmidt-Kaler führte das Experiment weiter [Sch92] und verbesserte erfolgreich die Stabilität des Referenzresonators, der zunächst die spektrale Auflösung limitierte. D. Leibfried erreichte durch verfeinerte spektroskopische Techniken (u. a. zeitaufgelöste Signaldetektion) eine noch höhere Auflösung. Er führte auch den Durchflußkryostaten ein, der sich als ausgesprochen nützlich erweist [Lei95]. In den zitierten Arbeiten wurden erfolgreiche Messungen der Rydberg-Konstanten, der Isotopieverschiebung und der 1S Lamb-Verschiebung durchgeführt. Letztere im Rahmen der Promotion von M. Weitz [Wei92], der die Atomstrahlapparatur zur Anregung des 2S-4S Überganges aufbaute. Da die vorliegende Arbeit auf einer ganzen Serie von Dissertationen aufbaut, soll hier das Augenmerk auf Komponenten und experimentellen Methoden liegen, die im Rahmen dieser Arbeit neu eingeführt wurden. Der Stand des apparativen Aufbaus im Frühjahr 1995 ist sehr detailliert in [Lei95] festgehalten.

Das 1S-2S Spektrometer ist im Überblick in Abbildung 4.1 dargestellt. Ein Farbstofflaser erzeugt blaues Licht bei 486 nm. Die Frequenz des Farbstofflasers ist stabilisiert auf einen externen Resonator hoher Güte. Ein Wavemeter sowie ein Tellur-Spektrometer helfen, die Frequenz des Lasers auf den Wasserstoff 1S-2S Übergang einzustellen. Das blaue Licht bei 486 nm wird in einem nichtlinearen Kristall frequenzverdoppelt. Mit dem so erzeugten UV-Licht bei 243 nm kann der 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in Wasserstoff angeregt werden. Dazu wird das Licht in einem linearen Resonator überhöht. In der Vakuumkammer formt die kalte Düse einen Strahl von atomarem Wasserstoff, der kollinear zur Stehwelle bei 243 nm ausgerichtet ist. Auf dem Weg von der Düse zum

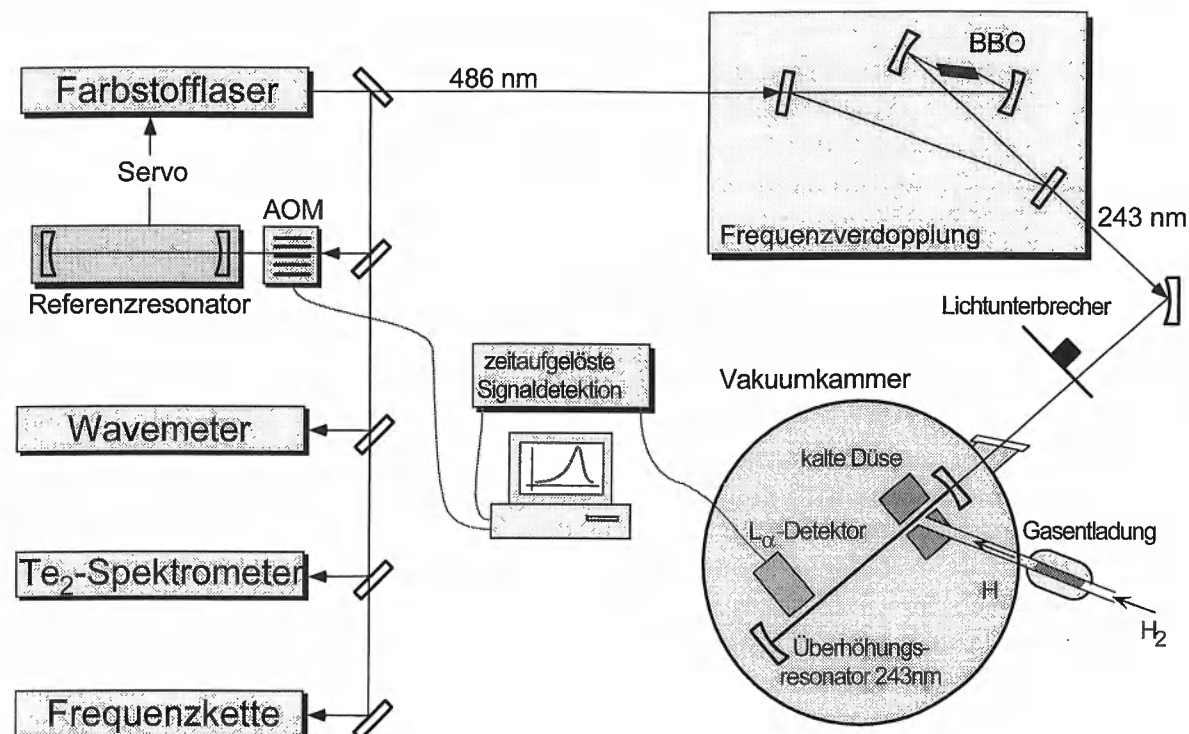


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Spektrometers zur Anregung des 1S-2S Überganges in atomarem Wasserstoff.

Detektor kann ein Atom in den metastabilen 2S Zustand angeregt werden. Dieser wird im Detektor durch ein kleines elektrisches Feld (Quench-Feld) mit dem schnell zerfallenden 2P Zustand gemischt. Das beim Zerfall ausgesandte L_α -Photon bei 121 nm dient als Signal und wird von einem Photomultiplier detektiert. Da dieser Photomultiplier auch sensitiv auf das Licht der anregenden Strahlung bei 243 nm ist, wird letzteres periodisch durch einen Lichtunterbrecher ein- und ausgeschaltet und nur während der Dunkelzeiten das Signal des Photomultipliers ausgelesen. Die Signaldetektion verläuft zeitaufgelöst, d. h. es wird auch registriert, *wann* nach dem Abblocken des anregenden UV-Lichtes ein Signalphoton den Detektor erreicht. Ein Personal-Computer übernimmt die Steuerung des Experimentes. Für die Messung der Rydberg-Konstanten und der Isotopieverschiebung kommt die Garching Frequenzkette zum Einsatz, die die Frequenz des Farbstofflasers ausmisst, während dieser über die atomare Resonanz verstimmt wird. Mit der Frequenzkette kann die Absolutfrequenz des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium mit einer Genauigkeit von $3.4 \cdot 10^{-13}$ mit der Braunschweiger Cäsiumatomuhr verglichen werden, die in Deutschland den verbindlichen Zeitstandard darstellt.

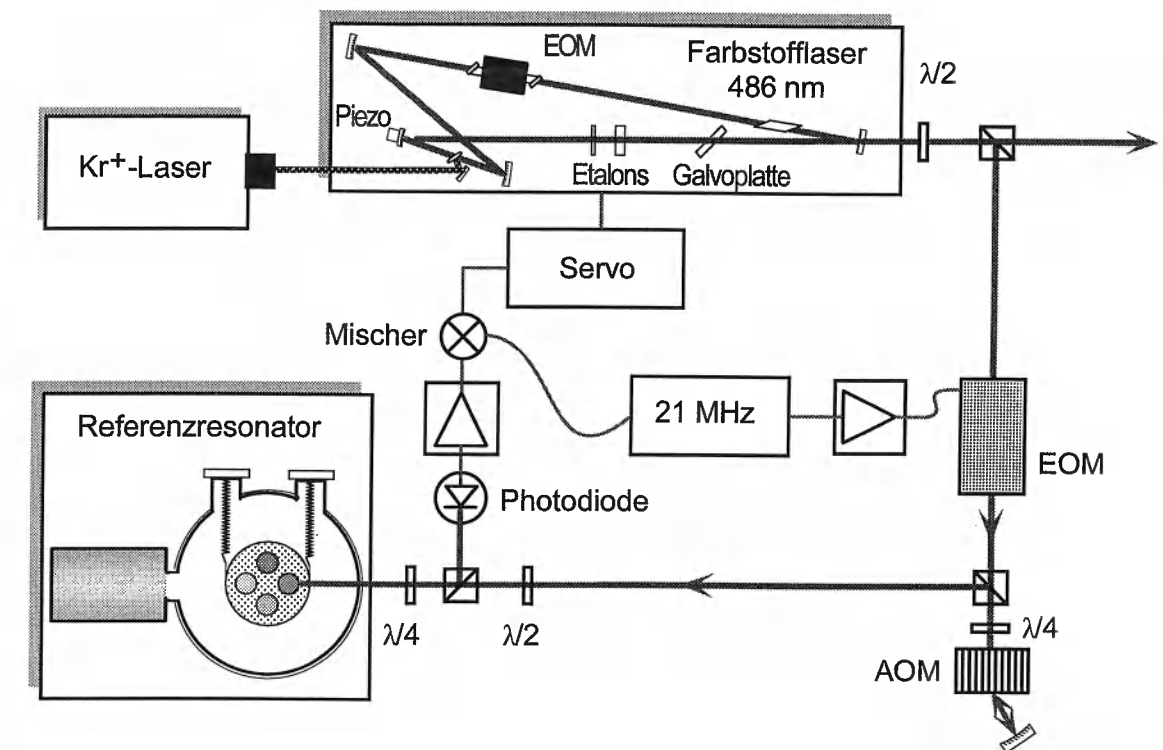


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Farbstofflasers mit Frequenzstabilisierung auf einen externen Referenzresonator.

4.1 Der frequenzstabilisierte Farbstofflaser

Der eingesetzte Farbstofflaser wurde von R. Kallenbach im Rahmen seiner Dissertation [Kal90] auf der Basis des kommerziell erhältlichen Systems CR-699 der Firma Coherent entwickelt, siehe Abbildung 4.2. Als Pumplaser dient ein Krypton-Ionen-Laser (Innova 100, Firma Coherent). Bei einer Pumpleistung zwischen 5 und 6 W liefert der Farbstofflaser eine Ausgangsleistung von typisch 500 mW bei 486 nm. Als Farbstoff wird Coumarin 102 eingesetzt, gelöst in Ethylenglycol. Um die für die Experimente angestrebte spektrale Schmalbandigkeit des Lasers zu erreichen, wurde ein elektrooptischer Modulator (EOM) in den Ring des Farbstofflasers eingefügt. Dieser kann die sehr schnellen Fluktuationen der Laserfrequenz, die auf Längenänderungen durch Luftbläschen im Farbstoffstrahl zurückzuführen sind, bis zu einer Frequenz von etwa 1.5 MHz ausregeln. Damit gibt es insgesamt drei Stellelemente für die Laserfrequenz: eine Galvoplate für langsame, einen Piezo für Störungen mittlerer Frequenz und das EOM für hochfrequente Störungen. Der Farbstofflaser ist werkseitig mit einem klei-

nen Referenzresonator ausgestattet, mit dem eine Frequenzstabilität von lediglich 1 bis 10 MHz in 1s erreicht wird. Daher wird der Laser auf einen externen Referenzresonator hoher Güte stabilisiert. Es handelt sich dabei um einen Fabry-Perot-Resonator mit einer Finesse von etwa 60000. Dieser besteht aus zwei Spiegeln, die auf einen etwa 45 cm langen Abstandhalter aus Zerodur optisch aufkontaktiert sind. Dadurch wird eine geringe Temperaturabhängigkeit der Resonatorlänge erreicht. Der Zerodurstab ist an weichen Federn in einem aktiv temperaturstabilisierten Vakuumtank aufgehängt ($\Delta T \approx 0.01$ K). Dieser wird von einer Ionengetter-Pumpe erschütterungsfrei auf einem Druck von weniger als 10^{-8} mbar gehalten. Der Vakuumtank ist umgeben von einem Gehäuse, das akustische Störungen dämpft und thermisch isoliert.

Die Stabilisierung des Farbstofflasers auf den Referenzresonator erfolgt nach dem Pound-Drever-Hall Seitenbandverfahren [Dre84]: Einem Teil des Lichtes bei 486 nm werden beim Durchgang durch ein EOM Seitenbänder bei etwa 21 MHz aufgeprägt. Dieser Strahl, bestehend aus Träger und zwei Seitenbändern, wird in den Resonator eingekoppelt. Das reflektierte Licht fällt auf eine Photodiode. Das Signal der Photodiode wird verstärkt und mit der Frequenz, die das EOM treibt, phasensensitiv in einem Mischer demoduliert. Dieses Signal weist einen steilen Nulldurchgang auf, falls der Träger resonant mit einer Mode des Referenzresonators ist, eignet sich also als Fehlersignal und wird der Regelelektronik zugeführt. Die Moden des Referenzresonators haben einen Abstand von 333 MHz und es wäre Zufall, wenn die Frequenz ν_{Mode} einer dieser Moden koinzident mit der Frequenz wäre, die auch den 1S-2S Übergang treiben kann. Daher ist zwischen Farbstofflaser und Referenzresonator ein akustooptischer Modulator (AOM) eingeführt, der zweimal vom Laserlicht passiert wird und daher die Laserfrequenz um zweimal die Treiberfrequenz ν_{AOM} von etwa 220 MHz verschiebt. Es gilt also: $\nu_{Laser} + 2 \cdot \nu_{AOM} = \nu_{Mode}$.

Für einen festen Wert von ν_{Mode} kann durch Variation von ν_{AOM} im stabilisierten Zustand die Frequenz des Farbstofflasers variiert werden. Genau dies ist notwendig, wenn der Laser über die atomare Resonanz verstimmt werden soll. Die Eigenfrequenz des Referenzresonators ν_{Mode} driftet mit einer typischen Rate von etwa 10 Hz/s bei 486 nm. Für diese Drift werden zwei Effekte verantwortlich gemacht; zum einen Umkristallisationsprozesse im Zerodurstab, zum anderen Schwankungen der Temperatur, die sich ebenfalls auf die Länge des Stabes auswirken. Die Stabilität des Referenzresonators und die spektrale Breite des darauf stabilisierten Farbstofflasers werden in Kapitel 7 anhand gemessener Spektren diskutiert.

4.2 Die Frequenzverdopplung

Das Licht des Farbstofflasers bei 486 nm wird in einem β -Barium-Borat Kristall auf 243 nm frequenzverdoppelt. Mit diesem UV-Licht kann der 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in Wasserstoff angeregt werden. Da die Ausbeute an frequenzverdoppeltem Licht quadratisch von der Intensität der Fundamentale abhängt, befindet sich der Verdopp-

lungskristall in einem Überhöhungsresonator für die Fundamentale. Der Resonator mit einer Finesse von etwa 200 wird mittels des Hänsch-Coulliaud-Verfahrens [Hae80] für das blaue Licht resonant gehalten. In dem doppel Z-förmigen Resonator laufen typischerweise 20 W Leistung blauen Lichtes um, siehe Abbildung 4.1.

Eine eingehende theoretische Beschreibung des hier vorliegenden Falles der Frequenzverdopplung mit einer astigmatischen Mode findet sich in [Lei95]. Hier sei lediglich darauf hingewiesen, daß die Modenstruktur des erzeugten UV-Lichtes bei 243 nm stark astigmatisch ist, was durch einen gekrümmten Spiegel, der in relativ flachem Winkel getroffen wird, korrigiert wird. Typischerweise erhält man 20 mW UV-Licht bei 243 nm.

4.3 Vakuumapparatur zur Anregung des 1S-2S Überganges

Die Vakuumapparatur zur Anregung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Vakuumkammer und Kryopumpe

Die Vakuumkammer kann von einer Drehschieberpumpe zunächst auf etwa 10^{-3} mbar vorgepumpt werden. Anschließend wird mit einer Kryopumpe (Leybold RPK 10000, Saugvermögen 10000 l/s) auf einen Enddruck von etwa 10^{-6} mbar evakuiert. Das großflächige Kühlblech wird mit Helium gekühlt (geschlossener Kreislauf). Der Vorteil einer Kryopumpe besteht darin, daß die meiste Zeit erschütterungsfrei gepumpt wird. Nur etwa alle 4 Minuten schaltet sich ein Kompressor zu und versorgt das Kühlblech mit frischem Kühlmittel. Während dieser Zeit (typisch 1 min) kann nicht experimentiert werden, da sich der Resonator dann aufgrund der entstehenden Vibrationen nicht für das UV-Licht resonant halten läßt. Für Düsentemperaturen größer 10 K stellt sich abhängig von der Wasserstofflast ein Druck von typisch $5 \cdot 10^{-6}$ mbar ein. Für Düsentemperaturen kleiner 10 K (Normalbetrieb) friert molekularer Wasserstoff an der Düse aus [Sch92] und es kann auch mit Wasserstofflast ein Druck von etwa 10^{-6} mbar gehalten werden.

Die Vakuumapparatur ist außen mit zwei Spulen in Helmholtz-Anordnung versehen, die am Ort des Atomstrahls ein definiertes Magnetfeld von typisch 10 Gauß erzeugen, siehe Abschnitt 2.10.

Der Überhöhungsresonator

Das UV-Licht aus der Frequenzverdopplung tritt durch ein Fenster im Brewster-Winkel in die Vakuumkammer ein und wird in einem linearen Resonator überhöh.

	Krümmungsradius	Reflektivität
Einkoppelspiegel :	∞ (plan)	$\sim 98\%$
Auskoppelspiegel :	-2000 mm	$\sim 99.8\%$

Aus dem Abstand der beiden Spiegel von 270 mm errechnet sich nach [Kog66] eine Strahltaile von $2 \cdot w_0 = 460 \mu\text{m}$. Fast alle in dieser Arbeit gezeigten Spektren wurden mit dieser Resonatorgeometrie aufgezeichnet. Siehe dazu auch Anhang C. Die Spiegel stammen von der Firma Research Electro Optics (USA), die einzige von vielen Firmen unseren Wissens, die zur Zeit vakuumtaugliche Spiegel hoher Reflektivität bei der erforderlichen Wellenlänge im UV-Bereich herstellen kann. Die Finesse des Resonators beträgt etwa 120. Somit wird eine Überhöhung der eingekoppelten UV-Leistung um den Faktor 40 erreicht. Für 10 mW eingekoppelte Leistung erreicht man damit 400 mW umlaufender Leistung pro Richtung. Die dynamische Stark-Verschiebung bei so hohen möglichen Lichtleistungen wird in Kapitel 7 diskutiert. Der Resonator wird nach dem Pound-Drever-Hall Seitenbandverfahren [Dre84] für die Wellenlänge des UV-Lichtes resonant gehalten. Die Resonatorlänge wird mit einem Piezo nachgeregt, auf dem der Auskoppelspiegel befestigt ist. Die Regelelektronik kann mittels eines TTL-Signals für die Zeit deaktiviert werden, in der der Lichtunterbrecher das UV-Licht abblockt, was typischerweise mit einer Frequenz von 160 Hz bis 465 Hz geschieht.

Der Atomstrahl

Wasserstoff wird aus einer kommerziell erhältlichen Gasflasche mit reinem Wasserstoff (Reinheit 99.999 %) entnommen und durch ein Palladiumfilter geleitet. Hinter dem Filter liegt der Wasserstoff wieder molekular vor und wird über Teflonschläuche zur Gasentladung geleitet. Um ein Glasröhrchen mit Engstelle ist ein Mikrowellenresonator angeordnet. Hier brennt die Gasentladung: im starken Mikrowellenfeld bei etwa 2.4 GHz dissoziiert molekularer Wasserstoff zu atomarem Wasserstoff. Der Dissoziationsgrad kann mit einem Quadrupolmassenspektrometer nach unten zu einigen Prozent abgeschätzt werden. Um die Rekombinationswahrscheinlichkeit für atomaren Wasserstoff gering zu halten, wird das Gemisch aus atomarem und molekularem Wasserstoff über Teflonschläuche in die Vakuumkammer hinein zur Düse weitergeleitet. Die Düse besteht aus Kupfer und wird von einem Durchflußkryostaten gekühlt (Konti-Kryostat, Firma Cryovak). Der geregelte Kryostat wird mit flüssigem Helium betrieben und erlaubt die kontinuierliche Einstellung aller Temperaturen zwischen 470 K und 6.5 K. Um die minimale Temperatur von 6.5 K zu halten, muß der Kryostat permanent auf maximalem He-Verbrauch betrieben werden. Die Temperaturstabilisierung tendiert dazu, bei Solltemperaturen unterhalb von 20 K stark zu schwingen, daher ist der Betrieb mit maximalem He-Verbrauch und deaktivierter Regelung der einzige, mit dem eine konstante sehr niedrige Temperatur, nämlich die kleinst mögliche, erreicht werden kann. Die Düse selbst ist nicht gegen thermische Stahlung von den Wänden der Vakuumkam-

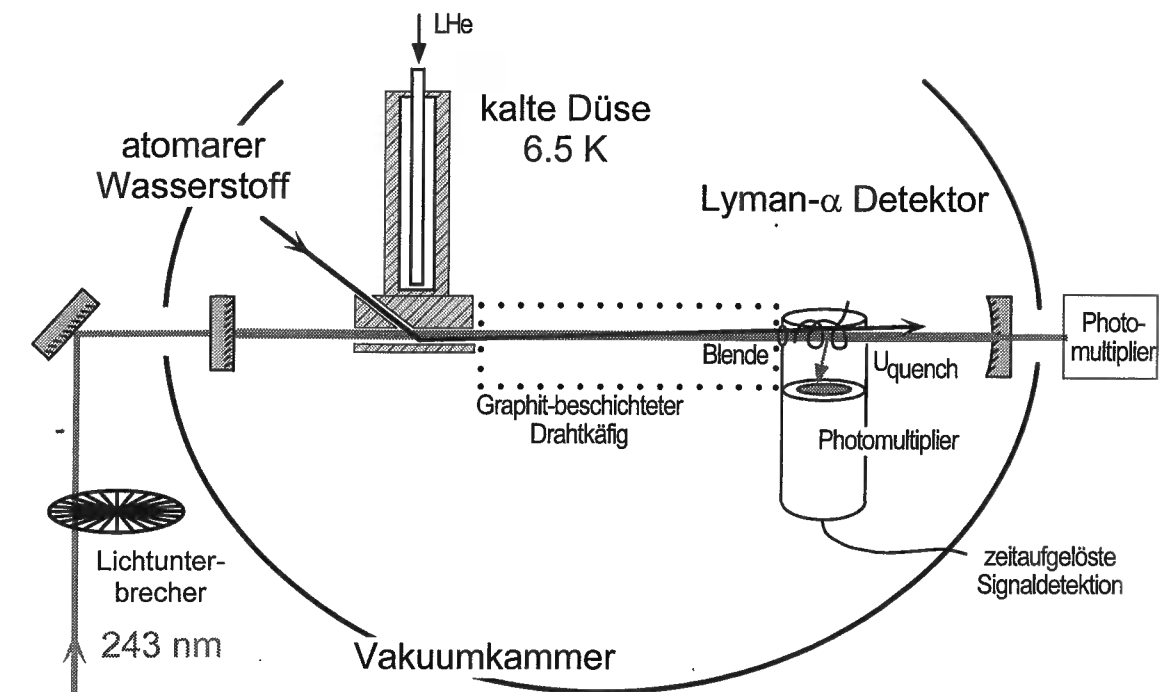


Abbildung 4.3: Die Vakuumapparatur zur Anregung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff.

mer abgeschirmt, da Effekte durch einen unzureichenden Pumpquerschnitt befürchtet werden. Außerdem hat sich gezeigt, daß bei der Spektroskopie maximales 2S Signal für etwa 6.5 K erzielt wird. Bei Versuchen mit Strahlungsschild wurde eine Düsensentemperatur von etwa 4 K erzielt, das 2S Signal war jedoch deutlich geringer. Ob dies auf unzureichendes Pumpen oder temperaturabhängige Effekte in der Düse zurückzuführen ist, wurde noch nicht geklärt. In [Lei95] wird davon berichtet, daß für Temperaturen unterhalb 30 K der Anteil an atomarem Wasserstoff im Atomstrahl drastisch sinkt. Dieser Befund gilt sowohl für den früher verwendeten Badkryostaten, sofern dieser mit flüssig Helium gefüllt war, als auch für den neuen Durchflußkryostaten. In [Sch86] wurde dieser Effekt an kalten Wasserstoffdüsen ebenfalls beobachtet. Für Düsensentemperaturen von etwa 7 K ist es in unserem Experiment wichtig, die Düse von Zeit zu Zeit aufzutauen, also über 10 K zu erwärmen und dann wieder einzukühlen. Dieser Befund kann dadurch erklärt werden, daß der molekulare Anteil an Wasserstoff im Atomstrahl an der Düse ausfriert und eine im Laufe der Zeit immer dickere Schicht "Schnee" auf der Düse entsteht. Atomarer Wasserstoff scheint in diesem "Schnee" eine erhöhte Rekombinationswahrscheinlichkeit zu haben, so daß das spektroskopische 2S Signal im Laufe der Zeit abnimmt. Referenzen zu diesem Phänomen finden sich in [Sch92]. Der Vollständigkeit halber sei auch gesagt, daß manchmal genau das gegenteilige Verhalten

beobachtet wurde: Ein langsamer Anstieg des 2S Signals vom Zeitpunkt an, zu dem die Düse unter 10 K gekühlt wurde und eine Verschlechterung nach kurzem "Abtauen" der Düse. Dies zeigt, daß diese Effekte in unserem Experiment bislang nur unvollständig verstanden und kontrollierbar sind. Es wäre denkbar, daß es eine große Rolle spielt auf welcher Zeit-Temperatur-Kurve der Einkühlvorgang vorgenommen wird. Davon könnte abhängen, welche Struktur der "Schnee" auf der Düse annimmt. In [Lei95] wird vorgeschlagen, einen Film aus Edelgasatomen kontrolliert auf der Düse aufwachsen zu lassen. Dieses Experiment sowie weitere systematische Untersuchungen stehen noch aus.

Über die Anpassung eines Linienform-Modells an die gemessenen Spektren bei verschiedenen Düsentemperaturen kann etwa ein Faktor 30 abgeschätzt werden, um den der Fluß an atomarem Wasserstoff bei Temperaturen um 7 K gegenüber höheren Temperaturen abnimmt. Eine entsprechende Abschätzung der Flußraten findet sich in Anhang B.

Der Teflonschlauch, in dem das Gemisch aus atomarem und molekularem Wasserstoff transportiert wird, endet im Kupferblock der Düse. Über einen kleinen Kanal kann der Wasserstoff zur eigentlichen Düse, einer zylindrischen Bohrung, gelangen (Durchmesser 1 mm, Länge 10 mm). Diese ist entlang der UV-Stehwelle im Resonator ausgerichtet. Die Düse formt also einen Atomstrahl kollinear zum anregenden Laserlicht. Der Atomstrahl ist umgeben von einem Graphit-beschichteten Drahtkäfig. Die Wasserstoffatome "sehen" auf ihrem Weg von der Düse zum Detektor nur Flächen, die auf dem gleichen Potential liegen. Dadurch werden statische elektrische Streufelder, die den metastabilen 2S Zustand zerstören, oder noch schlimmer, die atomare Resonanzfrequenz verschieben, minimiert. Eine quantitative Abschätzung des verbleibenden Effekts wird in Kapitel 7 gegeben. Der Resonator ist fest mit dem optischen Tisch verbunden. Dagegen ist die Vakuumkammer einschließlich der Düse durch Faltenbalge vom Resonator entkoppelt und kann bezüglich diesem verschoben werden. Damit ist es möglich, die Düse während des Experimentierens relativ zur UV-Stehwelle zu zentrieren.

Der 2S Detektor

Am Ende der Wechselwirkungszone wird der Anteil an Atomen im metastabilen 2S Zustand detektiert. Durch eine Blende, welche ebenfalls sorgfältig mit Graphit beschichtet wurde, treten die Atome in den Detektor und werden dort durch ein statisches elektrisches Feld parallel zur Flugrichtung mit dem 2P Zustand gemischt. Dieser zerfällt schnell unter Aussendung eines L_α -Photons bei 121 nm. Die Abstrahlcharakteristik ist die eines entlang der UV-Stehwelle schwingenden Dipols. Ein Photomultiplier (Hamamatsu, R1459) mit einer Quanteneffizienz von etwa 10% bei 121 nm kann dieses Photon detektieren. Die totale Quanteneffizienz, also unter Berücksichtigung von Raumwinkel-effekten, kann zu etwa 0.5% abgeschätzt werden. Der Durchmesser der Blende beträgt für fast alle in dieser Arbeit gezeigten Spektren 2.1 mm. Die Blende selektiert die Atome, die sich in flachem Winkel durch das Lichtfeld bewegt haben. Dadurch wird die Durchflugsverbreiterung reduziert. Auf diese Maßnahme wird in Kapitel 5 noch

genauer eingegangen. Wichtig ist es, im Experiment darauf zu achten, daß Düse und Blende relativ zum UV-Licht gut zentriert sind. Die Blende ist daher auf einer Vorrichtung montiert, die mittels Piezomotoren (Firma Newfocus) von außen justiert werden kann. Bislang ist eine Justage allerdings nur in einer Richtung möglich. Ein weiterer Piezomotor wird demnächst geliefert.

Normierung der Spektren auf die Lichtleistung

Die UV-Leistung im Resonator wirkt sich quadratisch und damit sehr empfindlich auf die Stärke des Zweiphotonen-Signals aus. Zum einen ist die Lichtleistung im Resonator einer langsamen Änderungen, meist einer Abnahme, aufgrund einbrechender Laserleistung unterworfen. Zum anderen läßt sich der Überhöhungsresonator wegen akustischer Störungen nicht perfekt für das UV-Licht resonant halten. Daher wurde eine elektronische Schaltung aufgebaut, die ein Maß für die Lichtleistung im Resonator liefert, mit dem die aufgezeichneten Spektren normiert werden können. Dazu befindet sich ein Photomultiplier (Firma Hamamatsu Typ R166) hinter dem Auskoppler des Überhöhungsresonators, der die aus dem Resonator ausgekoppelte UV-Leistung mißt, welche proportional zur Leistung im Resonator ist, siehe Abbildung 4.3. Das Signal des Photomultipliers wird elektronisch quadriert und über die Dauer eines Meßpunktes (typisch 1 sek) aufintegriert. Der so erzeugte Spannungswert wird über einen AD-Wandler eingelesen und vom Personal-Computer mit der Zählrate aufgezeichnet. Er stellt ein Maß für die gemittelte quadratische Lichtleistung im Resonator dar. Da die Zweiphotonen-Anregungsrate proportional zum Quadrat der Lichtleistung anwächst, kann mittels dieses Spannungswertes N_i die Zählrate des Meßpunktes i normiert werden. Bei der Auswertung der Daten wird die Normierungsgröße N_i für alle Meßpunkte i mit einer konstanten Zahl C gestreckt $N_i^* = C \cdot N_i$, so daß die maximale Zählrate, also der höchste Punkt i_{max} einer Linie bei Division durch N_i^* unverändert bleibt: $C=1/N_{i_{max}}$. In Abbildung 4.4 ist ein Wasserstoff 1S-2S Spektrum vor und nach der Normierung auf die zeitlich quadrierte Lichtleistung im Resonator zu sehen. Das Rauschen im Signal, das hauptsächlich auf die nicht konstante Lichtleistung im Resonator zurückzuführen ist, kann dadurch deutlich verringert werden. Zusätzlich sind die Normierungsgrößen N_i^* dargestellt, mit denen die Normierung vorgenommen wurde. Man erkennt deutlich die Schwankungen der integrierten, quadrierten Lichtleistung im Resonator von etwa $\pm 20\%$ um den Mittelwert. Die Anpassung des theoretischen Linienform-Modells, wie in Kapitel 6 vorgestellt, liefert stets eine bessere Übereinstimmung falls die normierten Daten zur Anpassung herangezogen werden. In Kapitel 7 wird darauf noch genauer eingegangen. Es ist sorgfältig darauf zu achten, daß der Photomultiplier, mit dem die Normierungsgröße gemessen wird nicht im Laufe der Zeit erblindet. Dazu wird die aus dem Überhöhungsresonator ausgekoppelte Mode mit einer Linse aufgeweitet, um eine möglichst große Fläche auf dem Photomultiplier auszuleuchten.

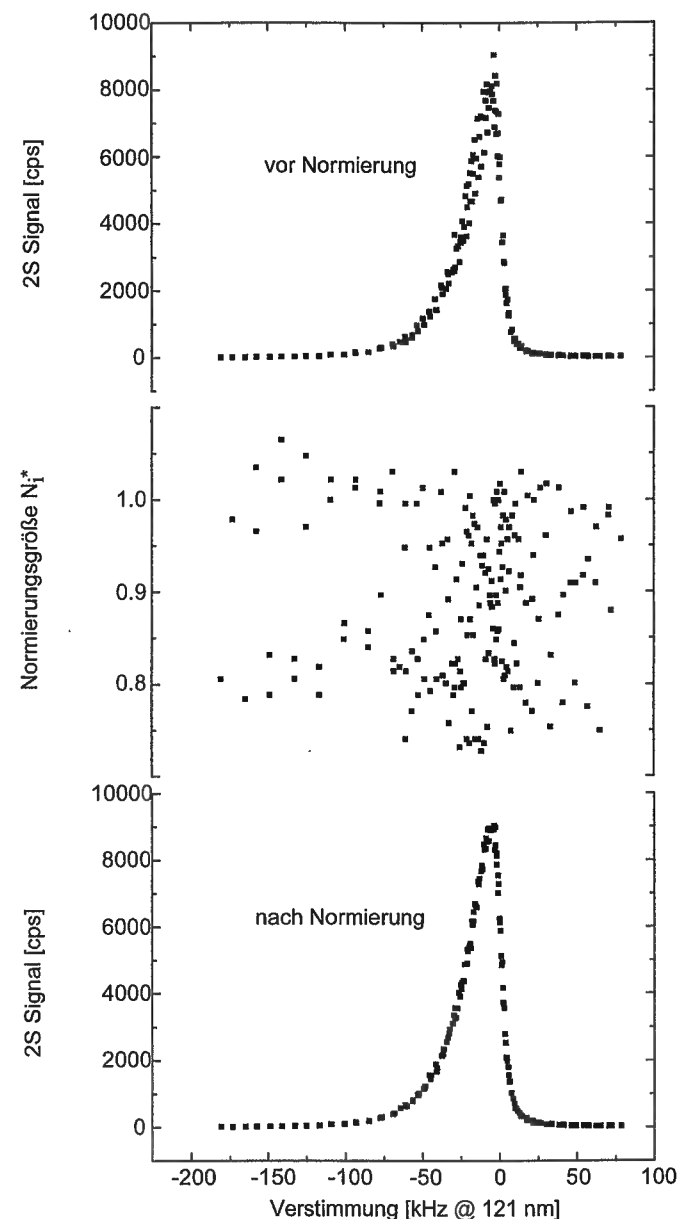


Abbildung 4.4: Typisches Wasserstoff 1S-2S Spektrum, aufgezeichnet bei einer Düsentemperatur von 70 K, vor und nach der Normierung auf die zeitlich integrierte, quadrierte Lichtleistung im Resonator. Die zu jedem Meßpunkt aufgezeichnete Normierungsgröße N_i^* berücksichtigt die quadratische Abhängigkeit der Zählrate von der UV-Intensität und ist in der Mitte dargestellt.

Kapitel 5

Zeitaufgelöste Spektroskopie und schmale Linien

Die systematische Verbreiterung und Verschiebung der 1S-2S Spektren kann durch geeignete spektroskopische Techniken deutlich reduziert werden. Die dominanten systematischen Effekte sind die Durchflugsverbreiterung und die Verschiebung der atomaren Resonanzfrequenz aufgrund des relativistischen Doppler-Effekts. Beide sind zurückzuführen auf die Geschwindigkeit v , mit der sich Atome von der Düse durch das Lichtfeld zum 2S Detektor bewegen. Die Durchflugsverbreiterung hängt linear von v ab, der relativistische Doppler-Effekt quadratisch. Sollen diese beiden dominanten Effekte reduziert werden, so muß die Geschwindigkeit der Atome reduziert werden bzw. bevorzugt das Signal der langsamen Atome der Geschwindigkeitsverteilung betrachtet werden. Der naheliegendste Weg ist es, mit einem möglichst kalten Atomstrahl zu arbeiten. Im Experiment wird daher die Düse, die den Atomstrahl formt, auf einer Temperatur von typisch 7 K gehalten. In Kapitel 6 wird sich herausstellen, daß die Atome völlig mit der Düse thermalisieren und so die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl durch die Düsenteperatur charakterisiert ist. Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei 7 K ist $v_0 \simeq 340$ m/s und damit um einen Faktor $\sqrt{10}$ kleiner als bei 70 K. In dieser Arbeit wurde auch bei sehr kleinen Düsenteperaturen erfolgreich experimentiert. Es wurden Methoden, die von C. Zimmermann [Zim90] und D. Leibfried [Lei95] für die Spektroskopie des 1S-2S Überganges in Wasserstoff eingeführt wurden, konsequent weiterverfolgt und verfeinert.

5.1 Durchflugsverbreiterung

Selbst perfekt monochromatisches Licht erscheint bei endlicher Wechselwirkungszeit von Atom und Lichtfeld mit einer endlichen Frequenzunsicherheit von $\Delta\nu$. Dies ist durch die Beimischung höherer Fourierfrequenzen zu verstehen, die notwendig sind,

um das Ein- und Ausschalten des Lichtfeldes aus der Sicht des Atoms im Frequenzraum zu beschreiben. Nach [Lei95] läßt sich dafür schreiben:

$$\Delta\nu = \frac{v \sin\Theta}{\pi w},$$

wobei Θ der Winkel ist, unter dem ein Atom mit Geschwindigkeit v die Gauß'sche Stehwelle mit Strahltaile w durchkreuzt. An dieser Form wird deutlich, daß es vorteilhaft ist, mit einem möglichst kalten Atomstrahl zu arbeiten sowie einen möglichst großen Strahldurchmesser w der Stehwelle zu wählen. Der Winkel Θ läßt sich durch Einfügen einer Blende vor dem 2S Detektor, sowie durch Verwendung einer möglichst engen Düsenöffnung verringern. Die in Kapitel 4 vorgestellte Resonatorgeometrie wurde nach diesen Kriterien optimiert. Der Durchmesser von Düse und Blende ist im Prinzip nur dadurch limitiert, daß die Stehwelle nicht abgeschnitten werden darf. Die Strahltaile kann durch Verwenden eines Hochreflektors mit größerem Krümmungsradius (z. B. -4000 mm) in Zukunft noch größer gewählt werden. Zudem könnte die Blende in Zukunft noch enger gewählt werden können, wenn es mit einem weiteren Piezomotor möglich sein wird, die Blende während des Experimentierens in zwei Dimensionen nachzujustieren. Momentan bestünde die Gefahr, daß die Stehwelle nach dem Abpumpen durch leichte Dejustage nicht mehr ungehindert durch die Blende treten kann oder ganz abgeschnitten wird. Eine kleine Blende vor dem Detektor reduziert allerdings auch die beobachtete Zählrate. Für die Strahlgeometrie, die in dieser Arbeit realisiert wurde, erhält man mit $v_0 \simeq 340$ m/s bei 7 K, $w \simeq 230$ μm und $\Theta \simeq 0.3^\circ$ eine Abschätzung der Durchflugsverbreiterung von 2.5 kHz bei 243 nm. Dies stimmt gut mit der Breite der experimentell beobachteten Spektren bei nicht zeitverzögertem Signalnachweis überein.

5.2 Prinzip der zeitaufgelösten Spektroskopie

Bereits in der ersten Arbeit zur hochauflösenden Spektroskopie des 1S-2S Überganges am Wasserstoff-Atomstrahl wurde ein Lichtunterbrecher zur Unterdrückung des Streulichtes durch das anregende Laserlicht eingesetzt [Zim90]. C. Zimmermann nutzte erstmals die Möglichkeit der zeitaufgelösten Spektroskopie, die sich für eine solche Nachweismethode mit abwechselnden Hell- und Dunkelzeiten anbietet: Verzögerung der Detektion des 2S Signals um die Zeit τ nach Abschalten des Laserlichtes bevor das 2S Signal aufgezeichnet wird bewirkt, daß der schnelle Anteil an Atomen den Detektor bereits passiert hat und nur noch die langsamen Atome zum Signal beitragen. Durchflugsverbreiterung und der Doppler-Effekt zweiter Ordnung sind damit reduziert. In Abbildung 5.1 ist diese Methode schematisch dargestellt und erklärt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Vielkanalzähler (SR 430, Firma Stanford Re-

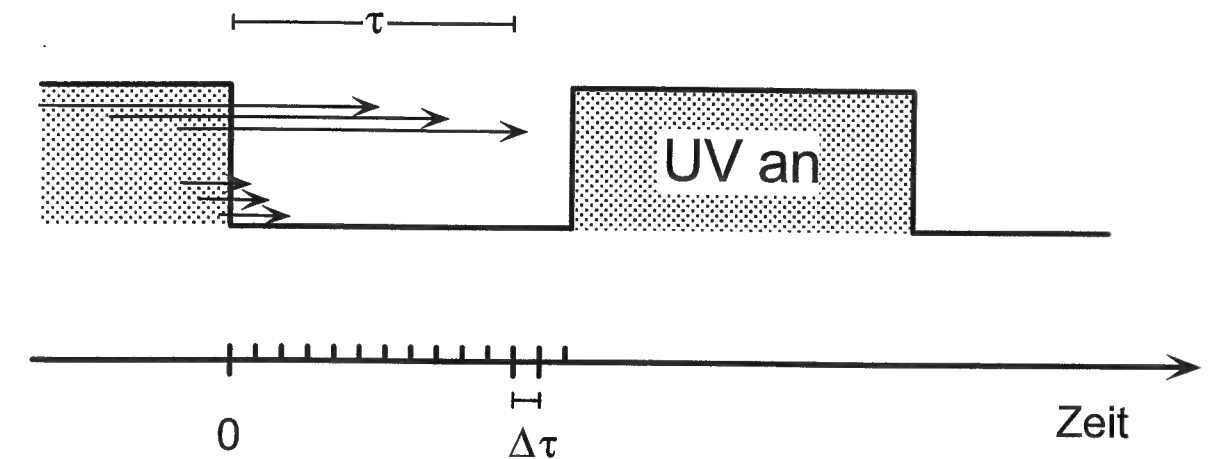


Abbildung 5.1: Prinzip der zeitaufgelösten Signaldetektion: Im Zeitintervall $\tau + \Delta\tau$ nach Abschalten des UV-Lichtes, können nur noch sehr langsame Atome zum 2S Signal beitragen. Für schnelle Atome war während der gesamten Flugzeit zwischen Düse und Detektor das UV-Licht bereits abgeschaltet. Die Pfeile bezeichnen schematisch atomare Trajektorien durch das Lichtfeld; langsame Atome wechselwirken lange und werden daher durch lange Pfeile dargestellt. Damit ein Atom zum Signal beitragen kann, darf zum Zeitpunkt, zu dem das Atom in der Düse startet (linkes Ende des Pfeiles), das anregende UV-Licht noch nicht vom Lichtunterbrecher abgeblockt sein. Schnelle Atome können daher nur zum Signal mit kleiner Verzögerungszeit beitragen. Die dominanten systematischen Effekte, Durchflugsverbreiterung und relativistischer Doppler-Effekt, sind im Signal der langsamen Atome reduziert.

search, USA) eingeführt, mit dessen Hilfe die Dunkelzeit, zu der das UV-Licht vom Lichtunterbrecher abgeblockt ist, in 1024 Zeitfenster unterteilt wird und die Zahl der Signalphotonen in jedem einzelnen Zeitfenster separat aufgezeichnet wird. Abhängig von der eingestellten Schaltfrequenz des Lichtunterbrechers (meist 160 Hz) wird das Signal über so viele Dunkelzeiten des Lichtunterbrechers aufaddiert, daß real eine Meßzeit von 1.05 Sekunden pro Frequenzpunkt zustandekommt. Um die Flut an Daten einzudämmen, die auf diese Weise entsteht, wird der Zählerinhalt der 1024 Zeitfenster zu nur 12 Spektren zusammengefaßt: Das erste Spektrum enthält das Signal aller Atome, die nach dem Abblocken des Laserlichtes ein Signalphoton im 2S Detektor abgeben. Es ist charakterisiert durch die Verzögerungszeit $\tau_0 = 10$ μs ¹. Das zweite Spektrum mit einer Verzögerungszeit von z. B. $\tau_1 = 110$ μs enthält das Signal aller Atome, die ein Signalphoton 110 μs nach Abblocken des UV-Lichtes abgeben. Die auf diese Weise entstehenden 12 Spektren enthalten also mit ansteigender Verzögerungszeit das Signal eines Teils der Geschwindigkeitsverteilung mit sinkender Maximalgeschwindigkeit. Die

¹Aufgrund der endlichen Steilheit der Schaltflanke mit der der Lichtunterbrecher das UV-Licht abschneidet, kann der Zähler erst 10 μs nach dem Abschalten aktiviert werden, um den Untergrund durch das anregende UV-Licht klein zu halten. Daher beträgt die minimale Verzögerungszeit aller Spektren 10 μs .

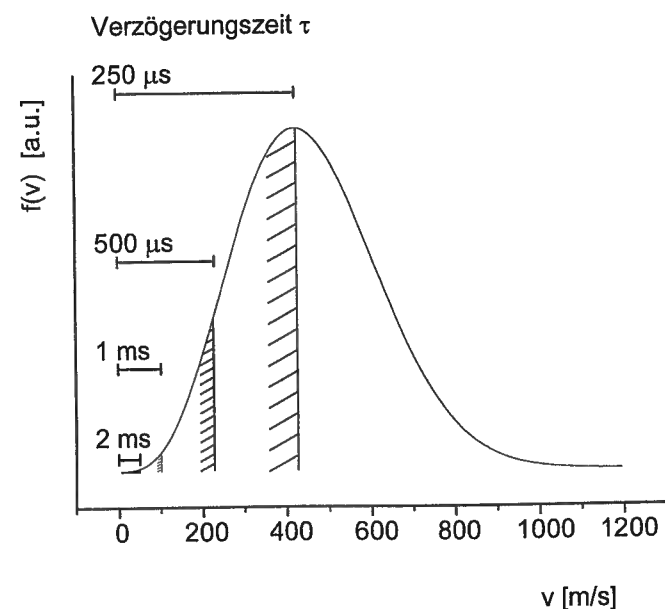


Abbildung 5.2: Selektion des Anteils an langsamen Atomen in der Geschwindigkeitsverteilung durch zeitverzögerten Signalnachweis. Je höher die Verzögerungszeit τ , desto kleiner ist die maximale Geschwindigkeit v_{max} eines Atoms, das zum 2S Signal beitragen kann. Die dargestellte Geschwindigkeitsverteilung $f(v)$ ist eine rein Maxwell'sche Verteilung des Flusses bei einer Temperatur des Atomstrahls von 7.2 K. Das Maximum der Verteilung liegt bei $(3/2)^{0.5} \cdot v_0$, wobei v_0 die wahrscheinlichste Geschwindigkeit ist.

maximale Geschwindigkeit v_{max} , die ein Atom haben kann, welches zum Signal mit einer Verzögerungszeit τ beiträgt, kann über die Länge L der Wechselwirkungszone zwischen Düse und Detektor berechnet werden zu:

$$v_{max} = \frac{L}{\tau}.$$

Wie sich in Kapitel 6 zeigen wird, wird mit dieser groben Abschätzung die mittlere Geschwindigkeit der Atome, die bei einer Verzögerungszeit τ zum Signal beitragen um etwa einen Faktor 2 überschätzt.

In Abbildung 5.2 ist die Selektion des immer langsameren Endes der Geschwindigkeitsverteilung für steigende Verzögerungszeiten dargestellt. In Kapitel 6 wird sich zeigen, daß im Experiment keine rein Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung vorliegt, der Unterschied jedoch sehr klein ist und gut verstanden wird. Ein interessanter Aspekt wird ebenfalls in Kapitel 6 genauer behandelt: Eine Bevorzugung des Signals von langsamen Atomen, auch wenn nicht mit zeitverzögertem Signalnachweis gearbeitet wird, ergibt sich bereits nur durch den Einsatz des Lichtunterbrechers, den Signalnachweis in den Dunkelzeiten und die Tatsache, daß am Ende der Wechselwirkungszone der Fluß

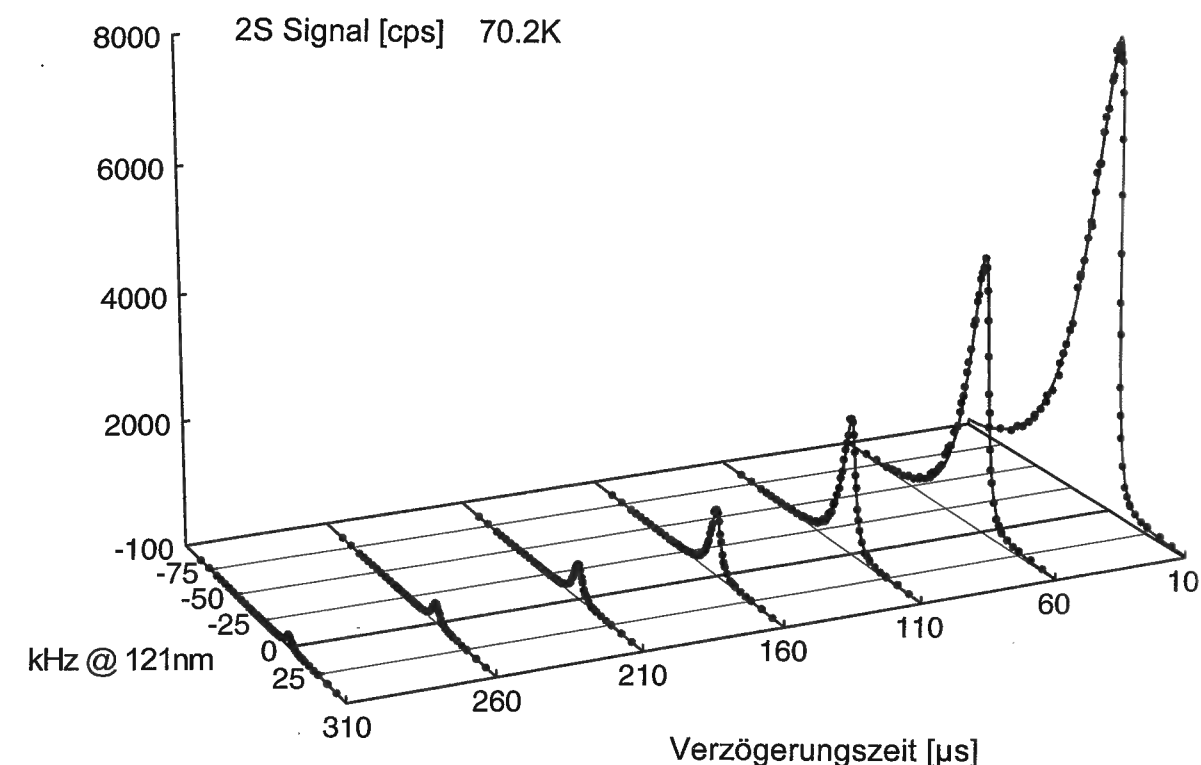


Abbildung 5.3: Zeitaufgelöstes 1S-2S Spektrum, aufgezeichnet bei einer Düsentemperatur von 70.2 K. Deutlich ist die Reduktion der Durchflugsverbreiterung und der Rotverschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt für hohe Verzögerungszeiten zu sehen. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der Anpassung des theoretischen Linienform-Modells, welches in Kapitel 6 vorgestellt wird.

von angeregten Wasserstoffatomen vom 2S Detektor untersucht wird.

In Abbildung 5.3 ist ein zeitaufgelöstes Spektrum mit verschiedenen Verzögerungszeiten dargestellt. Das Spektrum wurde bei einer Düsentemperatur von 70.2 K aufgezeichnet. Die Reduktion der Durchflugsverbreiterung für große Verzögerungszeiten ist zu erkennen, ebenso wie die abnehmende Rotverschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt. Die Amplitude des Signals nimmt mit der Verzögerungszeit ab, da ein immer kleinerer Anteil der Geschwindigkeitsverteilung zum Signal beiträgt. Das Signal mit höherer Verzögerungszeit (z. B. 260 μ s) ist stets im Signal mit kleinerer Verzögerungszeit (z. B. 210 μ s) enthalten. Für Düsentemperaturen um 7 K können Spektren mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis bei Verzögerungszeiten von bis zu 1810 μ s und bisweilen sogar darüber beobachtet werden. Ein entsprechendes Spektrum wird in Kapitel 6 gezeigt und besprochen.

In Abbildung 5.4 ist für verschiedene Düsentemperaturen jeweils das Signal bei einer Verzögerungszeit von 10 und 210 μ s dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß die unverzögerte Linie für tiefere Temperaturen schmaler und weniger rotverschoben ist.

Der relative Anteil an langsamen Atomen, der bei einer Verzögerungszeit von $210 \mu\text{s}$ noch zum 2S Signal beitragen kann, erhöht sich stark für Temperaturen unterhalb von 10 K. Das Spektrum bei 7 K zeigt ein ungleich besseres Verhältnis von unverzögertem zu verzögertem Signal was dadurch erklärt werden kann, daß unterhalb von 10 K molekularer Wasserstoff an der Düse ausfriert und damit sehr langsame Atome der Geschwindigkeitsverteilung nicht so sehr wie bei hohen Temperaturen von schnellen Atomen oder Molekülen aus dem Atomstrahl gestoßen werden. Auf diesen sogenannten Zacharias-Effekt wird in Kapitel 6 noch ausführlich eingegangen.

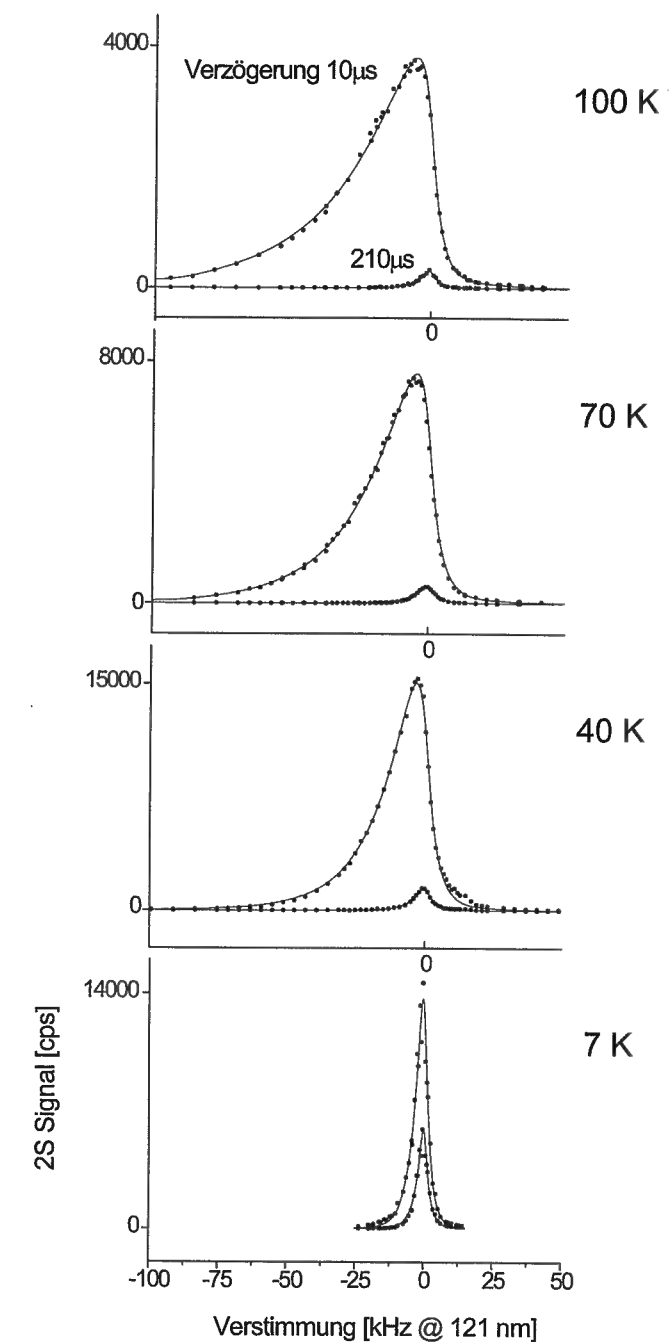


Abbildung 5.4: Wasserstoff 1S-2S Spektren bei 4 verschiedenen Düsentemperaturen. Es sind jeweils die simultan aufgezeichneten Signale mit Verzögerungszeiten von 10 und $210 \mu\text{s}$ dargestellt. Für Präzisionsmessungen werden Düsentemperaturen um 7 K eingestellt, so kann mit Verzögerungszeiten von bis zu $1810 \mu\text{s}$ gearbeitet werden. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis der Anpassung des theoretischen Linienform-Modells, welches in Kapitel 6 vorgestellt wird.

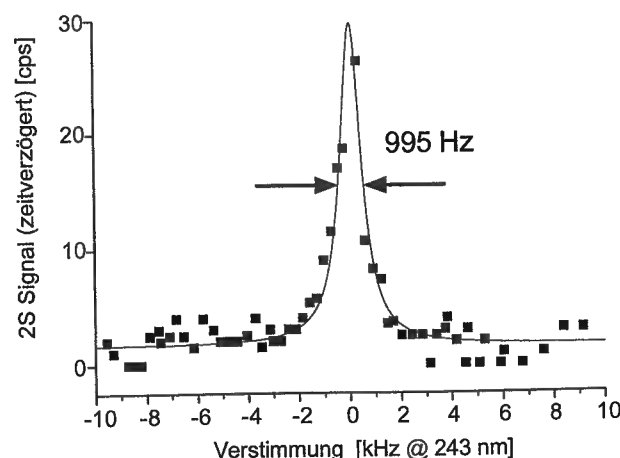


Abbildung 5.5: Beispiel eines Wasserstoff 1S-2S Spektrums mit einer Linienbreite von 1 kHz bei 243 nm. Es wurde über zwei in entgegengesetzten Richtungen aufgezeichnete Einzelspektren gemittelt. Die Düsentemperatur betrug 7.4 K, die Verzögerungszeit 1610 μ s und die Meßzeit pro Punkt 2 Sekunden. Atome die zu so hohen Verzögerungszeiten beitragen, können maximal eine Geschwindigkeit von 80 m/s besitzen, woraus sich eine maximale Verschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt von 44 Hz bei 121 nm angeben läßt.

5.3 Linienbreiten von 1 kHz bei 243 nm

Wie soeben erläutert, lassen sich mit zeitaufgelöster Spektroskopie die Linienbreite und die Verschiebung aufgrund des relativistischen Doppler-Effekts verringern. Im Rahmen dieser Arbeit ist es mit den beschriebenen Techniken erstmals gelungen, den 1S-2S Übergang in Wasserstoff mit einer Linienbreite von 1 kHz bei 243 nm anzuregen, siehe Abbildung 5.5. Dies entspricht einer Auflösung von $\Delta\nu/\nu = 8 \cdot 10^{-13}$. Damit konnte die Linienbreite der 1S-2S Spektren in dieser Arbeit um einen Faktor 3 gegenüber [Lei95] verringert werden. Die Schlußfolgerungen, die sich daraus auf die Linienbreite des anregenden Laserlichtes ziehen lassen, werden in Kapitel 7 diskutiert. Das gezeigte Spektrum ist gegen die AOM-Frequenz aufgetragen, die den Laser bezüglich des Referenzresonators verstimmt. Wie die Drift des Referenzresonators korrigiert wird, ist in Kapitel 7 zu finden. Hier sei schon darauf hingewiesen, daß stets mindestens zwei aus entgegengesetzten Richtungen aufgezeichnete Einzelspektren zu einem Spektrum beitragen müssen, damit sichergestellt ist, daß die kleine Linienbreite nicht ein Artefakt mangelhafter Korrektur der Drift des Referenzresonators ist.

Unseren Wissens nach wird nur an einzelnen Quecksilberionen in Ionenfallen eine noch bessere spektrale Auflösung erzielt [Ber94]. Wie in Kapitel 6 gezeigt wird, kann die ungestörte atomare Übergangsfrequenz unter Berücksichtigung aller systematischen Verschiebungen auf etwa ein Hundertstel der Linienbreite angegeben werden.

Kapitel 6

Theoretische Linienform der 1S-2S Spektren

6.1 Das Linienform-Modell

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche Berechnungen vorgenommen, die es erlauben, die erwartete Linienform, und wichtiger, die Verschiebung der experimentell untersuchten Spektren sehr genau zu beschreiben. Wie gezeigt wird, lassen sich die Unsicherheiten durch die bereits in Kapitel 5 besprochenen systematischen Effekte dadurch deutlich verringern. Dies ist insbesondere der relativistische Doppler-Effekt, der die atomare Resonanz, falls nicht mit zeitverzögertem Signalnachweis gearbeitet wird, um mehrere kHz rotverschiebt. Ein weiterer Effekt, welcher die beobachtete Linienform stark beeinflusst ist die Durchflugsverbreiterung, welche bewirkt, daß die Breite der beobachteten Resonanzen beträchtlich über der natürlichen Linienbreite von 1.3 Hz liegt. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment erweist sich als so gut, daß die damit nun prinzipiell zu erzielende Präzision in dieser Arbeit noch nicht ausgeschöpft werden konnte. Die in den Kapiteln 9 und 10 vorgestellten Messungen der 1S-2S Absolutfrequenz und der Isotopieverschiebung sind momentan ausschließlich durch die Reproduzierbarkeit des in der Frequenzkette eingesetzten Standards limitiert. In diesem Kapitel wird dargelegt, daß seitens der Spektroskopie am 1S-2S Übergang in Wasserstoff in Zukunft prinzipiell eine 10-fach gesteigerte Genauigkeit gegenüber den durchgeführten Messungen möglich ist. Eine weitere Motivation, Modellrechnungen durchzuführen, liegt darin, anhand des theoretischen Modells die Breite der Resonanzen vorherzusagen, und so in einem Vergleich von Theorie und Experiment festzustellen, ob die beobachteten Linienbreiten prinzipiell spektroskopisch limitiert sind oder durch technische Einflüsse, wie z. B. die endliche spektrale Linienbreite des anregenden Laserlichtes. In diesem Fall können dann gezielte Maßnahmen zur Verbesserung des Experimentes ergriffen werden. Interessante Schlußfolgerungen werden in Kapitel 7 bezüglich der Linienbreite des stabilisierten Farbstofflasers gezogen. Ausgangspunkt für

die Simulationsrechnungen zur Linienform des 1S-2S Überganges in Wasserstoff ist die quantenmechanische Beschreibung als Zweiniveausystem im Dichtematrixformalismus, siehe z. B. [Coh77] [Mey89]. Das damit erhaltene Gleichungssystem ist das quantenmechanische Analogon zu den Bloch'schen Gleichungen, mit denen präzedierende Spins im äußeren Magnetfeld beschrieben werden. Die Dichtematrix stellt die Repräsentation des sogenannten Dichteoperators in der gewählten Zustandsbasis dar. Dies soll hier die Basis der Energieeigenzustände sein. Die Bewegungsgleichung des Dichteoperators ρ bzw. der Dichtematrix wird Master-Gleichung genannt:

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[\mathbf{H}, \rho] + \dot{\rho}_{relax} \quad (6.1)$$

mit

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

und

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}' = \begin{bmatrix} \hbar\omega_a & 0 \\ 0 & \hbar\omega_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & H_{ab}^* \\ H_{ba}^* & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Die Elemente der Dichtematrix haben folgende physikalische Bedeutung:

- ρ_{aa} : Besetzung des Grundzustandes $|a\rangle$, hier $1S_{1/2}(F=1)$.
- ρ_{bb} : Besetzung des angeregten Zustandes $|b\rangle$, hier $2S_{1/2}(F=1)$.
- ρ_{ab} : Kohärenz zwischen den Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$. Für einen Einphotonen-Übergang ist dies das oszillierende Dipolmoment. Hier im Falle der Zweiphotonen-Anregung ein oszillierendes Moment, das den Ladungsschwerpunkt unverändert in der Mitte des Kernes läßt. Die Ladungswolke des delokalisierten Elektrons oszilliert bei festem Schwerpunkt entsprechend einer Überlagerung der beiden kugelsymmetrischen Zustände 1S und 2S.
- $\rho_{ba} = \rho_{ab}^*$, da ρ hermitesch.

$\mathbf{H}_0$ ist der ungestörte Hamiltonoperator. Der Wechselwirkungsoperator $\mathbf{H}'$ wirkt über die Diagonalelemente auf die zeitliche Entwicklung der Dichtematrix ein und bewirkt Besetzungstransfer zwischen den beiden Niveaus. Relaxationsprozesse durch nicht kohärente Prozesse wie spontanen Zerfall werden durch $\dot{\rho}_{relax}$ beschrieben. Da in unserem Fall der metastabile 2S Zustand eine Lebensdauer von etwa 1/7 Sekunde hat, darf zunächst in sehr guter Näherung $\dot{\rho}_{relax} = 0$ gesetzt werden¹. Der Ansatz für das Diagonalelement H_{ab}^* des Wechselwirkungsoperators lautet für den Fall der Zweiphotonen-Anregung:

$$H_{ab}^* = M_{ab} \cdot \left(\vec{E}_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}) \right)^2 = M_{ab}' \cdot I_L \cdot (e^{i2\omega_L t} + e^{-i2\omega_L t} + 2) \quad (6.4)$$

mit der Intensität I_L und Kreisfrequenz ω_L des anregenden Laserlichtes. Bei der Umformung wurde $\vec{E}_0^2 = 2I_L/c \epsilon_0$ verwendet. Für das Matrixelement gilt $M_{ab} = M_{if}/\hbar$,

¹Weiter unten wird der Effekt der Ionisation des Atoms durch Absorption eines weiteren Photons bei 243 nm diskutiert. Dies wird dann mit $\dot{\rho}_{relax} \neq 0$ beschrieben.

wobei $M_{if} = \gamma \cdot e^2 a_0^2 \hbar / \alpha^2 m c^2$ mit dem in Kapitel 3 angegebenen Matrixelement übereinstimmt. Für den 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in Wasserstoff erhält man für das Matrixelement in atomaren Einheiten den Wert $\gamma = 7.85$ [Bas77]. Nach Einsetzen aller Zahlenwerte ergibt sich:

$$M_{ab}' = 2.4398 \cdot 10^{-38} \text{ J (W/m}^2\text{)}^{-1} \quad (6.5)$$

In den Differentialgleichungen des Dichtematrixformalismus ist die Kopplung des Lichtfeldes an das Atom im Falle der Zweiphotonen-Spektroskopie proportional zur Intensität $I_L \sim \vec{E}_0^2$ des Lichtfeldes, und nicht wie im Falle der Einphotonen-Spektroskopie proportional zu $|\vec{E}_0|$, dem elektrischen Feldvektor des anregenden Laserlichtes. Mit folgender Umformung wird die physikalisch interessante, langsame zeitliche Entwicklung ρ_{ab}' der Kohärenz von der schnellen Oszillation mit der Frequenz des anregenden Lichtes absepariert:

$$\rho_{ab} = \rho_{ab}' \cdot e^{i2\omega_L t} \quad (6.6)$$

Das Gleichungssystem (6.7) erhält man nach Ausmultiplizieren der Master-Gleichung, Einsetzen der vorangegangenen Definitionen und der Durchführung der "rotating wave approximation", auch Drehwellennäherung genannt. In dieser Näherung werden beim Umformen auftretende Phasenfaktoren, die mit $2\omega_L$ oder hier auch mit $4\omega_L$ oszillieren vernachlässigt. Diese sehr schnellen zeitlichen Oszillationen, die der langsamen Entwicklung der Elemente der Dichtematrix überlagert sind, sind physikalisch nicht von Interesse, da sie bei Integration der Dichtematrixgleichungen gegenüber langsam oszillierenden Termen nur vernachlässigbar kleine Beiträge liefern.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa}'(t) &= -\frac{2}{\hbar} \cdot M_{ab}' \cdot I_L \cdot \text{Im}(\rho_{ab}'(t)) \\ \dot{\rho}_{bb}'(t) &= \frac{2}{\hbar} \cdot M_{ab}' \cdot I_L \cdot \text{Im}(\rho_{ab}'(t)) \\ \dot{\rho}_{ab}'(t) &= -i\Delta\omega \cdot \rho_{ab}'(t) - \frac{i}{\hbar} \cdot M_{ab}' \cdot I_L \cdot (\rho_{bb}'(t) - \rho_{aa}'(t)) \end{aligned} \quad (6.7)$$

Die Größe $\Delta\omega = \omega_{ab} - 2\omega_L$ bezeichnet die Verstimmung des anregenden Lichtfeldes gegen die atomare Resonanzfrequenz ω_{ab} . Für gesetzte Werte von $\Delta\omega$, I_L und M_{ab}' liefert obenstehendes Gleichungssystem die wohlbekannten Rabi-Oszillationen als Lösung. Für kleine Zeiten t wächst $\rho_{bb}'(t)$ quadratisch in der Zeit t an, falls $\rho_{bb}'(t=0)=0$ gesetzt wurde. Mit diesem System gekoppelter Differentialgleichungen kann nun die theoretisch erwartete Linienform berechnet werden: Dazu wird angenommen, daß sich ein Atom mit der Geschwindigkeit v auf einer klassischen Trajektorie, die in der Düse beginnt und im 2S Detektor endet, durch die Stehwelle des anregenden Laserlichtes bewegt, wie es in Abbildung 6.1 dargestellt ist. Zu Beginn ist das Atom im 1S Grundzustand. Die Wechselwirkung mit dem Lichtfeld versetzt das Atom in eine Überlagerung von Grund- und angeregtem Zustand. Der Anteil im 2S Niveau ist gegeben durch $\rho_{bb}'(t)$. Diese Besetzung wird zum Zeitpunkt T_f im 2S Detektor abgefragt. Der genaue Verlauf

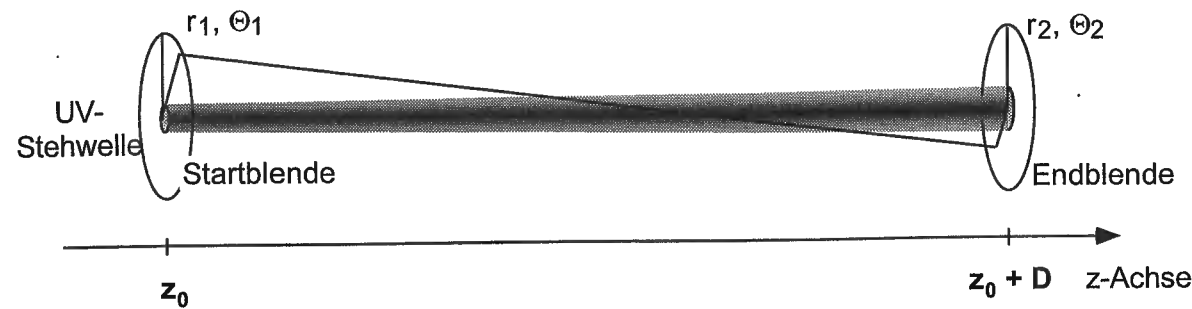


Abbildung 6.1: Beispiel einer atomaren Trajektorie durch die UV-Stehwelle.

des elektrischen Feldes innerhalb des Detektors, welches den metastabilen 2S Zustand mit dem kurzlebigen 2P Zustand gemischt, wird hier nicht berücksichtigt. Stattdessen wird angenommen, daß $\rho'_{bb}(T_f)$ in der Mitte des Detektors abgefragt wird. Das Lichtfeld wird als Stehwelle der Kreisfrequenz ω_L mit einem Strahlprofil angesetzt, wie es sich gemäß der Gauß'schen Strahlenoptik [Kog66] im experimentell realisierten Überhöhungsresonator einstellt. Für die Intensität I_L gilt:

$$I_L(r, z) = I_{L0}(z) \cdot e^{-2(\frac{r}{w(z)})^2}, \quad (6.8)$$

wobei

$$I_{L0}(z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} \quad (6.9)$$

und

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda(z + z_0)}{\pi w_0^2}\right)^2}, \quad (6.10)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{D(R - D)}}, \quad (6.11)$$

mit

- w_0 : halbe Strahltaile
- I_{L0} : Intensität auf der Strahlachse
- λ : Wellenlänge des Lichtes (243.1 nm)
- D : Abstand zwischen den beiden Resonatorspiegeln (hier 270 mm)
- R : Krümmungsradius des konkaven Spiegels (hier -2000 mm)
- P : 2-Leistung/Richtung, also die gesamte, von beiden Seiten durch eine gedachte Ebene tretende Leistung
- r : Abstand von der Strahlachse

Der Abstand z_0 berücksichtigt, daß der Nullpunkt der z-Achse nicht am Ort von w_0 auf dem Einkoppelspiegel liegt (siehe Abbildung 6.1).

Um dem relativistischen Doppler-Effekt Rechnung zu tragen, wird ω_{ab} , die atomare Eigenfrequenz im Ruhesystem, ersetzt durch: $\omega_{ab} \rightarrow \omega_{ab} + \omega_{ab} \cdot \frac{1}{2}(\frac{v}{c})^2$. Damit erhält die Verstimmung $\Delta\omega$ die Form:

$$\Delta\omega = \Delta\omega + \omega_{ab} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2. \quad (6.12)$$

Das Ein- und Ausschalten des Laserlichtes durch den Lichtunterbrecher wird durch Multiplikation der Laserintensität I_L mit einer periodischen Rechtecksfunktion $R(t)$ beschrieben, die die Werte 0 und 1 annimmt. 0 $\hat{=}$ Licht abgeblockt, 1 $\hat{=}$ Licht an. Die Steilheit der Schaltflanken wird näherungsweise als unendlich angenommen. Die Schaltfrequenz des Lichtunterbrechers beträgt typischerweise 160 bis 500 Hz. Als Unterbrecherphase ϕ_{ch} wird die Differenz zwischen Startzeit des Atoms und dem Zeitpunkt des nächsten Sprunges der Funktion $R(t)$ von 0 auf 1 definiert. Der Beitrag, den ein Atom im Detektor zum 2S Signal liefert, kann daher folgendermaßen geschrieben werden:

$$\rho'_{bb}(T_f)_{\Delta\omega} = \rho'_{bb}(T_f = \frac{d}{v}, \phi_{ch}, r_1, \theta_1, r_2, \theta_2)_{\Delta\omega}. \quad (6.13)$$

Hier bezeichnet d den Abstand von Düse und Detektor, r_1, θ_1, r_2 und θ_2 charakterisieren die Koordinaten von Start- und Endpunkt der Trajektorie, welcher das Atom folgt, siehe Abbildung 6.1. Die Laserintensität I_L muß somit zu $I_L = I_L(z = vt, \phi_{ch}, r_1, \theta_1, r_2, \theta_2)$ angesetzt werden. Um einen numerischen Wert für $\rho'_{bb}(T_f)_{\Delta\omega}$ zu erhalten wird das System gekoppelter Differentialgleichungen (6.7) numerisch nach dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung gelöst [Num89]. Wie im Experiment, muß über alle möglichen Trajektorien, die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses und die Unterbrecherphase (Chopperphase) integriert werden. Um ein theoretisches Spektrum zu erhalten, muß also im Prinzip für einen Satz unterschiedlicher Verstimmungen jeweils der folgende Ausdruck ausgewertet werden:

$$2S \text{ SIG}_{\Delta\omega} = \int_v f(v) dv \iiint_{\text{Raum}} d^4x \int_{\text{chopper}} d\phi_{ch} \rho'_{bb}(t = T_f = \frac{d}{v}, \vec{x}, \phi_{ch})_{\Delta\omega}. \quad (6.14)$$

Da über die Flächen von Düse und Blende integriert wird, ergibt sich ein 4-dimensionales Raumintegral. Dieses kann aus Symmetriegründen auf ein 3-dimensionales Integral reduziert werden. Wie weiter unten ausgeführt wird, ist es wichtig, über die Fläche der Düse zu integrieren. Der zeitsparende Versuch, nur über den Düsenrand zu integrieren liefert schlechte Übereinstimmung von Theorie und Experiment. Die räumliche Ausdehnung der Düse in z-Richtung wird vernachlässigt. Die Integrationen werden numerisch nach dem Gauß-Legendre Verfahren vorgenommen [Num89]. Wegen des sehr hohen Rechenaufwandes wurden unzählige Konvergenztests

durchgeführt, um die Anzahl der Stützstellen bei den jeweiligen Integrationen so niedrig wie möglich zu halten und dennoch Konvergenz der Linienmitte auf 0.1% der Linienbreite zu erhalten. Die folgenden Anzahlen an Stützstellen bei den Integrationen wurden als ausreichend ermittelt².

Geschwindigkeit v	: 90
Radius r_1	: 10
Radius r_2	: 10
Winkel θ_2	: 10
Unterbrecherphase ϕ_{ch}	: 25

Für typisch 40 auszuwertende Verstimmungen ergibt dies etwa 10^8 verschiedene Parameterkombinationen. Einschließlich der zeitlichen Integration handelt es sich um ein insgesamt 7-dimensionales Problem. Würden für diese Aufgabe Standardroutinen verwendet, wie in [Num89] bereitgestellt, so würde die bei den Berechnungen eingesetzte Workstation (Firma Sun, Typ Ultra 1) zur Bewältigung viele tausend Jahre benötigen. Es mußte daher sehr viel Mühe darauf verwendet werden, die Rechenzeit auf ein akzeptables Maß zu begrenzen. Hier seien die wichtigsten der Maßnahmen genannt:

- Die Radien von Düse und Endblende müssen im Experiment größer sein als die halbe Strahltaile w_0 der Stehwelle, damit diese nicht abgeschnitten wird. Daher gibt es viele Trajektorien, die die Stehwelle in Bereichen mit nur niedriger Intensität durchlaufen. Empirisch wurde eine minimale Intensität I_{min} ermittelt. "Sieht" ein Atom nie mehr als I_{min} , so braucht der Beitrag der entsprechenden Trajektorie nicht berechnet zu werden. Eine Hilfsroutine im Programm entscheidet darüber.
- Im Experiment ist der 2S Detektor nur aktiv, wenn das Laserlicht durch den Lichtunterbrecher geblockt ist. Daher müssen nur Unterbrecherphasen ϕ_{ch} berechnet werden, für die gilt: Rechtecksfunktion $R(T_f)=0$ wobei T_f den Zeitpunkt angibt, zu dem das Atom den Detektor erreicht. Unterbrecherphasen bei denen das Atom entlang der Trajektorie nie Licht "sieht" müssen ebenfalls nicht ausgewertet werden. Aufeinanderfolgende Unterbrecherphasen liefern das identische Ergebnis, falls in beiden Fällen während der gesamten Zeit, in der das Atom in Bereichen mit einer Intensität $> I_{min}$ unterwegs ist, $R(t)=1$ gilt. Eine weitere Hilfsroutine wacht über das Auslassen bestimmter Unterbrecherphasen, bzw. die Übernahme der Ergebnisse der vorangegangenen Unterbrecherphase.

²Die Feinheit der Unterteilung in Unterbrecherphasen wird im Programm, welches die Integration vornimmt, automatisch so gewählt, daß stets 25 Unterbrecherphasen, die einen Beitrag zum 2S Signal liefern können, tatsächlich ausgewertet werden. Die dazu anzusetzende Anzahl der Unterbrecherphasen kann für große Geschwindigkeiten beträchtlich darüber liegen. Die meisten Unterbrecherphasen werden jedoch keinen Beitrag zum Signal liefern, da entweder das UV-Licht noch an ist, wenn das Atom den Detektor erreicht oder das UV-Licht zu keinem Zeitpunkt an war. Für solche Fälle wird automatisch der Beitrag zu Null gesetzt.

- Eine zeitsparende Abschätzung hat sich als sehr zuverlässig und effizient herausgestellt: Bevor die zeitliche Entwicklung einer Trajektorie berechnet wird kann ohne großen Rechenaufwand aus der gerade aktiven Parameterkombination die Zeit t_{WW} berechnet werden, die das Atom insgesamt im Lichtfeld verbringen wird. Falls für die aktuelle Verstimmung $\Delta\omega$ gilt: $\Delta\omega > 2\pi \cdot 4.35/t_{WW}$, dann braucht die Trajektorie nicht berechnet zu werden. Das Atom wechselwirkt dann lange genug mit dem Lichtfeld, um festzustellen, daß die Verstimmung zu groß ist und keine nennenswerte Anregung stattfinden kann. Der Faktor 4.35 wurde empirisch ermittelt. Aufgrund dieser Abschätzung müssen insbesondere Trajektorien mit sehr kleiner Geschwindigkeit, die den größten Rechenaufwand erfordern, nur für sehr kleine Verstimmungen tatsächlich ausgewertet werden.
- Die eingesetzte Standardroutine zur Lösung des gekoppelten Systems von Differentialgleichungen nach dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung verfügt über eine automatische Schrittweitenanpassung ("adaptive stepsize control"), die die Konvergenz der Lösung garantiert. Wird der einstellbare Konvergenzparameter auf die hier ausreichende Konvergenz zu knapp 10^{-3} gewählt, so versagt der zugrundeliegende Algorithmus. Deshalb mußte empirisch eine Schrittweitenanpassung ermittelt werden, die gleichmäßige Konvergenz für alle auftretenden Wechselwirkungszeiten $\sim 1/v$ garantiert: Aus der Abschätzung der Zeit t_{WW} , die ein Atom im Lichtfeld verbringt, läßt sich leicht die Anzahl der relativen Oszillationen von Lichtfeld und atomarer Resonanzfrequenz abschätzen. Je mehr Oszillationen bei der Lösung der Differentialgleichungen modelliert werden müssen, mit desto kleinerer Schrittweite muß der Lösungsvektor in der Zeit propagiert werden, damit die Lösung am Ende die erforderliche Konvergenz aufweist. Mit der Abschätzung der Oszillationen aus t_{WW} und $\Delta\omega$ läßt sich die Schrittweite gut für alle auftretenden Parameterkombinationen anpassen. Die Anzahl von 2500 Zeitschritten pro abgeschätzter Oszillation gewährleistet ausreichende Konvergenz der numerischen Lösung.

Alle Maßnahmen zusammen wurden so ausgelegt, daß die dadurch entstehende Unsicherheit die Mitte der berechneten Spektren weniger als 0.1% der Linienbreite verschiebt. Die benötigte Rechenzeit wurde somit auf etwa 4 Wochen reduziert.

Bislang wurde noch keine Aussage über die konkrete Form der atomaren Geschwindigkeitsverteilung $f(v)$ gemacht, über welche integriert werden muß. Die dominanten systematischen Effekte, Durchflugsverbreiterung und Dopplereffekt zweiter Ordnung, hängen empfindlich von der Form der angenommenen Geschwindigkeitsverteilung ab. Das Ziel aller Linienformberechnungen ist es, die theoretisch erhaltenen Daten an experimentell gemessene Spektren anzupassen, um damit einerseits systematische Verschiebungen zu korrigieren aber auch, um anhand der Übereinstimmung, von theoretischem Modell und Experiment entscheiden zu können, ob die relevanten Effekte berücksichtigt wurden. Allein schon die Tatsache, daß im Experiment die Temperatur der Düse,

und damit auch die Geschwindigkeitsverteilung variiert werden kann, hat zu folgendem Vorgehen Anlaß gegeben: Für die Integration über die Geschwindigkeitsverteilung muß an einer bestimmten Anzahl von Stützstellen jeweils das Integral über den Raum und die Unterbrecherphase gelöst werden. Das Ergebnis für jede einzelne Geschwindigkeit wird in eine Matrix eingetragen, deren Spalten nach Geschwindigkeitsstützstellen und Zeilen nach Verstimmungen geordnet sind. Diese Matrix, die nur einmal berechnet werden muß, erlaubt es, im Nachhinein die Integration über die Geschwindigkeitsverteilung mit verschiedenen Verteilungen durchzuführen, ohne daß jeweils die aufwendige Raum- und Unterbrecherphasenintegration über die Lösung der Dichtematrixgleichungen wiederholt werden muß.

Tatsächlich wurde so ein ganzer Satz von typischerweise 40 Matrizen berechnet, die das erwartete Signal für verschiedene Verzögerungszeiten enthalten. Dazu muß für jede berechnete Trajektorie untersucht werden, wie lange die Funktion $R(t)$ schon den Wert 0 (d.h. Licht aus) zum Zeitpunkt T_f des Eintreffens des Atoms im 2S Detektor besitzt. Daraus ergibt sich, zu welchen Verzögerungszeiten gemäß des zeitverzögerten Signalnachweises das gerade berechnete Signal einen Beitrag liefert.

6.2 Anpassung des Linienform-Modells an experimentelle Spektren

Die erhaltenen theoretischen Spektren werden an die experimentellen Spektren angepaßt. Die spezielle Form der Geschwindigkeitsverteilung kann dabei ermittelt werden. Die Anpassung geschieht mit Hilfe eines kommerziell erhältlichen Programmpaketes (Fitall) zur Anpassung von Funktionen an Daten, das unter dem Betriebssystem DOS läuft und als compilierfähiger Programmcode in der Programmiersprache Pascal verfügbar ist. Dies eröffnet die Möglichkeit, das Programm für spezielle Aufgabenstellungen maßzuschneidern.

In einem ersten Schritt werden die experimentell aufgezeichneten Daten aufgearbeitet: Die während des Experimentes für jeden Meßpunkt vom Meßrechner mitgeschriebene Information wird dabei ausgenutzt. Es können für die Temperatur der Düse und die Normierungsgröße untere und obere Schranken gesetzt werden. Letztere ist ein Maß für die Lichtleistung im Resonator. Auch der Druck in der Apparatur muß innerhalb bestimmter Grenzen liegen. Damit wird sichergestellt, daß alle experimentellen Punkte eines so nachselektierten Spektrums unter annähernd gleichen Bedingungen aufgezeichnet wurden. Die experimentellen Daten enthalten die simultan, mit Hilfe des Vielkanalzählers aufgezeichneten 2S Signale zu verschiedenen Verzögerungszeiten.

In einem zweiten Schritt werden alle Signale mit verschiedenen Verzögerungszeiten

bezüglich der Frequenz-Achse aneinandergehängt. Die Frequenz-Achse ist dabei die um die Drift des Referenzresonators bereinigte Verstimmung des Farbstofflasers oder die Frequenz des Zählers der Frequenzkette jeweils auf 121 nm umgerechnet. Auf diese Weise kann erreicht werden, daß alle Signale mit verschiedenen Verzögerungszeiten beim späteren Anpassen der berechneten Linienform berücksichtigt werden. Über die dabei nötigen Frequenzen, die zu den Verstimmungen der Einzelspektren addiert werden müssen, wird genau Buch geführt, um nach dem Anpassen die Frequenz-Achse der Spektren wieder in den ursprünglichen Bereich rücktransformieren zu können. Tatsächlich wird über die Größe dieser künstlich eingeführten Offset-Frequenzen jeweils die Matrix ermittelt, die die theoretischen Daten enthält, für die entsprechende Verzögerungszeit enthalten. Die Routine paßt das theoretische Linienform-Modell an die experimentellen Daten nach dem Levenberg-Marquart-Algorithmus an, einer Methode zur Minimierung der Fehlerquadrate. Da die Zählrate des experimentellen Signals zu höheren Verzögerungszeiten hin abnimmt, werden alle am Anpassungsvorgang beteiligten Spektren auf die maximale Zählrate des Signals mit kürzester Verzögerungszeit gestreckt. Damit wird sichergestellt, daß bei der Ermittlung der Fehlerquadrate alle Spektren gleich stark ins Gewicht fallen. Die Werte, die das Linienform-Modell liefert, müssen dann jeweils mit dem gleichen Streckungsfaktor multipliziert werden.

In einem dritten Schritt wird nach erfolgreicher Anpassung der theoretischen Daten die vorgenommene Transformation der Frequenz-Achse, sowie die Streckung der Signalthöhe sowohl für die experimentellen als auch für die theoretischen Daten wieder rückgängig gemacht und das Ergebnis abgespeichert.

6.2.1 Die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses

Für einen Atomstrahl wie er in unserem Experiment aus der Düse austritt, wird im Wesentlichen eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung erwartet [Sco88] :

$$g(v) \sim v^2 e^{-(\frac{v}{v_0})^2} \quad (6.15)$$

mit

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad , \quad (6.16)$$

wobei

- v : Geschwindigkeit eines Teilchens im Atomstrahl
- v_0 : wahrscheinlichste Geschwindigkeit
- k : Boltzmannkonstante
- M : Masse der Teilchen, die den Atomstrahl bilden
- T : Temperatur des Atomstrahls

$g(v)$ bezeichnet die Verteilung, wie sie sich bei einer Momentaufnahme des Atomstrahls ergeben würde. Hier wurde die Näherung $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \sim v_z$ durchgeführt, da für alle Atome, die zum Signal beitragen können, mit der experimentell realisierten Blendenanordnung $v_z \geq 85 \cdot v_{x,y}$ gilt. Um den Fluß $f(v)$ an Wasserstoffatomen am Ort des 2S Detektors zu erhalten, muß $g(v)$ noch mit einem weiteren Faktor v multipliziert werden [Sco88]. Der Faktor N dient zur Normierung:

$$f(v) = \frac{1}{N} v^3 e^{-(\frac{v}{v_0})^2} . \quad (6.17)$$

Mit dieser Geschwindigkeitsverteilung des Flusses kann versucht werden, die Daten des Linienform-Modells an die experimentellen Daten anzupassen. Die minimale Anzahl an freien Parametern ist dann eine universelle Amplitude, gültig für alle Spektren mit unterschiedlicher Verzögerungszeit, die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_0 , aus der sich leicht die dazugehörige Temperatur ermitteln läßt, sowie eine Größe Δ_{det} , die die nötige Verschiebung der experimentellen x-Achse gegen die x-Achse der theoretischen Daten darstellt. Δ_{det} ist nach erfolgreicher Anpassung die um den relativistischen Doppler-Effekt bereinigte Mittenfrequenz der experimentellen Spektren und somit die interessanteste Größe. Die Temperatur, die der angepaßten wahrscheinlichsten Geschwindigkeit v_0 entspricht, läßt Rückschlüsse ziehen, wie gut der von der Düse erzeugte Atomstrahl mit dieser thermalisiert ist. Aus der universellen Amplitude läßt sich ermitteln, wieviele Atome im Experiment zum Signal beitragen.

Es stellt sich jedoch heraus, daß mit nur 3 freien Parametern die Anpassung kein befriedigendes Ergebnis liefert. Die Amplituden der Signale mit großen Verzögerungszeiten werden nicht richtig beschrieben. Es zeigt sich, daß der Anteil an langsamen Atomen im Experiment kleiner ist als es gemäß einer rein Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung des Flusses vorhergesagt wird. Dieses Verhalten tritt für alle Spektren bei unterschiedlichen Temperaturen der Düse auf.

6.2.2 Modifikation der Geschwindigkeitsverteilung: Der Zacharias-Effekt

Nach [Sco88] und [Ber62] ist eine Modifikation der rein Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung in Abhängigkeit der Knudsenzahl zu erwarten. Die Knudsenzahl K_{nL} ist definiert als Verhältnis von mittlerer freier Weglänge $\bar{\lambda}$ der Teilchen in der Düse zur Länge der Düse L_D :

$$K_{nL} := \frac{\bar{\lambda}}{L_D} . \quad (6.18)$$

Für Knudsenzahlen $K_{nL} < 10$ wird demnach eine Modifikation der rein Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung vorausgesagt. Der physikalische Grund dafür sind Stöße innerhalb der Düse, die für die Eigenschaften des Atomstrahls relevant werden. Davon sind langsame Teilchen besonders betroffen, da sie wegen ihrer relativ langen Aufenthaltszeit in der Düse bevorzugt mit schnelleren Teilchen stoßen und daher im Strahl seltener werden. Dieser Effekt ist auch unter dem Namen Zacharias-Effekt bekannt. In einer Fontäne sollten Ramsey-Interferenzen beobachtet werden, die dazu notwendigen langsamen Atome waren jedoch seltener als nach Maxwell abgeschätzt. Daher war das Experiment nicht erfolgreich [Ram90].

Für lange Düsen mit dem Radius r_D und $\frac{L_D}{r_D} \gg 1$ (hier beträgt $\frac{L_D}{r_D}$ etwa 20) kann der Zacharias-Effekt durch folgende Korrekturfunktion $P(K_{nL}, x)$ berücksichtigt werden, so daß für den korrigierten Fluß $f_c(x)$ gilt:

$$f_c(x) = f(x)P(K_{nL}, x) , \quad (6.19)$$

mit

$$P(K_{nL}, x) = \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}[g(x)]}{2g(x)} , \quad (6.20)$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^{-\frac{2}{5}} F a_0(6, x)}{2^{\frac{3}{2}} K_{nL}}} , \quad (6.21)$$

und

$$x = \frac{v}{v_0} . \quad (6.22)$$

Dabei steht $f(x)$ für die rein Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung des Flusses. In diesen Ansatz geht ein, daß bei typischen Energien der totale Streuquerschnitt von der Relativgeschwindigkeit v_r der stoßenden Teilchen wie $v_r^{-\frac{2}{5}}$ abhängt. Bei der Mittelung über die geschwindigkeitsabhängigen Streuquerschnitte, die zu dem effektiven Streuquerschnitt Q_{eff} führt, tritt die Funktion $F a_0(6, x)$ auf. Sie läßt sich durch konfluente hypergeometrische Funktionen ausdrücken und findet sich tabelliert in Referenz [Ber62].

$$Q_{\text{eff}} = Q(v_0) x^{-\frac{2}{5}} F a_0(6, x) . \quad (6.23)$$

Die korrigierte Verteilung $f_c(x)$ geht für $K_{nL} > 10$ erwartungsgemäß in eine rein Maxwell'sche Verteilung über, da dann Stöße innerhalb der Düse sehr unwahrscheinlich werden. Für $K_{nL} < 10$ beschreibt $f_c(x)$ eine gegen $f(x)$ zu höheren Relativgeschwindigkeiten x verschobene Verteilung. Für $K_{nL} < 0.1$ geht die Verschiebung gegen eine limitierende Form. Es gibt demnach eine maximale Verschiebung der Verteilung.

In Abbildung 6.2 ist die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses dargestellt, wie sie bei der Anpassung des theoretischen Modells an die experimentellen Daten die beste

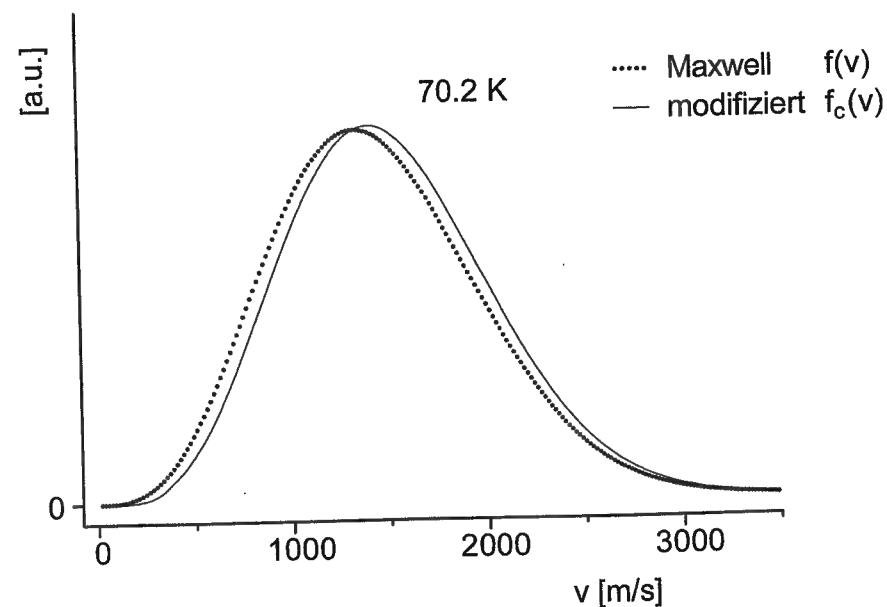


Abbildung 6.2: Modifizierte Geschwindigkeitsverteilung $f_c(v)$, welche bei der Anpassung des in Kapitel 5, Abbildung 5.3 gezeigten Spektrums die beste Übereinstimmung liefert. Die Temperatur der Düse betrug 70.2 K. Die Temperatur der Geschwindigkeitsverteilung wird von der Anpassungsprozedur zu 71.2 K, die Knudsenzahl zu 0.05 ermittelt. Die Punkte stellen den Verlauf einer rein Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung des Flusses bei der gleichen Temperatur dar. Die Verschiebung hat ihre Ursache in der verringerten Häufigkeit langsamer Atome in der Verteilung $f_c(v)$ aufgrund von Stößen innerhalb der Düse.

Übereinstimmung liefert. Die Verteilung wurde bei der Anpassung an das bereits in Abbildung 5.3 gezeigte Spektrum ermittelt. Die Temperatur der Düse betrug 70.2 K. Die Anpassungsprozedur ermittelt beste Übereinstimmung für eine Geschwindigkeitsverteilung der Temperatur 71.2 K, die gemäß der oben beschriebenen Korrekturfunktion modifiziert ist. Die Verschiebung entspricht einer Knudsenzahl von 0.05 also einer mittleren freien Weglänge von 0.5 mm. Die 7 freien Fitparameter die zur simultanen Anpassung aller 7 Einzelspektren benötigt werden, sind weiter unten erläutert. Für Präzisionsmessungen wird die Düsenteperatur auf Werte um 7 K eingestellt. Bei dieser niedrigen Temperatur friert molekularer Wasserstoff in der Düse aus, und es können Signale mit hoher Verzögerungszeit aufgezeichnet werden; die systematischen Effekte Durchflugsverbreiterung und Verschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt sind dann stark reduziert. In Abbildung 6.3 ist ein bei einer Düsenteperatur von 7.4 K aufgezeichnetes zeitaufgelöstes Spektrum zu sehen.

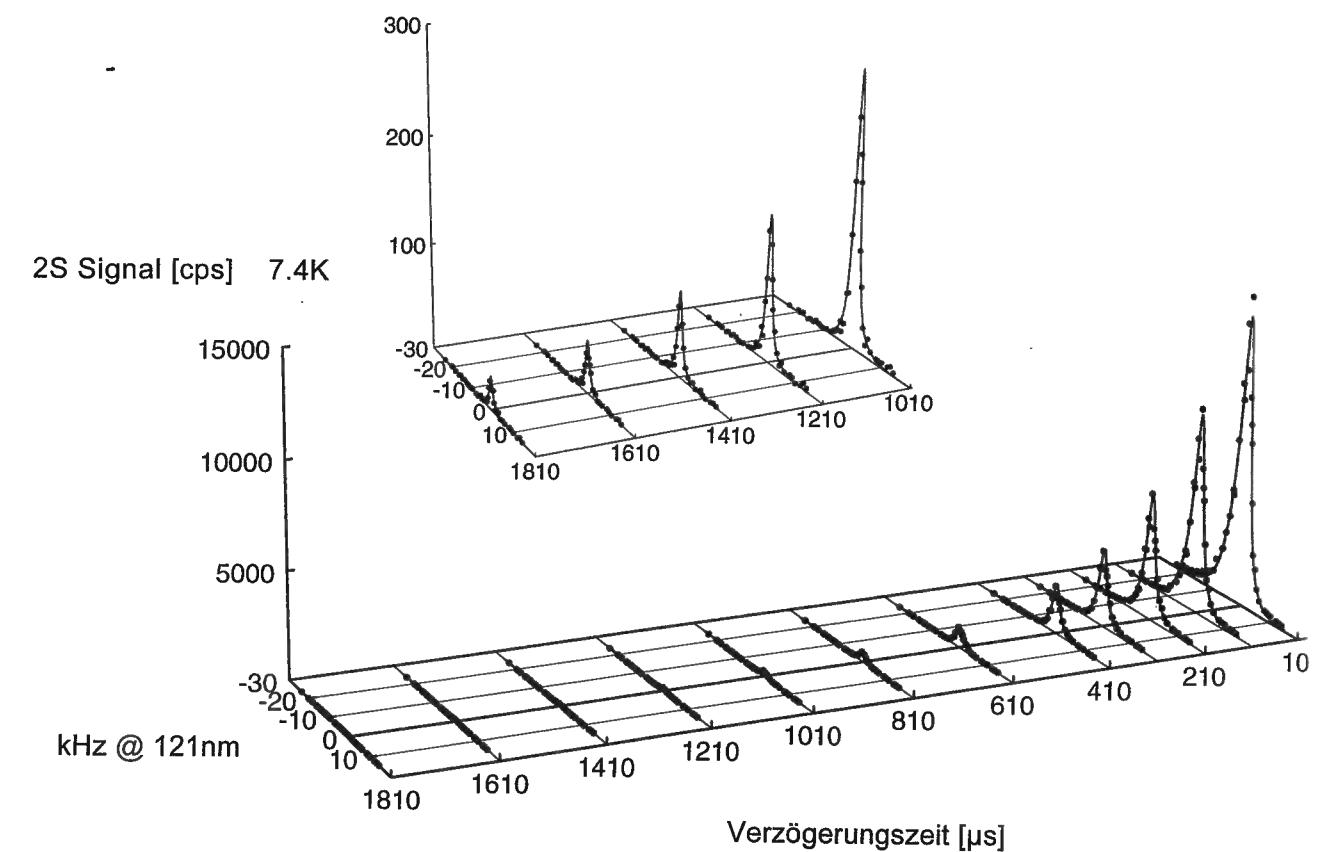


Abbildung 6.3: Zeitaufgelöstes Wasserstoff 1S-2S Spektrum, aufgezeichnet bei einer Düsenteperatur von 7.4 K. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der Anpassung des theoretischen Linienform-Modells. Alle 12 Einzelspektren können mit 7 freien Parametern durch das Linienform-Modell gleichzeitig beschrieben werden. Im oberen Bildteil sind die 5 Spektren mit der längsten Verzögerungszeit vergrößert dargestellt. Die beim Anpassungsvorgang ermittelte Geschwindigkeitsverteilung des Flusses ist in Abbildung 6.4 dargestellt.

Alle in dieser Arbeit gezeigten zeitaufgelösten Spektren bei verschiedenen Düsentemperaturen werden durch das Linienform-Modell mit dem gleichen Satz von 7 Parametern gut beschrieben. Das sind:

- Eine für alle Spektren identische Amplitude **Amp**, welche den Fluß der Wasserstoffatome beschreibt.
- Eine Verschiebung Δdet der x-Achse des theoretischen Modells relativ zu den experimentellen Daten.
- Die Temperatur **T** der Geschwindigkeitsverteilung des Flusses.
- Eine zusätzliche Linienbreite FWHM_{Lor} . Die theoretischen Daten müssen mit einem Lorentz-Profil der Halbwertsbreite FWHM_{Lor} gefaltet werden, um zusätzlichen Verbreiterungsmechanismen im Experiment Rechnung zu tragen, die nicht im Linienform-Modell berücksichtigt wurden (siehe Kapitel 7).
- Die Knudsenzahl K_{nL} beschreibt wie bereits ausgeführt die Modifikation der Geschwindigkeitsverteilung durch Stöße innerhalb der Düse aufgrund des Zacharias-Effekts.
- Zwei Parameter v_s und $v_{s\text{exp}}$ beschreiben eine zusätzliche Unterdrückung der Häufigkeit sehr langsamer Atome gegenüber der korrigierten Geschwindigkeitsverteilung des Flusses $f_c(x)$. Hierbei beschreibt v_s (s wie "suppress") eine Geschwindigkeit unterhalb derer die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses nicht wie v^3 sondern wie $v^{v_{s\text{exp}}}$ von der Geschwindigkeit v der Atome abhängt. Für $v_{s\text{exp}}$ werden beim Anpassungsvorgang Werte zwischen 4 und 5 ermittelt. Im nächsten Abschnitt wird versucht, dieses recht willkürlich erscheinende Paar von Fitparametern, ohne das die Amplituden der Einzelspektren mit großer Verzögerungszeit nicht befriedigend modelliert werden können, physikalisch zu motivieren.

In Anhang C ist ein detaillierter Überblick über alle Parameterwerte zu finden, die zu den in dieser Arbeit gezeigten Spektren gehören.

In Abbildung 6.4 ist die Geschwindigkeitsverteilung des Flusses dargestellt, die bei der Anpassung des in Abbildung 6.3 gezeigten Spektrums (7.4 K) ermittelt wurde. Auf den

ersten Blick ist kaum ein Unterschied zu der ebenfalls dargestellten rein Maxwell'schen Verteilung zu sehen. Der Zacharias-Effekt ist hier viel schwächer ausgeprägt als in Abbildung 6.2, was dadurch erklärt werden kann, daß molekularer Wasserstoff in der Düse unterhalb etwa 10 K ausfriert und daher der Atomstrahl bei gleichem Anteil an atomarem Wasserstoff wesentlich "dünner" wird.

Ohne die minimale Modifikation, also mit einer rein Maxwell'schen Verteilung kann jedoch kein befriedigender Fit erhalten werden. Das belegt eindrucksvoll, wie sensitiv das Experiment auf die genaue Form der Geschwindigkeitsverteilung ist. Es sollte sehr schwierig sein, eine ähnlich genaue direkte Messung der Verteilung vorzunehmen. Entsprechende Überlegungen wurden bereits angestellt.

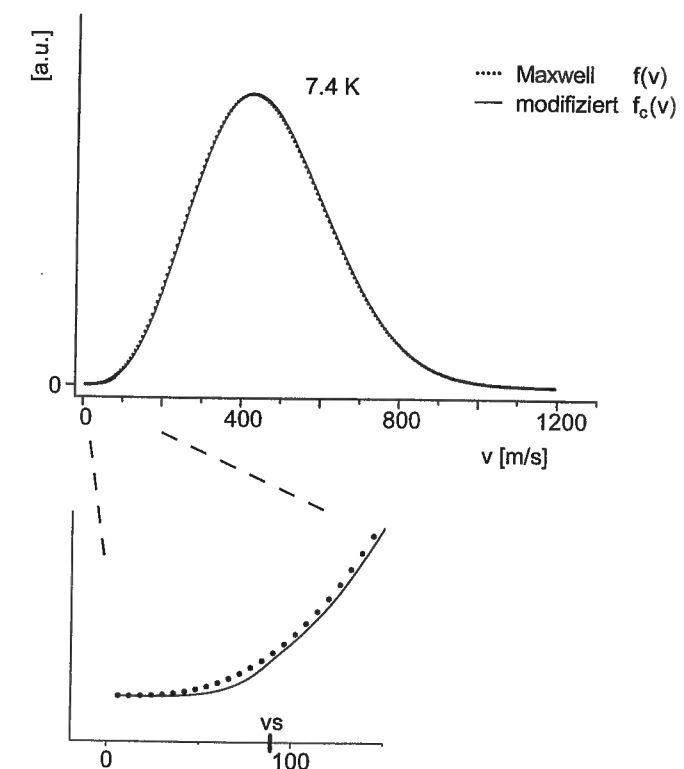


Abbildung 6.4: Modifizierte Geschwindigkeitsverteilung $f_c(v)$ zu dem in Abbildung 6.3 gezeigten Spektrum. Die Temperatur der Düse betrug 7.4 K. Die Temperatur der Geschwindigkeitsverteilung wird in der Anpassungsprozedur zu 7.2 K, die Knudsenzahl zu 2.4 ermittelt. Die Punkte stellen den Verlauf einer rein Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung des Flusses bei der gleichen Temperatur dar. Unterhalb von $v_s \approx 90$ m/s muß der Exponent der Geschwindigkeitsverteilung des Flusses zu $v_{s\text{exp}}=4.7$ statt 3 angenommen werden. Die dadurch beschriebene zusätzliche Unterdrückung langsamer Atome ist notwendig, um die Amplituden der Spektren mit großer Verzögerungszeit mit dem Linienform-Modell richtig zu beschreiben.

6.2.3 Zusätzliche Unterdrückung sehr langsamer Atome

Über die Ursache weshalb zur Unterdrückung langsamer Atome, wie in der Verteilung $f_c(x)$ vorhergesagt, eine zusätzliche Unterdrückung der sehr langsamen Atome angenommen werden muß, um Übereinstimmung von theoretischem Linienform-Modell und experimentellen Spektren mit großer Verzögerungszeit zu erhalten, läßt sich momentan nur spekulieren. Es gibt prinzipiell zwei unterschiedliche Erklärungsansätze:

- Mit der hier angewandten Methode des zeitverzögerten Signalnachweises tritt im Experiment der Signalanteil von sehr langsamen Atome klar zu Tage. Es ist nicht unbedingt anzunehmen, daß die in [Ber62] vorgestellte Theorie bei so kleinen Geschwindigkeiten noch vollständige Gültigkeit besitzt. So kann in [Sco88] eine Gegenüberstellung von experimentell gemessenen Flußverteilungen und den entsprechenden theoretischen Vorhersagen gefunden werden. Im Bereichen unterhalb etwa $1/3$ der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit liegen jedoch keine experimentellen Daten vor. Genau in diesem Bereich ist es hier nötig, die von der Theorie vorhergesagte Verteilung zu modifizieren. Die Übereinstimmung bei größeren Geschwindigkeiten ist sehr gut.
- Falls die Theorie auch bei sehr kleinen Geschwindigkeiten richtig ist, dann müßte es Effekte geben, die im Experiment zusätzlich zum Zacharias-Effekt den Anteil an langsamen Atomen im Strahl verringern. So könnte der metastabile 2S Zustand langsamer Atome wegen der relativ langen Aufenthaltszeit in der Wechselwirkungszone bevorzugt durch elektrische Streufelder zerstört werden. Dagegen spricht allerdings der experimentelle Befund, daß für hohe Düsentemperaturen die zusätzliche Unterdrückung bei höheren Geschwindigkeiten einsetzt als bei tiefen Temperaturen. Ein weiterer Erklärungsansatz wäre eine erhöhte Rekombinationswahrscheinlichkeit innerhalb der Düse für Atome, die sich langsam von der Düsenwand lösen. Es wäre auch denkbar, daß der 2S Zustand langsamer Atome im Detektor an einer Stelle mit dem 2P Zustand gemischt wird, von der aus das emittierte Signalphoton mit geringerer Wahrscheinlichkeit den Photomultiplier erreicht. Der Effekt, daß sehr langsame Atome aus dem horizontal ausgerichteten Atomstrahl aufgrund der Gravitation aus dem Detektionsbereich herausfallen, sollte sich erst bei Geschwindigkeiten unter etwa 10 m/s deutlich bemerkbar machen.

6.2.4 Linienbreiten

Wie bereits angegeben, muß bei der Anpassung des Linienform-Modells an die experimentellen Spektren stets eine zusätzliche Faltung mit einem Lorentz-Profil der Breite FWHM_{Lor} vorgenommen werden. Bei gleichbleibender Fläche unter den Spektren werden die theoretischen Spektren dadurch etwas breiter und können so die experimentellen Linienbreiten besser beschreiben. Die naheliegenste Erklärung für diese Notwendigkeit ist die Verbreiterung der experimentellen Spektren durch eine endliche spektrale Breite des anregenden Laserlichtes. Wie in Kapitel 7 ausgeführt wird, kommen jedoch auch die Ionisation vom 2S Zustand ins Kontinuum sowie das angelegte Magnetfeld als verbreiternde Effekte in Frage. Im Anpassungsvorgang wird der Parameter FWHM_{Lor} auf Werte zwischen typischerweise 1.3 kHz und 2.3 kHz bei 121 nm gesetzt. Die relativ große Streuung deckt sich mit der Beobachtung, daß im Experiment die Linienbreiten bei hohen Verzögerungszeiten nicht immer gleichbleibend 1 kHz bei 243 nm sind, sondern empfindlich von der Justage von Blende und Düse abhängen. Zudem deutet sich eine Abhängigkeit von der Lichtleistung und dem angelegten Magnetfeld an. Nach [Bor97] hängt es von den Rauschquellen ab, durch welche Funktion die spektrale Breite eines Lasers am besten beschrieben wird. So ist es nicht ungewöhnlich, anzunehmen, daß die spektrale Breite eines Lasers Lorentz-förmig ist. Die Faltung mit einem Gauß-Profil liefert kein gutes Ergebnis. Eine eingehende Diskussion der zusätzlich anzunehmenden Linienbreite und die Rückschlüsse, die daraus auf die spektrale Breite des anregenden Laserlichtes zu ziehen sind, werden in Kapitel 7 gegeben.

In Abbildung 6.5 ist die Breite der angepaßten theoretischen Linien gegen die Verzögerungszeit für das in Abbildung 6.3 gezeigte Spektrum bei 7.4 K aufgetragen. Deutlich zeigt sich die Abnahme der Linienbreite zu größeren Verzögerungszeiten hin. Die zusätzliche Lorentz-Linienbreite beträgt hier 1.3 kHz bei 121 nm . Die Linie mit $1810 \mu\text{s}$ Verzögerung ist bei 121 nm etwa 2.5 kHz breit, also etwa 1.25 kHz bei 243 nm . Die Punkte mit Fehlerbalken erhält man bei der Anpassung von Lorentz-Profilen an die einzelnen Spektren. Wegen der asymmetrischen Linienform bei kleinen Verzögerungszeiten wurden in diesem Fall die Flanken der Linie beim Anpassen der Lorentz-Profile ausgeblendet. Die Linienform wird durch das theoretische Modell besser beschrieben als durch Lorentz-Profile, dadurch lassen sich die um etwa 20% kleineren Linienbreiten erklären.

6.3 Korrektur des relativistischen Doppler-Effektes

Ebenso wie die Breite der experimentellen Spektren wird die Verschiebung der Spektren durch den relativistischen Doppler-Effekt gut durch das Linienform-Modell beschrieben. In Abbildung 6.6 ist die Linienmitte, der "höchste Punkt" der theoretischen Linien des Spektrums bei 7.4 K , gegen die Verzögerungszeit aufgetragen. Die Verschiebung

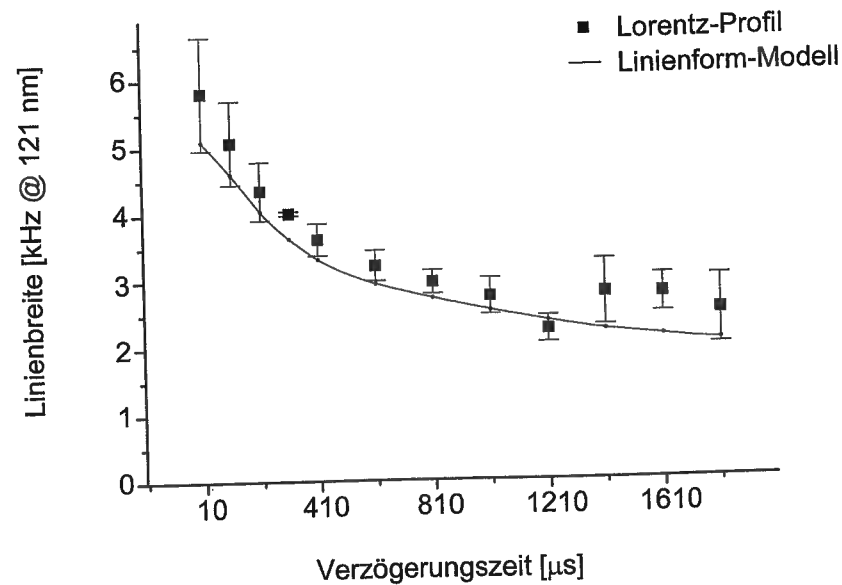


Abbildung 6.5: Breite der angepaßten theoretischen Linien gegen die Verzögerungszeit für das in Abbildung 6.3 gezeigte Spektrum. Der Effekt der Durchflugsverbreiterung nimmt mit der Verzögerungszeit ab. Die Punkte sind das Ergebnis der Anpassung von Lorentz-Profilen an die einzelnen Spektren. Die durchgezogene Linie ist die Spline-Interpolation der Linienbreiten der angepaßten theoretischen Linien.

geht gegen den asymptotischen Wert $\Delta_{\text{det}} = +77$ Hz bei 121 nm, der beim Anpassungsvorgang ermittelt wird. Dieser liegt nicht bei $\Delta_{\text{det}} = 0$ sondern darüber, da hier die Linienmitte des Spektrums mit 810 μs Verzögerungszeit als Nullpunkt der x-Achse definiert wurde. Es ist nun interessant, das Resultat mit der Verschiebung zu vergleichen, die durch Anpassen von Lorentz-Profilen an die Einzelspektren ermittelt werden kann. Das Ergebnis ist eingezeichnet. Für kleine Verzögerungszeiten ist die experimentelle Linienform stark asymmetrisch, so daß Lorentz-Profile die Linienform schlecht beschreiben. Dies erklärt die Abweichung bei kleinen Verzögerungszeiten. An dieser Stelle erkennt man den großen Vorteil, der gegenüber einer solchen simplen Auswertung besteht. Während die Mitte der einzelnen Lorentz-Profile vergleichsweise stark streut und sich schlecht extrapolieren ließe, geht bei der simultanen Anpassung aller Spektren die gesamte Information eines zeitaufgelösten Spektrums ein. Die statistische Genauigkeit von Δ_{det} wird von der Fit-Routine typischerweise zu 10 bis 20 Hz bei 121 nm ermittelt. Die Unsicherheit in Δ_{det} kann aber auch beurteilt werden über die maximale Streuung, die beobachtet wird, während der Fit optimiert wird³. Es zeigt sich, daß auch bei schlechter Wahl von Parametern und für das Auge schlechten Ergebnissen die wichtigste Größe, nämlich Δ_{det} , sehr robust ist. Die Unsicherheit

³Die hier genannten freien Parameter, durch die die Geschwindigkeitsverteilung modifiziert wird, wurden in mühevoller Kleinarbeit ermittelt. Auf dem Weg dorthin wurden einige andere Parameter vorgesehen, mit denen jedoch durchwegs schlechtere Übereinstimmung erreicht werden konnte. Die Größe Δ_{det} wird davon jedoch kaum beeinflusst.

liegt damit tatsächlich bei nur etwa 20 Hz. Auf diese Weise kann der relativistische Doppler-Effekt auf etwa 1/100 der Linienbreite korrigiert werden und die verbleibende Unsicherheit ist damit im Vergleich zu früher [Lei95] um einen Faktor 20 reduziert. Hier soll in diesem Zusammenhang erwähnt werden, daß versuchsweise zur Einsparung von Rechenzeit zunächst theoretische Daten verwendet wurden, bei deren Berechnung nicht über die gesamte Fläche der Düse sondern nur über den Düsenrand integriert wurde. Es ergab sich jedoch beim Anpassen dieser Linienform eine fehlerhafte Temperatur des Atomstrahls, etwa halb so groß wie am Kryostaten abgelesen. Dies wirkt sich über die andere, nicht korrekte Geschwindigkeitsverteilung auf Δ_{det} aus. Man erhält so um etwa 100 Hz abweichende Werte. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist in diesem Fall bei weitem nicht so gut wie mit den vorgestellten Daten, für die über die ganze Düsenfläche integriert wurde. In Kapitel 11 wird ein weiteres schlagkräftiges Argument gebracht, weshalb auf jeden Fall über die ganze Düsenfläche zu integrieren ist. Die Konsistenz der erhaltenen Knudsenzahl mit der Annahme, daß Atome nicht nur vom Düsenrand aus starten, wird in Kapitel 7 gezeigt.

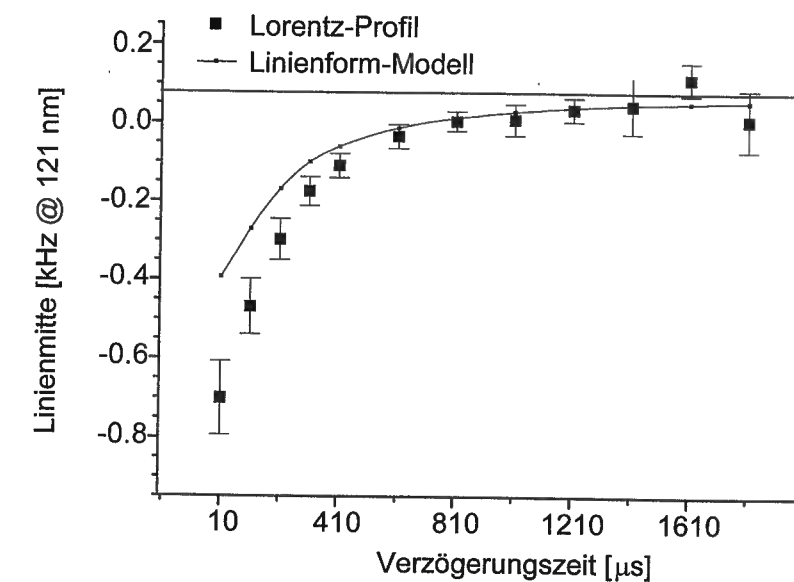


Abbildung 6.6: Linienmitte der in Abbildung 6.3 angepaßten theoretischen Linien. Die Verschiebung bezüglich des asymptotisch angenäherten Wertes von $\Delta_{\text{det}} = +77$ Hz ist die Verschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt. Die eingezeichneten Punkte mit Fehlerbalken stehen für die Linienmitten, die sich durch Anpassen von Lorentz-Profilen an die Einzelspektren ergeben.

6.4 Spektrum bei $T = 100\text{ K}$

Der Vollständigkeit halber ist in Abbildung 6.7 ein Spektrum gezeigt, das bei einer Düsentemperatur von 100.2 K aufgezeichnet wurde. Damit soll exemplarisch gezeigt werden, daß sich mit dem Linienform-Modell auch für höhere Temperaturen gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment erzielen läßt. Bei noch höheren Düsentemperaturen wurden bislang noch keine zeitaufgelösten Spektren aufgezeichnet.

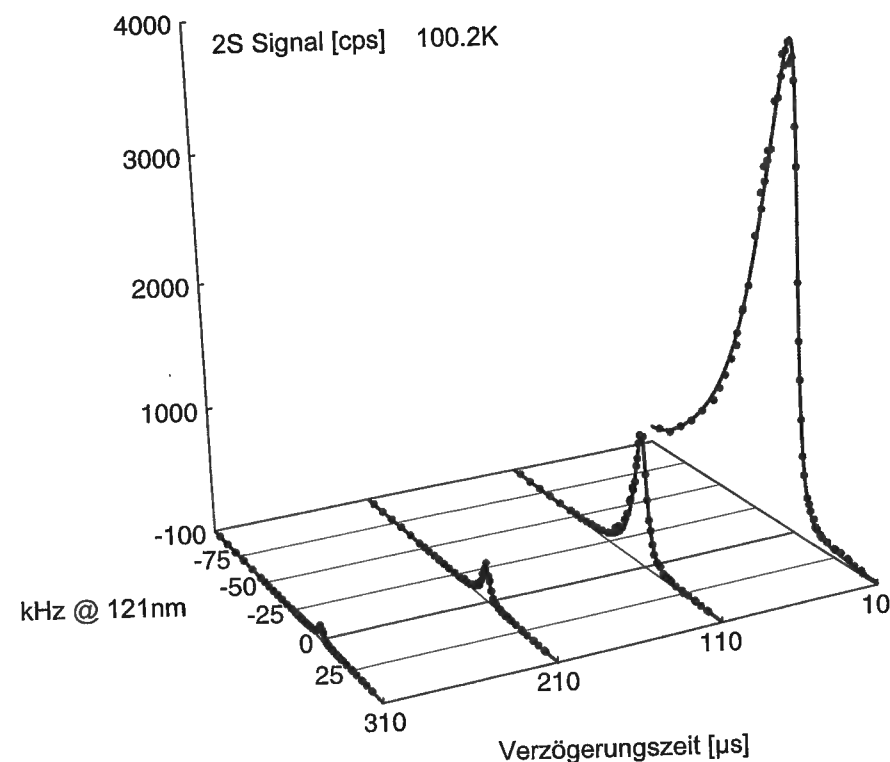


Abbildung 6.7: Zeitaufgelöstes Wasserstoff 1S-2S Spektrum, aufgezeichnet bei einer Düsentemperatur von 100.2 K . Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der Anpassung des theoretischen Linienform-Modells. Die Werte der Fit-Parameter sind in Anhang C aufgeführt.

6.5 Die theoretischen Daten und Effekte durch den Lichtunterbrecher

In Abbildung 6.8 ist der Datensatz graphisch dargestellt, der die theoretischen Daten für die Anpassung an Spektren mit einer Verzögerungszeit von $10\text{ }\mu\text{s}$ enthält. Dieser Datensatz wurde an die bisher gezeigten Spektren mit entsprechender Verzögerungszeit angepaßt. Die Höhe (z-Achse) in jedem Gitterpunkt entspricht der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Atom der Geschwindigkeit v bei einer bestimmten Laserverstimmung $\det$, gemittelt über alle räumlichen Trajektorien und Unterbrecherphasen, in den 2S Zustand angeregt wird. Jeder Gitterpunkt steht für eine berechnete Parameterkombination (v , $\det$) und stellt einschließlich der zeitlichen Integration die numerische Lösung eines 5-dimensionalen Integrals dar. Für sehr kleine Geschwindigkeiten v und minimale Laserverstimmungen $\det$ ergeben sich sehr hohe Anregungswahrscheinlichkeiten. Die Fläche weist hier eine nadelförmige Spitze auf. In dem berechneten Parameterbereich von $\det \in [-100, +50]\text{ kHz}$ und $v \in [5, 3500]\text{ m/s}$ unterscheiden sich die Anregungswahrscheinlichkeiten um weit mehr als 10 Größenordnungen. Es ist also nicht trivial, gleichmäßige Konvergenz zu erzielen.

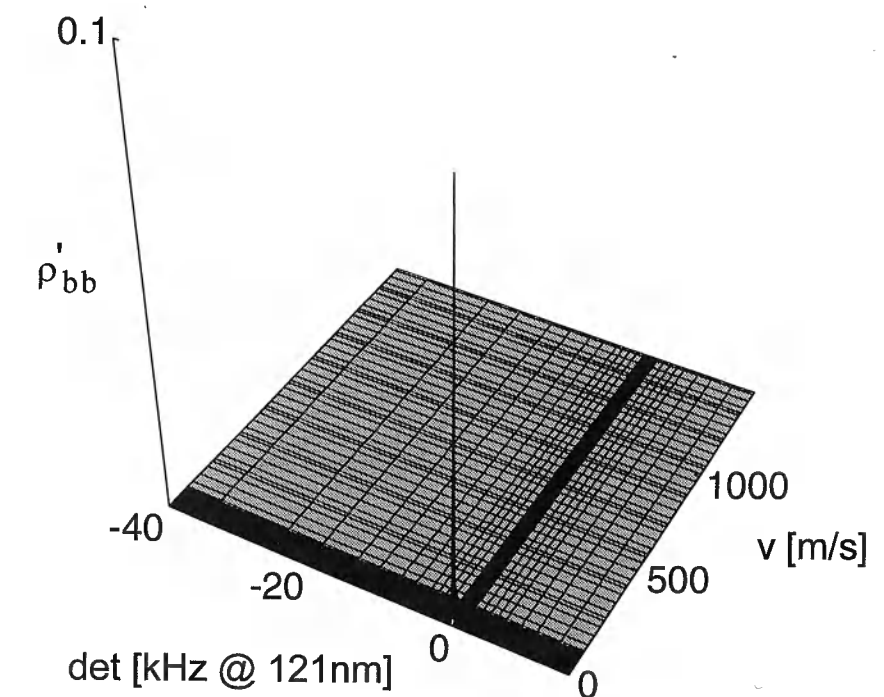


Abbildung 6.8: Matrix mit den berechneten Daten für eine Verzögerungszeit von $\tau=10\text{ }\mu\text{s}$. Jeder Gitterpunkt ist die numerische Lösung eines 5-dimensionalen Integrals und stellt die Wahrscheinlichkeit dar, mit der sich ein Atom der Geschwindigkeit v bei der Laserverstimmung $\det$ am Ort des Detektors im 2S Zustand befindet.

In Abbildung 6.9 ist der selbe Datensatz in 10 000-facher Vergrößerung nochmals dargestellt. Der "Mantel" ist bei sehr kleinen Verstimmungen und Geschwindigkeiten nicht geschlossen: extrem langsame Atome wechselwirken mit dem Lichtfeld solange, daß nur bei passender Laserverstimmung nennenswerte Anregung stattfinden kann. Schnellere Atome "sehen" ein spektral breiteres Lichtfeld, welches Fourierfrequenzen enthält, die einen Übergang induzieren können.

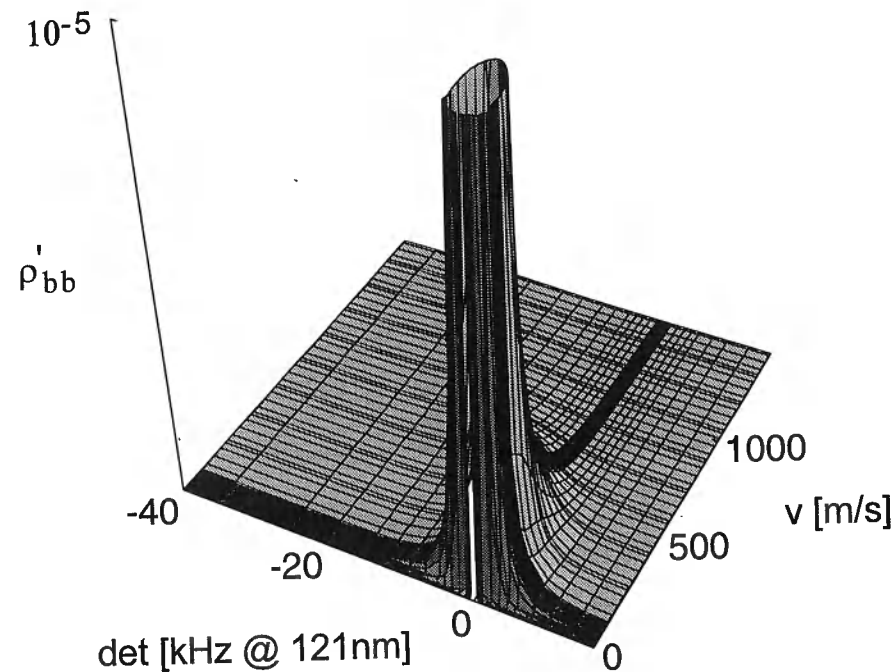


Abbildung 6.9: Daten aus Abbildung 6.8 in 10 000-facher Vergrößerung.

In Abbildung 6.10 ist jeder Punkt des theoretischen Datensatzes multipliziert mit der Geschwindigkeitsverteilung bei 7 K (links) und 70 K (rechts) dargestellt. Es wurde mit den in Abbildung 6.4 und 6.2 gezeigten modifizierten Geschwindigkeitsverteilungen multipliziert. Integration entlang der Geschwindigkeits-Achse würde die theoretische Linie in Abhängigkeit von der Verstimmung liefern. In dieser aufgeschlüsselten Darstellung wird der dramatische Effekt deutlich, der mit einer 10-fach verringerten Temperatur des Atomstrahls erzielt wird: Bei 70 K kommt der Hauptbeitrag zum Signal von "schnellen" Atomen. Die mittlere Geschwindigkeit im Strahl liegt bei $v_0 \simeq 1100$ m/s. Wegen des relativistischen Dopplereffektes ergibt sich die deutlich sichtbare Rotverschiebung des resultierenden Spektrums. Bei 7 K ergibt sich $v_0 \simeq 340$ m/s. In diesem Fall tragen Atome innerhalb eines engeren Bereiches von Laserverstimmungen nennenswert zum Signal bei. Die resultierende Linie ist deutlich schmaler und weniger rotverschoben. Auch ohne zeitverzögerten Signalnachweis bewirkt der Einsatz des Lichtunterbrechers und die Detektion in den Dunkelzeiten eine Selektion langsamer Atome: Nach dem

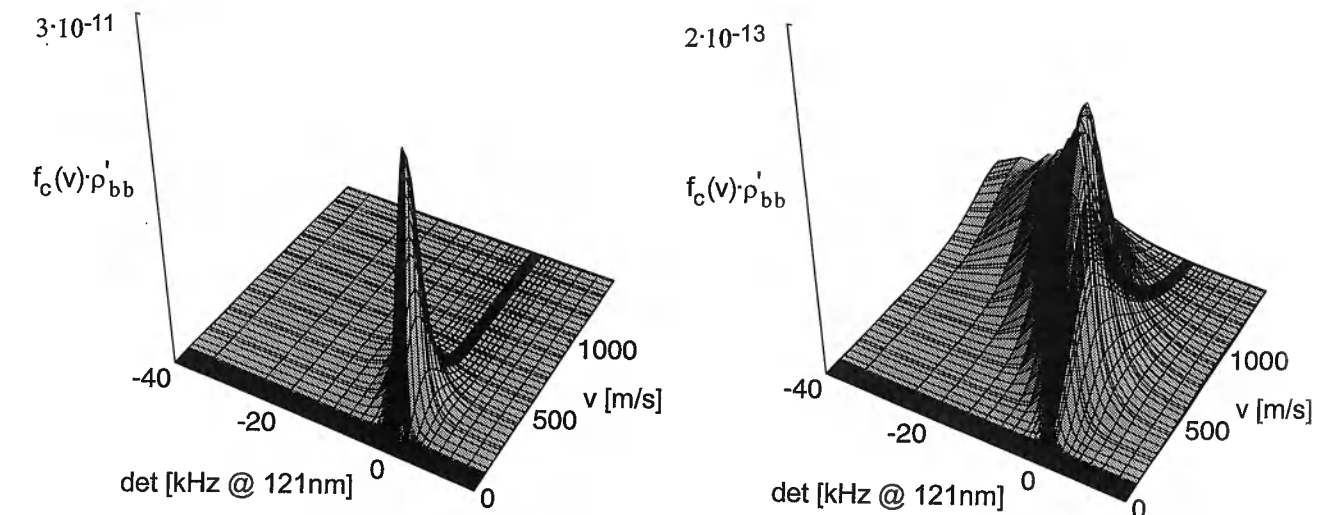


Abbildung 6.10: Daten aus Abbildung 6.8 mit Geschwindigkeitsverteilung multipliziert: links für $T=7$ K und rechts für $T=70$ K.

Abblocken des anregenden Lichtes, können nur Atome zum Signal beitragen, zu deren Startzeit in der Düse das UV-Licht noch nicht abgeschaltet war. Atome der Geschwindigkeit v tragen also nur zum Signal bei, falls sie aus einem Volumenelement der Länge proportional zu $1/v$ stammen. Damit tragen zahlenmäßig mehr langsame Atome zum Signal bei. Anhand von Abbildung 5.1 in Kapitel 5 läßt sich dieser Sachverhalt leicht nachvollziehen.

In Abbildung 6.11 ist unter einer etwas anderen Perspektive links nochmals der theoretische Datensatz zu einer Verzögerungszeit von $10 \mu\text{s}$ multipliziert mit der Geschwindigkeitsverteilung für 7 K dargestellt (wie Abbildung 6.10 links). Es sei angemerkt, daß eine Verzögerungszeit von $10 \mu\text{s}$ aus technischen Gründen im Experiment stets vorhanden ist; durch eine solch kleine Verzögerung tritt jedoch kaum eine Änderung des Signals auf. Im rechten Bildteil ist der entsprechende Datensatz für $810 \mu\text{s}$ aufgetragen. Deutlich sieht man hier den Effekt der Geschwindigkeitsselektion durch zeitverzögerten Signalnachweis. Oberhalb der Maximalgeschwindigkeit $v_{\text{max}} = L/\tau$ kann ein Atom nicht zum Signal beitragen, da beim Start in der Düse dann das UV-Licht bereits durch den Lichtunterbrecher abgeblockt war (siehe dazu auch Kapitel 5). Für $\tau = 810 \mu\text{s}$ ergibt sich $v_{\text{max}} = 160$ m/s, für $\tau = 10 \mu\text{s}$ ergibt sich $v_{\text{max}} = 13000$ m/s. Hier wird auch deutlich, weshalb die grobe Abschätzung des maximalen relativistischen Doppler-Effektes über v_{max} viel zu große Werte liefert. Der Hauptbeitrag zum Signal stammt von Atomen, die eine Geschwindigkeit von etwa $v_{\text{max}}/2$ besitzen. Die ausgeprägte Spitze in beiden Graphen kann durch die oben besprochene zusätzliche Bevorzugung des Signals langsamer Atome bei Signalnachweis in den Dunkelzeiten des Lichtunterbrechers gedeutet werden. Die Verringerung der Linienbreite bei zeitverzögertem Signalnachweis ist ebenfalls deutlich zu sehen.

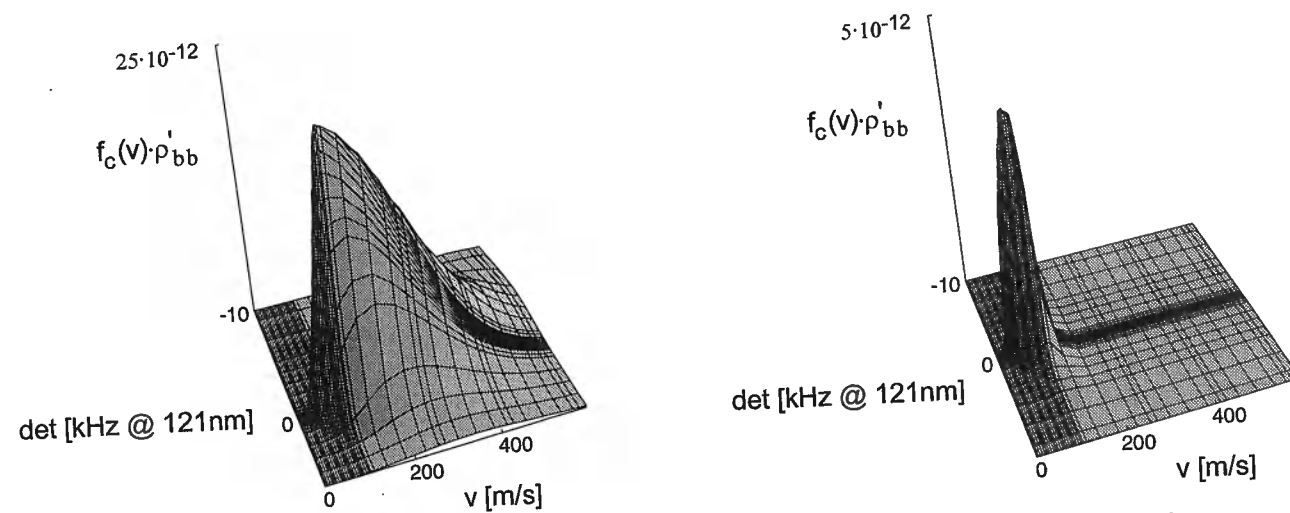


Abbildung 6.11: Berechnete Daten mit Geschwindigkeitsverteilung bei $T=7\text{ K}$ multipliziert: links für eine Verzögerungszeit von $\tau=10\text{ }\mu\text{s}$ und rechts für $\tau=810\text{ }\mu\text{s}$.

6.6 Berücksichtigung von AC-Stark-Effekt und Ionisation

Im beschriebenen Dichtematrixformalismus lassen sich die Verschiebung durch den dynamischen Stark-Effekt sowie die Verbreiterung der Linienprofile durch Ionisation leicht berücksichtigen. Vom 2S Zustand kann das Atom durch die Absorption eines weiteren Photons bei 243 nm ins Kontinuum ionisiert werden. Dieser Kanal, über den das 2S Niveau entvölkert wird, führt zu einer Reduktion der Lebensdauer und damit zu einer Verbreiterung der atomaren Resonanzlinie. Der Effekt wird eingeführt über $\dot{\rho}_{\text{relax}} \neq 0$ in Gleichung (6.1). Das Gleichungssystem (6.7) erhält damit die Form:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}'_{aa}(t) &= -\frac{2}{\hbar} \cdot M'_{ab} \cdot I_L \cdot \text{Im}(\rho'_{ab}(t)) + \gamma \rho'_{bb}(t) \\ \dot{\rho}'_{bb}(t) &= \frac{2}{\hbar} \cdot M'_{ab} \cdot I_L \cdot \text{Im}(\rho'_{ab}(t)) - \gamma \rho'_{bb}(t) \\ \dot{\rho}'_{ab}(t) &= -i\Delta\omega \cdot \rho'_{ab}(t) - \frac{i}{\hbar} \cdot M'_{ab} \cdot I_L \cdot (\rho'_{bb}(t) - \rho'_{aa}(t)) - \frac{1}{2}\gamma \rho'_{ab}(t) \end{aligned} \quad (6.24)$$

mit der Ionisationsrate $\gamma = \beta_{\text{Ioni}} \cdot I_L$. Hier wurde zur Vereinfachung der Rechnung die Population, die vom 2S Zustand ins Kontinuum ionisiert wird, wieder dem Grundzustand zugeführt, damit stets $\rho'_{aa} + \rho'_{bb} = 1$ erfüllt ist. Dies ist zulässig, da der Übergang stark ungesättigt ist. Der Koeffizient β_{Ioni} wird in Kapitel 7 angegeben. Der dynamische

Stark-Effekt wurde bereits in Kapitel 3 besprochen. Der Effekt wird im oben beschriebenen Dichtematrixformalismus berücksichtigt indem diese zusätzliche Verschiebung durch die Lichtintensität I_L in der Verstimmung $\Delta\omega$ berücksichtigt wird:

$$\Delta\omega = \Delta\omega + \omega_{ab} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 - 2\pi \cdot \beta_{\text{AC-Stark}} \cdot I_L \quad (6.25)$$

Der Koeffizient $\beta_{\text{AC-Stark}}$ wird ebenfalls in Kapitel 7 angegeben. Da beide hier genannten Effekte von der Lichtleistung abhängen, dürfen theoretische Daten, die diese Effekte berücksichtigen, nur an experimentelle Spektren angepaßt werden, die bei der gleichen Lichtleistung aufgezeichnet wurden, wie sie bei der Berechnung angesetzt wurde. Damit legt man sich jedoch bezüglich der im Experiment momentan noch recht schwer zu messenden Lichtleistung bereits bei der Berechnung der Linienform fest. Daher wurde zunächst ohne diese Effekte gerechnet. Die Daten können dann an experimentelle Spektren bei beliebigen Lichtleistungen angepaßt werden. Dabei muß natürlich bei der Berechnung auch eine Lichtleistung der Stehwelle angesetzt werden. Die erhaltenen Anregungsamplituden skalieren jedoch streng quadratisch in der willkürlich gesetzten Lichtleistung, so daß die beim Anpassungsvorgang erhaltenen Amplituden leicht auf die im Experiment eingestellte Lichtleistung im nachhinein rückskaliert werden können, falls man sich für eine absolute Abschätzung des Flusses an Atomen im Experiment interessiert, siehe Kapitel 7.

Nachdem sich gezeigt hat, daß die Daten das Experiment gut beschreiben, wurde ein weiterer Satz an theoretischen Daten berechnet, diesmal mit den genannten Effekten. Wird nun zunächst *ohne* und dann *mit* den leistungsabhängigen Effekten die Anpassung vorgenommen, so lassen sich daraus die Verschiebung durch den AC-Stark-Effekt und die Verbreiterung durch Ionisation ins Kontinuum isolieren. In Kapitel 7 wird das Ergebnis diskutiert.

6.7 Werdegang und Überprüfung der Rechnungen

Die hier vorgestellten Rechnungen sollten es in Zukunft ermöglichen, das Potential, welches der 1S-2S Übergang in Wasserstoff für Präzisionsmessungen birgt, noch besser auszuschöpfen. Die korrekte Durchführung der aufwendigen Rechnungen muß dafür auf jeden Fall gewährleistet sein. Schon während meiner Diplomarbeit [Hub93] im selben Labor, an der Atomstrahlapparatur für die Anregung des 2S-4S Überganges zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung durch Frequenzvergleich mit dem 1S-2S Übergang, sammelte ich erste Erfahrungen mit der Berechnung der erwarteten 2S-4S Spektren. Die richtige, fehlerfreie Linienform war sehr wichtig für die Interpretation des Meßergebnisses und hat direkt zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung beigetragen, die

zum Zeitpunkt der Veröffentlichung den genauesten jemals gemessenen Wert für eine Lamb-Verschiebung darstellte [Wei94]. Sehr ähnliche Berechnungen wurden auch in der Gruppe um F. Biraben [Gar90] mit der selben Zielsetzung durchgeführt. Daher bot es sich an, die Ergebnisse für gleiche Programmparameter zu vergleichen. Nach einer Unstimmigkeit, deren Ursache nicht auf meiner Seite zu beseitigen war, ergaben sich innerhalb der Rechentoleranzen übereinstimmende Zahlen. Auf beiden Seiten wurden zu dieser Zeit Ratengleichungen gelöst. Schon bald nach Antritt der Doktorarbeit begann ich mit Berechnungen zur erwarteten Linienform für das anstehende doppelt-resonante Experiment zu einer nochmals genaueren Messung 1S Lamb-Verschiebung. Hierfür wurde die 3×3 Dichtematrix für die Niveaus 1S, 2S und 4S gelöst. Als Test konnte hier die reine 2S-4S Anregung als Spezialfall mit den Zahlen aus dem früheren Ratengleichungs-Modell verglichen werden. Beide Rechnungen lieferten das gleiche Resultat. Ebenso wie reine 2S-4S Anregung berechnet werden kann, kann auch reine 1S-2S Anregung als Spezialfall berechnet werden. Die hier vorgestellte Rechnung stellt diesen Spezialfall dar. Folgender Test wurde durchgeführt: D. Leibfried begann gegen Ende seiner Promotion ebenfalls an einem Programm zur Simulation von 1S-2S Spektren zu arbeiten [Leipriv]. Er führte die sogenannte Kleinsignalnäherung durch, um das im Dichtematrixformalismus erhaltene Differentialgleichungssystem zu lösen. Die Voraussetzungen für diese Näherung sind mit den kleinen Anregungsraten wegen des schwachen Zweiphotonen-Überganges gut erfüllt. Allerdings wurden Effekte durch den Lichtunterbrecher nicht berücksichtigt und es konnte nicht über die gesamte Fläche der Düse integriert werden. Für eine bestimmte Geometrie (Lichtfeld, Länge der Wechselwirkungszone, Radius von Düse und Endblende usw.) und eine in beiden Programmen gleich angenommene rein Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung, wurden die Ergebnisse der beiden völlig unabhängig voneinander entwickelten Programme verglichen: bis auf einen konstanten Streckungsfaktor, der wegen unterschiedlicher Normierungen einzuführen war, lieferten beide Programme innerhalb der Fehlergrenzen das gleiche Linienprofil.

Kapitel 7

Systematische Einflüsse auf die experimentellen Spektren

Für alle Präzisionsmessungen ist es unerlässlich, genau über die systematischen Effekte Bescheid zu wissen, die die Frequenz gegenüber der ungestörten atomaren Eigenfrequenz verschieben. Hier wird ein Überblick über die systematischen Effekte gegeben, welche die 1S-2S Frequenz in Wasserstoff verschieben und verbreitern.

7.1 Verschiebende Effekte

Doppler-Effekt

Der Doppler-Effekt erster Ordnung verschwindet bei Zweiphotonen-Anregung. Ein verbleibender kleiner Resteffekt wird weiter unten diskutiert.

Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung läßt die Eigenfrequenz des bewegten Atoms im Laborsystem rotverschoben erscheinen. Mit der ungestörten atomaren Eigenfrequenz ν_0 und der Geschwindigkeit v des Atoms gilt:

$$\Delta\nu_{Dopp} = -\nu_0 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 . \quad (7.1)$$

Die Verschiebung der unverzögerten Spektren hängt stark von der Temperatur des Atomstrahls ab und beträgt für 70 K etwa -4.5 kHz und für 7 K etwa -500 Hz jeweils bei 121 nm. Wie in Kapitel 6 dargelegt, läßt sich der Doppler-Effekt zweiter Ordnung durch simultanes Anpassen des theoretischen Linienform-Modells an alle Linien eines zeitaufgelösten Spektrums bei Temperaturen um 7 K mit einer verbleibenden Unsicherheit von lediglich etwa 20 Hz bei 121 nm korrigieren. In einem experimentell realisierten Atomstrahl bewirkt das Auftreten unterschiedlicher Geschwindigkeitsklassen auch eine Verbreiterung. Die asymmetrische Linienform von Spektren mit kleiner Verzögerungszeit ist so zu erklären.

Der dynamische Stark-Effekt

Der dynamische Stark-Effekt bewirkt eine Verschiebung der Übergangsfrequenz zu höheren Werten, siehe Kapitel 3. Nach [Bea86] gilt für die Verschiebung bei 121 nm:¹

$$\Delta\nu_{AC-Stark} = 2 \cdot I \cdot \beta_{AC-Stark} \quad , \quad (7.2)$$

mit

$$\beta_{AC-Stark} = 1.667 \cdot 10^{-4} \text{ Hz (W/m}^2\text{)}^{-1} \quad (7.3)$$

und

$$I = \text{Intensität/Richtung im Überhöhungsresonator} \quad . \quad (7.4)$$

Eine Abschätzung der Verschiebung mit der maximalen Intensität I_0 pro Richtung auf der Strahlachse $I_0 = 2P/\pi w_0^2$, liefert eine Verschiebung von maximal 4 Hz/mW bei 121 nm, wobei P die gesamte Leistung im Resonator pro Richtung und $w_0 = 230 \mu\text{m}$ die Strahltaile der Stehwelle ist. Wie in Kapitel 6 angesprochen, läßt sich der Effekt leicht bei der Rechnung zum theoretischen Linienform-Modell berücksichtigen. Die Anpassung von theoretischen Daten, berechnet *mit* und *ohne* dynamische Stark-Verschiebung, wurde an einem typischen experimentellen Spektrum durchgeführt. Daraus läßt sich eine Verschiebung von 2.45(5) Hz/mW bei 121 nm angeben. Dieser Wert ist kleiner als die grobe Abschätzung, da nach Mittelung über alle möglichen Trajektorien eine kleinere Nettoverschiebung resultiert, als die Verschiebung für ein mitten durch das Lichtfeld laufendes Atom. Es wurde experimentell bestätigt, daß zeitaufgelöste Spektren mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis auch bei sehr geringen Leistungen von etwa 20 mW pro Richtung im Resonator aufgezeichnet werden können. Die Verschiebung liegt dann im Bereich von nur etwa 50 Hz bei 121 nm. Wenn es in Zukunft zu einer genaueren Messung der 1S-2S Absolutfrequenz kommt, so stellt die dynamische Stark-Verschiebung nun den systematischen Effekt dar, der am schwierigsten zu kontrollieren ist. Es muß die Leistung im Resonator beschränkt werden. An einer aktiven Stabilisierung der Leistung im Resonator mittels eines UV-tauglichen AOMs wird bereits gearbeitet. Sollte die Frequenzkette in Zukunft eine Messung auf dem Niveau von 10^{-14} zulassen, dann wird es vorteilhaft sein, die Verschiebung der 1S-2S Frequenz systematisch gegen die Lichtleistung im Resonator zu messen, um so eine relative Eichung des Photomultipliers hinter dem Überhöhungsresonator zu erhalten. Selbst falls dies nur mit einer verbleibenden Unsicherheit von 50 % gelingt, so kann die Unsicherheit durch die dynamische Stark-Verschiebung auf Werte um etwa 20 Hz bei 121 nm gedrückt werden. Der Koeffizient der dynamischen Starkverschiebung ist gleich für Wasserstoff und Deuterium [Ude97]. Dies ist wichtig für die Messung der Isotopieverschiebung.

¹In [Lei95] sowie in anderen Quellen werden diese Werte bei der Wellenlänge 243 nm angegeben. Mit dem Faktor 2 wird auf 121 nm umgerechnet.

Verschiebung durch statische elektrische Felder

Statische elektrische Felder mischen den 2S Zustand mit dem benachbarten 2P Zustand (Stark-Effekt) [Bet77]. Daraus resultiert eine Verschiebung der 1S-2S Übergangsfrequenz bei 121 nm von:

$$\Delta\nu_{DC-Stark} = +3600 \cdot E^2 \text{ Hz (V/cm)}^{-2} \quad . \quad (7.5)$$

Im Experiment ist daher der Atomstrahl von einem geerdeten Drahtnetz umgeben, das sorgfältig mit Graphit-Spray beschichtet ist. Dadurch werden Streufelder abgeschirmt, Felder durch Kontaktpotentiale minimiert und Felder durch nicht abgeleitete Ladungsträger vermieden. In der Gruppe um F. Biraben in Paris wurden für eine sehr ähnliche Apparatur Felder von weniger als 30 mV/cm gemessen² [Gar90]. Dazu wurde der auf elektrische Felder wesentlich empfindlichere 2S-20D Übergang in Wasserstoff angeregt und über die Abweichung von der natürlichen Linienbreite die maximale Größe von Streufeldern abgeschätzt. Selbst wenn in unserer Apparatur die Felder doppelt so groß, also 60 mV/cm sein sollten, dann verschiebt sich die Übergangsfrequenz dadurch lediglich um 13 Hz bei 121 nm. Über die Reduktion der Lebensdauer des 2S Zustandes kann dieser Effekt auch verbreiternd wirken.

Druck-Verschiebung

Die Druck-Verschiebung des 1S-2S Überganges bei 121 nm wurde experimentell in einer Wasserstoff-Gaszelle gemessen [Bea89] und ergab sich zu:

$$\Delta\nu_p = 8.4 \text{ MHz/mbar} \quad . \quad (7.6)$$

Bei Düsentemperaturen unter 10 K beträgt der Druck in der Vakuumkammer *mit* Wasserstofflast 10^{-6} mbar, woraus sich eine Verschiebung von weniger als 10 Hz bei 121 nm errechnet. Ein etwas kleinerer Koeffizient wird in [Ber95] angegeben.

Endliche Ausdehnung der Stehwelle und Dejustageeffekte

In einem für Zweiphotonen-Anregung idealen Lichtfeld stehen die Wellenvektoren an jeder Stelle exakt antikollinear zueinander. In einem kollimierten Strahl wie hier führt die Lokalisierung der Photonen in transversaler Richtung zu einer Unschärfe Δk in der Ausrichtung der Wellenvektoren k . Zwei Photonen, die an einer bestimmten Stelle absorbiert werden, stehen also nicht exakt antikollinear zueinander. Dies führt zu einem Doppler-Effekt erster Ordnung, der die Resonanzfrequenz des Atoms verschiebt.

²Der Wert von 30 mV/cm galt für den Fall, daß eine Öl-Diffusionspumpe verwendet wurde. Werden nur Kryopumpen eingesetzt, dann werden die Streufelder zu kleiner als 2 mV/cm angegeben.

Prof. Ch. Bordé führte freundlicherweise eine eingehende theoretische Behandlung dieses Effektes für unser Experiment durch. Für die Resonatorgeometrie mit einer Strahl-taille von $230\text{ }\mu\text{m}$ ergibt dieser Effekt eine Verschiebung von weniger als 10 Hz bei 121 nm [Bor97]. Ein weiteres Ergebnis dieser Diskussion ist, daß keine Verschiebung aufgrund der geometrischen Phase des Stehwellenfeldes zu befürchten ist, wie es in [Zim90] angeführt wird. Der Grund liegt darin, daß bei der Zweiphotonen-Anregung die beiden Photonen praktisch instantan, also am selben Ort der Stehwelle absorbiert werden. Die Beimischung höher Resonatormoden mit transversalen Komponenten zur Stehwelle kann im Experiment zu einer kleinen Verschiebung der Resonanz führen. Eine Abschätzung für die gegebene Resonatorgeometrie ist in Anhang B ausgeführt; es ergibt sich ein Wert im Bereich weniger Hertz.

7.2 Verbreiternde Effekte

Durchflugsverbreiterung

Die Durchflugsverbreiterung liefert den Hauptbeitrag zur experimentell beobachteten Linienbreite. Ein analytischer Ausdruck dafür wurde bereits in Kapitel 5.1 gegeben. Die Durchflugsverbreiterung im Experiment wird gut durch das in Kapitel 6 vorgestellte Linienform-Modell beschrieben.

Verbreiterung durch das statische Magnetfeld

Wie in Kapitel 2 dargestellt, bewirkt das im Experiment angelegte äußere Magnetfeld eine Aufspaltung der beobachteten Komponenten der 1S-2S Resonanz. Die Aufspaltung beträgt etwa 72 Hz/Gauß bei 121 nm [Sch95]. Bei dem angelegten Magnetfeld von etwa 10 Gauß kann auch für Linienbreiten von 2 kHz bei 121 nm keine Trennung der beiden Komponenten beobachtet werden. Experimentell deutet sich eine Abhängigkeit der Linienbreite vom angelegten Magnetfeld leicht an. Dies wurde bislang noch nicht systematisch untersucht. Vorüberlegungen zur Messung dieses Effektes mit einem stärkeren Feld wurden bereits angestellt. Bei einem angelegten Feld von 10 Gauß sollten etwa 700 Hz der zusätzlichen Lorentz-Linienbreite, die nötig ist, um das Linienform-Modell an die experimentellen Spektren anzupassen, auf das Konto dieses Effektes gehen. Die Beschreibung einer kleinen Aufspaltung durch die Faltung mit einem Lorentz-Profil stellt dabei eine Näherung dar.

Verbreiterung durch Ionisation

Die Absorption eines weiteren Photons von 243 nm genügt, um das Atom vom 2S Zustand aus zu ionisieren. Die Linienbreite bei 121 nm wird dadurch erhöht um [Bea86]:

$$\Delta\nu_{\text{Ioni}} = 2 \cdot I \cdot \beta_{\text{Ioni}} \quad , \quad (7.7)$$

mit

$$\beta_{\text{Ioni}} = 1.803 \cdot 10^{-4} \text{ Hz (W/m}^2\text{)}^{-1} \quad (7.8)$$

und

$$I = \text{Intensität/Richtung im Überhöhungsresonator} \quad . \quad (7.9)$$

Eine ähnliche Abschätzung über die maximale Lichtintensität auf der Strahlachse, wie oben für die dynamische Stark-Verschiebung durchgeführt, ergibt eine Verbreiterung von 4.3 Hz/mW . Wie in Kapitel 6 angesprochen, läßt sich der Effekt leicht in der Berechnung des theoretischen Linienform-Modells berücksichtigen. Die Anpassung von theoretischen Daten *mit* und *ohne* Berücksichtigung der Verbreiterung durch Ionisation, wurde am gleichen Spektrum durchgeführt. Wieder liegt das Ergebnis mit einer Verbreiterung von etwa $3.5(8)\text{ Hz/mW}$ unter dem Resultat der Abschätzung.

7.3 Erreichbare Präzision

Die obige Zusammenstellung der systematisch verschiebenden Effekte soll zeigen, daß in Zukunft eine Messung der 1S-2S Absolutfrequenz mit Hilfe der Frequenzkette seitens der Spektroskopie am Wasserstoff mit einer Unsicherheit zwischen 25 und 50 Hz bei 121 nm möglich sein wird. Entscheidend wird dabei sein, wie gut die dynamische Stark-Verschiebung korrigiert wird. In dieser Arbeit konnte die neu erreichte Präzision bei einer Messung der 1S-2S Absolutfrequenz noch nicht ausgeschöpft werden, da die Reproduzierbarkeit des He-Ne-Standardlasers eine Messung auf etwa 650 Hz bei 121 nm limitiert. Ein wichtiges Ergebnis dieser Arbeit ist also, daß seitens des Wasserstofflabors einer Messung der 1S-2S Absolutfrequenz auf einem Niveau von etwa $1.5 \cdot 10^{-14}$ nichts mehr im Wege steht.

7.4 Drift des Referenzresonators

Die Drift des Referenzresonators wirkt sich nur dann als systematischer Effekt aus, falls nicht die Frequenzkette, sondern der Referenzresonator als Frequenzreferenz dient. Alle bisher gezeigten Spektren wurden gegen den Referenzresonator aufgezeichnet. Wie in Abschnitt 4.1 dargestellt, wird der Farbstofflaser mittels eines AOM gegen die Frequenz einer Mode des Referenzresonators über die 1S-2S Linie aus abwechselnden Richtungen durchgestimmt. Da die Frequenz dieser Mode zeitlich nicht konstant ist, sondern

langsam driftet, kann das nach mehrmaligem Abtasten der Resonanz aufgezeichnete 2S Signal nicht einfach gegen die AOM-Frequenz aufgetragen werden. Nacheinander aufgezeichnete Einzelspektren würden dann gegeneinander in der Frequenz verschoben erscheinen. Die Drift des Resonators läßt sich korrigieren, indem die Wasserstoffresonanz selbst als zeitlich konstante Frequenzmarke herangezogen wird. In der vorliegenden Arbeit wurde folgende verfeinerte Methode entwickelt. Im ersten Schritt wird das Signal (typischerweise $810 \mu\text{s}$) eines durch einmaliges Durchstimmen des Lasers über die Resonanz aufgezeichneten Einzelspektrums gegen die Zeit aufgetragen und hieran ein Lorentz-Profil angepaßt. Daraufhin wird dasselbe Einzelspektrum gegen die AOM-Frequenz aufgetragen und wieder ein Lorentz-Profil angepaßt. Damit erhält man den Zeitpunkt und die dazugehörige AOM-Frequenz, für die die Linienmitte eines Einzelspektrums beobachtet wurde. Dieses Verfahren wird für alle Einzelspektren eines Meßtages durchgeführt. Das Ergebnis wird jeweils in eine Datei geschrieben. Werden die AOM-Frequenzen gegen die zugehörigen Zeiten aufgetragen, dann stellt dies die Drift des Referenzresonators gegen die zeitlich konstante 1S-2S Übergangsfrequenz dar. In Abbildung 7.1 ist die so rekonstruierte Drift des Referenzresonators über einen Meßtag dargestellt. Werden die Driftpunkte mit Spline-Funktionen interpoliert, so lassen sich alle Frequenzpunkte eines Spektrums bezüglich der Drift korrigieren, indem von der AOM-Frequenz jedes Punktes die Drift abgezogen wird. Der Nullpunkt der auf diese Weise neu erstellten x-Achse hängt davon ab, welche Verzögerungszeit die zur Driftkorrektur herangezogenen Einzelspektren besitzen. Meist werden Verzögerungszeiten von $810 \mu\text{s}$ gewählt. Eine sorgfältige Driftkorrektur ist unbedingt notwendig, um schmale Linien zu erhalten. Es sei darauf hingewiesen, daß in dieser Arbeit stets mindestens zwei aufeinanderfolgende Einzelspektren zu einem Spektrum zusammengefaßt wurden, bei deren Aufzeichnung die Laserfrequenz in entgegengesetzten Richtungen über die atomare Resonanz durchgestimmt wurde. Dadurch wird sichergestellt, daß kleine Linienbreiten nicht ein Artefakt unzulänglicher Driftkorrektur sind. So wurden beispielsweise für das zeitaufgelöste Spektrum bei 7.2 K in Kapitel 6 die beiden Einzelspektren ausgewählt, die um die Punkte herum liegen, welche in Abbildung 7.1 mit * markiert sind. Die Wahl fällt bevorzugt auf Bereiche, in denen die Resonatordrift besonders glatt ist. Für die Drift werden im wesentlichen zwei Effekte verantwortlich gemacht. Zum einen sind dies Umkristallisationsprozesse im Zerodurstab, zum anderen Schwankungen der Temperatur, die sich ebenfalls auf die Länge des Stabes auswirken. Nach Angaben des Herstellers (Firma Schott) verursachen Umkristallisationsprozesse im Zerodurstab eine Drift von etwa 10 Hz/s bei 486 nm . Die Driftrate abgelesen aus Abbildung 7.1 beträgt etwa 600 kHz bei 121 nm in 5 Stunden also etwa 8 Hz/s bei 486 nm . Die Tatsache, daß die hier gezeigte Drift innerhalb von wenigen Stunden das Vorzeichen einmal wechselt deutet jedoch darauf hin, daß die Drift eher auf Temperaturschwankungen zurückzuführen ist, die sich auf ähnlichen Zeitskalen abspielen. In der vergrößerten Ansicht in Abbildung 7.1 ist eine Oszillation um einen gleichmäßig driftenden Mittelwert nicht zu übersehen. Dies dürfte als Regelschwingung der Temperaturstabilisierung auf der Minutenskala zu deuten sein. B. Gross hat bereits damit begonnen die Stabilisierung zu optimieren. Es ist erstaunlich, daß Schwingungen mit so

kleiner Zeitkonstante möglich sind. Die thermische Kopplung des Zerodurstabes an die temperaturgeregelter Vakuumkammer wurde bisher als sehr schwach angenommen. Diese schnellen Regelschwingungen sind erstmals mit der hier beschriebenen, verfeinerten Methode der Driftkorrektur sichtbar geworden.

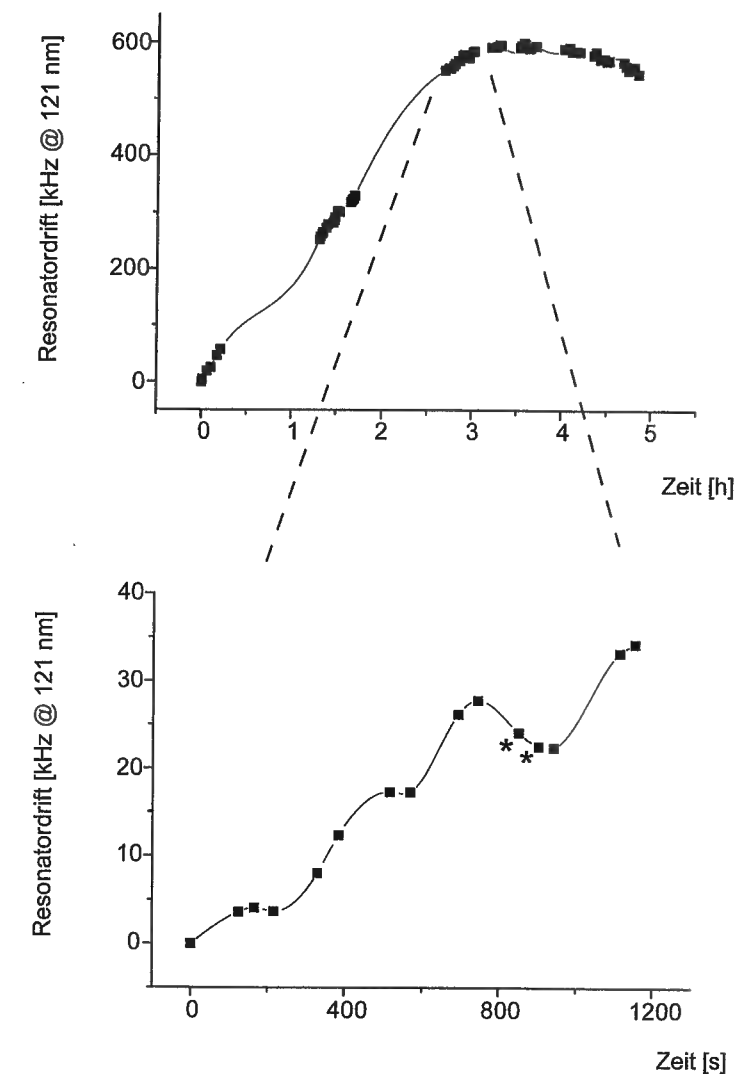


Abbildung 7.1: Rekonstruierte Drift des Referenzresonators während der Messungen am 10.2.1997. Die durchgezogene Linie stellt eine Interpolation mit kubischen Spline-Funktionen dar.

7.5 Linienbreite des Farbstofflasers

Ein wichtiges Ergebnis dieser Arbeit ist, daß die spektrale Breite des Farbstofflasers viel kleiner ist, als in früheren Arbeiten angenommen. In [Lei95] wurde die dort erreichte minimale Linienbreite von 6 kHz bei 121 nm darauf zurückgeführt, daß der Laser 1.5 kHz bei 486 nm breit sein müsse. Die Linienbreite ließ sich jedoch im Rahmen dieser Arbeit durch Verbesserungen in der Anregungsgeometrie und durch einen kälteren Atomstrahl auf einen Wert von 2 kHz bei 121 nm reduzieren. Daraus läßt sich sofort eine obere Grenze der Laserlinienbreite von 500 Hz bei 486 nm angeben, falls angenommen wird, daß die gesamte im Experiment beobachtete Linienbreite durch den Laser verursacht wird. Das theoretische Linienform-Modell liefert jedoch bereits eine Durchflugsverbreiterung, die fast dem experimentellen Wert entspricht. Es muß lediglich eine zusätzliche Linienbreite durch Faltung mit einem Lorentz-Profil von typisch 1.2 kHz bei 121 nm angenommen werden. Sollten wiederum diese 1.2 kHz nur durch den Laser zu erklären sein, dann resultiert daraus eine Laserlinienbreite von nur noch etwa 300 Hz bei 486 nm. Die in diesem Kapitel angeführten verbreiternden Effekte vor allem die Ionisation und die sich andeutende Aufspaltung der 1S-2S Linie durch das angelegte Magnetfeld, geben Anlaß zur Annahme, daß die Laserlinienbreite sogar noch deutlich unter 300 Hz bei 486 nm liegt.

7.6 Zusammenfassung wichtiger Erkenntnisse

In diesem Abschnitt werden einige wesentliche neu gewonnene Erkenntnisse, die für die Präzisionsspektroskopie des 1S-2S Überganges relevant sind und zum Teil über mehrere vorangegangene Kapitel verteilt sind, noch einmal stichpunktartig zusammengestellt:

- Aus der Anpassung des Linienform-Modells läßt sich der Fluß an atomarem Wasserstoff, der von der Düse durch die Blende tritt, zu etwa 10^{12} Atomen/s bei Temperaturen von 40, 70 und 100 K abschätzen. Bei 7 K ist der Fluß um etwa einen Faktor 30 geringer. Mögliche Erklärungen hierfür wurden bereits in Kapitel 4.3 gegeben. Die entsprechenden Abschätzungen sind in Anhang B zu finden.
- Aus der Knudsenzahl, die beim Anpassungsvorgang ermittelt wird, siehe Gleichung (6.18), läßt sich der Druck in der Düse abschätzen. Für die Knudsenzahl von typisch 2.4 bei einer Düsensatemperatur von 7 K läßt sich über die mittlere freie Weglänge ein Druck in der Düse von etwa $4 \cdot 10^{-3}$ mbar ableiten.
- Bei der Anpassung des theoretischen Linienform-Modells wird die abgelesene Temperatur der Düse nur dann wiedergegeben, falls bei der Berechnung der theo-

retischen Daten über die gesamte Fläche der Düse integriert wird. Bei Integration nur über den Düsenrand wird die Temperatur der Geschwindigkeitsverteilung auf etwa die Hälfte der am Kryostaten angezeigten Temperatur ermittelt. Außerdem läßt sich das Fehlen von langsamen Atomen nur bei voller Integration über die Düsenfläche mit der Knudsenzahl beschreiben. Dieser Befund ist konsistent mit den obigen Abschätzung der mittleren freien Weglänge aus der erhaltenen Knudsenzahl selbst. Nach Referenz [Sco88] spricht man nur dann von freiem Fluß bzw. von einer "transparenten" Düse falls $K_{nL} \gg 1$ erfüllt ist. Dann sind die Eigenschaften des Atomstrahl ausschließlich durch die Stöße mit der Düsenwand bestimmt. Für kleinere Knudsenzahlen spricht man von viskosem Fluß. In diesem Fall sind die Eigenschaften des Atomstrahls durch Stöße in der Düse charakterisiert, d. h. atomare Trajektorien beginnen nicht nur an den Düsenwänden, siehe dazu auch Abschnitt 6.3. Die in Kapitel 11 vorgestellte Rechnung, liefert deutliche Ramsey-Interferenzen nur dann, falls über die Düse integriert wird, anderenfalls ist die Interferenzstruktur sehr viel schwächer ausgeprägt, als experimentell beobachtet. Alles in allem ergibt sich nur bei voller Integration über die Fläche der Düse ein in sich konsistentes Bild. Die Annahme einer gleichmäßig über die Düse verteilten Quelle stellt natürlich eine Näherung dar. Hier sei noch angemerkt, daß alternativ auch versucht wurde, eine Mischung aus zwei Datensätzen $m \cdot D_1$ und $(1 - m) \cdot D_2$ an experimentelle Spektren anzupassen, wobei bei der Berechnung des Datensatzes D_1 nur über den Düsenrand, bei D_2 dagegen über die ganze Düsenfläche integriert wurde. Der Mischungsparameter $m \in [0, 1]$ wurde beim Anpassungsvorgang als freier Parameter zugelassen und wurde bei der Optimierung stets auf Null gezogen.

- Durch den Einsatz des Lichtunterbrechers tragen auch ohne zeitverzögerten Signalnachweis die langsamen Atome bevorzugt zum 2S Signal bei. Dieser Effekt ist in Kapitel 6 genauer ausgeführt.
- Um schmale 1S-2S Linien zu erhalten ist auf eine sorgfältige Zentrierung von Düse und Blende bezüglich der Stehwelle zu achten. Ferner sollte bei einem möglichst kleinen angelegten Magnetfeld und nicht bei maximaler UV-Leistung experimentiert werden. In einem Resonator mit noch größerem Strahldurchmesser (z. B. mit gekrümmtem Spiegel mit $r=4000$ mm) und mit noch kleineren Durchmessern von Düse und Blende sollte es möglich sein, in Zukunft noch schmalere 1S-2S Linien zu beobachten. Ein noch kleinerer Blendendurchmesser wird eine Justagevorrichtung für die Blende in x- und y-Richtung erfordern.
- Damit sich die experimentellen Daten gut normieren lassen, muß darauf geachtet werden, daß der Photomultiplier, welcher die Lichtleistung hinter dem Überhöhungsresonator mißt, nicht ausbleicht. Bei zukünftigen Präzisionsmessungen sollte zur Kontrolle sowohl mit als auch ohne Normierung ausgewertet wer-

den, um sicherzustellen, daß dadurch keine *systematische* Verschiebung entsteht. Eine systematische Verschiebung ist denkbar für die stark asymmetrischen Linien mit kleiner Verzögerungszeit. Hier könnte sich bemerkbar machen, daß die Normierungsgröße kein exaktes Maß darstellt (siehe Kapitel 4). Gegebenenfalls sind die asymmetrischen Linien beim gleichzeitigen Anpassen aller Spektren wegzulassen. Mit den bislang hierzu vorliegenden Daten, die nur relativ gegen den Referenzresonator aufgenommen wurden, konnte keine systematische Verschiebung festgestellt werden, wenngleich sich die Linienmitten gleicher Spektren normiert und unnormiert um etwa 50 bis 100 Hz bei 121 nm unterscheiden können. Dieser Unterschied sollte auf die besseren statistischen Eigenschaften der normierten Spektren zurückzuführen sein und nur die Streuung bei wiederholten Absolutfrequenzmessungen reduzieren. Sobald mit genügender Präzision die Absolutfrequenz mit der Frequenzkette gemessen werden kann, sollte dieser Aspekt genauer untersucht werden.

Kapitel 8

Die Garchinger Frequenzkette

Mit Hilfe der Garchinger Frequenzkette kann die 1S-2S Übergangsfrequenz in Wasserstoff oder Deuterium absolut gemessen werden. Eine Glasfaser verbindet das Wasserstoff- mit dem Frequenzkettenlabor und leitet das blaue Licht des Farbstofflasers vom 1S-2S Spektrometer zur Frequenzkette. Die Frequenzkette wurde von T. Andreae, R. Wynands und W. König im Rahmen ihrer Doktorarbeiten aufgebaut [And92a] [Wyn92] [Koe93]. Mehrere Gastwissenschaftler, unter anderem M. Prevedelli und M. Kourogi, leisteten wichtige Beiträge. Derzeit wird die Frequenzkette von Th. Udem und J. Reichert weiterentwickelt und betrieben. Alle in dieser Arbeit vorgestellten Messungen mit der Frequenzkette wurden in Zusammenarbeit erzielt und sind auch Gegenstand der Dissertation von Th. Udem [Ude97]. Dort ist der aktuelle Stand der Frequenzkette sehr detailliert festgehalten.

Die Messung einer Frequenz erfordert den Vergleich mit der Cäsiumatomuhr, dem primären Normal von Zeit und Frequenz. Dazu wird im Experiment ein transportabler Methan-stabiler Helium-Neon-Laser als hochstabiler lokaler Referenzlaser eingesetzt. Dieser wurde in der Gruppe um Prof. S. N. Bagayev in Novosibirsk, Rußland, entwickelt [Bag95]. Die Frequenz f des bei einer Wellenlänge von etwa $3.39 \mu\text{m}$ laufenden He-Ne Standards wurde mehrmals vor und während der 1S-2S Absolutfrequenzmessungen an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) gegen die Cäsiumatomuhr kalibriert. Dabei kam eine weitere, an der PTB realisierte Frequenzkette zum Einsatz [Wei88]. Die Frequenz f des Standards läßt sich mit einer Genauigkeit von $2.6 \cdot 10^{-13}$ reproduzieren.

$$f = 88\,376\,182\,599\,937(23) \text{ Hz} \quad . \quad (8.1)$$

Die Garchinger Frequenzkette nutzt eine "zufällige" Koinzidenz: Das 28-fache der Frequenz f des Standards liegt sehr nahe bei der 1S-2S Übergangsfrequenz in Wasserstoff. Die Abweichung von einer exakten Koinzidenz wird im folgenden als $8\Delta f$ bezeichnet. In Abbildung 8.1 ist der Standard mit der Frequenz f als unteres Ende und die 1S-2S Übergangsfrequenz $28f - 8\Delta f$ als oberes Ende der Kette dargestellt. Die Fre-

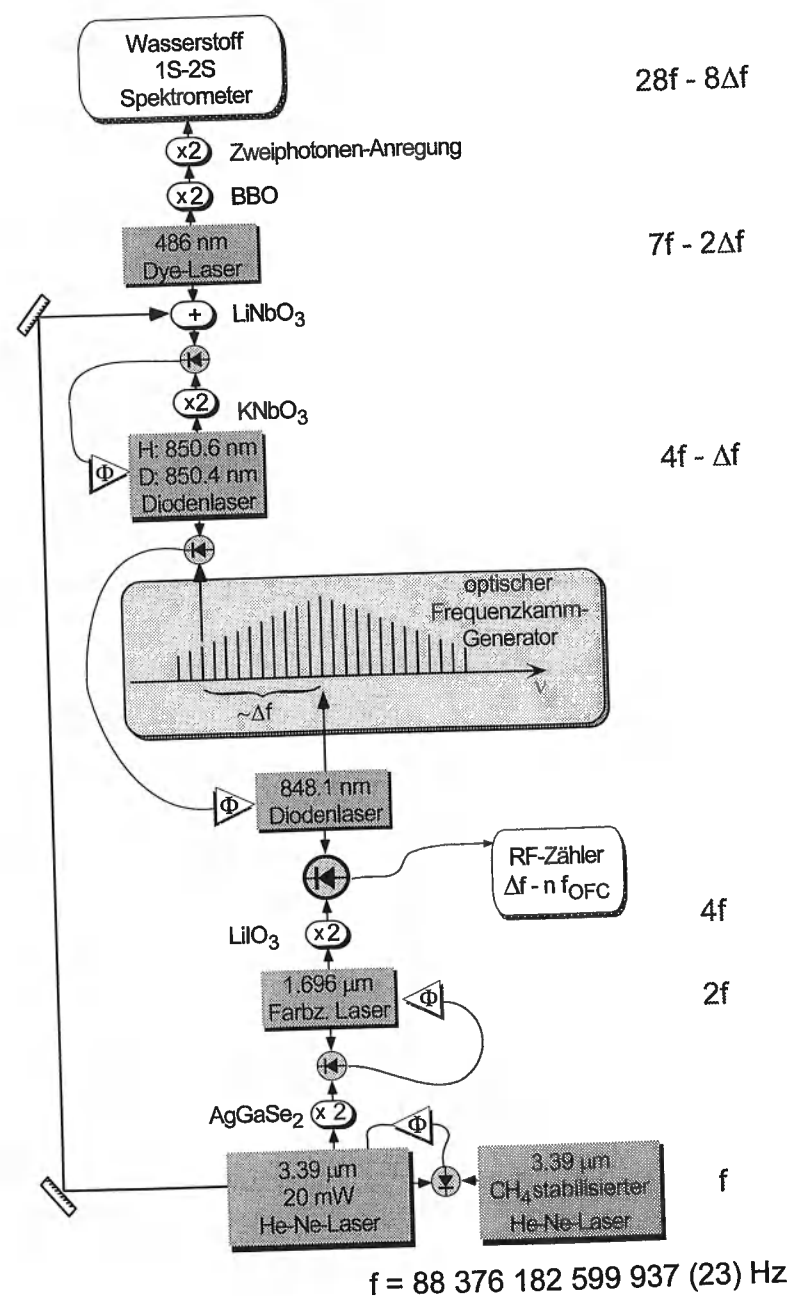


Abbildung 8.1: Die Garchinger Frequenzkette zur Messung der 1S-2S Übergangsfrequenz in Wasserstoff und Deuterium. Die Frequenzlücke Δf von etwa 1 THz wird mit einem optischen Frequenzkammgenerator überbrückt. Die alternative Überbrückung mit kaskadierten optischen Teilerstufen ist in [Ude97b] und in [Ude97c] (Anhang A) dargestellt.

quenzkette synthetisiert zwei fast gleich große Zwischenfrequenzen $4f - \Delta f$ und $4f$ vom oberen und vom unteren Ende her, die durch die Messung einer Schwebungsfrequenz im GHz-Bereich direkt verglichen werden können. Dabei kommen Frequenzverdopplungen sowie Frequenzteilerstufen zum Einsatz. Beide erhalten eine phasenkohärente Beziehung von jeweiliger Eingangs- und Ausgangsfrequenz. Eine Frequenzkette wirkt daher wie ein "optisches Getriebe".

Das Prinzip einer optischen Teilerstufe soll hier nur kurz erklärt werden [Tel90]: Das Frequenzintervall zwischen zwei Lasern mit den Frequenzen f_1 und f_2 wird exakt halbiert, sofern es gelingt, die zweite Harmonische eines dritten Lasers $2 \cdot f_3$ auf die Summenfrequenz $f_1 + f_2$ mittels eines niederfrequenten Schwebungssignals elektronisch phasenzustabilisieren. Für die Fundamente des dritten Lasers gilt dann exakt: $f_3 = (f_1 + f_2)/2$. In unserem Experiment werden relativ breitbandige Diodenlaser für die Teilerstufen eingesetzt. Um $1/f$ -Rauschen gering zu halten, ist es vorteilhaft, das Schwebungssignal nicht auf die Frequenz 0, sondern auf die Radiofrequenz f_{LO} eines Lokaloszillators zu stabilisieren. Damit gilt $f_3 = (f_1 + f_2)/2 + f_{LO}/2$.¹ Die Phasenstabilisierung ist eine Schaltung, die mit einem digitalen Aufwärts-Abwärts-Zähler genau Buch führt über die Anzahl der Zyklen, die das Schwebungssignal der Frequenz f_{LO} vorausleitet oder nachhinkt. Die Frequenz von Laser 3 wird so nachgeregelt, daß der Stand des Zählers im Zeitmittel auf 0 bleibt. Solange die Schwankung des Zählerinhaltes in einer Sekunde unter ± 1 bleibt, kann mit einer solchen optischen Teilerstufe bei einer Laserfrequenz von etwa $3 \cdot 10^{14}$ Hz eine Genauigkeit besser als 10^{-14} pro Sekunde transportiert werden. Die Phasenkohärenz aller Zwischenschritte der Frequenzkette gewährleistet die volle Übertragung der Präzision des Standards auf die zu messende Übergangsfrequenz in Wasserstoff. Die Unsicherheit, die durch diese Frequenzkette selbst entsteht, ist momentan noch völlig vernachlässigbar gegenüber der Unsicherheit, mit der die Frequenz des eingesetzten Standards reproduziert werden kann. Wie in Abbildung 8.1 gezeigt, wird durch zwei aufeinanderfolgende Frequenzverdopplungen die vierfache Frequenz $4f$ des Standards erzeugt. Dabei kommt jeweils ein sogenannter Transeroszillator zum Einsatz, welcher, phasenstabilisiert auf die Fundamente oder die zweite Harmonische, die nötige Leistung bereitstellt, um den nachfolgenden nicht-linearen Prozeß zu treiben. In Abbildung 8.1 sind dies ein He-Ne-Laser mit 20 mW Ausgangsleistung, ein Farbzentrallaser sowie der Diodenlaser, welcher den optischen Frequenzkamm treibt. Der Farbstofflaser, dessen frequenzverdoppeltes Licht den 1S-2S Zweiphotonen-Übergang anregt, läuft bei einem Viertel der 1S-2S Absolutfrequenz, also bei $7f - 2\Delta f$. In einer Frequenzteilerstufe wird die Frequenz eines Diodenlasers auf $4f - \Delta f$ stabilisiert, indem seine zweite Harmonische auf die Summenfrequenz von Farbstofflaser und Frequenz des Standards phasengeregt wird. Die beiden von oben und unten her erzeugten Frequenzen $4f - \Delta f$ und $4f$ unterscheiden sich um $\Delta f \approx 1$ THz. Diese Differenz ist zu groß, um direkt gezählt zu werden, und muß noch weiter verringert werden. In der Überbrückung dieser Frequenzlücke besteht das schwierigste Problem in der Realisierung der Frequenzkette. Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen der

¹Die Lokaloszillatoren werden auf die Frequenz einer im Labor befindlichen Cäsiumatomuhr stabilisiert und sind in den schematischen Darstellungen nicht berücksichtigt.

Absolutfrequenz des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium wurden erstmals mit einer völlig phasenkohärenten Überbrückung dieser Frequenzlücke durchgeführt. Dabei kamen zwei verschiedene Methoden zum Einsatz, die im folgenden erläutert werden.

Überbrückung mit optischen Teilerstufen: Diese Variante ist in Abbildung 8.1 nicht dargestellt. Dabei wird die Frequenzlücke mit Hilfe von 4 kaskadierten optischen Teilerstufen sukzessive geteilt, so daß die Frequenzlücke auf $1/16$ reduziert wird. Die verbleibende Frequenzdifferenz kann als Schwebungsfrequenz bei etwa 66 GHz direkt mit Radiofrequenzmethoden gezählt werden. Eine Darstellung der Frequenzkette mit den 4 kaskadierten optischen Teilerstufen findet sich in [Ude97b] und [Ude97c] (Anhang A).

Überbrückung mit optischem Frequenzkamm-Generator: Der optische Frequenzkamm-Generator wurde von M. Kourogi entwickelt und aufgebaut [Kou95]. Das Prinzip ist ähnlich wie bei einem elektrooptischen Modulator, wie in Abbildung 8.1 gezeigt. In einem nichtlinearen Kristall werden einer optischen Trägerfrequenz Seitenbänder bis zu sehr hohen Ordnungen aufgeprägt. Dazu befindet sich der Kristall in einem Hohlraumresonator, in dem die Mikrowellenfrequenz f_{OFC} überhöht wird. Die Endflächen des Kristalls sind verspiegelt und die Länge ist so gewählt, daß ein optischer Resonator entsteht, der für die optische Trägerfrequenz und die aufgeprägten Seitenbänder gleichzeitig resonant ist. Dadurch werden die Seitenbänder ebenfalls überhöht und weitere Seitenbänder können wiederum auf diese aufgeprägt werden. Insgesamt erhält man einen etwa 10 nm breiten Kamm von optischen Frequenzen, die alle in einer starren Phasenbeziehung mit dem Träger stehen. Es kann nun erreicht werden, daß der Diodenlaser, welcher die Trägerfrequenz des Kammes liefert, sehr nahe bei $4f$ oszilliert, indem ein geeignetes Seitenband des Kammes auf die Frequenz $4f - \Delta f$ phasenstabilisiert wird. Die Ordnung des Seitenbandes wird so gewählt, daß die Schwebung zwischen dem Diodenlaser, welcher den Kamm treibt, und der vierten Harmonischen des Standards bequem mit Radiofrequenzmethoden gezählt werden kann. Aus dieser Schwebungsfrequenz kann die Absolutfrequenz bei 121 nm abgeleitet werden.

Die Überbrückung mit Hilfe von kaskadierten Teilerstufen wurde bei der Messung der 1S-2S Absolutfrequenz in Wasserstoff eingesetzt. Damit wurde die Funktionsfähigkeit einer Teilerstufenkette erstmals demonstriert. Die Überbrückung mit Hilfe des optischen Frequenzkamm-Generators läßt sich jedoch im Experiment leichter handhaben, da sich die Anzahl der involvierten Laser deutlich verringert. Speziell bei der Messung der Isotopieverschiebung kann so wesentlich schneller zwischen den Einstellungen für Wasserstoff und Deuterium umgebaut werden.

Kapitel 9

Messung der 1S-2S Absolutfrequenz

Aus Messungen von Übergangsfrequenzen in Wasserstoff lassen sich durch Vergleich mit der Theorie fundamentale Größen wie die Rydberg-Konstante oder Lamb-Verschiebungen der beteiligten Niveaus ermitteln. Mit der in Kapitel 8 beschriebenen Frequenzkette kann die Frequenz des 1S-2S Übergangs in Wasserstoff oder Deuterium absolut gemessen, also gegen die Cäsiumatomuhr verglichen werden. Bei der hier vorgestellten Messung kamen zur Überbrückung der Frequenzlücke vier kaskadierte optische Frequenzteilerstufen zum Einsatz. Diese Variante der Frequenzkette ist in [Ude97c] (Anhang A) dargestellt. Eine Glasfaser transportiert einen Teil des blauen Lichtes des Farbstofflasers in das benachbarte Labor, wo die Frequenz dieses Lichtes über die Frequenzkette mit der Frequenz des Helium-Neon-Standards verglichen werden kann. Der Helium-Neon-Standard wurde gegen die Cäsiumatomuhr kalibriert. Im Wasserstofflabor wird mit dem frequenzverdoppelten blauen Licht der 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in Wasserstoff angeregt, indem der Farbstofflaser über die atomare Resonanz verstimmt wird. Dabei wird das 2S Signal mit zeitverzögertem Nachweis gegen die von der Frequenzkette gemessene Frequenz des Farbstofflasers aufgezeichnet. Zur Auswertung werden nur Spektren herangezogen aus deren Zeitverzögerung τ sich eine obere Schranke für den relativistischen Doppler-Effekt bei 121 nm angeben läßt von:

$$\Delta\nu_{max} = -1/2(d/\tau c)^2 f_{1S-2S} \leq 350 \text{ Hz} \quad (9.1)$$

Mit verschiedenen Abständen d von Düse und 2S Detektor sind die Verzögerungszeiten zwischen $\tau=600$ und $1200 \mu\text{s}$. Das in dieser Arbeit vorgestellte Linienform-Modell war zum Zeitpunkt der Auswertung noch nicht fertig ausgearbeitet, es zeigt sich jedoch, daß die Messung durch die Reproduzierbarkeit des Standards limitiert ist und die angegebene Abschätzung des relativistischen Doppler-Effektes das Endergebnis nur geringfügig verschlechtert.

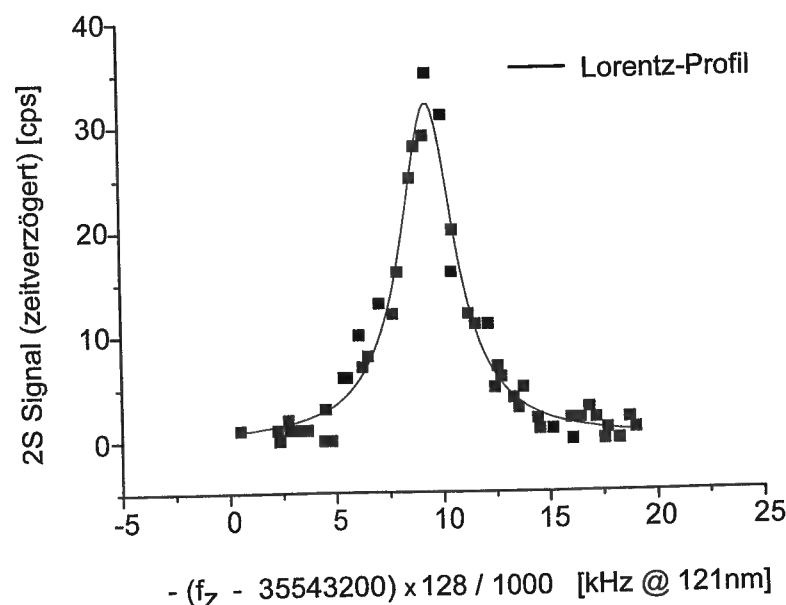


Abbildung 9.1: Typisches Wasserstoff $1S_{1/2}(F=1, m_F=\pm 1) - 2S_{1/2}(F=1, m_F=\pm 1)$ Spektrum, aufgenommen bei einer Verzögerungszeit von $1510 \mu s$. Die Frequenz ist absolut von der Frequenzkette vermessen. Aus der Zählerfrequenz f_z auf der Linienmitte läßt sich die Absolutfrequenz des Überganges ermitteln.

In Abbildung 9.1 ist ein typisches Spektrum dargestellt. Durch Anpassen eines Lorentz-Profiles wird die am Radiofrequenzzähler abgelesene Frequenz f_z auf der Linienmitte bestimmt. Daraus läßt sich die Absolutfrequenz des 1S-2S Hyperfeinzentroides bestimmen:

$$f_{1S-2S} = 28f - 128f_z - f_{LO} - 512f_{rf} + \Delta f_{HFS} \quad (9.2)$$

Hier ist f die Frequenz des kalibrierten Standards, wie in Kapitel 8 erläutert ist. $f_{LO}=3$ GHz (exakt) berücksichtigt alle in den optischen Teilerstufen auftretenden Lokaloszillatorfrequenzen. Mit den Frequenzen $f_{rf}=16.53215$ GHz für Wasserstoff und 15.22133 GHz für Deuterium wurde das Schwebungssignal heruntergemischt, um es mit dem Radiofrequenzzähler zählen zu können. Mit Δf_{HFS} wird die gemessene Frequenz auf die Frequenz des Hyperfeinzentroides korrigiert. Die Werte dieser Korrektur für Wasserstoff und Deuterium sind Tabelle 2.5 zu entnehmen. In der Zeit vom 26. 4 bis 4. 7. 1996 wurden insgesamt 41 1S-2S Spektren in Wasserstoff aufgezeichnet und über die gemessenen Absolutfrequenzen gemittelt. Das Ergebnis der Messung lautet:

$$f_{1S-2S}^H = 2\,466\,061\,413\,187.34\,(84)\text{ kHz} \quad (9.3)$$

Die relative Unsicherheit beträgt $3.4 \cdot 10^{-13}$ und ist durch die Reproduzierbarkeit des Helium-Neon-Standards dominiert. Die auftretenden Frequenzen bei 121, 243 und

486 nm stellen die am genauesten vermessenen Frequenzen im optischen und UV-Bereich dar. Im Vergleich zur letzten in Garching durchgeführten Messung der 1S-2S Absolutfrequenz in Wasserstoff [And92b] konnte die Unsicherheit um einen Faktor 53 reduziert werden. Diese beachtliche Verbesserung wurde möglich durch die jetzt vollständig phasenkohärente Überbrückung der Frequenzlücke Δf . In der alten Messung wurde diese interferometrisch mit den Moden eines stabilen Referenzresonators überbrückt. Der Fehler, der in Gleichung (9.3) angegebenen Absolutfrequenz wurde durch quadratisches Addieren der folgenden Einzelbeiträge berechnet:

Reproduzierbarkeit des He-Ne-Standards	: 644 Hz
Streuung der Meßwerte	: 256 Hz
relativistischer Doppler-Effekt	: 350 Hz
DC- und AC-Stark-Effekt	: 325 Hz [Sch95]

Die 1S-2S Absolutfrequenz wurde an zwei Meßtagen auch in Deuterium vermessen. Der Mittelwert von $f_{1S-2S}^D = 2\,466\,732\,407\,521.8\,(1.5)$ kHz ergibt sich aus 14 ausgewerteten Spektren. Wegen der kleineren Anzahl vermessener Spektren fällt der relative Fehler größer aus als bei der Messung in Wasserstoff. Mit der später durchgeführten Messung der Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium, die in Kapitel 10 besprochen wird, kann die Absolutfrequenz des 1S-2S Überganges in Deuterium genauer angegeben werden zu:

$$f_{1S-2S}^D = 2\,466\,732\,407\,521.97\,(85)\text{ kHz} \quad (9.4)$$

9.1 Bestimmung der Rydberg-Konstanten und der 1S Lamb-Verschiebung aus den experimentellen Daten

Aufbauend auf Kapitel 2 kann die gemessene Absolutfrequenz in Wasserstoff oder Deuterium durch die Energieniveaus der beteiligten Niveaus 1S und 2S ausgedrückt werden:

$$f_{1S-2S} = R_{\infty} [e(2S) - e(1S)] + L_{2S} - L_{1S} \quad (9.5)$$

mit den Dirac-Energien $e(2S)$ und $e(1S)$ nach Gleichung (2.3) sowie den Lamb-Verschiebungen L_{2S} und L_{1S} . In dieser Gleichung sind die Rydberg-Konstante und die 1S Lamb-Verschiebung die Größen, welche mit den größten Unsicherheiten behaftet sind. Im folgenden wird diese Gleichung daher als Gleichung mit zwei Unbekannten aufgefaßt. Einsetzen der genauer bekannten Rydberg-Konstante nach [Bea97] würde die 1S Lamb-Verschiebung liefern. Dagegen können neue, genauere Werte sowohl für die Rydberg-Konstante als auch für die 1S Lamb-Verschiebung angegeben werden, falls eine weitere, unabhängige Messung einer Übergangsfrequenz in Wasserstoff bzw. Deuterium hinzugezogen wird. In der Gruppe um F. Biraben wurden die $2S_{1/2}-8D_{5/2}$ Übergangsfrequenzen in Wasserstoff und Deuterium vermessen zu [Bea97]: $f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}}^H = 770\,649\,561\,585.0(4.9)$ kHz und $f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}}^D = 770\,859\,252\,851.5(4.4)$ kHz. Damit kann eine zweite Gleichung aufgestellt werden. Zusammen mit Gleichung (9.5) können aus diesem Gleichungssystem sowohl die Rydberg-Konstante als auch die 1S Lamb-Verschiebung angegeben werden.

$$f_{2S-8D} = R_{\infty} [e(8D) - e(2S)] + L_{8D} - L_{2S} \quad (9.6)$$

1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff:

Das Gleichungssystem, bestehend aus den Gleichungen (9.5) und (9.6), läßt sich nach R_{∞} und L_{1S} auflösen. Für $L_{8D_{5/2}}$ wird dabei der nach der Theorie berechnete Wert eingesetzt. Dieser ist klein und läßt sich mit ausreichender Genauigkeit berechnen zu $L_{8D_{5/2}} = 71.4(2)$ kHz [Kla73]. Die Lamb-Verschiebung L_{2S} des 2S Zustandes kann durch den experimentell bestimmten Wert für die Aufspaltung zwischen den Niveaus 2S und 2P sowie durch den theoretisch berechneten Wert für L_{2P} ausgedrückt werden. Die Resultate der genauesten Radiofrequenzmessungen von $L_{2S-2P_{1/2}}$ und $L_{2S-2P_{3/2}}$ wurden [Lun81] und [Hag94] entnommen. Die theoretischen Werte für $L_{2P_{1/2}}$ und $L_{2P_{3/2}}$ wurden in [Jen97] berechnet. Hier ist auch eine Korrektur zu [Hag94] aufgrund des mittlerweile verbesserten Wertes für die Feinstrukturaufspaltung angegeben. Für beide Feinstrukturkomponenten 1/2 und 3/2 des 2P Niveaus wurde die Lamb-Verschiebung L_{2S} berechnet und das gewichtete Mittel aus den beiden Werten gebildet: $L_{2S} = 1\,045.0079(72)$ MHz. Das Gleichungssystem (9.5) und (9.6) liefert damit $R_{\infty} = 10\,973\,731.568\,64(12)$ m⁻¹ und $L_{1S} = 8\,172.860(34)$ MHz. Alternativ kann die

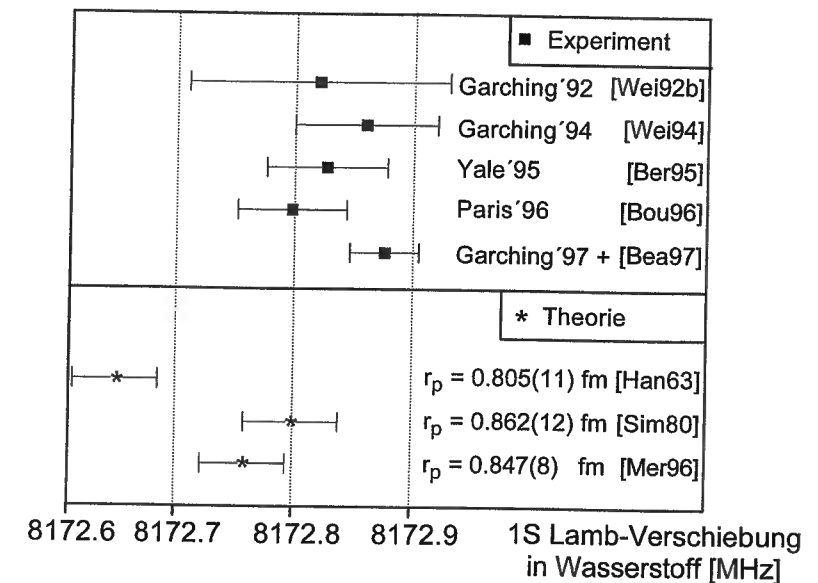


Abbildung 9.2: Vergleich verschiedener experimentell gemessener Werte für die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff. Zur Berechnung des theoretischen Wertes wurden verschiedene experimentell gemessene Ladungsradien r_p des Protons eingesetzt.

von S. Karshenboim berechnete Kombination

$L'_2 = L_{1S} - 8L_{2S} = -187\,232(5)$ kHz [Kar97] verwendet werden, die sich genauer berechnen läßt als die entsprechende Größe gebildet aus den einzeln berechneten Lamb-Verschiebungen. In dieser Kombination heben sich alle Terme heraus, die exakt wie $1/n^3$ skalieren. Wird im Gleichungssystem (9.5) und (9.6) die 2S Lamb-Verschiebung ersetzt durch $L_{2S} = (L_{1S} - L'_2)/8$, so ergibt sich $R_{\infty} = 10\,973\,731.568\,75(13)$ m⁻¹ und $L_{1S} = 8\,172.892(34)$ MHz.

Die beiden genannten Varianten der Auswertung liefern in etwa dieselbe Genauigkeit in den gesuchten Größen. Wird das arithmetische Mittel der beiden Werte für die 1S Lamb-Verschiebung gebildet, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Korrelationen der Fehler ein etwas genauerer Wert. Damit kann die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff angegeben werden zu:

$$L_{1S} = 8\,172.876(29) \text{ MHz (Wasserstoff)} \quad (9.7)$$

Das ist der bisher genaueste Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff. Der Wert stimmt mit den etwas ungenaueren bisherigen Messungen innerhalb der Fehlergrenzen überein, wie es in Abbildung 9.2 veranschaulicht ist.

Der Vergleich mit dem theoretischen Wert für die 1S Lamb-Verschiebung ist in Abbildung 9.2 ebenfalls dargestellt. Für keinen der bei der Berechnung alternativ verwen-

deten Literaturwerte für den Ladungsradius des Protons ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit dem hier vorgestellten experimentellen Wert. Unter der Annahme, daß die QED alle Beiträge zur Lamb-Verschiebung richtig vorhersagt und daß keine Korrekturen übersehen oder falsch abgeschätzt wurden, die Abweichung also nur auf den eingesetzten Protonladungsradius zurückgeht, läßt sich ein Wert für den Ladungsradius des Protons angeben, mit dem Theorie und Experiment übereinstimmen: $r_p = 0.890(14)$ fm.

1S Lamb-Verschiebung in Deuterium:

Aus der in Gleichung (9.4) angegebenen 1S-2S Übergangsfrequenz in Deuterium kann, zusammen mit der in Paris bestimmten $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ Übergangsfrequenz in Deuterium [Bea97], analog zur Auswertung in Wasserstoff, ein Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium angegeben werden. Allerdings gibt es keine entsprechenden Radiofrequenzmessungen der 2S Lamb-Verschiebung in Deuterium. Daher kann nur die Auswertung durchgeführt werden, bei der für Deuterium der Ausdruck $L'_2 = L_{1S} - 8L_{2S} = -187\,225(5)$ kHz [Kar97] verwendet wird. Neben einem weiteren Wert für die Rydberg-Konstante ergibt sich die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium zu¹:

$$L_{1S} = 8\,184.016(30) \text{ MHz (Deuterium)} \quad (9.8)$$

Dieser Wert ist um einen Faktor 2.6 genauer als der bislang genaueste Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium $L_{1S} = 8\,183.807(78)$ MHz [Wei95]. Die jeweils angegebenen Fehlerintervalle überlappen jedoch nicht miteinander, siehe Abbildung 9.3. In dieser Abbildung ist auch der Vergleich mit dem theoretischen Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium dargestellt, der für verschiedene experimentell bestimmte Werte des Deuteronladungsradius angegeben ist. Die beste Übereinstimmung der theoretischen mit der experimentell neu bestimmten 1S Lamb-Verschiebung ergibt sich für den im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Wert für den Deuteronladungsradius, siehe dazu Kapitel 10.

Rydberg-Konstante:

Die Unsicherheit in der Rydberg-Konstanten kann gegenüber den oben gegebenen Werten noch weiter verringert werden, indem gemittelt wird über verschiedene Resultate, die erhalten werden, falls anstelle der Gleichung (9.6) unabhängige Messungen der Schwebung von Übergangsfrequenzen zu Gleichung (9.5) hinzugezogen werden. Bei der

¹Der in [Ude97c] angegebene Wert für die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium ist etwas ungenauer, da die in Kapitel 10 beschriebene Messung der Isotopieverschiebung nicht zur entsprechenden Auswertung herangezogen wurde.

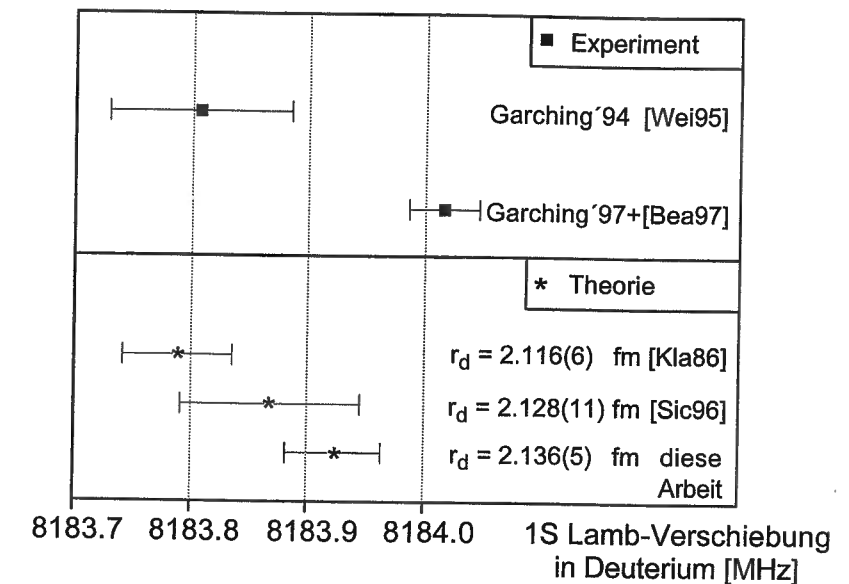


Abbildung 9.3: Vergleich experimentell gemessener Werte für die 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium mit der theoretischen Vorhersage. Zur Berechnung des theoretischen Wertes wurden alternativ verschiedene Werte für den Ladungsradius r_d des Deuterons eingesetzt.

Messung der 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff in [Wei95] wurde z. B. die Schwebung der Frequenzen $f_{2S-4S}^H - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^H$ in Wasserstoff vermessen. Damit kann Gleichung (9.5) umgeschrieben werden in:

$$f_{2S-4S}^H - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^H = R_\infty \left[e(4S) - \frac{5}{4}e(2S) + \frac{1}{4}e(1S) \right] + L_{4S} - \frac{5}{4}L_{2S} + \frac{1}{4}L_{1S} \quad (9.9)$$

Die gemessene Schwebung sollte nach dem Bohr'schen Atommodell genau gleich Null sein. Aufgrund von Rückstoß-, relativistischen und quantenelektrodynamischen Effekten, sowie aufgrund der Hyperfeinwechselwirkung ergibt sich der von Null abweichende Wert für die Schwebungsfrequenz. Alternativ können auch die Schwebungsfrequenzen

$$f_{2S-4D_{5/2}}^H - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^H \quad [\text{Wei95}],$$

$$f_{2S-4P_{1/2}}^H - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^H \quad [\text{Ber95}],$$

$$f_{2S-4P_{3/2}}^H - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^H \quad [\text{Ber95}],$$

$$f_{2S-6S}^H - \frac{1}{4}f_{1S-3S}^H \quad [\text{Bou96}] \text{ und}$$

$$f_{2S-6D_{5/2}}^H - \frac{1}{4}f_{1S-3S}^H \quad [\text{Bou96}]$$

eingesetzt werden.

Darüber hinaus können auch an Deuterium gemessene Schwebungsfrequenzen

$$f_{2S-4S}^D - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^D \quad [\text{Wei95}] \text{ und}$$

$$f_{2S-4D_{5/2}}^D - \frac{1}{4}f_{1S-2S}^D \quad [\text{Wei95}]$$

zur Auswertung herangezogen werden.

Mit den oben erläuterten beiden Varianten, wonach für Wasserstoff mit den aus Radiofrequenzmessungen stammenden Werten für L_{2S-2P} oder dem theoretischen Wert für $L'_2 = L_{1S} - 8L_{2S}$ ausgewertet werden kann, ergeben sich insgesamt 17 Werte für die Rydberg-Konstante. Mit der jeweiligen Unsicherheit gewichtet und unter Berücksichtigung von Fehlerkorrelationen ergibt sich schließlich das endgültige Resultat für die Rydberg-Konstante²:

$$R_\infty = 10\,973\,731.568\,646\,(89)\,\text{m}^{-1} \quad (9.10)$$

Das Ergebnis stimmt gut überein mit dem bislang genauesten Wert von $R_\infty = 10\,973\,731.568\,59\,(10)\,\text{m}^{-1}$ [Bea97]. Der neue Wert ist um etwa 10% genauer. Die Rydberg-Konstante ist von allen Naturkonstanten diejenige, die am genauesten bekannt ist. Der Rydberg-Konstanten fällt bei der Abgleichung der Naturkonstanten durch das CODATA Komitee [Cod86] eine wichtige Rolle zu, da sie eine Kombination verschiedener anderer Naturkonstanten darstellt, die, jede für sich, mit viel größeren Unsicherheiten behaftet sind. Siehe dazu Gleichung (1.2). Für eine weitere Steigerung der Genauigkeit der Rydberg-Konstante aus einer Messung der 1S-2S Absolutfrequenz in Wasserstoff und Deuterium wird in Zukunft ein verbesserter experimenteller Wert für die 1S Lamb-Verschiebung sehr nützlich sein. Eine entsprechende Messung wird zur Zeit in unserem Labor vorbereitet.

²Eine sehr detaillierte Darstellung dieser Auswertung findet sich in [Ude97]. Der in [Ude97c] angegebene Wert für die Rydberg-Konstante ist etwas ungenauer, da die in Kapitel 10 beschriebene Messung der Isotopieverschiebung nicht zur entsprechenden Auswertung herangezogen wurde.

Kapitel 10

Messung der Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges

10.1 Motivation

Die Absolutfrequenzen des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium unterscheiden sich um etwa 671 GHz bei 121 nm. Im folgenden soll das Zustandekommen dieser Isotopieverschiebung erklärt werden. Dazu sind die relevanten Beiträge zu den Energieniveaus in beiden Isotopen in Abbildung 10.1 (nicht maßstabsgetreu) veranschaulicht. Den weitaus größten Beitrag zur Isotopieverschiebung liefern die sehr genau bekannten reinen Rückstoß-Effekte in der Dirac-Energie, welche durch die unterschiedlichen Kernmassen beider Isotope hervorgerufen werden. Die entsprechenden Beiträge ergeben sich durch Berechnung der Differenz der Kernmasse-abhängigen Terme von Gleichung (2.2) in Kapitel 2. Ein viel kleinerer Beitrag zur Isotopieverschiebung wird verursacht durch die unterschiedlichen 1S und 2S Lamb-Verschiebungen beider Isotope. Während die Beiträge von Selbstenergie (SE), Vakuumpolarisation (VP) und QED höherer Ordnung (TL) jeweils gleich sind, unterscheiden sich die Beiträge der strahlenden und nichtstrahlenden Rückstoßkorrekturen sowie die Kerngrößen-Effekte. Für Deuterium gibt es zudem noch einen zusätzlichen Beitrag aufgrund der Polarisierbarkeit des Deuterons, vergleiche dazu auch die in Kapitel 2 gegebenen Tabellen 2.2 und 2.3 mit den theoretischen Lamb-Verschiebungen der Niveaus 1S und 2S in Wasserstoff und Deuterium. Die Darwin-Foldy-Korrektur, siehe Kapitel 2.7, die bei der Berechnung der theoretischen Lamb-Verschiebung in Deuterium einmal wieder abgezogen werden muß, um nicht doppelt gezählt zu werden, ist in Abbildung 10.1 nicht aufgeführt, ebenso wie die Energiebeiträge aufgrund der Selbstenergie des Kernes. Unter Berücksichtigung aller relevanten Effekte kann die Isotopieverschiebung berechnet und mit dem experimentellen Meßwert verglichen werden. Da die theoretische Isotopieverschiebung in der Genauigkeit hauptsächlich durch die Unsicherheiten in den quadratischen Ladungsradien von Proton und Deuteron limitiert ist, läßt sich aus einem Vergleich von

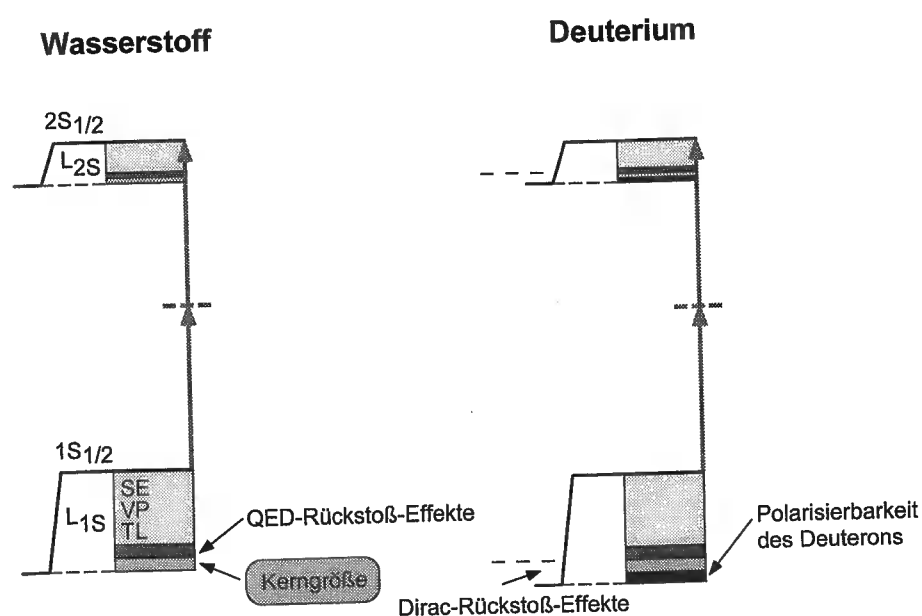


Abbildung 10.1: Schematische Darstellung von Effekten, die zur Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium beitragen.

Theorie und Experiment die Differenz der quadratischen Ladungsradien bestimmen. Eine Messung der Isotopieverschiebung kann daher gedeutet werden als Messung der Differenz der quadratischen Kernladungsradien von Proton und Deuteron.

10.2 Messung der Isotopieverschiebung

Während bei der Messung der Absolutfrequenzen die Reproduzierbarkeit des Standards die erreichbare Meßgenauigkeit auf etwa 650 Hz limitiert, so kann der Unterschied der beiden Übergangsfrequenzen in Wasserstoff und Deuterium genauer bestimmt werden, da es dann nur auf die Differenz und nicht auf die absoluten Werte ankommt. Der Standard der Frequenzkette dient bei einer solchen Messung lediglich als hochstabiles "Schwungrad".

Die gleichzeitige Anregung des 1S-2S Überganges in beiden Isotopen wäre die optimale Vorgehensweise. Da dies experimentell nur sehr aufwendig zu realisieren ist, wird die Messung stattdessen folgendermaßen durchgeführt: Im 1S-2S Spektrometer wird ein Atomstrahl erzeugt, der Wasserstoff und Deuterium etwa im Verhältnis 1:1 enthält. Zunächst wird der Laser z. B. auf die Frequenz des 1S-2S Überganges in Deuterium eingestellt und mehrere Male die Frequenz über die atomare Resonanz durchgestimmt. Dabei wird die Frequenz des Farbstofflasers mit Hilfe der Frequenzkette gegen den Standard verglichen und die erhaltene 2S Zählrate als Funktion der vom Radio-

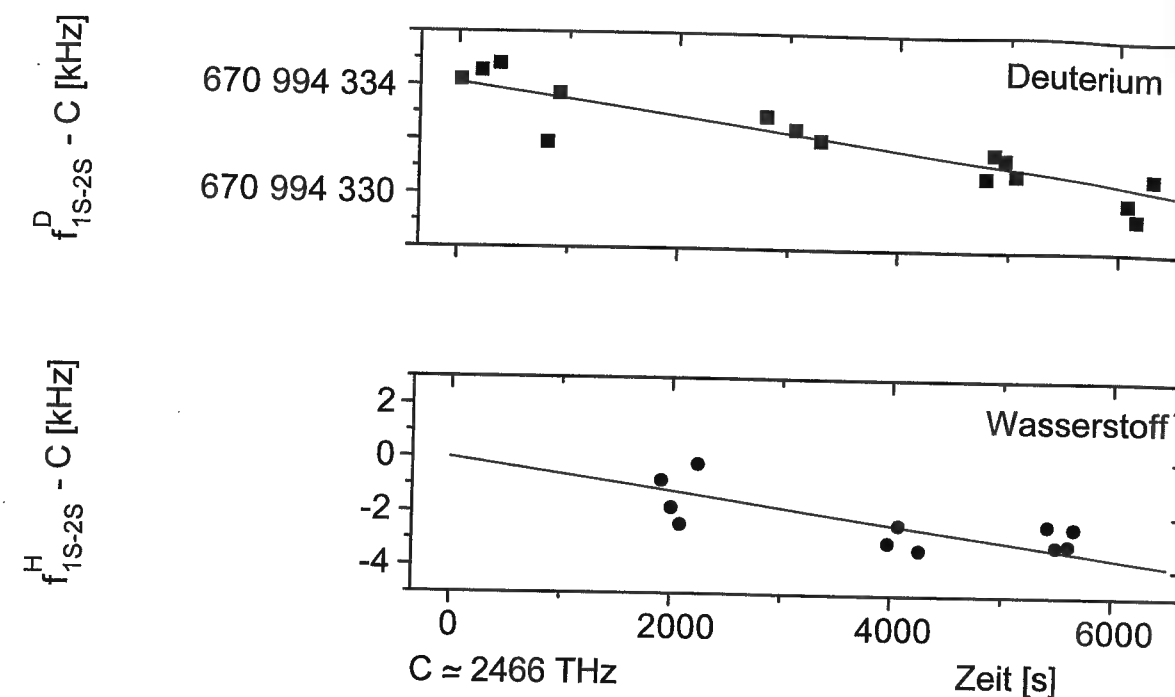


Abbildung 10.2: Alternierende Messung der 1S-2S Absolutfrequenz in Deuterium und Wasserstoff. Jeder Punkt ist die Mitte eines Lorentz-Profiles, das an einzelne Spektren angepaßt wurde. Die durchgezogenen Linien sind ein angepaßtes Paar von parallelen Geraden. Der senkrechte Abstand der Geraden wird als Isotopieverschiebung gedeutet. Die Streuung der einzelnen Punkte und die Steigung der Geraden ist mit der spezifizierten Drift bzw. den Schwankungen der Frequenz des He-Ne-Standards zu erklären. Insgesamt wurden 10 solcher Meßreihen durchgeführt.

frequenzzähler ermittelten Frequenz f_z aufgezeichnet. Anschließend werden möglichst schnell der Farbstofflaser auf die Frequenz in Wasserstoff eingestellt und gleichzeitig in der Frequenzkette die entsprechenden Änderungen für eine Messung vorgenommen. Der Umbau kann in typischerweise 3 bis 5 Minuten erledigt werden. Hier erweist sich auf der Seite der Frequenzkette der optische Frequenzkamm-Generator gegenüber den kaskadierten optischen Teilerstufen als sehr vorteilhaft. Nach dem Umbau wird der Farbstofflaser mehrmals über die 1S-2S Resonanz in Deuterium durchgestimmt und wieder die Frequenz des Radiofrequenz-Zählers gegen die 2S Zählrate aufgezeichnet. Die alternierende Messung an Wasserstoff und Deuterium wird möglichst oft wiederholt. Nach etwa 5 bis 6 mal Umschalten bzw. einer realen Meßzeit von etwa 2 Stunden muß der Methan-stabilisierte Helium-Neon Laser neu justiert werden. In Abbildung 10.2 ist das Ergebnis der alternierenden Messung der 1S-2S Absolutfrequenz in Deuterium und Wasserstoff einer solchen Meßreihe zu sehen.

Aus der aufgezeichneten Zählerfrequenz f_z wird nach folgenden Gleichungen die Absolutfrequenz $f_{1S-2S}^{H,D}$ des Wasserstoff- bzw. Deuteriumatoms bestimmt:

$$f_{1S-2S}^{H,D} = -8f_z + 28f_{He-Ne} - 8nf_{OFC} + f_{LO} + \Delta f_{HFS} \quad (10.1)$$

Hier ist f_{He-Ne} die in Gleichung (8.1) angegebene Frequenz des Helium-Neon-Standards. $f_{OFC}=6.3418$ GHz steht für die Radiofrequenz, die den optischen Frequenzkamm-Generator treibt und n für die Ordnung des Seitenbandes auf welches der Diodenlaser bei $4f_{He-Ne} + \Delta f$ phasenstabilisiert wird (siehe Abbildung 8.1). Für Wasserstoff wurde $n=167$ und für Deuterium $n=154$ gewählt. In $f_{LO}=0.9152$ GHz für Wasserstoff und 12.5768 GHz für Deuterium sind alle in den Phasenstabilisierungen auftretenden Lokaloszillatorfrequenzen berücksichtigt, sowie die Frequenz mit der das gezählte Schwebungssignal heruntergemischt wird. Mit Δf_{HFS} wird die gemessene Frequenz auf die Frequenz des Hyperfeinzentroides korrigiert. Die Werte dieser Korrektur für Wasserstoff und Deuterium sind Tabelle 2.5 zu entnehmen. Man beachte, daß bei dieser Relativmessung f_{He-Ne} nicht absolut bekannt sein muß.

Bei der Auswertung werden in einem ersten Schritt der Auswertung Lorentz-Profile an Einzelspektren angepaßt, bei deren Aufzeichnung die Laserfrequenz nacheinander in entgegengesetzten Richtungen über die atomare Resonanz durchgestimmt wurde. Dabei wird stets das Signal mit einer Verzögerungszeit von $810 \mu s$ gegen die von der Kette gemessene Absolutfrequenz aufgetragen¹. Im Idealfall sollte jeweils für Wasserstoff und Deuterium die Linienmitte der Einzelspektren bei derselben gemessenen Absolutfrequenz liegen. Im gewählten Maßstab ist jedoch deutlich eine zeitliche Drift und eine Streuung der gemessenen Linienmitten der Einzelspektren zu sehen, was im Rahmen der spezifizierten Stabilität des Standards erklärt werden kann. Es sei darauf hingewiesen, daß seitens des 1S-2S Spektrometers auf eine möglichst gleichbleibende Lichtleistung im UV-Überhöhungsresonator geachtet wurde und stets bei Düsentemperaturen um 7 K gearbeitet wurde. In einem zweiten Schritt wird ein Paar von parallelen Geraden simultan an die Wasserstoff- und Deuterium-Linienmitten angepaßt. Die Steigung und der Abstand der beiden Geraden werden im Anpassungsvorgang optimiert. Dadurch wird einer zeitlichen Frequenzdrift des Standards Rechnung getragen. Der senkrechte Abstand der beiden parallelen Geraden wird als die Isotopieverschiebung interpretiert. Es wurden auch "parallele" Polynome höherer Ordnung an die Daten angepaßt, wodurch eine nichtlineare Drift des Standards modelliert wird. Die Ergebnisse beider Methoden unterscheiden sich innerhalb der Fehlergrenzen nur geringfügig. Die statistische Unsicherheit in der Isotopieverschiebung bei der Auswertung der Daten einer solchen Meßreihe beträgt typisch 300 Hz bei 121 nm.

¹Die Anpassung der berechneten Linienform an die experimentellen Spektren wäre wesentlich aufwendiger und brächte keine gesteigerte Meßgenauigkeit, da wiederum die Messung durch die Reproduzierbarkeit bzw. die Drift des Standards limitiert ist. Wegen dieser Effekte ist die x-Achse der Einzelspektren verzerrt bzw. verrauscht. Daher liefert die Anpassung des Linienform-Modells keine befriedigenden Resultate. Bei zukünftigen Messungen mit einem deutlich besseren Standard sollten aber die numerisch berechneten Spektren an die Meßdaten angepaßt werden.

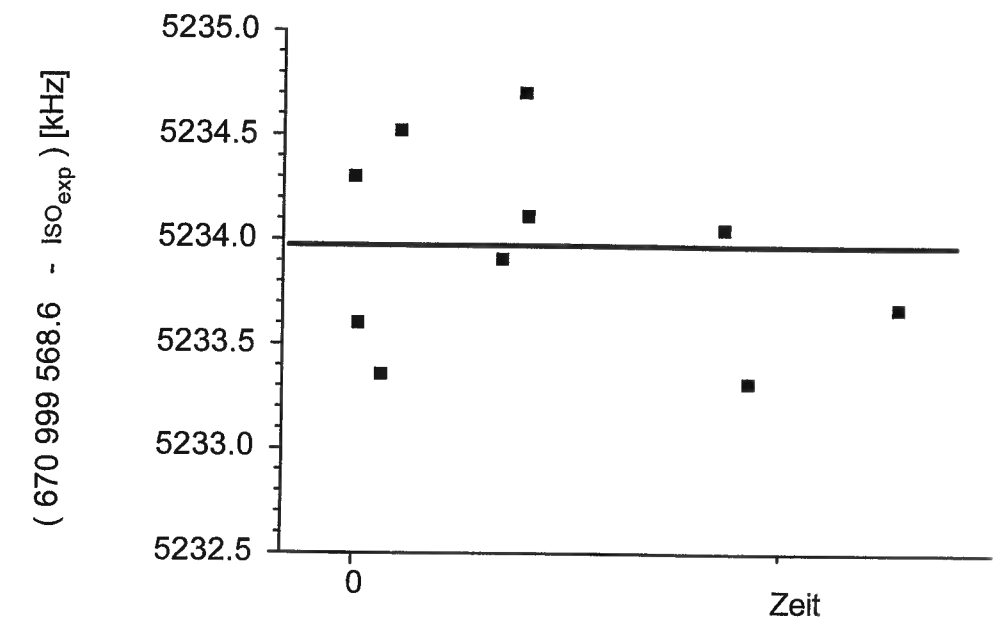


Abbildung 10.3: Mittelung über 10 Meßreihen zur Isotopieverschiebung. Die durchgezogene Linie ist eine konstante Funktion, die den Mittelwert von $670\,994\,334.64(15)$ Hz darstellt.

Über mehrere Tage hinweg wurde insgesamt 10 mal die Isotopieverschiebung nach dem soeben erläuterten Verfahren gemessen und ausgewertet. In Abbildung 10.3 ist das Ergebnis aller 10 Einzelmessungen dargestellt. Die konstante Funktion, die den Mittelwert aus allen Messungen darstellt, läßt sich mit einer Unsicherheit von knapp 150 Hz bei 121 nm anpassen². Es ergibt sich das Endresultat von:

$$ISO_{exp} = 670\,994\,334.64(15) \text{ kHz} \quad (10.2)$$

Diese Messung der Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium ist um einen Faktor 147 genauer als die bisher beste Messung [Sch93]. Die gesteigerte Meßgenauigkeit wurde möglich durch die vollständig phasenkohärente Anbindung an den Standard, der als hochpräzises Schwungrad dient. Auch der im Gegensatz zur letzten Messung angewandte zeitverzögerte Signalnachweis sowie die im Vergleich mittlerweile bessere Beherrschung der dominanten systematischen Fehlerquellen, welche den 1S-2S Übergang verschieben, trugen dazu bei, zu diesem sehr genauen Meßwert zu gelangen. So ergibt sich aus dem in Kapitel 6 vorgestellten Linienform-Modell, daß bei der gewählten Düsentemperatur von 7 K das ausgewertete 2S Signal für Wasserstoff mit einer Verzögerungszeit von $810 \mu s$ nur um etwa 80 Hz bei 121 nm durch den rela-

²Bei der Anpassung werden die Einzelmessungen nicht mit dem dazugehörigen Fehler gewichtet, damit die volle Streuung der Einzelmessungen den Fehler im Mittelwert bestimmt. Mit Gewichtung fällt dieser Fehler deutlich kleiner aus, überlappt zwar mit dem Wert ohne Gewichtung, ist jedoch dominiert von wenigen Einzelmessungen mit besonders kleinem Fehler.

tivistischen Doppler-Effekt verschoben ist. Trotz der unterschiedlichen Teilchenmasse ergibt sich für Deuterium dieselbe Frequenzverschiebung, da die über den zeitverzögerten Signalnachweis gesetzte Schranke bezüglich der maximalen Geschwindigkeit nur von der (gleichgewählten) Verzögerungszeit abhängt. In der Isotopieverschiebung hebt sich daher der relativistische Doppler-Effekt heraus. Eine zusätzliche Unsicherheit von 20 Hz wurde angenommen, um einen nicht auszuschließenden Resteffekt aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeitsverteilungen in Rechnung zu stellen. Die Größe dieser Unsicherheit wurde sorgfältig anhand des Linienform-Modells ermittelt und stellt eine großzügig gewählte Obergrenze dar. Die Verschiebung durch den dynamischen Stark-Effekt ist gleich in Wasserstoff und Deuterium, sofern bei derselben UV-Leistung gearbeitet wird. Eine Herleitung dieser Äquivalenz unter Berücksichtigung der in Wasserstoff und Deuterium unterschiedlichen Hyperfeinstruktur findet sich in [Ude97]. Bei den Meßreihen betrug die UV-Leistung im Resonator typischerweise 40 mW. Die Spektren sind daher jeweils um etwa 100 Hz bei 121 nm verschoben (vgl. Kapitel 7). In der Differenz der Absolutfrequenzen macht sich dies jedoch nicht bemerkbar, solange die Lichtleistung nur statistisch schwankt. Darauf wurde bei den Messungen sorgfältig geachtet. Die Frequenzschwankungen und die Frequenzdrift des Standards schlagen sich im statistischen Fehler bei der Mittelung über die 10 Einzelmessungen nieder.

In Abbildung 10.4 ist die dramatische Steigerung der Genauigkeit dargestellt, mit welcher die Isotopieverschiebung in den letzten Jahren immer wieder vermessen werden konnte. Die relative Lage der eingetragenen Punkte zueinander läßt vermuten, daß experimentelle Fehler bislang tendenziell überschätzt wurden.

10.3 Interpretation des Resultates

Wie oben bereits ausgeführt, läßt sich die Messung der Isotopieverschiebung interpretieren als Messung der Differenz der quadratischen Ladungsradien von Proton und Deuteron. Dazu wird zunächst die theoretische Isotopieverschiebung *ohne* die Kerngrößen-Effekte berechnet. Aus dem Unterschied zur experimentell gemessenen Isotopieverschiebung läßt sich dann die Differenz der quadratischen Ladungsradien von Proton und Deuteron bestimmen. Die theoretische Isotopieverschiebung ohne Kerngrößen-Effekte ergibt sich gemäß Kapitel 2 zu:

$$ISO_{theo-ok} = 670\,999\,568.6(1.5)(1.5) \text{ kHz} . \quad (10.3)$$

Der erste Fehlerbeitrag gibt die Unsicherheit durch das experimentell gemessene Massenverhältnis M_p/m von Proton- zu Elektronmasse an, während der zweite die Unsicherheit durch bislang nicht berechnete Rückstoßkorrekturen in der Ordnung $\frac{m^2}{M}\alpha^7$ berücksichtigt (K. Pachucki in [Hub98]). Bei der Berechnung der theoretischen Isotopieverschiebung wurden drei kleinere Korrekturen berücksichtigt, die in die theoretisch berechneten Lamb-Verschiebungen des Kapitels 2 wegen ihrer Kleinheit nicht einbe-

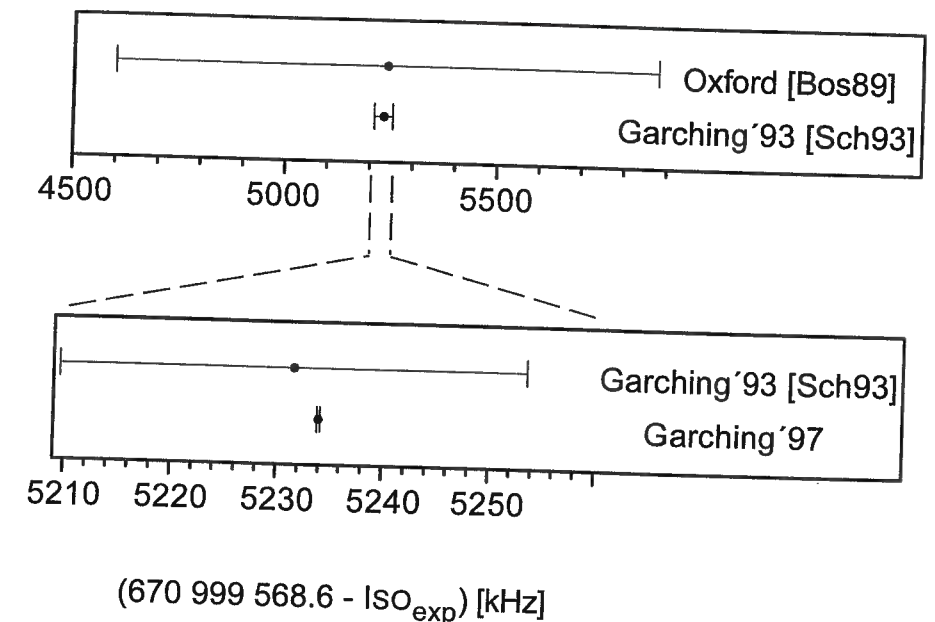


Abbildung 10.4: Experimentell gemessene Werte für die Isotopieverschiebung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff und Deuterium. Der in dieser Arbeit vorgestellte Meßwert übertrifft die bislang genaueste Messung um einen Faktor 147 an Genauigkeit. Die Meßunsicherheit konnte von 22 kHz auf 150 Hz reduziert werden.

zogen werden: Diese tragen -2.79 kHz [Fri-a], 0.46 kHz [Fri-a] und 0.6 kHz [Pac93], [Hub98] zur theoretischen Isotopieverschiebung bei. Siehe dazu auch den in Anhang A wiedergegebenen Artikel [Hub98]. Bei der Berechnung der Isotopieverschiebung wurde der in dieser Arbeit gemessene neue Wert für die Rydberg-Konstante verwendet. Die Differenz zwischen experimentell gemessener und theoretischer Isotopieverschiebung ohne Kerngrößen-Effekte beträgt:

$$\Delta E = ISO_{theo-ok} - ISO_{exp} = 5\,234.0(2.1) \text{ kHz} . \quad (10.4)$$

ΔE ist der Anteil der Kerngrößen Effekte in der experimentell gemessenen Isotopieverschiebung und kann durch Gleichung (2.11) (nur erster Term) ausgedrückt werden:

$$\Delta E = C_D \langle r_d^2 \rangle - C_H \langle r_p^2 \rangle , \quad (10.5)$$

wobei $\langle r_p^2 \rangle$ und $\langle r_d^2 \rangle$ für die mittleren quadratischen Ladungsradien des Protons bzw. des Deuterons stehen. In C_H und C_D sind alle Vorfaktoren für Wasserstoff bzw. Deuterium zusammengefaßt. Wird diese Gleichung in der folgenden Form dargestellt, dann läßt sich die Differenz der quadratischen Ladungsradien direkt berechnen:

$$\langle r_d^2 \rangle - \langle r_p^2 \rangle = \frac{\Delta E}{C_H} - \left(\frac{C_D}{C_H} - 1 \right) \langle r_d^2 \rangle . \quad (10.6)$$

Da $C_H \simeq C_D$ gilt, ist es ausreichend, für $\langle r_d^2 \rangle$ auf der rechten Seite der Gleichung zunächst einen alten, ungenauen Wert einzusetzen. Wird aus der so erhaltenen Null-ten Iteration ein Wert für $\langle r_d^2 \rangle$ unter Verwendung von $\langle r_p^2 \rangle$ berechnet, so kann dieser für eine weitere Iteration verwendet werden. Bereits in der nächsten Iteration ergibt sich bei weitem ausreichende Konvergenz. Der so erhaltene Wert beträgt:

$$\langle r_d^2 \rangle - \langle r_p^2 \rangle = 3.8212(15) \text{ fm}^2 . \quad (10.7)$$

Dies ist das wesentliche physikalische Resultat der Messung der Isotopieverschiebung. Einsetzen von $r_p = 0.862(12) \text{ fm}$ [Sim80] liefert einen Deutronladungsradius von:

$$r_d = 2.136(5) \text{ fm} , \quad (10.8)$$

dessen Genauigkeit fast vollständig durch die Unsicherheit im gemessenen Ladungsradius des Protons limitiert ist. Üblicher ist die Angabe des Strukturradius des Deuterons r_{struc} , in den die Differenz der quadratischen Ladungsradien direkt eingeht. Dieser ist definiert als³:

$$r_{struc}^2 = (r_d^2 - r_p^2) - r_n^2 - r_{DF}^2 , \quad (10.9)$$

mit dem mittleren quadratischen Ladungsradius des Neutrons $r_n^2 = -0.114(3) \text{ fm}^2$ [Kop95] und der relativistischen Darwin-Foldy-Korrektur $r_{DF}^2 = 0.03317 \text{ fm}^2$ [Buc96] des Protons. Mit der gemessenen Differenz der quadratischen Ladungsradien von Deutron und Proton ergibt sich:

$$r_{struc} = 1.97535(85) \text{ fm} \quad (\text{Experiment}) . \quad (10.10)$$

Der Strukturradius des Deuterons ist in der Kernphysik von fundamentalem Interesse [Won94]. Er stellt ein Maß für den mittleren Abstand der beiden Nukleonen im Deutron dar. Ebenso wie in der Atomphysik das Wasserstoffatom als einfachstes Atom eine herausragende Rolle beim Vergleich von Theorie und Experiment spielt, so ist das Deutron als einfachster Kern bestehend aus nur einem Proton und einem Neutron ein wichtiges Testobjekt bei der Entwicklung von Kernmodellen. Der Ladungsradius ist definiert als die Steigung des Ladungsmonopolformfaktors bei einem Impulsübertrag von Null. In Streuexperimenten muß daher zum Impulsübertrag Null extrapoliert werden. Falls mit Targets aus Protonen und Deutronen gearbeitet wird, kann auch hier die Differenz der quadratischen Ladungsradien mit größerer Genauigkeit angegeben werden als die einzelnen Ladungsradien selbst. Es bietet sich also an, unseren atomphysikalisch gemessenen Wert für den Strukturradius mit den entsprechenden Werten aus Beschleuniger-Experimenten zu vergleichen.

Seit längerem stehen sich widersprüchliche theoretisch berechnete, kernphysikalisch und atomphysikalisch gemessene Werte für den Strukturradius gegenüber [Buc96] [Won94],

³Der Strukturradius darf nicht mit dem Materieradius des Deuterons verwechselt werden, was bisweilen in der Literatur vorkommt. Die Definition des Materieradius kann z. B. in [Buc96] nachgesehen werden.

was zu einer verstärkten Aktivität auf diesem Gebiet geführt hat. Gerade als unsere Messung der Isotopieverschiebung abgeschlossen war, erschien eine aktuelle Arbeit von Dr. A. Buchmann [Buc96] in der ein neuer theoretischer Wert für den Ladungsradius des Deuterons von $r_d = 2.135(3) \text{ fm}$ angegeben wird. Dieser Wert ergibt sich aus einer ganzen Reihe verschiedener Ansätze, die bislang nicht berechnete kurzreichweitige Korrekturen von hadronischer und Quark-Gluon Natur einbeziehen. Die Fehlerabschätzung von 0.003 fm repräsentiert die maximale Streuung der Resultate die in den fünf verschiedenen Ansätzen erhalten werden und wurde uns persönlich von Dr. Buchmann mitgeteilt. Aus dieser theoretischen Arbeit kann auch ein theoretischer Wert für den Strukturradius des Deuterons abgeleitet werden. Dieser ist in der genannten Referenz nicht explizit angegeben und wurde uns von Dr. Buchmann ebenfalls persönlich mitgeteilt:

$$r_{struc} = 1.9735(30) \text{ fm} \quad (\text{Theorie}) [\text{Buc96}] [\text{Buc97}] . \quad (10.11)$$

Dieser Wert ist im Gegensatz zum soeben zitierten Ladungsradius des Deuterons nicht explizit vom Protonladungsradius abhängig. Über die Meson-Austausch- sowie die Spin-Bahn-Korrektur ergibt sich lediglich eine schwache Abhängigkeit von r_p , die vernachlässigt werden kann [Buc97]. Für einen aussagekräftigen Vergleich mit unserem Wert für den Strukturradius ist dies sehr wichtig. Auch in unseren Wert geht kein Literaturwert für r_p ein. In der jüngsten Vergangenheit wurden für den Protonladungsradius immer wieder sich zum Teil um einige Standardabweichungen unterscheidende experimentelle Werte angegeben. Die Übereinstimmung des theoretischen Wertes für den Strukturradius mit unserem Resultat ist sehr gut. Der von Buchmann berechnete Wert stimmt jedoch – ebenso wie unser Wert – nicht gut mit den an Beschleunigern gemessenen Werten überein. Die bislang nicht berechneten Korrekturen stellten sich als zu klein heraus, als daß damit die Abweichung zu den an Beschleunigern gemessenen Strukturradien erklärt werden könnte. Daher wird in [Buc96] ebenso wie in [Won94] die korrekte Auswertung der an Beschleunigern aufgezeichneten Daten angezweifelt. Sick und Trautmann haben kürzlich die "Welt Daten" der elastischen Elektron-Deutron-Streuung reanalysiert und dabei auch Zweiphotonenaustausch-Korrekturen berücksichtigt. Sie weisen in [Sic96] im wesentlichen nach, daß systematische Unsicherheiten in bisherigen Arbeiten teilweise nicht berücksichtigt wurden und zudem die Auswertung ebenen Wellen läßt eine Genauigkeit von nur etwa $(Z\alpha)$ also im knappen Prozentbereich zu. Mit einer genaueren Auswertung (zweite Born'sche Näherung) ergibt sich für den Strukturradius des Deuterons der Wert von $r_{struc} = 1.966(13) \text{ fm}$ [Sic96]. Dieser Wert ist nun sowohl mit der theoretischen Vorhersage als auch mit den Werten, die aus Messungen der Isotopieverschiebung erhalten werden konsistent, allerdings mit einer großen Unsicherheit behaftet. Unser vergleichsweise kleines Experiment übertrifft deutlich die Meßgenauigkeit der unverhältnismäßig aufwendigeren Beschleunigerexperimente. Es sei aber erwähnt, daß wir dabei auch auf die – allerdings sehr präzisen – Vorhersagen der QED und der Dirac-Theorie angewiesen sind.

In Abbildung 10.5 sind einige Werte für den Strukturradius des Deuterons aufgetragen. Während in der angesprochenen theoretischen Rechnung und aus Messungen der Isotopieverschiebung Werte um 1.975 fm erhalten wurden, so liefert die Auswertung von Streuexperimenten kleinere Werte für den Strukturradius des Deuterons. Der von Sick und Trautmann durch Reanalyse der verfügbaren Daten erhaltene Wert [Sic96] ist ebenfalls dargestellt. Die Auswahl der angegebenen Punkte erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und hält sich teilweise an Referenz [Buc96]. Es sei darauf hingewiesen, daß sich die Messung der Isotopieverschiebung Garching '93 [Sch93] um nur 2.6 kHz von der Messung Garching '97 unterscheidet, siehe Abbildung 10.4. Der in Abbildung 10.5 mit "Garching'93" gekennzeichnete Wert für den Strukturradius wurde analog zur hier dargestellten Auswertung nachträglich bestimmt und ist in [Sch93] nicht zu finden.

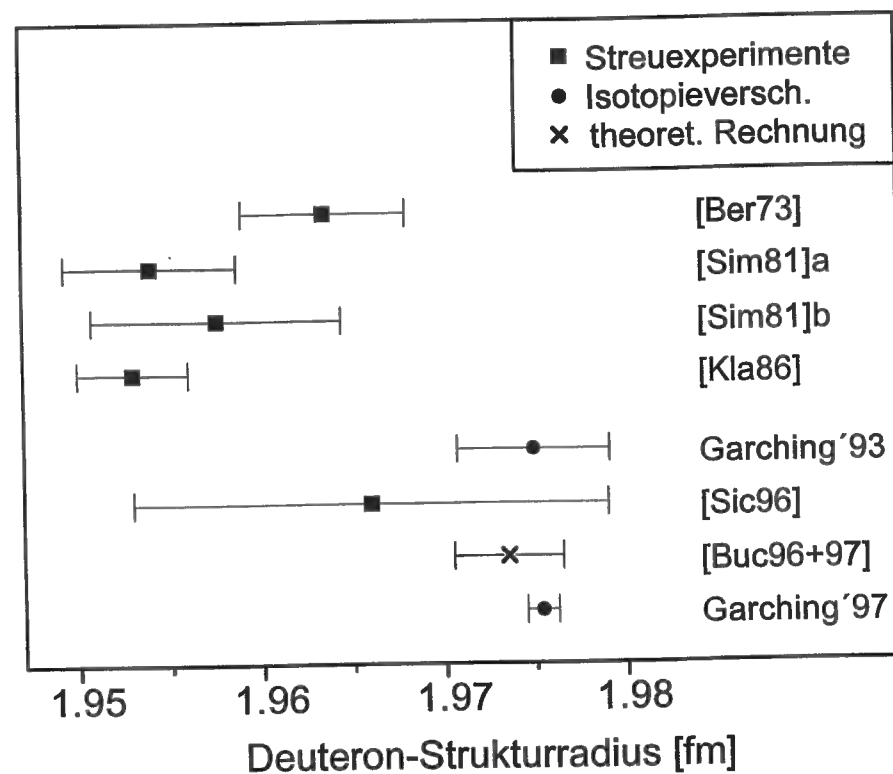


Abbildung 10.5: Diskrepanz in den Werten für den Strukturradius des Deuterons. Kernphysikalische Streuexperimente liefern signifikant niedrigere Werte als theoretische Berechnungen sowie atomphysikalische Experimente (Messung der Isotopieverschiebung).

Kapitel 11

Das Ramsey-Experiment

Im Rahmen dieser Arbeit ist es erstmals gelungen, das Ramsey-Prinzip zweier räumlich getrennter Anregungszonen auf den 1S-2S Zweiphotonen-Übergang in Wasserstoff anzuwenden. Damit ist eine der Voraussetzungen für die Realisierung eines Wasserstoff-Atominterferometers geschaffen.

11.1 Grundlagen der Ramsey-Spektroskopie

Die klassische Ramsey-Spektroskopie wurde von N. F. Ramsey um 1950 [Ram49] entwickelt. Er erhielt dafür 1989 den Nobelpreis der Physik. Die Methode wurde zunächst eingesetzt, um höhere spektrale Auflösung in der von I. I. Rabi entwickelten Methode zur Messung von Kernspins zu erzielen [Ram90]. Die Anwendung der Ramsey-Spektroskopie erlaubt die Verringerung der Durchflugsverbreiterung und soll hier gleich am Beispiel des 1S-2S Zweiphotonen-Überganges im Wasserstoff erläutert werden: Statt mit nur einer Wechselwirkungszone wird mit zwei räumlich getrennten Lichtfeldern im Abstand L gearbeitet, die in einer festen Phasenbeziehung zueinander stehen. Der Atomstrahl tritt durch beide Felder hindurch. Ein einzelnes Atom mit der Geschwindigkeit v wird in der ersten Wechselwirkungszone in eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände 1S und 2S versetzt. Im feldfreien Bereich zwischen den beiden Zonen kann sich die aufgeprägte Kohärenz ungestört entwickeln. Dies läßt sich anschaulich als ein Pulsieren zwischen den beiden kugelsymmetrischen Ladungswolken des 1S und 2S Zustandes bei der atomaren Eigenfrequenz verstehen. Nach einer Zeit $T=L/v$ passiert das Atom die zweite Wechselwirkungszone. Nun hängt es von der relativen Phasenlage zwischen atomarer Kohärenz und dem zweiten Lichtfeld ab, ob die atomare Kohärenz gedämpft oder zu einer Schwingung mit noch größerer Amplitude angeregt wird. Im Idealfall eines monochromatischen Atomstrahls erwartet man, gegen die Laserfrequenz aufgetragen, eine sinusförmige Abhängigkeit der Anregungswahrscheinlichkeit hinter der zweiten Wechselwirkungszone. Die Periode P dieser

Ramsey-Interferenzen im Frequenzraum ist $P=1/2T$ [Sal77]. Wie Eingangs erwähnt, wurde das Prinzip mit zwei räumlich getrennten Wechselwirkungszonen zunächst eingesetzt, um die Resonanzbedingung für das Umlappen von Kernspins zu untersuchen. Das Prinzip der Ramsey-Anregung findet jedoch auch in der Radiofrequenzspektroskopie häufige Anwendung. So basiert darauf z. B. die Anregung des Uhrenüberganges im Cäsiumatom sowie der Wasserstoffmaser [Ram90]. Der entscheidende Punkt dabei ist immer, daß die erreichbare Auflösung bezüglich der Durchflugsverbreiterung nur durch den zeitlichen Abstand T der Wechselwirkungszonen bestimmt ist, und nicht durch die Wechselwirkungszeit in einer einzelnen Zone limitiert ist. Damit kann die experimentell schwierige Realisierung sehr großer Wechselwirkungszonen, z. B. mit stark aufgeweiteten Laserstrahlen, umgangen werden. Zudem kann sich die atomare Kohärenz die ganze Zeit zwischen den beiden Zonen frei, im Sinne von ungestört, entwickeln. Dadurch lassen sich systematische Effekte verringern, die die Resonanz verschieben. Bei optischen Zweiphotonen-Übergängen ist ein solcher störender Effekt z. B. die dynamische Stärk-Verschiebung.

Die Übertragung des Ramsey-Prinzips auf atomare Übergänge im optischen wird dadurch erschwert, daß die Ausdehnung eines Atomstrahls in diesem Fall viel größer ist als die Wellenlänge. Dadurch wird für einen Einphotonen-Übergang die Phase der Lichtfelder ortsabhängig, und gemittelt über alle atomaren Trajektorien waschen sich die Ramsey-Interferenzen aus. Anders ist die Situation für Doppler-freie Zweiphotonen-Übergänge im optischen. Da die Phase in einer Stehwelle ortsunabhängig ist [Tee77], kann ebenfalls mit zwei räumlich getrennten Stehwellen gearbeitet werden, die eine feste Phasenbeziehung untereinander haben. Dieses Schema wurde erstmals in [Bak76] vorgeschlagen. Die Anwendung auf den 1S-2S Übergang in atomarem Wasserstoff wird bereits in [Sal77] vorgeschlagen. Die Anwendung des Ramsey-Prinzips auf Einphotonen-Übergänge im optischen erfordert hingegen mindestens 3 räumlich getrennte phasenkohärente Lichtfelder [Ber77]. In [Hel82] wird mit 4 Lichtfeldern gearbeitet. Es sei darauf hingewiesen, daß Ramsey-Interferenzen auch dann erhalten werden können, wenn mit phasenkohärenten Pulsen der Dauer τ im zeitlichen Abstand T gearbeitet wird. Dies ist unter dem Stichwort Ramsey-Spektroskopie in der Zeitdomäne bekannt. Von solchen Experimenten wird z. B. in [Tee77] und [Sal77] berichtet. Mit dieser gepulsten Technik können atomare Resonanzstrukturen der Breite $1/2T$ beobachtet werden, die viel schmalere sind als die spektrale Breite $1/\tau$ eines einzigen Pulses.

11.2 Experimentelle Ramsey-Anordnung

Im Experiment wird eine Stehwelle in einem gefalteten linearen Resonator an zwei Stellen vom Atomstrahl gekreuzt. Dadurch stehen die beiden Zonen, mit denen das Atom wechselwirkt, in einer festen Phasenbeziehung zueinander, da es sich um ein und dieselbe Stehwelle handelt. In Abbildung 11.1 ist der experimentelle Aufbau gezeigt: Es handelt sich dabei um dieselbe Atomstrahlapparatur die zur Anregung mit einem

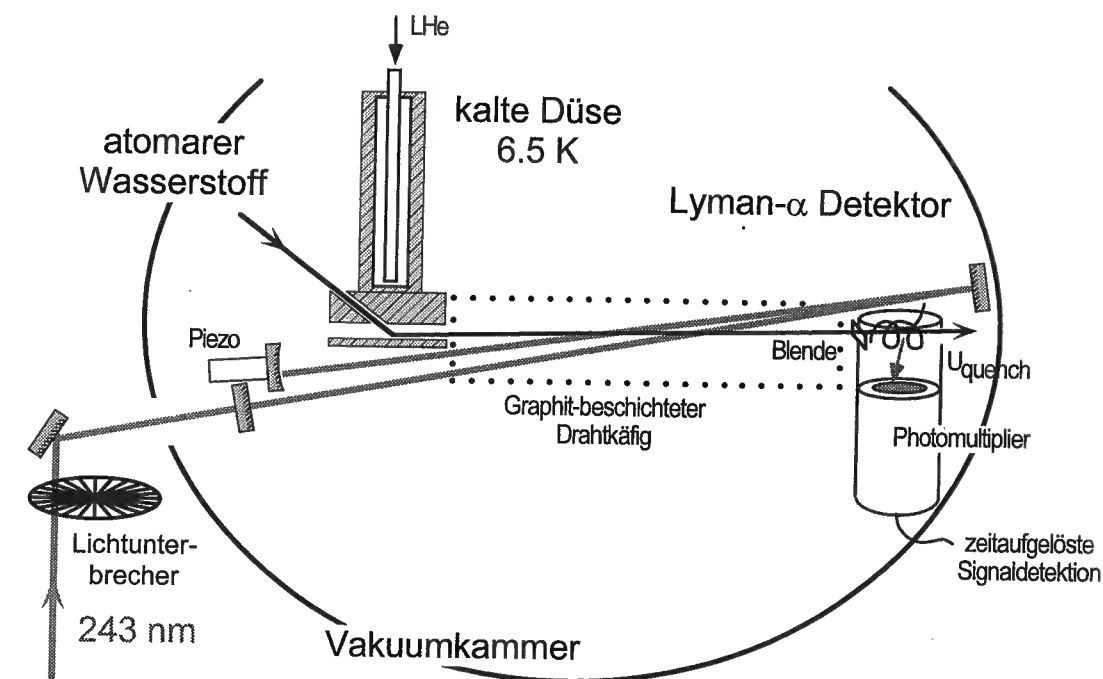


Abbildung 11.1: Ramsey-Anordnung zur Anregung des 1S-2S Zweiphotonen-Überganges in Wasserstoff. Der Atomstrahl schneidet an zwei Stellen die Stehwelle von UV-Licht bei 243 nm, die sich im gefalteten linearen Resonator ausbildet. Der Abstand zwischen den beiden Wechselwirkungszonen beträgt momentan etwa 12 mm.

linearen Resonator eingesetzt wird. Neben den zwei Spiegeln des linearen Resonators befindet sich ein Dreispiegel-Resonator, in den wahlweise von außen eingekoppelt werden kann. Es ist damit möglich, zunächst in linearer Anregung die 1S-2S Resonanzfrequenz zu suchen und dann nach einem kurzen Umbau ohne das Vakuum zu brechen auf die Ramsey-Anordnung umzubauen. Dies erweist sich als sehr hilfreich, da die Ramsey-Interferenzen mit viel kleineren Zählraten beobachtet werden und daher schwieriger zu finden sind. Die Geometrie des Resonators ist auf zwei Kriterien hin optimiert:

- Um eine große Anregungswahrscheinlichkeit durch lange Wechselwirkung in den einzelnen Zonen zu erhalten, schneiden die beiden Wechselwirkungszonen den Atomstrahl in einem möglichst flachen Winkel (5.5° und 6.5°). Der Abstand der Wechselwirkungszonen beträgt für die weiter unten gezeigten Spektren etwa 12 mm, läßt sich aber in Zukunft problemlos auf größere Werte einstellen.
- Der Strahldurchmesser der gefalteten Mode wurde möglichst groß gewählt. Sind die Durchmesser der Laserstrahlen zu klein, so tritt bei gegebenem Kollimati-

onswinkel des Atomstrahls ein wesentlicher Anteil der Atome nur durch eine der beiden Wechselwirkungszonen. So wird ein Signaluntergrund erzeugt, der keine Ramsey-Interferenzen zeigt. Der optimale Fall ist dann realisiert, wenn das Verhältnis von Durchmesser der Lichtstrahlen und Abstand der Wechselwirkungszonen dem Kollimationsverhältnis des Atomstrahls entspricht. Wird der Durchmesser der Laserstrahlen zu groß gewählt, so bleibt der Kontrast gleich, aber das Signal fällt proportional zum Inversen des Durchmessers der Lichtstrahlen ab, also nur vergleichsweise langsam. Es ist daher günstig, den Durchmesser der Lichtstrahlen eher groß zu wählen, da dann fast frei von Untergrund detektiert werden kann und so eine leichte Signalabnahme weniger stört als eine mögliche Reduktion des Kontrastes.

Die konsequente Optimierung beider Kriterien führte nach einigen vorangegangenen Versuchen schließlich zum Erfolg. Mit einer zuvor realisierten Variante des Ramsey-Resonators [Gei95], bestehend aus 4 Spiegeln (doppelt gefaltet) gelang es nicht, Ramsey-Interferenzen zu beobachten. Die beiden angeführten Kriterien waren nicht ausreichend erfüllt. Der in dieser Variante vorhandene Kreuzungspunkt der beiden Lichtfelder führte zudem dazu, daß ein relativ großer Anteil des beobachteten 2S Signals von Atomen stammte, die in diesem Kreuzungspunkt angeregt wurden und keine Interferenzen erzeugen konnten. Im gezeigten Ramsey-Resonator kommen wieder Spiegel der Firma Research Electro Optics (USA) zum Einsatz. Die Abstände der Spiegel betragen 209 mm zwischen Einkoppel- und Umlenkspiegel, sowie 192 mm im zweiten Arm. Die Spezifikationen lauten:

	Krümmungsradius	Reflektivität
Einkoppelspiegel :	-2000 mm	~ 98%
Umlenkspiegel :	$\infty(plan)$	~ 99.8%
Piezospiegel :	-2000 mm	~ 99.8%

Damit kann eine Finesse von etwa 75 erreicht werden. Bei einer Einkopplung von etwa 60% und einer eingekoppelten UV-Leistung von typisch 5 mW bildet sich eine Stehwelle von etwa 120 mW Leistung aus. Der halbe Strahldurchmesser w variiert im Resonator nur schwach zwischen 227 μm am Einkoppelspiegel, 215 μm am planen Umlenkspiegel und wieder 227 μm am Ort des Piezospiegels. Der Ramsey-Resonator wird ebenso wie der lineare Resonator nach dem Pound-Drever-Hall Seitenbandverfahren [Dre84] für die Wellenlänge des UV-Lichtes resonant gehalten. Hinter dem Umlenkspiegel befindet sich ein Photomultiplier, mit dem die Lichtleistung im Resonator überwacht werden kann. Vor dem 2S Detektor ist eine schlitzförmige Blende mit einer Breite von 5.5 mm und einer Höhe von 3 mm angebracht. Diese kann nach erfolgtem Umbau auf die Ramsey-Anordnung statt der kreisförmigen Blende mit Hilfe eines Piezomotors (Firma New Focus, USA) vor den Detektor gefahren werden. Damit können mehr Atome, die in der von den beiden Armen des Resonators aufgespannten Ebene durch beide Wechselwir-

kungszonen treten im Detektor nachgewiesen werden. Der Ramsey-Resonator ist viel empfindlicher als der lineare Resonator auf Dejustage, wie sie z. B. beim Abpumpen der Vakuumkammer auftreten kann. Daher ist der Piezospiegel einschließlich des Piezos auf einer x-y-Justagevorrichtung aufgebracht, die mittels Piezomotoren bei geschlossenem Vakuumtopf von außen nachjustiert werden kann.

Die Kurven in Abbildung 11.2 und 11.3 zeigen die Zeitentwicklung der Elemente der Dichtematrix, wie sie nach dem in Kapitel 6 vorgestellten Linienform-Modell berechnet werden. Beide Fälle zeigen die Lösung der Dichtematrixgleichungen für ein einzelnes Atom, das sich mit der Geschwindigkeit $v=32\text{ m/s}$ von der Düse durch die Mitte beider Wechselwirkungszonen zum 2S Detektor bewegt. Die Verstimmung des Lichtfeldes gegen die atomare Resonanzfrequenz beträgt hier +0.5 kHz im ersten Fall und - 2 kHz bei 121 nm im zweiten Fall.

Das gezeigte Verhalten läßt sich am besten im sogenannten Bloch-Vektor-Bild erklären [Mey89] :

Die drei dargestellten zeitlichen Kurven können als die Projektionen des Bloch-Vektors auf die Achsen des kartesischen Koordinatensystems, in dessen Ursprung das Zentrum der Bloch-Einheitskugel liegt, interpretiert werden. Der Bloch-Vektor zeigt vom Ursprung auf deren Oberfläche.

- ρ_{bb} : Projektion auf z-Achse, Besetzung im angeregten Zustand
- $Re\rho_{ab}$: Projektion auf x-Achse, Realteil der oszillierenden Kohärenz
- $Im\rho_{ab}$: Projektion auf y-Achse, Imaginärteil der oszillierenden Kohärenz

Durch die Wechselwirkung mit dem Lichtfeld wird der Bloch-Vektor von seiner ursprünglichen Orientierung entlang der negativen z-Achse (Atom im Grundzustand) ausgelenkt und präzediert zwischen und nach den beiden Wechselwirkungszonen in der Drehwellennäherung frei mit der Differenz von atomarer Eigenfrequenz und Laserfrequenz um die z-Achse (kohärente Überlagerung von Grund- und angeregtem Zustand). Die Besetzung im angeregten Zustand liegt im gezeigten Fall bei etwa 10^{-3} . Die antreibende Wirkung des Lichtfeldes ist also weit entfernt von der eines $\pi/2$ -Pulses. Bei einer Verstimmung des Lichtfeldes von + 0.5 kHz gegen die atomare Eigenfrequenz wird der Bloch-Vektor in der zweiten Zone zu einer Präzession mit einer größeren Amplitude angetrieben, während bei einer Verstimmung von -2 kHz die Präzession des Bloch-Vektors gedämpft wird. Die Besetzung im angeregten Zustand, aufgetragen gegen die Verstimmung, weist in diesem Fall die typischen Ramsey-Interferenzen, also eine sinusförmige Abhängigkeit von der Verstimmung auf. Diese gängige Interpretation der Ramsey-Interferenzen, die von N. F. Ramsey selbst stammt, argumentiert mit der relativen Phasenlage von Lichtfeld und Atom. Eine modernere Interpretation nach Bordé wird weiter unten gegeben.

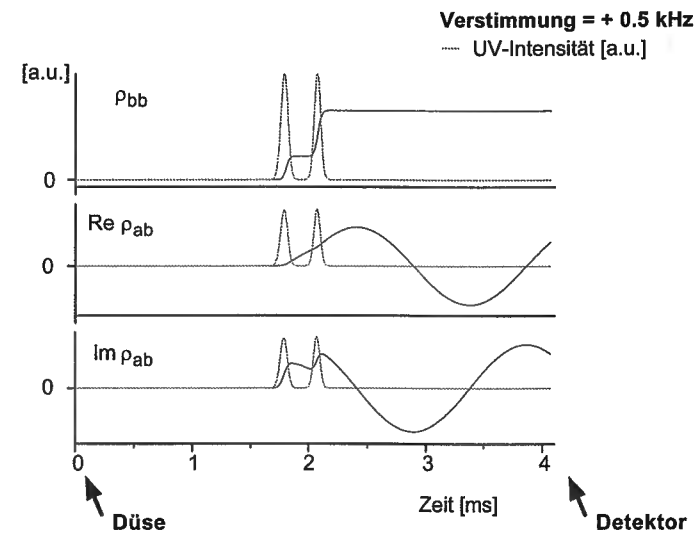


Abbildung 11.2: Berechnete Zeitentwicklung der Elemente der Dichtematrix für den Spezialfall eines Atoms der Geschwindigkeit $v=32$ m/s, das von der Düse aus startend genau mittig durch die beiden Wechselwirkungszone tritt. Die Besetzung des 2S Niveaus (ρ_{bb}) wird im Detektor abgefragt. Im dargestellten Fall mit der Laserverstimmung von + 0.5 kHz bei 121 nm haben Lichtfeld und atomare Kohärenz ρ_{ab} in der zweiten Wechselwirkungszone eine relative Phasenbeziehung zueinander, die eine weitere Anregung des Atoms erlaubt.

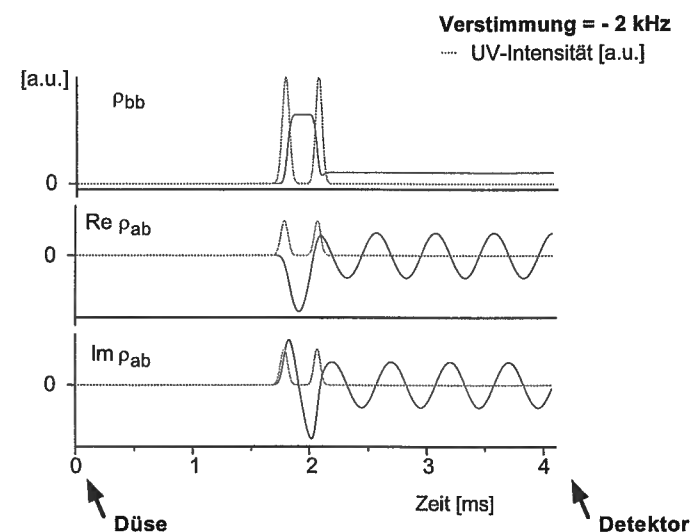


Abbildung 11.3: Gleicher Fall wie in Abbildung 11.2, jedoch mit einer Laserverstimmung von -2 kHz bei 121 nm. Die atomare Kohärenz ρ_{ab} wird in der zweiten Wechselwirkungszone wegen der "ungünstigen" relativen Phasenlage zum oszillierenden Lichtfeld gedämpft.

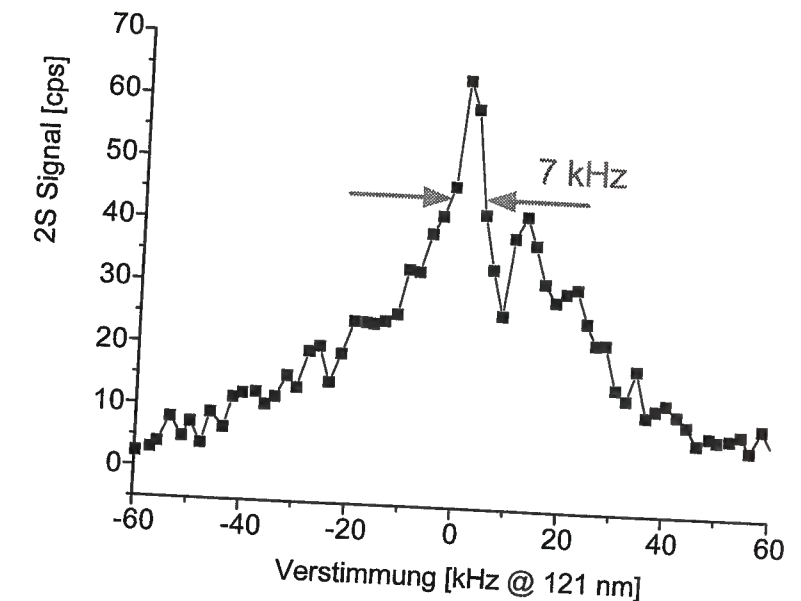


Abbildung 11.4: Experimentell beobachtetes Ramsey-Signal des 1S-2S Zweiphotonen-Überganges in Wasserstoff. Alle Geschwindigkeitsklassen des Atomstrahls tragen zum Signal bei.

11.3 Experimentelle Ramsey-Spektren

Im Experiment werden wegen der Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl keine sinusförmigen Interferenzen mit vielen Oszillationen erwartet. Zudem spielt in unserem Experiment der relativistische Doppler-Effekt eine wichtige Rolle. Der Einfluß dieser und weiterer Effekte soll anhand des Experimentes erläutert werden. In Abbildung 11.4 ist ein experimentell gemessenes 1S-2S Ramsey-Signal gezeigt, das bei einer Düsentemperatur von 7.5 K aufgezeichnet wurde. Die UV-Leistung im Resonator betrug nur etwa 30 mW. Um ein besseres Signal- zu Rausch-Verhältnis zu erzielen, wurde über jeweils etwa 6 benachbarte Punkte aus insgesamt 4 aufeinanderfolgenden Einzelspektren gemittelt, womit die reale Meßzeit pro Punkt 6 Sekunden beträgt. Zum Signal tragen alle Geschwindigkeitsklassen von Atomen bei, es wurde also ohne zeitverzögerten Signalnachweis aufgezeichnet. Als großer Vorteil erweist es sich der kleine Winkel zwischen Lichtfeld und Atomstrahl und die daraus resultierenden langen Wechselwirkungszeiten in den beiden Wechselwirkungszone. Die Einhüllende, auf der die Interferenzstruktur zu sehen ist, ist daher nur etwa 40 kHz bei 121 nm breit. Da wiederum die Einzelspektren wegen der Drift des Referenzresonators gegeneinander verzerrt sind muß die Drift in einem ersten Schritt der Auswertung korrigiert werden. Dazu kann die Mitte der Einhüllenden herangezogen werden, indem Lorentz-Profile an die Einzelspektren, aufgetragen gegen die AOM-Frequenz, angepaßt werden. Wie bereits in Kapitel 7 erklärt, kann so die Drift rekonstruiert und korrigiert werden. Das zentrale Maximum der

Interferenzstruktur in der Mitte des Spektrums ist mit etwa 7 kHz bei 121 nm etwas breiter als entsprechende Spektren wie sie ebenfalls ohne zeitverzögerten Nachweis in linearer Anregung beobachtet werden. Dies ist nicht überraschend, da der Abstand der Wechselwirkungszonen mit nur etwa 12 mm in der gleichen Größenordnung liegt wie die mittlere Wechselwirkungslänge in linearer Anregungsgeometrie.

In Zukunft kann versucht werden, den Abstand der Wechselwirkungszonen zu vergrößern. Dann sollte die Breite der Interferenzstreifen abnehmen, allerdings wird dann die Zählrate von momentan nur etwa 50 pro Sekunde noch kleiner ausfallen. Es sei darauf hingewiesen, daß sich die Breite der Einhüllenden und die Periode der Interferenzstruktur etwa wie 3:1 verhalten. Dieses Verhältnis steht in Einklang mit dem etwa selben Verhältnis von Abstand L der Wechselwirkungszonen zu ihrer Länge l . Die reale Meßzeit für das gezeigte Ramsey-Spektrum liegt bei nur etwa 6 Minuten, zuzüglich weiterer 6 Minuten, in denen wegen der sich einschaltenden Kryo-Pumpe nicht gemessen werden kann. Das ohnehin schon sehr gute Signal- zu Rausch-Verhältnis ist gegenwärtig nur durch mechanische Störungen limitiert, auf die der Ramsey-Resonator sehr empfindlich reagiert und deshalb nur etwa die Hälfte der Zeit von der Regelelektronik resonant für das UV-Licht gehalten werden kann. B. Gross hat bereits damit begonnen, den Aufbau stabiler zu gestalten. Sollte dies gelingen, dann wird es in Zukunft möglich sein, bei einmaligem Durchstimmen der Laserfrequenz über die atomare Resonanz ein Signal- zu Rausch-Verhältnis zu erzielen, welches besser ist als in dem gezeigten Spektrum, zu dem 4 Einzelspektren beitragen.

Das gezeigte Spektrum weist deutliche Interferenzen nur in 0.-ter Ordnung auf: bei keiner Verstimmung des Lasers gegen die atomare Resonanzfrequenz tragen im Idealfall alle Atome zum Signal maximal bei. Dann schwingt das Laserfeld im Gleichtakt mit der atomaren Kohärenz und unabhängig von der Zeit, die ein Atom braucht, um von der ersten in die zweite Zone zu gelangen, stimmen beide Phasen in der zweiten Zone überein, wodurch eine weitere Anregung für alle Atome möglich wird.

Die Lage der zentralen Spitze wird jedoch durch den relativistischen Doppler-Effekt verschoben und liegt nicht mehr bei der ungestörten atomaren Resonanzfrequenz. Zudem wird die Interferenz-Struktur asymmetrisch. Darauf wird bereits in [Lee79] hingewiesen. Der entscheidende Punkt ist, daß die Periode der sinusförmig von der Laserverstimmung abhängigen Signale der einzelnen Geschwindigkeitsklassen von der Zeit $T=L/v$ abhängt, die ein Atom mit der Geschwindigkeit v benötigt, um die Strecke L zwischen den beiden Zonen zurückzulegen. Daneben muß der relativistische Doppler-Effekt berücksichtigt werden, der die einzelnen Beiträge rotverschiebt. Während sich dies auf der roten Seite des Spektrums zu dem Effekt der mit v wachsenden Interferenzperiode addiert, kompensiert dieser Effekt auf der blauen Seite des Spektrums zum Teil das "Hinausschieben" der Kuppen der Sinuskurven. Dadurch bleibt nach Mittelung über alle Geschwindigkeitsklassen nur die charakteristische Interferenzstruktur 0-ter Ordnung übrig, mit einem tiefen Einschnitt nahe der Verstimmung Null auf der blauen Seite des Spektrums.

Wie in linearer Anregung, so wird auch in Ramsey-Anordnung das Signal mit Hilfe des Vielkanalzählers mit zeitverzögertem Signalnachweis aufgezeichnet. Die Schaltfrequenz

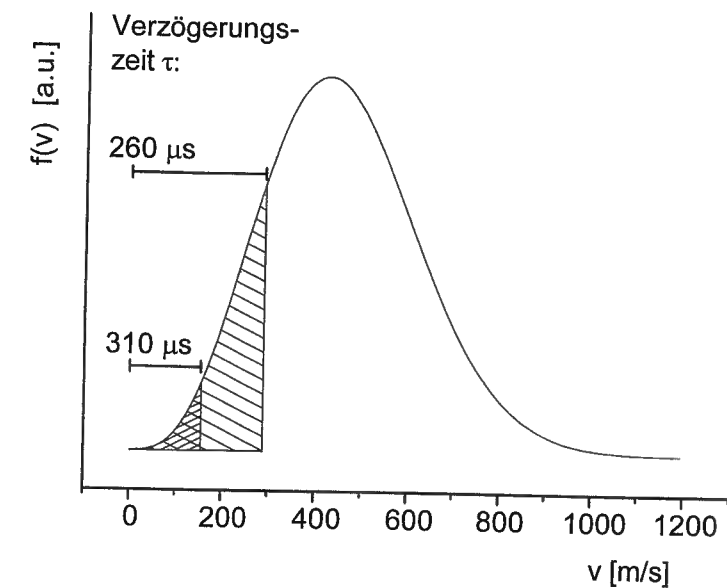


Abbildung 11.5: Geschwindigkeitsverteilung $f(v)$ des Flusses bei einer Temperatur von 7.5 K. Durch Abziehen der Signale mit Verzögerungszeiten $\tau=310 \mu\text{s}$ und $\tau=260 \mu\text{s}$ kann das Signal der Atome mit Geschwindigkeiten im Intervall $160 \text{ m/s} < v < 290 \text{ m/s}$ erhalten werden.

des Lichtunterbrechers ist dabei typischerweise auf 465 Hz eingestellt. Das Spektrum in Abbildung 11.4 stellt das nicht zeitverzögerte Signal dar, zu dem alle Geschwindigkeitsklassen beitragen. Aus den simultan aufgezeichneten Signalen mit verschiedenen Verzögerungszeiten kann das Signal der Atome eines relativ schmalen Geschwindigkeitsintervalles herausgearbeitet werden. Dazu werden z. B. die Signale mit den Verzögerungszeiten von $260 \mu\text{s}$ und $310 \mu\text{s}$ voneinander abgezogen¹. Damit erhält man im vorliegenden Fall das Signal der Atome mit Geschwindigkeiten von $160 \text{ m/s} < v < 290 \text{ m/s}$. Zur Berechnung der maximalen Geschwindigkeiten $v_{\text{max}}=d/\tau$, die für eine bestimmte Verzögerungszeit τ noch zum Signal beitragen kann, sei folgendes angemerkt: Im Falle der linearen Anregung ist für d der Abstand von Düse zu Detektor einzusetzen, während in Ramsey-Anordnung der Abstand der ersten Wechselwirkungszone zum 2S Detektor einzusetzen ist. Entscheidend ist stets, an welcher Stelle ein Atom das erste mal mit dem Lichtfeld wechselwirken kann. Wegen des flachen Winkels unter dem der Atomstrahl die Wechselwirkungszonen schneidet und der Ausdehnung der Blende vor dem Detektor in x-Richtung kann d Werte zwischen 75 und 50 mm annehmen. Durch diesen Effekt wird das Geschwindigkeitsintervall breiter, welches durch Differenzbildung der Signale zweier Verzögerungszeiten ausgewählt wird. In Abbildung 11.5 ist veranschaulicht, weshalb nach dem Abziehen der Signale voneinander nur noch der Beitrag einer 130 m/s breiten Geschwindigkeitsklasse von Atomen übrigbleibt.

¹Die Wahl der Verzögerungszeiten $310 \mu\text{s}$ und $260 \mu\text{s}$ liefert das eindrucksvollste Ergebnis, ist sonst jedoch willkürlich.

In Abbildung 11.6 ist die so erhaltene Differenz der Signale mit den Verzögerungszeiten von $260 \mu\text{s}$ und $310 \mu\text{s}$ dargestellt. Gemäß der vorangegangenen Diskussion wird dafür eine schärfere Interferenzstruktur erwartet. Tatsächlich sind hier die Interferenzen erster Ordnung sichtbar, sogar die Interferenzen zweiter Ordnung deuten sich an, obwohl das Signal nur noch aus wenigen Zähl-Ereignissen aufgebaut ist. Die Asymmetrie des Interferenzmusters ist geringer als in dem Fall, in dem alle Geschwindigkeitsklassen zum Signal beitragen.

Die Periode des Interferenzmusters von etwa 10 kHz bei 121 nm ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem erwarteten Wert von $P=1/2T \simeq 9.4 \text{ kHz}$ mit der Zeit $T=L/v_m$ für einen Abstand der Zonen von $L=12 \text{ mm}$ und der mittleren Geschwindigkeit $v_m=225 \text{ m/s}$ im ausgewählten Intervall.

11.4 Vergleich mit dem Linienform-Modell

Die Berechnung der theoretisch erwarteten Linienform hat sich als unerwartet schwierig herausgestellt. Wegen des Wegfalls der in linearer Anregungsgeometrie vorhandenen Zylindergeometrie, muß für die räumliche Mittelung eine zusätzliche Integration durchgeführt werden. Der gesamte Rechenaufwand bei gleicher Wahl der konvergenzrelevanten Parameter im Linienformprogramm wie im Falle der Anregung in linearer Geometrie wird daher mindestens ein halbes Jahr betragen. Diese Rechenzeit stand bis zum Abschluß dieser Arbeit nicht mehr zur Verfügung. Daher wurde versucht, mit stark reduzierter Anzahl an Stützstellen in der räumlichen Integration zu rechnen. In Abbildung 11.7 ist das Ergebnis für das differentielle Signal gezeigt, das nach Abziehen der Signale mit Verzögerungszeiten von $310 \mu\text{s}$ und $260 \mu\text{s}$ erhalten wird. Hier wurde der selbe Satz von 7 freien Parametern wie für die Spektren in linearer Anregung verwendet. Die Parameter, welche die Geschwindigkeitsverteilung beschreiben, wurden auf typische Werte eingestellt, wie sie für lineare Anregungsgeometrie bei entsprechender Temperatur ermittelt wurden. In Anhang C sind die Werte der Parameter explizit angegeben. Qualitativ wird das experimentelle Spektrum in Abbildung 11.6 recht gut bezüglich des Kontrastes und der Periode der Ramsey-Interferenzen beschrieben. Das entsprechend berechnete Signal für unverzögerten Signalnachweis, zu dem alle Geschwindigkeitsklassen von Atomen beitragen weicht jedoch stark von der experimentell beobachteten Linienform ab und soll hier nicht gezeigt werden, da momentan noch nicht geklärt ist, ob dies an mangelnder Konvergenz der durchgeführten Rechnung liegt. Wichtig in diesem Zusammenhang ist, daß nur für volle räumliche Integration auch über die Fläche der Düse Interferenzen in den berechneten Signalen erscheinen, deren Kontrast mit den experimentell beobachteten vergleichbar ist. Wird nur über den Rand der Düse integriert, so gibt es nur vergleichsweise wenige atomare Trajektorien, die voll durch beide Wechselwirkungszonen treten und der Kontrast fällt entsprechend schwach aus.

11.4. VERGLEICH MIT DEM LINIENFORM-MODELL

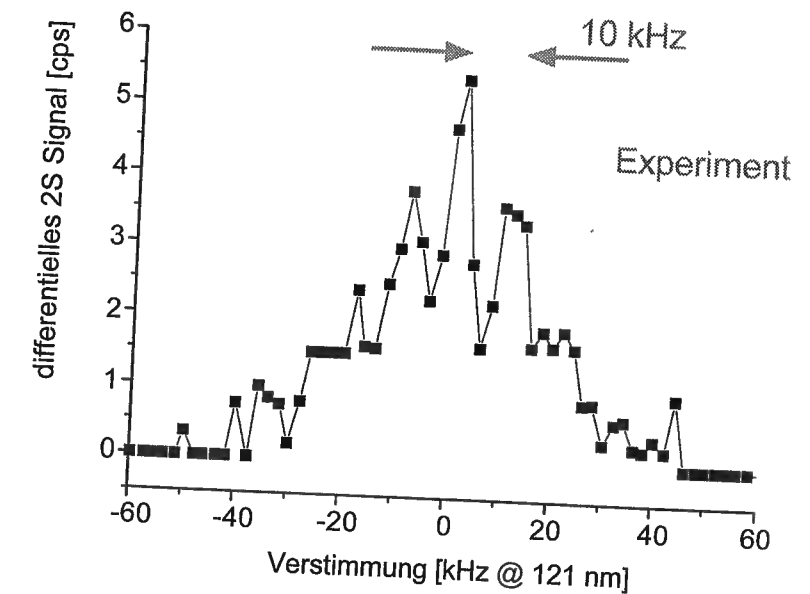


Abbildung 11.6: Experimentell beobachtetes Ramsey-Signal des $1S$ - $2S$ Zweiphotonen-Überganges in Wasserstoff. Für die Geschwindigkeit v der beitragenden Atome gilt: $160 \text{ m/s} < v < 290 \text{ m/s}$.

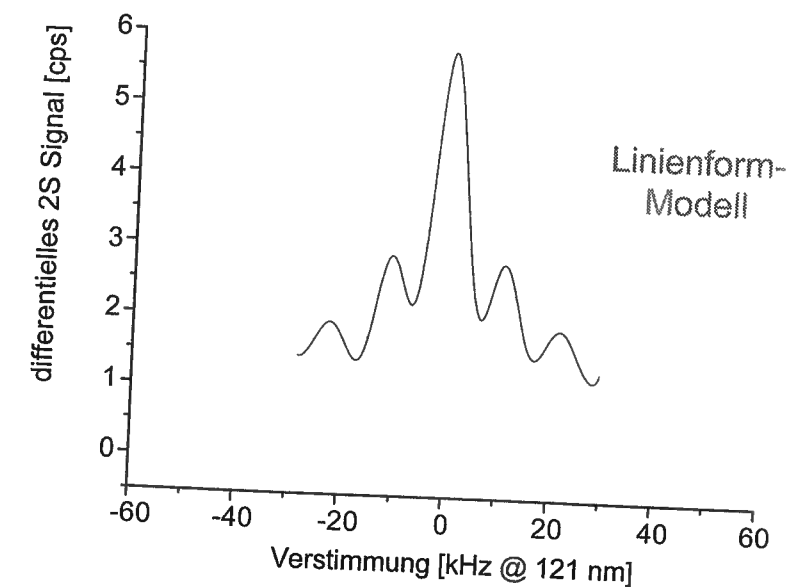


Abbildung 11.7: Berechnete Differenz der Signale mit Verzögerungszeiten $\tau=260 \mu\text{s}$ und $310 \mu\text{s}$, welche in Ramsey-Anordnung erwartet wird. Es können nur Atome der Geschwindigkeiten v mit $160 \text{ m/s} < v < 290 \text{ m/s}$ zum Signal beitragen.

Es zeigte sich, daß die experimentelle Linienform vergleichsweise empfindlich von der Justage der Anregungsgeometrie abhängt. Je nach horizontaler Position der verschiebbaren Düse wurden recht verschiedene Linienformen beobachtet. Die in Abbildung 11.4 gezeigte Linienform ist im Vergleich stark asymmetrisch und weist ein deutliches Interferenzmuster auf. Es werden weitere Experimente nötig sein, um die Linienform eingehend zu untersuchen. Momentan scheint es wegen des hohen Rechenaufwandes angebracht, die Rechnungen erst dann wieder aufzunehmen, wenn die endgültige Resonatorgeometrie feststeht, mit der in Zukunft das Atominterferometer aufgebaut wird. Der Einsatz des Lichtunterbrechers hat im Falle der Anregung in Ramsey-Anordnung einen großen Einfluß auf die experimentell beobachtete Linienform: Wird mit X_{Z1-Z2} die Strecke zwischen den beiden Wechselwirkungszonen und mit $X_{Z2-Detektor}$ die Strecke zwischen der zweiten Zone und dem Detektor bezeichnet, so wirkt sich eine horizontale Verschiebung der Düse stark auf das Verhältnis $V = X_{Z2-Detektor} / X_{Z1-Z2}$ aus. Wird das UV-Licht durch den Lichtunterbrecher abgeschaltet, während sich ein Atom zwischen den beiden Zonen befindet, dann kann dieses Atom nur zur Einhüllenden, nicht aber zu den Interferenzen beitragen. Ein Abschalten nach der zweiten Wechselwirkungszone stört das Interferenzmuster dagegen nicht. Für große Werte von V ergeben sich Interferenzen mit einem größeren Kontrast als für kleine Werte von V . Dieses Verhalten wurde experimentell beobachtet.

Die Motivation, weshalb die Anregung des 1S-2S Überganges in Ramsey-Anordnung aufgebaut wurde, ist die Realisierung eines Atominterferometers, auf das weiter unten näher eingegangen wird. Es ist momentan noch nicht möglich, die Präzision, welche in linearer Anregung erzielt werden kann, in Ramsey-Anordnung zu erreichen oder zu übertreffen. Es ist zudem nicht trivial, aus den experimentellen Ramsey-Spektren die ungestörte atomare Eigenfrequenz zu ermitteln. Es scheint daher zunächst noch nicht sinnvoll, Präzisionsexperimente wie die Messung der Absolutfrequenz des Überganges in Ramsey-Anordnung durchzuführen. Die systematischen Effekte lassen sich in linearer Anregung zur Zeit noch wesentlich besser kontrollieren. Siehe dazu auch Kapitel 7. Unseren Wissens nach stellen die beobachteten Spektren dennoch die am besten aufgelösten optischen Zweiphotonen-Ramsey-Interferenzen dar. In [Bea86b] wird vorgeschlagen, eine Fontäne Laser-gekühlter Wasserstoffatome mit einer Stehwelle bei 243 nm wechselwirken zu lassen. Nach zweimaliger Wechselwirkung mit dem Lichtfeld werden Linienbreiten in der Größenordnung der natürlichen Linienbreite von 1.3 Hz vorhergesagt. Dieser Vorschlag basiert ebenfalls auf dem Ramsey-Prinzip, ist jedoch experimentell erst durchführbar, wenn es effiziente Quellen für ultrakalte Wasserstoffatome gibt.

Eine interessante Variante der Ramsey-Anregung werden wir demnächst im Labor durchführen: Ohne großen experimentellen Aufwand kann mit einem UV-tauglichen AOM statt des mechanischen Lichtunterbrechers die UV-Leistung schnell ein und aus

geschaltet werden. Für Schaltfrequenzen von einigen kHz werden dann Wasserstoffatome mit Geschwindigkeiten um 100 m/s mehrere Male kurz mit dem Lichtfeld wechselwirken. Dies wird ein Ramsey-Experiment in der Zeitdomäne sein. Der Vorteil liegt darin, daß so die Periode der erwarteten Interferenzstruktur für alle Geschwindigkeitsklassen gleich ist. Es wird für die Interferenz nullter Ordnung eine scharfe Spektrallinie erwartet. Das UV-taugliche AOM wurde bereits bestellt. In [Hae77] wird darauf aufmerksam gemacht, daß mit mehreren aufeinanderfolgenden Wechselwirkungen bei gleicher Periode schärfere Ramsey-Strukturen im Spektrum beobachtet werden können, genauso wie das Beugungsmuster vieler Spalte bei gleicher Periode schärfere Interferenzen erzeugt als nur zwei Spalte allein. Es liegt ein Meßalgorithmus nahe, bei dem sich durch zusätzlichen Einsatz des mechanischen Lichtunterbrechers völlige Dunkelzeiten mit Frequenzen im Bereich von wenigen hundert Hertz abwechseln mit den schnellen Sequenzen von Rechteck-Pulsen. Dann kann wieder mit zeitaufgelöster Signaldetektion und großen Verzögerungszeiten gearbeitet werden.

11.5 Das zukünftige Wasserstoff-Atominterferometer

In nächster Zukunft soll, basierend auf dem vorgestellten Ramsey-Experiment, ein Wasserstoff-Atominterferometer realisiert werden. In diesem Zusammenhang sei eine von Bordé gegebene modernere Interpretation angesprochen, nach der die an zwei räumlich getrennten Wechselwirkungszonen beobachteten Ramsey-Interferenzen als Interferenz, hervorgerufen durch die externen Freiheitsgrade zweier Materiewellenpakete, gedeutet werden [Bor97]. Ist der Laser gegen die atomare Eigenfrequenz z. B. rotverstimmt, dann wird die Energiebilanz beim Übergang durch Anteile ausgeglichen, die nur aus der kinetischen Energie des Atoms stammen. Mit dieser zusätzlichen kinetischen Energie ist eine Impulsänderung des Atoms verbunden. Man beachte, daß bei Wechselwirkungszonen endlicher Größe stets eine gewisse Impulsunschärfe im Wellenvektor des anregenden Laserfeldes besteht. Durch diesen zusätzlichen Impuls wird die im angeregten Zustand befindliche Partialwelle des Atoms von der im Grundzustand verbliebenen im Impulsraum getrennt. In der zweiten Wechselwirkungszone wird eine weitere Partialwelle im angeregten Zustand erzeugt, die mit der "hinterherlaufenden" Welle aus der ersten Wechselwirkungszone je nach Laserverstimmung konstruktiv oder destruktiv interferiert. Diese Interpretation steht im Widerspruch zu der oben erläuterten gängigen Erklärung, die von N. F. Ramsey selbst stammt. In letzterer gehen die äußeren Freiheitsgrade des Atoms nicht ein, wogegen nach der neueren die Interferenzen gerade durch diese verursacht werden.

In dieser Interpretation nach Bordé läßt sich das geplante Atominterferometer am besten erklären. Zwischen den beiden Wechselwirkungszonen sollen intensive Lichtpulse eingestrahlt werden, die den 2S-20P Einphotonen-Übergang treiben können. Durch stimulierte Absorption und Emission kann mit zwei aufeinanderfolgenden π -Pulsen pro Pulspaar ein Impuls von $2\hbar k$ auf das Atom übertragen werden. Die Pulse werden in sich zurückreflektiert. Die Richtung der Pulse wird zunächst so gewählt, daß der im 2S Zustand befindliche Teil mit den Pulsen aus der dem Atom gegenläufigen Richtung wechselwirkt und so abgebremst wird. Darauf wird die Richtung so eingestellt, daß das Atom wieder beschleunigt wird und zeitgleich mit dem im Grundzustand verbliebenen Anteil in der zweiten Zone eintrifft. Dieser Anteil wirkt als Phasenreferenz, und die erwarteten Ramsey-Interferenzen sind wegen der zusätzlichen Phase, die der Anteil im 2S Zustand aufgesammelt hat, verschoben. Die Verschiebung steigt quadratisch mit der Anzahl n der eingestrahlten Paare von π -Pulsen an und erlaubt eine Messung der Rückstoßenergie, aus der wiederum der Quotient von h und der Masse des Wasserstoffatoms M_H bestimmt werden kann. Der Quotient h/M_H ist eine wichtige Größe in quantenmechanischen Rechnungen, da die atomare Masse stets in diesem Quotienten in fundamentale Bewegungsgleichungen eingeht. Darüber hinaus kann unter Hinzunahme des sehr genau bekannten Massenverhältnisses M_H/m_e und der Rydberg-Konstante die Feinstrukturkonstante α bestimmt werden:

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c} \cdot \frac{M_H}{m_e} \cdot \frac{h}{M_H} \quad (11.1)$$

In der Messung der Rückstoßenergie wird eine relative Genauigkeit von etwa 10^{-9} angestrebt. An der Erzeugung der Lichtpulse arbeitet T. Heupel in unserem Labor. Die Phasenkohärenz aufeinanderfolgender Pulse wurde bereits demonstriert. Erste Versuche, die Interferenzstruktur durch Einstrahlung der zusätzlichen Pulse zu verschieben, sind für die nächste Zukunft geplant.

Kapitel 12

Ausblick

Der in dieser Arbeit berichtete Stand der Experimente stellt lediglich eine Momentaufnahme in einer jahrelangen Entwicklung dar. Die bei der Auflösung des 1S-2S Überganges in Wasserstoff erreichte Genauigkeit steigt weiterhin exponentiell mit der Zeit an. Das Potential, welches dieser extrem schmale Übergang bietet, ist bei weitem noch nicht ausgeschöpft und wird noch für viele Jahre ein interessantes Betätigungsfeld darstellen:

Es sollte relativ leicht möglich sein, mit der bestehenden Apparatur die Linienbreite des 1S-2S Überganges in Wasserstoff noch deutlich unter den momentan erreichten Wert von 1 kHz bei 243 nm zu drücken. Dazu ist unter anderem geplant, demnächst ein Ramsey-Experiment in der Zeitdomäne durchzuführen.

Ein wesentliches Ergebnis dieser Arbeit ist die genaue Analyse der systematischen Effekte. So kann eine Absolutfrequenzmessung des 1S-2S Überganges mit einer etwa um den Faktor 20 kleineren relativen Unsicherheit von etwa $1.5 \cdot 10^{-14}$ durchgeführt werden, sobald ein entsprechend genau reproduzierbarer Frequenzstandard verfügbar ist. Prof. S. N. Bagayev (Institut für Laserforschung in Novosibirsk, Rußland) hat die Bereitstellung eines neu entwickelten Methan-stabilisierten Helium-Neon-Lasers in nächster Zukunft in Aussicht gestellt [Bag97]. Die in dieser Arbeit vorgestellte Messung kann dann einfach wiederholt werden. Für die Auswertung muß dann konsequent das vorgestellte Linienform-Modell an die gemessenen Spektren angepaßt werden. Auch die Isotopieverschiebung kann dann noch genauer vermessen werden, wobei allerdings die Genauigkeit, mit der der Strukturradius des Deuterons angegeben werden kann, schon jetzt bei weitem durch die Theorie limitiert ist.

In den nächsten Jahren soll im Rahmen der Arbeit von J. Reichert die Garching Frequenzkette in eine Konfiguration umgebaut werden, die eine direkte phasenkohärente

Anbindung des 1S-2S Spektrometers an die Cäsiumatomuhr erlauben wird. Grundlegende Idee ist hier die Messung der Frequenzlücke zwischen der Frequenz f eines Lasers und seiner zweiten Harmonischen $2f$, was gerade eine Messung der Frequenz f selbst darstellt. Dabei sollen wieder die erfolgreich erprobten kaskadierten optischen Teilerstufen auf der Basis leicht handhabbarer Diodenlaser eingesetzt werden, sowie ein optischer Frequenzkamm-Generator. Durch sukzessives phasenkohärentes Teilen der Frequenzlücke zwischen f und $2f$ kann am Ende ein niederfrequentes Schwebungssignal direkt mit der Cäsiumatomuhr verglichen werden. Liegt nun z. B. die Frequenz $2f$ bei der Frequenz des Farbstofflasers, welcher den 1S-2S Übergang in Wasserstoff treibt, so können beide aufeinander phasenstabilisiert werden und damit die Absolutfrequenz des Überganges direkt gegen die Atomuhr vermessen werden. Gegenüber dem jetzigen Aufbau entfällt dann der Zwischenschritt über einen geeichten optischen Frequenzstandard.

Die in dieser Arbeit mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis beobachteten Ramsey-Interferenzen stellen einen wichtigen Schritt in der Realisierung eines Atominterferometers mit atomarem Wasserstoff dar, siehe Kapitel 11. Erste Experimente zu einem solchen Atominterferometer stehen kurz bevor.

Zusammen mit D. Leibfried wurde über einen längeren Zeitraum hinweg ein Experiment zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung vorbereitet. Der Stand des Experimentes ist in [Lei95] festgehalten. Dabei wird in einem doppeltresonanten Resonator an dem kalten Wasserstoff Atomstrahl nach Anregung in den 2S Zustand der 2S-4S Zweiphotonen-Übergang durch eine zweite, überlagerte Stehwelle bei 972 nm angeregt. Durch direkten Frequenzvergleich kann in diesem Experiment die Kombination $L_{hyp} = \frac{1}{4}L_{1S} - \frac{5}{4}L_{2S} + L_{4S}$ der Lamb-Verschiebungen der beteiligten Niveaus gemessen werden, für die sich der Name 'hyper-Lamb-Verschiebung' durchgesetzt hat. Leider versagten kurz vor einer Messung die verwendeten doppeltresonanten Spiegel. Mittlerweile ist eine neue Lieferung von Spiegeln eingetroffen. Die Spiegel haben sich bereits als UV-tauglich unter Vakuumbedingungen herausgestellt. B. Gross hat kürzlich damit begonnen dieses Experiment wieder aufzunehmen. Wir hoffen, demnächst einen neuen gemessenen Wert für die 1S Lamb-Verschiebung angeben zu können. Die erwartete Unsicherheit für diesen Wert wird bei etwa 20 kHz liegen. Dieses Resultat wäre dann aus einer einzigen Messung gewonnen im Gegensatz zu dem in dieser Arbeit vorgestellten Wert für die 1S Lamb-Verschiebung, in den Messungen verschiedener Gruppen eingehen. Ein direkter Vergleich der gemessenen hyper-Lamb-Verschiebung mit dem entsprechenden Theoriewert würde einen QED-Test darstellen, dessen Präzision bei etwa 10^{-6} liegt.

Eine neue Generation von Experimenten am 1S-2S Übergang wird auf der Spektroskopie von Laser-gekühltem atomarem Wasserstoff basieren. In unserer Gruppe haben

J. Walz und K. Eikema kürzlich damit begonnen, an der Entwicklung einer kontinuierlichen Quelle für L_{α} -Strahlung zu arbeiten. Damit sollte Strahlungsdruck-Kühlen auf dem 1S-2P Einphotonen-Übergang die Erzeugung von sehr kalten Wasserstoffatomen für die Spektroskopie ermöglichen.

Eine längerfristige Perspektive, den Wasserstoff 1S-2S Übergang genau zu vermessen, liegt in einer Übertragung der dabei gewonnenen Erfahrung auf die Spektroskopie von Antiwasserstoff. In unserer Gruppe arbeitet J. Walz an der Erzeugung von Antiwasserstoff [Wal96]. Wenn es gelungen ist, Antiwasserstoffatome in ausreichender Anzahl zu erzeugen und zu speichern, so können durch spektroskopische Experimente sehr interessante Fragestellungen geklärt werden. Beispielsweise könnte dann ein präziser Vergleich der Resonanzfrequenzen in Wasserstoff und Antiwasserstoff durchgeführt werden.

Eine über Jahre hinweg wiederholte Messung der Rydberg-Konstanten könnte dazu verwendet werden, eine obere Grenze für die zeitliche Veränderung von Naturkonstanten anzugeben.

Anhang A

Bei Phys. Rev. Letters eingereichte Artikel

In diesem Anhang sind mit Genehmigung des Verlages die im Rahmen dieser Arbeit bei *Physical Review Letters* eingereichten Artikel wiedergegeben:

- Referenz [Hub98]:

Hydrogen-Deuterium 1S-2S Isotope Shift and the Structure of the Deuteron,
A. Huber, Th. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi, K. Pachucki, M. Weitz
und T. W. Hänsch,
Phys. Rev. Lett., zur Veröffentlichung akzeptiert, erscheint voraussichtlich An-
fang 1998.

- Referenz [Ude97c]:

*Phase-Coherent Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency with
an Optical Frequency Interval Divider Chain*,
Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz und
T. W. Hänsch,
Phys. Rev. Lett. **79**, 2646 (1997).

Hydrogen-Deuterium 1S-2S Isotope Shift and the Structure of the Deuteron

A. Huber, Th. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi*, K. Pachucki**, M. Weitz, and T. W. Hänsch
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Hans-Kopfermann-Str.1, 85748 Garching, Germany
 (October 27, 1997)

We have determined the hydrogen-deuterium isotope shift of the 1S-2S two-photon resonance with a 150 fold increase in accuracy compared to previous measurements. Our experimental result of $670\,994\,334.64(15)$ kHz has been obtained with an optical frequency comb generator and a CH_4 -stabilized He-Ne reference laser which provides the frequency stability of our spectrometer while switching between the isotopes. From this measurement we derive values for the difference of the mean square charge radii of the proton and deuteron $r_d^2 - r_p^2 = 3.8212(15) \text{ fm}^2$, and for the deuteron structure radius $r_{str} = 1.97535(85) \text{ fm}$.

PACS 31.30.Jv, 06.20.Jr, 21.10.Ft, 32.30.Jc

The deuteron is the simplest compound nucleus and provides an important testing ground for theories of nuclear few-body systems which are beginning to accurately predict the deuteron structure radius [1]. This radius has traditionally been determined from accelerator-based electron scattering experiments [2-4]. In 1993 optical spectroscopic measurements of the hydrogen-deuterium isotope shift of the 1S-2S resonance [5] reached a precision sufficient to derive a new value for the deuteron structure radius [6] which deviates significantly from the electron scattering results.

Here, we report on a new precision measurement of the H-D isotope shift of the 1S-2S interval, which exceeds the accuracy of our earlier experiment by more than two orders of magnitude. The high resolution and measurement accuracy in our experiment allows us to clearly observe nuclear size effects, that contribute only at the level of about 10^{-5} to the total isotope shift of the 1S-2S transition. Due to the fact that many QED-effects cancel in the isotope shift, the difference of the mean square charge radii between deuteron and proton can be accurately derived. However, this requires a careful theoretical analysis of nuclear structure effects. At this precision level we have to give a careful definition of the charge radius, since the description of the nucleus by an elastic formfactor is no longer sufficient. The recent theoretical progress is described in the second part of this letter. The complete theoretical description together with our table-top atomic physics experiment allow us to reach much higher accuracy for the deuteron structure radius than past measurements with electron-nucleon colliders.

Our experimental setup is shown in Fig. 1. The hydrogen spectrometer, indicated at the top of this figure, has been described previously in detail [7]. The

1S-2S transition in both isotopes is driven in a cold atomic beam by longitudinal Doppler-free two-photon excitation ($F=1 \rightarrow 1$, $m_F=\pm 1 \rightarrow \pm 1$ in hydrogen and $F=3/2 \rightarrow 3/2$, $m_F=\pm 3/2 \rightarrow \pm 3/2$ in deuterium). The ra-

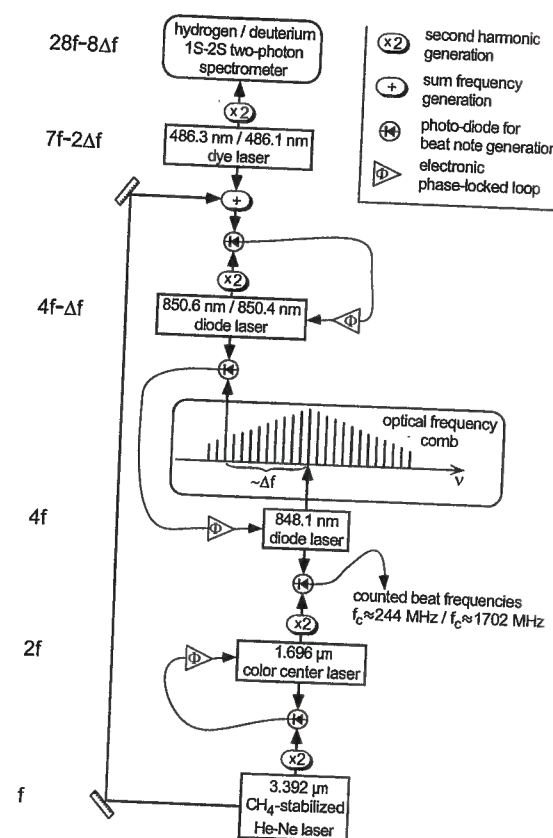


FIG. 1. Phase-coherent frequency chain for the comparison of the 1S-2S transition frequencies in hydrogen and deuterium.

diation of an ultra-stable dye laser at 486 nm is frequency doubled. The resulting UV-radiation at 243 nm is resonantly enhanced in a linear cavity inside a vacuum chamber. A mixture of hydrogen and deuterium atoms from a gas discharge emerges from a liquid helium cooled nozzle. Cold atoms, traveling along the laser field, are excited into the metastable 2S state. At the end of the interaction zone an electric quenching field forces the emission

of Lyman- α photons, which are detected by a photomultiplier. We apply a time delayed measurement technique selecting slow atoms to reduce transit time broadening and the relativistic Doppler shift [7].

Fig. 1 also shows the frequency chain that has been described in part in [8], where an absolute measurement of the 1S-2S frequency has been reported. A new element, the optical frequency comb (OFC) generator [9] is added to allow a rapid variation of the bridged frequency gap in order to switch between hydrogen and deuterium. This device creates a broad comb of equally spaced frequencies by efficient electro-optic modulation in a monolithic optical resonator. With a modulation frequency $f_{OFC} = 6.3418$ GHz, our OFC has a width of 3.5 THz. As in our previous experiments, we exploit the close coincidence of the 28-th sub harmonic of the 1S-2S transition frequency with the absolute frequency of the CH₄-stabilized He-Ne laser. However, this laser now only serves as a flywheel to maintain the position of the OFC in frequency space, while the dye laser frequency is switched between the excitation wavelengths of the two isotopes. In this way, the absolute frequency of the He-Ne standard cancels in our result, while its frequency stability determines the uncertainty. The typical time for measuring and switching between isotopes is about 1000 s. The Allan variance for this time has been determined to be around 10^{-13} using a frequency chain at the Physikalisch Technische Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig [10]. To transfer the stability of the He-Ne laser to the 850 nm region where the OFC operates we create its 4-th harmonic with the help of a NaCl:OH⁻ color center laser. The frequency doubled output of this laser provides the carrier frequency for the OFC generation. Intermediate lasers are used after each nonlinear optical device to regain sufficient power for the next step. To phase-coherently connect the lasers we use optical phase-locked loops [11]. The frequency chain relates the difference in the counted radio frequency Δf_c to the isotope shift ($f_{1S2S}^D - f_{1S2S}^H$) according to

$$\Delta f_{exp} = 8\Delta f_c + 104f_{OFC} - \Delta f_{HFS}, \quad (1)$$

where $\Delta f_{HFS} = 215\,225\,585(14)$ Hz accounts for the well known hyperfine structure in both isotopes [12].

Fig. 2 shows 1S-2S excitation spectra recorded versus the detuning from selected modes of the OFC generator. The detuning is $8 \times (f_c - 244.306\text{MHz})$ for hydrogen and $8 \times (f_c - 1702.1\text{MHz})$ for deuterium. We determine the line-center by fitting a Lorentzian to the experimental data. Numerical simulations [13] confirm that this procedure is sufficient at the present level of accuracy, even though the expected line shape is not exactly Lorentzian. From the radio frequency f_c of the line-center we calculate the H-D isotope shift according to Eq. (1).

As an example a series of alternating measurements in hydrogen and deuterium is shown in Fig. 3. The resid-

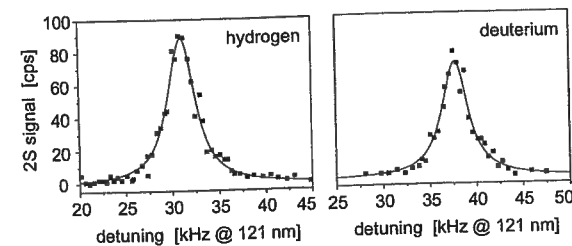


FIG. 2. Experimental 1S-2S spectra in hydrogen and deuterium as measured relatively to selected modes of the optical comb generator.

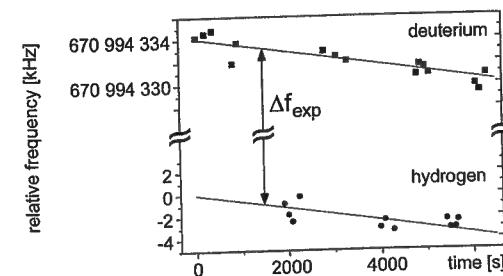


FIG. 3. Alternating measurements of the 1S-2S transition frequency in hydrogen and deuterium. The dots stand for line-centers of single spectra as shown in Fig. 2.

ual frequency uncertainty of the measured line centers is limited by the short term frequency stability of the He-Ne standard. We determine the isotope shift by fitting a pair of parallel lines to the hydrogen and deuterium data, thus accounting for a linear frequency drift of the standard. Since the coefficient of the ac Stark shift is the same in hydrogen and deuterium [14], we kept the power of the exciting UV-light at 243 nm constant. Further systematic effects such as dc Stark and pressure shifts do not play a significant role at the present level of accuracy. A realistic model for the line shape [13] predicts that the relativistic Doppler shift of the line-center is about 80 Hz in hydrogen for the chosen delay time. Even though we expect the same Doppler shift for deuterium due to our time-delayed signal detection, we allow for an uncertainty of 20 Hz to account for a possible difference. After averaging the results of 10 measurements like the one shown in Fig. 3, we obtain the experimental result for the 1S-2S H-D isotope shift:

$$\Delta f_{exp} = 670\,994\,334.64(15)\text{kHz}. \quad (2)$$

The uncertainty of 150 Hz is dominated by the frequency fluctuations of the CH₄-stabilized He-Ne standard.

At this precision level the theoretical contributions to the isotope shift must be reanalyzed. Although the ma-

jority of QED effects are the same for hydrogen and deuterium, an accurate determination of the difference in the nuclear charge radii from the H-D isotope shift depends on both QED and non-QED effects. Therefore, a large effort was undertaken to recalculate higher order recoil corrections, resulting in the identification of some new effects. In the following we present a short description of all known contributions to the H-D isotope shift which contribute at the level of 1 kHz. For details we refer to the review of Sapirstein and Yennie in [15] and the recent update in [6].

Most of the H-D isotope shift of the 1S-2S interval is caused by the different masses of the nuclei. The leading effects are obtained in the Breit treatment:

$$E = \mu(\mathcal{E}(n, j) - 1) - \frac{\mu^2}{2(M + m)}(\mathcal{E}(n, j) - 1)^2, \quad (3)$$

and amount to 671 004 073.56 kHz. Here $\mathcal{E}(n, j)$ denotes the dimensionless Dirac energy and m, M, μ are the electron, nucleus and reduced mass respectively. This formula does not account for the fact that the deuteron has spin 1. The relativistic corrections may depend on the spin, and in our case one has to subtract the so called Darwin-Foldy correction $\Delta E = -\mu^3 \alpha^4 / (2 M^2 n^3)$, which is included by convention [16] in the deuteron charge radius, but not in the proton charge radius. It contributes 11.37 kHz to the 1S-2S frequency in deuterium. There are many other effects that result from the nuclear mass dependence of the Lamb shift called recoil corrections. They are first calculated under the assumption that the nucleus is a point-like particle with spin 1/2. Corrections beyond this assumption are considered separately. The recoil corrections give -4 536.16 kHz to the isotope shift. The uncertainty due to yet unknown corrections of order $m^2/M \alpha^7 \ln^2(\alpha^{-2})/\pi$ are estimated to be 1 kHz by assuming that the coefficient is equal to 1 (we correct our previous estimation in [6]).

There are conceptual problems with the proton self-energy correction because it modifies the proton formfactors. To incorporate this correction unambiguously we must precisely specify the meaning of the nuclear mean square charge radius. The standard definition is based on the Sachs formfactor G_E which, in the nonrelativistic limit, is the Fourier transform of the charge density distribution

$$\frac{\langle r^2 \rangle}{6} = \frac{\partial G_E(q^2)}{\partial(q^2)} \Big|_{q^2=0}. \quad (4)$$

This definition is not proper at our precision level, because radiative corrections to G_E are infrared divergent. We follow the enhanced definition proposed in [17], which is based on the forward scattering amplitude described by

$$T^{\mu\nu}(x - x') = -i \langle T j^\mu(x) j^\nu(x') | T \rangle, \quad (5)$$

where $t = (M, 0, 0, 0)$ and j^μ is the 4-vector current of the nucleon components. In the nonrelativistic limit the T^{00} component contains a logarithmic singularity. This term comes from the fact that the nucleus has a charge and does not depend on other details, such as spin. Once it is subtracted from T^{00} the remainder has a proper analytical behavior. At low momentum transfer it could be described by one quantity, the nuclear charge radius. The associated correction to the energy for S-states has the form

$$\Delta E = \frac{2}{3n^3} (Z\alpha)^4 \mu^3 \langle r^2 \rangle + \frac{4(Z^2\alpha)(Z\alpha)^4}{3\pi n^3} \frac{\mu^3}{M^2} \left[\ln \left(\frac{M}{\mu(Z\alpha)^2} \right) - \ln k_0(n) \right], \quad (6)$$

where $\ln k_0(n)$ is the Bethe logarithm and Z denotes the nucleus charge. The first term is due to the finite nuclear size, while the second term comes from the proton self-energy and contributes 2.98 kHz to the H-D isotope shift.

The correction of the order of $(Z\alpha)^2$ to the finite size effect is also significant due to the logarithmic singularity of the relativistic wave function at the origin and amounts to -2.79 kHz for the H-D isotope shift [16]. The combination of radiative corrections and finite size gives a small contribution of 0.60 kHz. It is obtained from the radiatively corrected electron charge density at the origin [18]. The nuclear structure effects beyond Eq. (6) are well described by the two-photon scattering amplitude at zero momentum

$$\Delta E = -\frac{e^4}{2} \phi^2(0) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^4} [T^{\mu\nu} - t^{\mu\nu}(M)] t_{\mu\nu}(m), \quad (7)$$

where $t_{\mu\nu}(m)$ is a bare amplitude (without radiative corrections) for a point-like spin 1/2 particle of mass m . This amplitude requires subtraction of the singularities connected with the terms already included: relativistic, self-energy and finite size corrections. Since recoil effects have been calculated with the assumption that the nucleus has spin 1/2, we subtracted the corresponding amplitude for a point-like particle with the mass equal to the deuteron mass in Eq. (7). The main contribution comes from small momenta and is associated with the deuteron polarizability. The binding energy of the deuteron of 2.2 MeV is comparable to the electron rest energy, giving rise to a polarizability correction. The most recent analysis of Friar *et al.* [16] gives 18.58(7) kHz for the 1S-2S frequency in deuterium. The corrections beyond this polarizability term, i.e. the elastic part, have been estimated in the static nucleus limit [16] and they amount to 0.46 kHz. The yet uncalculated contributions coming from relativistic corrections to the proton-neutron interaction and the deuteron recoil enter at similar order of magnitude as retardation terms in the polarizability contribution. The second uncertainty is due to an additional photon exchange in the inelastic amplitude. We estimate

the total uncertainty of Eq. (7) at 0.5 kHz. A detailed study of the deuteron structure corrections as described by Eq. (7) would be very desirable.

We calculate the theoretical isotope shift *excluding* nuclear size effects as

$$\Delta f_{th} = 670\,999\,568.6(1.5)(1.5) \text{ kHz}, \quad (8)$$

where the first uncertainty comes from the electron-proton mass ratio and the second is the theoretical uncertainty. In this calculation we have used the constants given in references [19] α , [20] M_p/m , [21] M_d/M_p , [8] R_∞ . The difference

$$\Delta f_{th} - \Delta f_{exp} = 5234.0(2.1) \text{ kHz} \quad (9)$$

between the theoretical and the experimental value is caused by the nuclear finite-size effect, which is given by the first term of Eq. (6). From this we derive the difference of the deuteron-proton mean square charge radii

$$r_d^2 - r_p^2 = 3.8212(15) \text{ fm}^2. \quad (10)$$

The deuteron structure radius is $r_{str}^2 = (r_d^2 - r_p^2) - r_n^2 - 3/(4M_p^2)$ [4], where $r_n^2 = -0.114(3) \text{ fm}^2$ [22] is the neutron charge radius and M_p the proton mass. From this equation one obtains

$$r_{str} = 1.97535(85) \text{ fm}. \quad (11)$$

The precision of atomic spectroscopy measurements of the deuteron radius is thus exceeding the accuracy of previous measurements based on elastic electron scattering by an order of magnitude. Furthermore, our result is in disagreement with these measurements as can be seen from Fig. 4. The recent reanalysis of scattering data by

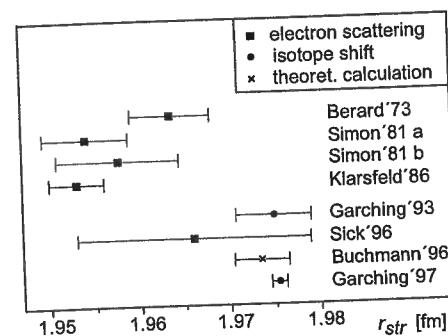


FIG. 4. Values for the deuteron structure radius. See references [2], [3] (a and b stand for a fit with third and fourth order polynomials), [4], [5], [23], [24].

Sick [23] indicates a possible agreement with our data, when including the second order Born approximation.

We emphasize again at this point that our determination of the deuteron structure radius is requiring a careful analysis of the nuclear self-energy. We have incorporated some corrections beyond the Sachs formfactor. The recent prediction of the deuteron structure radius by Buchmann et al. [24] is in very good agreement with the new value presented here.

We are grateful to A. J. Buchmann, J. C. Friar and D. W. Sprung for helpful discussions.

- * Permanent address: Tokyo Institute of Technology, 4259 Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama, 226 Japan.
- ** Permanent address: Institute of Theoretical Physics, Warsaw University, Hoza 69, 00-681 Warsaw, Poland.
- [1] see e.g. C. W. Wong, Int. J. Mod. Phys. **E3**, 821 (1994)
- [2] R. W. Berard *et al.*, Phys. Lett. B **47**, 355 (1973).
- [3] G. G. Simon, C. Schmidt, and V. H. Walther, Nucl. Phys. **A364**, 285 (1981).
- [4] S. K. Klarsfeld *et al.*, Nucl. Phys. **A456**, 373 (1986).
- [5] F. Schmidt-Kaler *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2261 (1993). The value for r_{str} in Fig. 4 was obtained by recalculating the theoretical isotope shift.
- [6] K. Pachucki *et al.*, J. Phys. B **29**, 177 (1996).
- [7] F. Schmidt-Kaler *et al.*, Phys. Rev. A **51**, 2789 (1995).
- [8] Th. Udem *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 2646 (1997).
- [9] M. Kourogi *et al.*, IEEE J. QE. **31**, 2120 (1995).
- [10] H. Schnatz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 18 (1996).
- [11] M. Prevedelli, T. Freegarde and T. W. Hänsch, Appl. Phys. B **60**, S241 (1995).
- [12] L. Essen *et al.*, Nature **229**, 110 (1971); J. W. Heberle *et al.*, Phys. Rev. **101**, 612 (1956); H. A. Reich *et al.*, Phys. Rev. **104**, 1585 (1956); D. J. Wineland *et al.*, Phys. Rev. A **5**, 821 (1972).
- [13] A. Huber, PhD thesis, LMU-München, (1997).
- [14] Th. Udem, PhD thesis, LMU-München, (1997).
- [15] J. R. Sapirstein and D. R. Yennie, in *Quantum Electrodynamics*, edited by T. Kinoshita (World Scientific, Singapore, 1990).
- [16] J. L. Friar and G. L. Payne (unpublished).
- [17] K. Pachucki, Phys. Rev. A **52**, 1079 (1995).
- [18] K. Pachucki, Phys. Rev. A **48**, 120 (1993).
- [19] T. Kinoshita, Phys. Rev. Lett. **75**, 4728 (1995).
- [20] D. L. Farnham, R. S. Van Dyck Jr., and P. B. Schwinberg, Phys. Rev. Lett. **75**, 3598 (1995).
- [21] G. Audi and A. H. Wapstra, Nucl. Phys. **A565**, 1 (1993).
- [22] S. Kopecky *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 2427 (1995).
- [23] I. Sick and D. Trautmann, Phys. Lett. B **375**, 16 (1996).
- [24] A. J. Buchmann, H. Henning, and P. U. Sauer, Few-Body Systems **21**, 149 (1996). The value for $r_{str} = 1.9735(3) \text{ fm}$ (r_d in their notation) was calculated from their eq.(6) and the entries in table 4. The uncertainty in the last digit is due to the NN potential model dependence.

Phase-Coherent Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency with an Optical Frequency Interval Divider Chain

Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli*, M. Weitz, and T. W. Hänsch
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Hans-Kopfermann-Str.1, 85748 Garching, Germany
(December 18, 1997)

We have measured the absolute frequency of the hydrogen 1S-2S two-photon resonance with an accuracy of 3.4 parts in 10^{13} by comparing it with the 28th harmonic of a methane-stabilized 3.39 μm He-Ne laser. A frequency mismatch of 2.1 THz at the 7th harmonic is bridged with a phase-locked chain of five optical frequency interval dividers. From the measured frequency $f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187.34(84) \text{ kHz}$ and published data of other authors we derive precise new values of the Rydberg constant, $R_\infty = 10\,973\,731.568\,639(91) \text{ m}^{-1}$ and of the Lamb shift of the 1S ground state, $L_{1S} = 8172.876(29) \text{ MHz}$. These are now the most accurate values available.

PACS 31.30.Jv; 06.20.Jr; 21.10.Ft

For almost three decades, the 1S-2S two-photon transition in atomic hydrogen with its natural line width of only 1.3 Hz has inspired advances in high resolution laser spectroscopy and optical frequency metrology [1]. This resonance has become a *de facto* optical frequency standard. More importantly, it is providing a cornerstone for the determination of fundamental physical constants and for stringent tests of quantum electrodynamics theory. In the future, it may unveil conceivable slow changes of fundamental constants or even differences between matter and antimatter.

Here, we report on a new precise measurement of the absolute frequency of the 1S-2S interval which exceeds the accuracy of the best previous measurement [2] by almost two orders of magnitude. The 1S-2S resonance is observed by longitudinal Doppler-free two-photon spectroscopy of a cold atomic beam. The resonance frequency is compared with the frequency of a cesium atomic clock with the help of a phase-coherent laser frequency chain, using a transportable CH₄-stabilized He-Ne laser at 3.39 μm as an intermediate reference. In this way, we have determined a 1S-2S interval of $f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187.34(84) \text{ kHz}$ with an uncertainty of 3.4 parts in 10^{13} , limited by the reproducibility of the He-Ne reference laser. This represents now the most accurate measurement of any optical frequency in the ultraviolet and visible region. Together with the results of other authors, in particular the recent precision measurements of the $2S_{1/2}-8D_{5/2}$ transition frequency in hydrogen by the group of F. Biraben [3], we derive new and more precise values for both the Rydberg constant and the 1S Lamb shift. This Lamb shift provides now

the best test of quantum electrodynamics for an atom.

As in our earlier experiment [2] we are taking advantage of the near-coincidence between the 1S-2S interval and the 28th harmonic of the frequency of a CH₄-stabilized 3.39 μm He-Ne laser. However, a frequency mismatch of 2.1 THz near the 7th harmonic is no longer bridged interferometrically but is now measured with the help of a phase-locked chain of five frequency interval dividers. We are thus demonstrating the viability of a new approach to measuring the frequency of light. The cascaded bisection of optical frequency intervals has long been proposed [1], but only single divider stages have been demonstrated before [4]. As illustrated in Fig. 1,

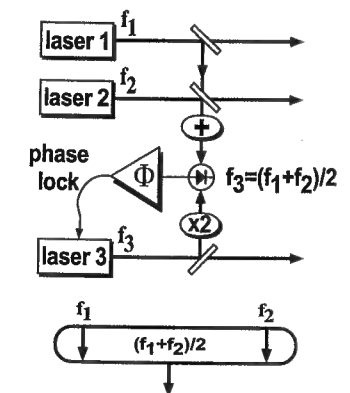


FIG. 1. Principle of an optical frequency interval divider and symbol as used in Fig. 2.

such a divider stage receives two input laser frequencies f_1 and f_2 , and it forces a third laser to oscillate at the precise midpoint $f_3 = (f_1 + f_2)/2$, by electronically phase-locking the second harmonic $2f_3$ to the sum frequency $f_1 + f_2$ via a low-frequency beat signal. In this way the original frequency gap is divided by two. With a chain of n cascaded divider stages, a given frequency interval can be divided by 2^n . In order to avoid $1/f$ noise it is advantageous to lock the beat signal not to zero but to some offset radio frequency f_{LO} of a local oscillator, so that $f_3 = (f_1 + f_2)/2 - f_{LO}/2$ is no longer at the exact midpoint, but still precisely known. This kind of heterodyning allows us to monitor the performance of the phase-locked loops by simply counting the beat fre-

quency, confirming that the uncertainty introduced by cycle slipping is absolutely negligible at the present level of precision.

An overview of our experiment is shown in Fig. 2. The reference frequency f is provided by a transportable CH_4 -stabilized He-Ne laser that has been built by the group of S. N. Bagayev at the Institute of Laser Physics in Novosibirsk, Russia [5]. Since our earlier experiment [2] this laser has been somewhat improved, and its output frequency is now reproducible within 2.6×10^{-13} , as confirmed by several calibrations at the Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig before and during the 1S-2S measurement. The comparisons with the German atomic cesium time standard with the help of a harmonic frequency chain at the PTB [6] give a frequency $f = 88\,376\,182\,599\,937(23)$ Hz. The frequency

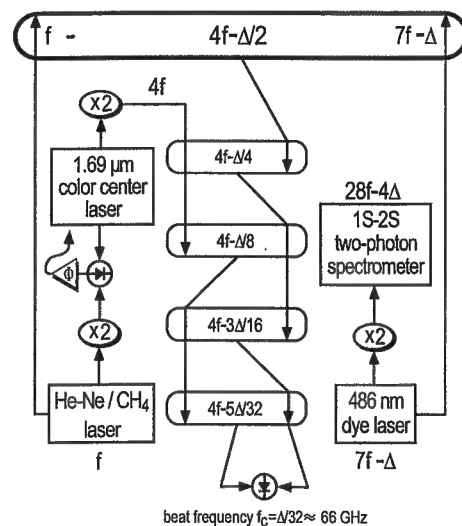


FIG. 2. Experimental setup for the comparison of the 1S-2S two photon resonance at 243 nm with a $3.39 \mu\text{m}$ methane stabilized He-Ne laser. The large gap divider on top finds the midpoint between f and $7f - \Delta$: $4f - \Delta/2$. The difference to $4f$ is then further reduced using the cascaded divider stages.

of the He-Ne laser is doubled in an angle-tuned AgGaSe_2 crystal, and a NaCl:OH^- color center laser is electronically phase-locked to the second harmonic $2f$. It acts as a transfer oscillator and provides sufficient power for further frequency doubling in a LiIO_3 crystal so that we produce the 4^{th} harmonic $4f$ of the He-Ne standard.

This wavelength region near 848 nm is convenient for implementing an optical frequency interval divider chain with readily available grating-tuned diode lasers. In order to measure the frequency $7f - \Delta$ of the dye laser used in the hydrogen spectrometer we employ a first large-

gap divider stage to bisect the interval between the dye laser frequency and the He-Ne reference, producing a frequency $4f - \Delta/2$. We then compare this frequency with the 4^{th} harmonic of the standard using 4 additional cascaded divider stages to reduce the frequency gap $\Delta/2$ by a factor of 16. The final beat frequency of $f_c \approx 66$ GHz is accessible to a commercial fast photodiode, followed by a harmonic mixer and a synthesizer for down-conversion and a radio frequency counter. Since our diode lasers have a relatively broad linewidth we use a digital phase locking scheme [7] that keeps track of the accumulated optical phase, making the divider chain rather immune to external perturbations so that it can remain locked for hours. As long as the rms phase fluctuations stay below 1 cycle, a measuring time of 1 s is sufficient to transport an optical frequency accuracy of better than one part in 10^{14} .

In the phase-locked condition our frequency chain relates the frequency of the observed 1S-2S hyperfine component f_{1S-2S}^F to the measured microwave frequency f_c through

$$f_{1S-2S}^F = 28f - f_{LO} - 128f_c \quad (1)$$

The local oscillator frequencies used in the frequency chain are summed up in $f_{LO} = 3$ GHz. In all the measurements, the local oscillators and the rf counter have been referenced to a local cesium clock.

The hydrogen spectrometer has been described before in detail [8]. The hydrogen $1S(F=1, m_F = \pm 1) \rightarrow 2S(F'=1, m_{F'} = \pm 1)$ transition is driven in a cold atomic beam by longitudinal Doppler-free two-photon excitation with light at 243 nm that is generated by doubling the frequency of an ultrastable dye laser at 486 nm in a crystal of BBO, as indicated on the right side of Fig. 2. The UV radiation is resonantly enhanced in a linear cavity inside the vacuum chamber of the atomic beam apparatus. Hydrogen atoms from a gas discharge escape from a nozzle cooled with a liquid helium flow-through cryostat. Cold atoms traveling along the laser field are excited to the metastable 2S state. An electric quenching field a distance $l \approx 10$ cm downstream from the nozzle forces the emission of 121 nm Lyman- α photons which are detected with a solar blind photomultiplier.

In order to reduce transit time broadening and second order Doppler shifts we select the slowest atoms by turning the laser light periodically off with a chopper and counting signal photons only if they arrive after a time delay τ that was chosen between 0.5 and 1.5 ms. An upper limit for the second order Doppler shift is given by $\Delta\nu_{\text{max}} = -1/2(l/\tau c)^2 f_{1S-2S}^F$. We have taken into account only those measurements for which $\Delta\nu_{\text{max}} \leq 350$ Hz. A realistic model for the line shape [9] predicts that the actual shift of the line center is approximately four times smaller than $\Delta\nu_{\text{max}}$, since the slowest atoms which spend the longest time in the light field contribute a dis-

proportionately large part to the signal. Other uncertainties of the hydrogen spectrometer such as DC and AC Stark shifts are estimated to contribute less than 325 Hz [8]. Figure 3 shows an example of a 1S-2S ex-

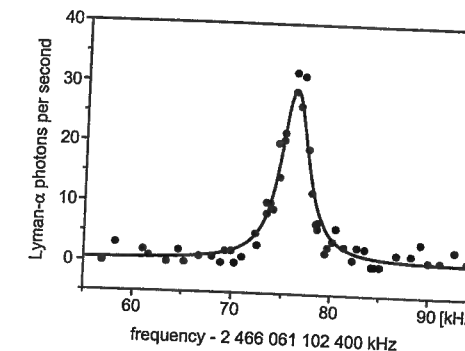


FIG. 3. Hydrogen $1S(F=1) \rightarrow 2S(F'=1)$ resonance as measured with the optical interval divider chain. There is an uncertainty in the absolute frequency scale of 640 Hz.

citation spectrum, recorded with a delay time $\tau = 1.5$ ms. We determine the line center by fitting a Lorentzian to the experimental data. Simulations [9] confirm that this procedure is easily sufficient at the present level of accuracy, even though the expected line shape is not exactly Lorentzian. Evaluating the line centers of 41 spectra with $\Delta\nu_{\text{max}} \leq 350$ Hz we obtain a mean value of the measured microwave frequency $f_c = 66\,164\,143\,149.4(2.0)$ Hz. We determine the optical frequency f_{1S-2S}^F according to the prescription (1) and add a correction for the well-known hyperfine splitting of the 1S and 2S [10] levels, $f_{\text{hf}} = 310\,712\,223(13)$ Hz, to find the frequency of the hyperfine centroid:

$$f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187.34(84) \text{ kHz.}$$

The uncertainty of 3.4 parts in 10^{13} is dominated by the CH_4 -stabilized He-Ne laser reference. The 1S-2S resonance line shape in our experiment is now well enough understood [9] that we could determine the line center to within 1.5 parts in 10^{14} if a sufficiently accurate optical frequency standard were available.

An important complement to our 1S-2S frequency measurement is the recent precise measurement of the hydrogen $2S_{1/2}-8D_{5/2}$ frequency $f_{2S-8D} = 770\,649\,561\,585.0(4.9)$ kHz with an uncertainty of 6 parts in 10^{12} by the group of F. Biraben [3]. The Rydberg constant R_∞ and the ground state Lamb shift L_{1S} can be determined from these two measurements by solving the set of linear equations

$$f_{1S-2S} = R_\infty (e(2S) - e(1S)) + L_{2S} - L_{1S} \quad (2)$$

$$f_{2S-8D} = R_\infty (e(8D) - e(2S)) + L_{8D} - L_{2S} \quad (3)$$

source of uncertainty	using rf L_{2S} measurements	using theoretical $L' = L_{1S} - 8L_{2S}$	mean
L_{2S}	30.2	—	15.1
f_{2S-8D}	15.7	33.0	24.4
f_{1S-2S}	0.8	1.8	1.3
$L_{8D_{5/2}}$	0.6	1.4	1.0
L'	—	5.5	2.8
results(L_{1S})	8 172 860(34)	8 172 892(34)	8 172 876(29)

TABLE I. Results of L_{1S} and dominating contributions to the total uncertainties (in kHz).

Here, the term $R_\infty e(nS/D)$ gives the Dirac energy (in Hz) of the corresponding state including the recoil corrections due to the finite nuclear mass that are not considered to be part of the Lamb shift [11]. They are calculated with the most recent value of the fine structure constant $\alpha^{-1} = 137.035\,999\,44(57)$ [12] and the electron-proton mass ratio $1836.152\,666\,5(40)$ [13]. For the small $8D_{5/2}$ Lamb shift we can use the theoretical value $L_{8D_{5/2}} = 71.4(2)$ kHz. In the past, before optical frequency measurements had reached the present level of accuracy, it would have been best to use a value of the 2S Lamb shift as derived from radio frequency measurements of the hydrogen 2S-2P splitting. Using the weighted average of Refs. [14,15], where the result of [15] is recalculated according to [16] using a new value for the fine structure splitting, and with the theoretical values for the small Lamb shifts $L_{2P_{1/2}}$ and $L_{2P_{3/2}}$, we arrive at $L_{2S} = 1045.0079(72)$ MHz. In the future, when optical frequency measurements reach even higher accuracy, it will be better to replace L_{2S} in both equations by $(L_{1S} - L')/8$, where $L' = L_{1S} - 8L_{2S} = -187.232(5)$ MHz can be calculated much more accurately than the Lamb shifts of the individual levels [17]. At present, both approaches give results with comparable accuracies, and smaller uncertainties are obtained if we take the arithmetic averages of L_{1S} and R_∞ as derived by these two methods, as shown in Table I for L_{1S} . Note that both approaches involve some small theoretical uncertainties (in $L_{8D_{5/2}}$, $L_{2P_{1/2}}$, and especially in L') due to uncalculated higher order QED terms.

In this way we find a hydrogen 1S ground state Lamb shift

$$L_{1S} = 8172.876(29) \text{ MHz (hydrogen).}$$

This result is in agreement with earlier determinations of the 1S Lamb shift [18-20]. However, it is in only moderate agreement with the theoretical value $L_{1S,\text{theo}} = 8172.797(40)$ MHz using a rms proton charge radius $r_p = 0.862(12)$ fm [21] and a new value of the electron-proton mass ratio [13]. The use of other proton charge radii, as stated in the literature [22,23], further reduces this moderate agreement. Alternatively our experiment can be interpreted as a measurement of the proton rms

charge radius, yielding $r_p = 0.890(14)$ fm, provided that the theoretical calculations are correct. Independent more accurate measurements of the proton charge radius, for instance via the 2S Lamb shift of muonic hydrogen, would permit stringent new tests of bound state QED.

We can use an earlier measurement of the hydrogen-deuterium isotope shift of the 1S–2S transition ($670\,994\,337(22)$ kHz [24]) to derive the absolute frequency of the 1S–2S interval in deuterium. Inserting this value and the absolute frequency of the deuterium 2S–8D splitting $f_{2S-8D_{5/2}} = 770\,859\,252\,851.5(4.4)$ kHz [3] into the set of equations (2) and (3) we obtain a deuterium ground state Lamb shift

$$L_{1S} = 8184.011(55) \text{ MHz (deuterium)}.$$

Here, we have replaced L_{2S} in both equations by $(L_{1S} - L')/8$, with $L' = -187.225(5)$ MHz [17], since we do not know of any sufficiently precise measurements of the 2S–2P splitting in deuterium.

Finally, the outlined method yields a Rydberg constant $R_\infty = 10\,973\,731.568\,70(11) \text{ m}^{-1}$ with the hydrogen data, and $R_\infty = 10\,973\,731.568\,72(14) \text{ m}^{-1}$ with the data for deuterium. A slightly more accurate Rydberg value is obtained, if we use as additional input the results of three independent recent hydrogen 1S Lamb shift measurements based on a comparison of the hydrogen 1S–2S interval with the 2S–4S/4D [18] and 2S–4P [19] intervals as well as a comparison of the 1S–3S interval with the 2S–6S/6D interval [20]. In all three experiments, a combination of Lamb shifts is determined from a measured difference of optical frequencies of a few GHz. We can now replace equation (3) by analogous equations for the measured beat frequencies, such as the $f_{2S-4S/D} - 1/4 f_{1S-2S}$. We have solved these by the method outlined above, using subsequently the hydrogen 2S–2P splitting determined by rf measurements and $(L_{1S} - L')/8$, as well as analogous combinations to replace the 3S, 4S and 6S Lamb shifts [17]. We use theoretical values for the smaller and better known Lamb shifts of the higher excited states as stated by the authors of the corresponding measurement [18–20]. Our final result for the Rydberg constant is the average weighted by the squared uncertainties of individual results for R_∞

$$R_\infty = 10\,973\,731.568\,639(91) \text{ m}^{-1},$$

This value is in good agreement with the result $R_\infty = 10\,973\,731.568\,59(10) \text{ m}^{-1}$ recently determined in Paris [3]. The main uncertainties are due to the rf L_{2S} measurements ($59 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$), the optical 1S Lamb shift measurements ($46 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$) and the $2S_{1/2}$ – $8D_{5/2}$ frequency ($48 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$). For future improvements precise frequency measurements of the 2S–nS/D transitions in hydrogen are desirable.

We thank A. K. Dmitriyev of the Institute of Laser Physics in Novosibirsk, Russia, for his help with the CH_4 -stabilized He–Ne laser standard. We are also indebted

to G. Kramer and B. Lipphardt of the PTB in Braunschweig, Germany and D. A. Tyurikov of the P. N. Lebedev Institute, Moscow, for their essential support in the calibration of this standard. This work has been supported in part by the Deutsche Forschungsgemeinschaft.

* Present address: LENS, Largo E. Fermi 2, Florence, Italy.

- [1] T. W. Hänsch in *The Hydrogen Atom*, G. F. Bassani, M. Inguscio, and T. W. Hänsch eds., Springer Verlag, Berlin, 1989, p. 93.
- [2] T. Andreae *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1923 (1992).
- [3] B. de Beauvoir *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 440 (1997).
- [4] H. R. Telle, D. Meschede, and T. W. Hänsch, Opt. Lett. **15**, 532 (1990); R. Wynands, T. Mukai, and T. W. Hänsch, Opt. Lett. **17**, 1749 (1992).
- [5] S. N. Bagayev *et al.*, Laser Physics **7**, 989 (1997).
- [6] C. O. Weiss *et al.*, IEEE J. QE **24**, 1970 (1988).
- [7] M. Prevedelli, T. Freegarde, and T. W. Hänsch, Appl. Phys. B **60**, S241 (1995).
- [8] C. Zimmermann, R. Kallenbach, and T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **65**, 571 (1990); F. Schmidt-Kaler *et al.*, Phys. Rev. A **51**, 2789 (1995).
- [9] A. Huber *et al.*, to be published.
- [10] L. Essen *et al.*, Nature **229** 110 (1971); J. W. Heberle, H. A. Reich and P. Kusch, Phys. Rev. **101**, 612 (1956).
- [11] K. Pachucki *et al.*, J. Phys. B **29**, 177 (1996).
- [12] T. Kinoshita, Phys. Rev. Lett. **75**, 4728 (1995).
- [13] D. L. Farnham, R. S. Van Dyck Jr., and B. P. Schwinberg, Phys. Rev. Lett. **75**, 3598 (1995).
- [14] S. R. Lundeen and F. M. Pipkin, Phys. Rev. Lett. **46**, 232 (1981).
- [15] E. W. Hagley and F. M. Pipkin, Phys. Rev. Lett. **72**, 1172 (1994).
- [16] U. Jentschura and K. Pachucki, Phys. Rev. A **54**, 1853 (1996).
- [17] S. G. Karshenboim, Z. Phys. D **39**, 109 (1997).
- [18] M. Weitz *et al.*, Phys. Rev. A **52**, 2664 (1995).
- [19] D. J. Berkeland, E. A. Hinds, and M. G. Boshier, Phys. Rev. Lett. **75**, 2470 (1995).
- [20] S. Bourzeix *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 384 (1996).
- [21] G. G. Simon *et al.*, Nucl. Phys. A **333**, 381 (1980).
- [22] L. N. Hand, D. J. Miller, and R. Wilson, Rev. Mod. Phys. **35**, 335 (1963).
- [23] P. Mergell, U. G. Meißner, and D. Drechsel, Nucl. Phys. A **596**, 367 (1996).
- [24] F. Schmidt-Kaler *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2261 (1993).

Anhang B

B.1 Abschätzung des atomaren Flusses

Bei der Berechnung der theoretischen Daten des Linienform-Modells wurde konsequent bei allen Integrationen auf ein einzelnes Atom normiert. Damit läßt sich aus der Amplitude, mit der das Linienform-Modell bei der Anpassung gestreckt werden muß, der Fluß an atomarem Wasserstoff, der von der Düse aus durch die Blende tritt abschätzen:

angepaßte Amplitude (70K)	Quanteneffizienz	Verhältnis der Lichtleistungen	H-Fluß durch Blende vor Detektor [1/s]
10^{11}	$1/0.005$	$(40/200)^2 \simeq$	$8 \cdot 10^{11}$

Hierbei wurde berücksichtigt, daß die Spektren bei Lichtleistungen um 200 mW aufgezeichnet wurden, während im Linienform-Modell mit 40 mW pro Richtung gerechnet wurde. Die experimentelle Zählrate muß eigentlich noch durch die Anzahl n der addierten Perioden des Lichtunterbrechers pro Sekunde dividiert werden, damit ein Vergleich mit den theoretischen Daten möglich ist. Dann erhält man jedoch den Fluß pro Periode des Lichtunterbrechers und muß wieder mit n multiplizieren, um den Fluß pro Sekunde zu erhalten. Die Besetzung der unterschiedlichen Hyperfeinniveaus wird bei dieser groben Abschätzungen nicht berücksichtigt. Für verschiedene Düsentemperaturen liefert diese Abschätzung gleiche Flüsse bei 40, 70 und 100 K. Der Fluß bei 7 K ist jedoch um einen Faktor 30 kleiner (siehe Kapitel 4.3). Eine ganz andere, simple Abschätzung geht von der Beobachtung des "Verbrauchs" an molekularem Wasserstoff aus. Etwa jede Stunde müssen die Zuleitungen zum Palladiumfilter mit Wasserstoff aus der Gasflasche neu aufgefüllt werden. Mit einem Verbrauch von etwa 0.1 l pro Stunde und einem effektiv dissoziierten Anteil an atomarem Wasserstoff von schätzungsweise 10 % an allen aus der Düse austretenden Teilchen ergibt sich ein Fluß von $10^{15}/\text{s}$. Der Unterschied von etwa drei Größenordnungen zum weiter oben abgeschätzten Fluß durch die Blende ist durch den Raumwinkel zu erklären, den die Blende mit einem Radius von 1 mm in Bezug auf die 13 cm entfernte Düsenöffnung einnimmt.

Diese beiden in sich konsistenten Abschätzungen stehen in Widerspruch zu der Abschätzung in [Lei95]. Dort wird der Fluß an atomarem Wasserstoff über die Pumprate und den Gleichgewichtsdruck unter Gaslast zu einem Faktor 100 größer abgeschätzt.

B.2 Abschätzung von Effekten durch Dejustage

Stehen die Wellenzahlvektoren $\mathbf{k}_1$ und $\mathbf{k}_2$ der beiden absorbierten Photonen bei Zweiphotonen-Anregung nicht exakt antikollinear zueinander, so wird dadurch die Resonanzfrequenz verschoben. Dejustage des Resonators kann daher systematische Verschiebungen hervorrufen. Grundsätzlich sind zwei Fälle zu unterscheiden:

- Verbleibender longitudinaler Doppler-Effekt erster Ordnung:
 $\Delta\nu_L = \mathbf{v}_L \cdot \Delta\mathbf{k}_L / 2\pi = (1 - \cos\alpha) \cdot v_L / \lambda$,
 mit der longitudinalen Geschwindigkeit v_L eines Atoms entlang der Stehwelle und dem Winkel α , den $\mathbf{k}_1$ und $\mathbf{k}_2$ einschließen ($\lambda = 243$ nm).
- Verbleibender transversaler Doppler-Effekt erster Ordnung:
 $\Delta\nu_T = \mathbf{v}_T \cdot \Delta\mathbf{k}_T / 2\pi = \sin\alpha \cdot v_T / \lambda$,
 mit der transversalen Geschwindigkeit v_T senkrecht zur Stehwelle.

Wichtig ist nun, daß in einer reinen TEM₀₀-Mode des Überhöhungsresonators *keine* Anteile $\Delta\mathbf{k}_{L/T}$ existieren können, die über die intrinsische Orts-Impuls-Unschärfe in einem kollimierten Strahl hinausgehen. Die systematische Verschiebung, die durch diese Unschärfe hervorgerufen werden kann, wurde zu kleiner als 10 Hz bei 121 nm abgeschätzt [Bor97], siehe Kapitel 7.1. Die Beimischung höherer Moden z. B. der TEM₀₁-Mode führt jedoch dazu, daß Photonen mit abweichendem $\mathbf{k}$ im Resonator auftreten. Zunächst kann der Winkel α zu etwa 10^{-3} rad aus der räumlichen Intensitätsverteilung der ausgekoppelten Lichtleistung abgeschätzt werden, falls der Resonator auf der TEM₀₁-Mode schwingt. Aus dem Modenspektrum des Resonators ist in unserem Fall bekannt, daß etwa ein Viertel der eingekoppelten Leistung diese Mode anregt. Wird auf die TEM₀₀-Mode justiert, dann wird der Anteil der TEM₀₁-Mode nicht überhöht. Mit der Transmission des Einkopplers von $t=1.5\%$ und einer Finesse von $F=120$ ist damit die nicht überhöhte Leistung der TEM₀₁-Mode um einen Faktor $4F/\pi t \simeq 10^4$ kleiner als die überhöhte Leistung der TEM₀₀-Mode. Unter der Annahme, daß bei der Zweiphotonen-Anregung das eine Photon aus der überhöhten TEM₀₀-Mode und das andere aus der unterdrückten TEM₀₁-Mode absorbiert wird, resultiert eine etwa 10^4 mal kleinere Nettoverschiebung als in den obigen Gleichungen angegeben. Damit ergeben sich für Atome mit mittleren longitudinalen und transversalen Geschwindigkeiten für $\Delta\nu_L$ Werte im Sub-Hertz, für $\Delta\nu_T$ Werte im Hertz Bereich. Zudem verschwindet $\Delta\nu_T$ im Mittel völlig für einen perfekt kollinear zur Stehwelle ausgerichteten Atomstrahl. Für Dejustage von Blende und Düse gegen die UV-Stehwelle bleibt maximal ein Wert im Bereich weniger Hertz übrig.

Anhang C

Informationen zu den gezeigten Spektren

Abb.	Originaldaten Meßtag	Driftkorrektur mit Datei	Scans gemittelt zu	$T_{Düse}$ [K]	UV-Leistung [mW]/Richtung	Geometrie → Tab. C.2
6.3, 5.4	10-2h8.dat 10.2.1997	h8L.dtm (splines)	11, 12 h8m400.dat	7.38	$\simeq 200$	(1)
5.4	10-2h12.dat 10.2.1997	h12L.dtm (splines)	4 h12m200.dat	40.00	$\simeq 200$	(1)
5.3, 5.4	10-2h13.dat 10.2.1997	h13L.dtm (splines)	4, 5 h13m900.dat	70.20	$\simeq 200$	(1)
6.7, 5.4	10-2h14.dat 10.2.1997	h14L.dtm (splines)	3, 4 h14m950.dat	100.25	$\simeq 200$	(1)
4.4	10-2h13.dat 10.2.1997	h13L.dtm (splines)	4, 5, 6 h13m200.dat	70.20	$\simeq 200$	(1)
5.5	21-12h11.dat 20.12.1996	h11.all.dtm (splines)	2, 3 11zdm550.dat	70.20	$\simeq 200$	(2)
9.1	22-5h9.dat 22.5.1996	- vs. Kette	2	6.5	$\simeq 30$	(3)
11.4, 11.6	20-12h7.dat 20.12.1996	h7L.1237.dtm (splines)	1, 2, 3, 7 h7LM2000.dat	7.5	$\simeq 30$	(4)

Tabelle C.1: Nachweis der in dieser Arbeit gezeigten experimentellen Spektren.

Geometrie	Abstand Düse-Detektor	Ø Düse	Ø Blende	Abstand Ein- koppl.-Piezosp.	Krümm. Radius Piezospiegel
(1)	133 mm	1 mm	2.1 mm	270 mm	-2000 mm
(2)	133 mm	1 mm	1.6 mm	270 mm	-2000 mm
(3)	91 mm	1 mm	2.1 mm	270 mm	-1000 mm
(4)	133 mm	1 mm	*	*	*

Tabelle C.2: Resonator- und Atomstrahlgeometrie der gezeigten Spektren. In linearer Anregung ist der Einkoppelspiegel stets plan. Außer dem Spektrum in Abb. 9.1 wurden alle Spektren mit Spiegeln der Firma Research Electro Optics (USA) aufgezeichnet. Die mit * gekennzeichneten Informationen sind in Kapitel 11 zu entnehmen.

Diese Informationen sind für "Insider" gedacht. Die Dateien befinden sich auf dem Laborrechner. Abb. 10.2 zeigt das Ergebnis 14_11s1L.iso der Messung vom 14.11.96. Die an die zeitaufgelösten Spektren angepaßten theoretischen Daten sind im Verzeichnis Fit1L9D3 zu finden. Der entsprechende Datensatz mit AC-Stark-Verschiebung und Verbreiterung durch Ionisation ist mit Fit1L9DA bezeichnet (Datei 9DAInfo.1L beachten!). Die gezeigten theoretischen Daten für Ramsey-Anordnung sind unter

Datei (Fall)	amp [10 ⁹]	Δdet [kHz]	v_0 (T) [m/s] ([K])	vs [m/s]	$v_{s\text{exp}}$ [m/s]	K_{nL}	FWHM_{Lor} [kHz]
h8m400.dat (11)	3.08	0.077	345 (7.17)	91.4	4.67	2.41	1.29
h12m200.dat (4)	93.43	0.162	914 (50.24)	494.0	3.97	1.28	2.19
h13m900.dat (10)	100.16	0.117	1088 (71.23)	374.4	4.2	0.05	2.30
h14m950.dat (3)	89.39	-0.093	1291 (100.25)	398.9	3.96	0.05	1.46
Abb. 11.7	1.00	0	350 (7.35)	91.4	4.67	2.41	1.88

Tabelle C.3: Fitparameter zu den gezeigten Spektren. Angaben in kHz bei 121 nm.

Fit3R10D zu finden. Der „Info.“-Datei im jeweiligen Verzeichnis sind alle relevanten Informationen über die im Linienformprogramm (dopresxy.pas) bei der Rechnung aktiven Parameter zu entnehmen. Die in Abb. 6.8 und 6.9 gezeigten Matrizen sind der Serie Fit1L9D3 entnommen. Die in Abb. 6.10 dargestellten Matrizen besitzen die Erweiterungen .7K und .70K, die in Abb. 6.11 dargestellten Matrizen haben .7k als Erweiterung und sind ebenfalls im Verzeichnis Fit1L9D3 gespeichert.

Literaturverzeichnis

- [And92a] T. Andreae, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [And92b] T. Andreae, W. König, R. Wynands, D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler, C. Zimmermann, D. Meschede, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1923 (1992).
- [Aud93] G. Audi und A. H. Waspra, *Nucl. Phys. A* **565**, 1 (1993).
- [Bag95] S. N. Bagayev et al., 'Modern Problems of Laser Physics 1995', S. N. Bagayev und V. I. Denisov (Hrsg.), zu veröffentlichen.
- [Bag97] S. N. Bagayev, private Mitteilung.
- [Bak76] Ye. V. Baklanov, V. P. Chebotayev, und B. Ya Dubetsky, *Appl. Physics* **11**, 201 (1976).
- [Bar70] R. Barbieri, J. A. Mignaco, und E. Remiddi, *Nuovo Cimento Lett.* **3**, 588 (1970). B. E. Lautrup, A. Petermann, und E. de Rafael, *Phys. Lett.* **31 B**, 577 (1970).
- [Bas77] F. Bassani, J. J. Forney, und A. Quattropani, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1070 (1977).
- [Bea86] R. G. Beausoleil, Dissertation, Stanford-University USA (1986).
- [Bea86b] R. G. Beausoleil und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **33**, 1661 (1986).
- [Bea87] R. G. Beausoleil, D. H. McIntyre, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Coulliaud, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **35**, 4878 (1987).
- [Bea89] R. G. Beausoleil, D. H. McIntyre, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Coulliaud, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **39**, 4591 (1989).
- [Bea97] D. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, F. Biraben, D. Touahri, L. Hilico, O. Acef, A. Clairon, und J. J. Zondy, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 440 (1997).

- [Bel85] A. S. Belov, S. A. Kubalov, V. E. Kuzik, V. P. Yakushev, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* **A239**, 443 (1985).
- [Ber62] K. Berkling, R. Helbing, K. Kramer, H. Pauly, Ch. Schlier, und P. Toschek, *Zeitschrift für Physik* **166**, 406 (1962).
- [Ber73] R. W. Berard, F. R. Buskirk, E. B. Dally, J. N. Dyer, X. K. Maruyama, R. L. Topping, und T. Traverso, *Phys. Lett.* **47 B**, 355 (1973).
- [Ber77] J. C. Bergquist, S. A. Lee, und J. L. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 159 (1977).
- [Ber94] J. C. Bergquist, W. M. Itano, und D. J. Wineland, erschienen in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, Proceedings International School of Physics <<Enrico Fermi>>, Course CXX, T. W. Hänsch und M. Inguscio (Hrsg.), North Holland, Amsterdam, S.359-376 (1994).
- [Ber95] D. J. Berkeland, E. A. Hinds, und M. G. Boshier, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2470 (1995).
- [Bet77] H. A. Bethe, E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*, Plenum, New York (1977).
- [Bor97] C. Bordé, private Mitteilung, zu veröffentlichen.
- [Bos89] M. G. Boshier *et al.*, *Phys. Rev. A* **40**, 6169 (1989).
- [Bou96] S. Bourzeix, D. de Beauvoir, F. Nez, M. D. Plimmer, F. de Tomasi, L. Julien, und F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 384 (1996).
- [Buc96] A. J. Buchmann, H. Henning, und P. U. Sauer, *Few-Body Systems* **21**, 149 (1996).
- [Buc97] A. Buchmann, private Mitteilung.
- [Cag73] B. Cagnac, G. Grynberg, und F. Biraben, *Le Journal de Physique* **34**, 845 (1973).
- [Ces96] C. L. Cesar, D. G. Fried, Th. C. Killian, A. D. Polcyn, J. C. Sandberg, I. A. Yu, Th. J. Greytak, und D. Kleppner, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 255 (1996).
- [Cod86] von CODATA 1986 empfohlene Naturkonstanten. E. R. Cohen, B. N. Taylor, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, **92**, 85 (1987).
- [Coh77] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Bd. I, Wiley, New York, London, Sydney, Toronto (1977).

- [Dir37] P. A. M. Dirac, *Nature* (London) **139**, 323 (1937).
- [Dre84] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, H. Ward, *Appl. Phys. B* **33**, (1984).
- [Dyc87] R. Van Dyck, Jr, P. Schwinberg, und H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [Dyc95] R. S. Van Dyck Jr., D. L. Farnham, und P. B. Schwinberg, *IEEE Trans. on Instr. and Measurement* **44** II, 546 (1995).
- [Eid94] M. Eides, H. Grotch, und P. Pebler, *Phys. Rev. A* **50**, 144 (1994).
- [Eri77] G. W. Erickson, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **6**, 833 (1977). E. E. Salpeter, *Phys. Rev.* **87**, 328 (1952).
- [Ess71] L. Essen, R. W. Donaldson, M. J. Bangham, E. G. Hope, *Nature* **229**, 110 (1971).
- [Foo85] C. Foot, B. Coullaud, R. G. Beausoleil, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1913 (1985).
- [Fri-a] J. L. Friar und G. L. Payne, zur Veröffentlichung eingereicht bei *Phys. Rev. C*.
- [Fri-b] J. L. Friar, J. Martorell, und D. W. L. Sprung, in Vorbereitung.
- [Gar90] J. C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, und F. Biraben, *J. Phys. France* **51**, 2263 (1990), 2275 (1990), 2293 (1990).
- [Gei95] H. Geiger, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München (1995).
- [God93] A. Godone, C. Novero, P. Tavella, K. Rahimullah, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2364 (1993).
- [Hae74] T. W. Hänsch, M. H. Nayfeh, S. A. Lee, S. M. Curry, und I. S. Shahin, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 1336 (1974).
- [Hae77] T. W. Hänsch, in *Laser Spectroscopy III*, 149 Springer Series in Optical Sciences 7, J. L. Hall und J. L. Carlsten (Hrsg.), Springer, Berlin/New York (1977).
- [Hae80] T. W. Hänsch, B. Couillaud, *Opt. Commun.* **35**, 441 (1980).
- [Hag94] E. W. Hagley und F. M. Pipkin, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1172 (1994).
- [Han63] L. N. Hand, D. G. Miller, und R. Wilson, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 335 (1963).

- [Heb56] J. W. Heberle, H. A. Reich, und P. Kusch, *Phys. Rev.* **101**, 612 (1956).
- [Hel82] J. Helmcke, D. Zevgolis, und B. U. Yen, *Appl. Physics* **B 28**, 83 (1982).
- [Hub93] A. Huber, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München (1993).
- [Hub98] A. Huber, Th. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi, K. Pachucki, M. Weitz und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.*, zur Veröffentlichung akzeptiert.
Dieser Artikel ist in Anhang A wiedergegeben.
- [Jen97] U. Jentschura und K. Pachucki, zur Veröffentlichung eingereicht bei *Phys. Rev. A*.
- [Joh85] W. R. Johnson und G. Soff, *At. Data Nucl. Data Tables* **33**, 405 (1985).
- [Kal90] R. Kallenbach, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1990).
- [Kar93] S. G. Karshenboim, *JETP* **76**, 541 (1993).
- [Kar95] S. G. Karshenboim, *J. Phys.* **B 28**, L77 (1995).
- [Kar97] S. G. Karshenboim, *Z. Phys.* **D 39**, 109 (1997).
- [Khr96] I. B. Khriplovich, A. I. Milstein, und R. A. Sen'kov, *Phys. Lett. A* **221**, 370 (1996).
- [Kin95] T. Kinoshita, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4728 (1995).
- [Kla73] S. Klarsfeld und A. Maquet, *Phys. Lett.* **43 B**, 201 (1973). Es genügt, nur den Bethelogarithmus einzusetzen. Die Fehlerabschätzung geht auf K. Pachucki zurück, private Mitteilung.
- [Kla86] S. K. Klarsfeld, J. Martorell, J. A. Oteo, M. Nishimura, D. W. L. Sprung, *Nucl. Phys. A* **456**, 373 (1986). Hier wird $r_{struc}=1.953(3)$ fm angegeben. Mit den bei Gleichung (10.9) in Kapitel 10 angegebenen Werten für r_n^2 und r_{DF}^2 ergibt sich $r_d=2.116(6)$ fm.
- [Koe93] W. König, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1993).
- [Kog66] H. Kogelnik, T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966).
- [Kop95] S. Kopecky, P. Riehs, J. A. Harvey, N. W. Hill, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2427 (1995).

- [Kou95] M. Kourogi, B. Widiyatomo, Y. Takeuchi, M. Ohtsu, *IEEE J. QE* **31**, 2120 (1995).
- [Lam51] W. E. Lamb und R. C. Retherford, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 241 (1947).
- [Lee79] S. A. Lee, J. Helmcke, und J. L. Hall, *Laser Spectroscopy IV*, H. Walther und K. W. Rothe (Hrsg), Springer, Berlin/New-York, S. 130 (1977).
- [Leipriv] D. Leibfried, unveröffentlicht.
- [Lei95] D. Leibfried, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1995).
- [Lun81] S. R. Lundeen und F. M. Pipkin, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 232 (1981).
- [Mar95] J. Martorell, D. W. Sprung und D. C. Zheng, *Phys. Rev. C* **51**, 1127 (1995).
- [McI87] D. H. McIntyre, Dissertation, Stanford-University USA (1986).
- [McI89] D. H. McIntyre, R. G. Beausoleil, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Couillaud, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **39**, 4591 (1989).
- [Mer96] P. Mergell, U. G. Meißner, und D. Drechsel, *Nuclear Phys. A* **596**, 367 (1996).
- [Mey89] P. Meystre und M. Sargent, *Elements of Quantum Optics*, Springer, Berlin/New York (1989).
- [Num89] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in Pascal*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne (1989).
- [Pac93] K. Pachucki, *Phys. Rev. A* **48**, 120 (1993).
- [Pac94] K. Pachucki, *Phys. Rev. A* **72**, 3154 (1994).
- [Pac95a] K. Pachucki und H. Grotch, *Phys. Rev. A* **51**, 1854 (1995).
- [Pac95b] K. Pachucki, *Phys. Rev. A* **52**, 1079 (1995).
- [Pac95c] K. Pachucki und S. G. Karshenboim, *J. Phys.* **B 28**, L221 (1995).
- [Pac96] K. Pachucki, D. Leibfried, M. Weitz, A. Huber, W. König, und T. W. Hänsch, *J. Phys.* **B 29**, 177 (1996).
- [Ram49] N. F. Ramsey, *Phys. Rev.* **76**, 996 (1949).
- [Ram90] N. F. Ramsey, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 541 (1990).

- [Rei56] H. A. Reich, J. W. Heberle, und P. Kusch, *Phys. Rev.* **104**, 1585 (1956).
- [Sal77] M. M. Salour und C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 757 (1977).
- [Sap90] J. R. Sapirstein und D. R. Yennie, in *Quantum Electrodynamics*, T. Kinoshita (Hrsg.), World Scientific, Singapur (1990).
- [Sch86] P. A. Schmelzbacher, *Helv. Phys. Act.* **59**, (1986).
- [Sch92] F. Schmidt-Kaler, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [Sch93] F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, M. Weitz, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2261 (1993).
- [Sch95] F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, S. Seel, C. Zimmermann, W. König, M. Weitz, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **51**, 2789 (1995).
- [Sco88] G. Scoles, D. Bassi, U. Buck, D. Laine, *Atomic and Molecular Beam Methods*, Bd. I, Oxford University Press, New York (1988).
- [Ser89] G. W. Series, in *The Hydrogen Atom*, G. F. Bassani, M. Inguscio, und T. W. Hänsch (Hrsg.), Springer, Berlin (1989).
- [Sic96] I. Sick und D. Trautmann, *Phys. Lett. B* **375**, 16 (1996). Hier wird für den Ladungsradius des Deuterons der Wert von $r_d=2.128(11)$ fm angegeben. Mit $r_p=0.862(12)$ fm [Sim80] errechnet sich daraus gemäß Gleichung (10.9) für den Strukturradius des Deuterons der Wert von $r_{struc}=1.966(13)$ fm. Zur Unsicherheit von 0.013 fm trägt die Unsicherheit im Protonladungsradius nur schwach bei. Wäre letztere Null, so würde die Unsicherheit des Strukturradius mit 0.012 fm nur geringfügig kleiner ausfallen.
- [Sim80] G. G. Simon, C. Schmidt, F. Borkowski, und V. H. Walther, *Nucl. Phys. A* **333**, 381 (1980).
- [Sim81] G. G. Simon, C. Schmidt, und V. H. Walther, *Nucl. Phys. A* **364**, 285 (1981). a und b stehen für Anpassung mit Polynomen 3-ter und 4-ter Ordnung [Buc96].
- [Tee77] R. Teets, J. Eckstein, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 760 (1977).
- [Tel90] H. R. Telle, D. Meschede, T. W. Hänsch, *Opt. Lett.* **15**, 532 (1990).
- [Ude97] Th. Udem, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1997).

- [Ude97b] Th. Udem, A. Huber, M. Weitz, D. Leibfried, W. König, M. Prevedelli, A. Dimitriev, H. Geiger, und T. W. Hänsch, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **46 II**, 166 (1997).
- [Ude97c] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2646 (1997). Dieser Artikel ist in Anhang A wiedergegeben.
- [Wal96] J. Walz, S. B. Ross, C. Zimmermann, L. Ricci, M. Prevedelli, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3257 (1995).
- [Wei88] C. O. Weiss *et al.*, *IEEE J. QE* **24**, 1970 (1988).
- [Wei92] M. Weitz, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [Wei92b] M. Weitz, F. Schmidt-Kaler, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1120 (1992).
- [Wei94] M. Weitz, A. Huber, F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 328 (1994).
- [Wei95] M. Weitz, A. Huber, F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, W. Vassen, C. Zimmermann, K. Pachucki, und T. W. Hänsch, L. Julien, und F. Biraben, *Phys. Rev. A* **52**, 2664 (1995).
- [Win72] D. J. Wineland und N. F. Ramsey, *Phys. Rev. A* **5**, 821 (1972).
- [Won94] C. W. Wong, *Int. J. Mod. Phys. E* **3**, 821 (1994).
- [Wyn92] R. Wynands, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1992).
- [Zim90] C. Zimmermann, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München (1990).

Danksagung

Allen voran danke ich Professor Dr. T. W. Hänsch für die Möglichkeit, am hochinteressanten Garchinger Wasserstoffexperiment arbeiten zu dürfen, und dabei von den hervorragenden Arbeitsbedingungen in seiner Abteilung am Max-Planck-Institut für Quantenoptik zu profitieren.

Zu besonderem Dank bin ich Dr. Martin Weitz verpflichtet, der jeder Zeit mit Rat und Tat zur Seite steht und durch seinen großen Erfahrungsschatz viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Ganz herzlich bedanke ich mich bei meinem direkten Mitstreitern in den ungezählten Meßnächten mit "open end". Das sind Bruno Gross im Wasserstofflabor sowie Thomas Udem und Jörg Reichert an der Frequenzkette. Es hätten innerhalb eines Jahres sicherlich nicht so viele verschiedene Experimente erfolgreich durchgeführt werden können ohne den Einsatz, das Durchhalte- und Einfühlungsvermögen aller.

Meinen direkten "Ahnern" am Garchinger 1S-2S Spektrometer, Dr. Claus Zimmermann, Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler und Dr. Dietrich Leibfried danke ich für viele Hilfestellungen einerseits und die großen Anstrengungen andererseits, die sie in die Apparatur investiert haben, bis sie mir anvertraut wurde. Bei Dr. Dietrich Leibfried bedanke ich mich insbesondere für die kompetente Einführung in die Bedienung des Wasserstoffspektrometers und die gute Zusammenarbeit während der ersten beiden Jahre.

Tilman Heupel, Dr. Jochen Walz, Dr. Kjeld Eikema, Dr. Marco Prevedelli sowie Harald Geiger danke ich für ihr kollegiales Verhalten und viele hilfreiche Diskussionen. Markus Niering hat in der kurzen Zeit, die er jetzt im Wasserstofflabor mitarbeitet, bereits bewiesen, daß es auch in Zukunft Spaß machen wird, mit ihm zusammenzuarbeiten. Unser Elektroniker Helmut Brückner hat ebenso wie die Techniker Wolfgang Simon und Karl Linner viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Unseren Sekretärinnen Frau Hecht und seit kurzem Frau Gschwendtner sei für die reibungslose Organisation in unserer Gruppe gedankt.

Bei Dr. Krzysztof Pachucki und Dr. Alfons Buchmann bedanke ich mich für die Geduld und Hilfsbereitschaft, die sie bei der Diskussion theoretischer Fragestellungen bewiesen haben. Dr. G. Kramer und Dr. B. Lipphardt danke ich für die Kalibrierung des Helium-Neon-Standards.

Ganz herzlich bedanke ich mich nicht zuletzt bei meinen Eltern für alles was sie bisher für mich getan haben und bei meiner lieben Birgit, die mich und die eigentlich unzumutbaren Arbeitszeiten in den letzten Jahren ertragen hat, und so einen nicht unerheblichen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hat.

Lebenslauf

3. März 1968	geboren in Kaufbeuren als Sohn von Rudolf Huber, Gymnasiallehrer, und Christine Huber, geb. Modlmayr, Gymnasiallehrerin.
Sept. 1974 bis Juli 1978	Grundschule Marktoberdorf.
Sept. 1978 bis April 1987	Gymnasium Marktoberdorf/Allgäu.
Juni 1984 bis Juli 1984	Schulaufenthalt in Thame bei Oxford (England).
Juni 1987	Abitur.
Nov. 1987 bis Juli 1993	Studium der Physik (Diplom) an der Ludwig-Maximilians-Universität München.
Mai 1989	Vordiplom in Physik.
Mai 1992 bis Mai 1993	Diplomarbeit über "Präzisionsspektroskopie an einem Strahl metastabiler Wasserstoffatome" unter Leitung von Prof. Dr. T. W. Hänsch am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching.
Juli 1993	Diplom in Physik.
Okt. 1993 bis Juni 1997	Doktorarbeit mit dem Thema "Höchstauflösende Präzisionsspektroskopie am atomaren Wasserstoff" unter Leitung von Prof. Dr. T. W. Hänsch am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching.
seit April 1997	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching.



