# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

# Superradiante Verstärkung ultrakurzer Laserpulse in Plasmen

Matthias Dreher

MPQ-Report 250

MPQ 250 Februar 2000

Dieser MPQ-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt Alle Rechte vorbehalten

This MPQ-Report has been printed as author's manuscript
All rights reserved

Max-Planck-Institut für Quantenoptik 85740 Garching, Bundesrepublik Deutschland

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

# Superradiante Verstärkung ultrakurzer Laserpulse in Plasmen

Matthias Dreher

MPQ 250 Februar 2000

## **Abstract**

Superradiant Amplification (SRA) of ultra-short laser pulses is studied in a one dimensional approach in the framework of this diploma thesis. Both, a qualitative and an analytical description are presented. They are confirmed and supplemented by extensive numerical Particle-In-Cell (PIC) simulations.

SRA is a novel scheme for the amplification of ultra-short laser pulses. It has been discovered only recently by G. Shvets [41]. Amplification of the signal intensity by two orders of magnitude is accomplished by compression of a long  $(2-10\,\mathrm{ps})$  counter-propagating pump pulse of slightly higher frequency in fully ionized underdense plasma  $(10^{19}\,\mathrm{cm}^{-3})$ . The ponderomotive force of the two laser pulses arranges the plasma electrons in the interaction region to a density grid. This leads to coherent Thomson scattering of the pump light back into the signal pulse. The coherent radiation is called *superradiant*, a term coined by R. Dicke. The density grid decays towards the rear side of the signal pulse, which gives rise to a further decrease of the signal duration.

Qualitative considerations lead to scaling laws for the growth of the signal intensity  $I_{\rm S} \sim (n/n_{\rm crit})^2 (k_{\rm S}z)^2 I_{\rm L}$  and the decrease of the signal duration  $\tau_{\rm S} \sim 1/\sqrt{z}$ . Here  $n/n_{\rm crit}$  is the ratio of plasma density and critical density,  $I_{\rm L}$  is the pump pulse intensity,  $k_{\rm S}$  and z are the wave number and the propagation distance of the signal pulse, respectively. The grid formation and the amplified signal are investigated.

In the analytical part a system of partial and ordinary differential equations for the evolution of the signal pulse and the motion of the electrons is derived. The equations have a self-similar solution, which is qualitatively in good agreement with results obtained from PIC simulations. The same scalings as in the phenomenological part are deduced. Furthermore, a threshold value for the laser intensities is given regarding the onset of the SRA.

The numerical simulations in the last part of this work are performed by means of a 1D3V PIC code, i.e. in one spatial and three velocity dimensions. The signal evolution is visualized, the scalings for  $I_{\rm S}$  and  $\tau_{\rm S}$  are confirmed with respect to all relevant parameters and the predicted motion of the electrons in the ponderomotive potential is illustrated. Furthermore, higher nonlinearities are investigated, like the saturation of the signal intensity at about  $5\times 10^{17}$  W/cm² and the formation of a second peak at the rear side of the signal for later times.

An important result concerns the dependence of the amplification on the initial frequency detuning of the two pulses. Amplification is observed for a large range of detunings and even if the signal frequency is equal or higher than the pump frequency, though the theory predicts damping of the signal for the latter case.

Finally, results of simulations with the characteristic parameters of the ATLAS laser system of the MPQ are presented. They indicate that an experimental realization of SRA with ATLAS is very likely to succeed.

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung						
2	Aus	gewähl	te Aspekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung	į			
	2.1	Grund	ilagen	ļ			
	2.2		e der Laser-Plasma-Wechselwirkung				
3	Qua	litative	Untersuchung der superradianten Verstärkung	13			
	3.1	Die E	igenschaft der Superradianz	13			
		3.1.1	Thomson-Streuung an Plasmaelektronen	13			
		3.1.2	Kohärente Emission bei der SRA	1			
		3.1.3	Superradianz nach Dicke	10			
		3.1.4	Phänomenologische Ableitung eines Ausdrucks für $I_{\mathrm{S}}$	1			
		3.1.5	Der Bündelungsparameter	18			
	3.2	Elektı	ronenbündelung durch das ponderomotive Potential	18			
		3.2.1	Bewegung der Elektronen im ponderomotiven Potential	1			
		3.2.2	Bündelung durch Oszillation im Potentialtrog	2			
		3.2.3	Richtung des Energieflusses	2			
	3.3	3.3 Untersuchung des verstärkten Signals					
		3.3.1	Optimale Pulslänge und Pulsverkürzung	2			
		3.3.2	Optimale Verstärkungsfrequenz	2			
		3.3.3	Spektrum des verstärkten Signals	2			
4	Eine	Selbst	tähnlichkeitslösung der superradianten Verstärkung	3			
	4.1	Grund	dgleichungen für Signalamplitude und Elektronenbewegung	3			
		4.1.1	Gleichung für die Elektronenbewegung	3			
		4.1.2	Gleichung für die Signalamplitude	3			
	4.2	Selbst	ähnliche Lösungen der SRA-Gleichungen	3			
5	Nun	nerisch	e Simulationen der superradianten Verstärkung	4:			
	5.1	Der P	TC-Code	4			
	5.2	Die m	umerischen Simulationen	4			
	5.3	Überp	orüfung der theoretischen Vorhersagen	4			
	5.4		ronenbewegung im ponderomotiven Potential				

5.5 Einfluß der Frequenzverstimmung der Laserpulse							
	5.6	Einfluß von Instabilitäten					
	5.7	Simulationen für ein Experiment am ATLAS-Laser	67				
6	ammenfassung	73					
Literaturverzeichnis							
Da	Danksagung						

# 1 Einleitung

## Interesse an kurzen, intensiven Laserpulsen

Seit der Erfindung gepulster Laser stieg die maximale fokussierte Laserintensität um 12 Größenordnungen an und liegt heute bei ca.  $10^{21}\,\mathrm{W/cm^2}$ , erzeugt am Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL) USA. So hohe Intensitäten und dementsprechend hohe Pulsleistungen konnten erreicht werden, indem die Pulsenergien vergrößert und die Pulsdauern verkürzt wurden. Die elektrischen Felder von  $10^{14}\,\mathrm{V/m}$  im Laserfokus übertreffen das Feld, das ein Elektron im Wasserstoffatom bindet, um das Hundertfache, und der Lichtdruck auf die Plasmaelektronen beträgt bis zu 300 Gbar.

Die heutigen Laser bieten neue Möglichkeiten für die Forschung und legen interessante Anwendungsgebiete nahe [1, 2, 3]. In der Atomphysik und nichtlinearen Optik können z.B. Multiphotonenprozesse und die Erzeugung hoher Harmonischer [4] untersucht werden. Neuartige Plasmen mit wählbarer Elektronentemperatur oder vorgegebenem Ionisationsgrad fernab vom Gleichgewichtszustand [1] lassen sich erzeugen. Selbst extreme Zustände, wie sie im Innern von Sternen herrschen, können im Labor realisiert und untersucht werden [5]. Die möglichen Anwendungen reichen von der Teilchenbeschleunigung [6, 7] über Röntgenlaser bis hin zu Laserfusionsreaktoren [8].

#### **CPA-Laser**

Die Entwicklung von Lasersystemen immer höherer Leistung wurde lange Zeit verhindert durch nichtlineare optische Effekte in den Lasermedien und den optischen Elementen im Strahlgang. Oberhalb einer gewissen Pulsleistung kommt es zur Selbstfokussierung des Laserstrahls [9]. Die hohe Intensität im Fokus übersteigt die Ionisationsschwelle, führt zum dielektrischen Zusammenbruch des Mediums und damit zum Verlust des Strahls. Ein CPA-Laser [10, 11] (CPA: Chirped-Pulse-Amplification) umgeht dieses Problem, indem der Laserpuls mit Hilfe eines Gitterpaares, das eine große lineare Dispersion besitzt, um einen Faktor  $10^3 - 10^4$  gestreckt wird. Als langer Puls niedriger Leistung und Intensität kann er ohne größere Probleme verstärkt werden. Nach der Verstärkung wird er durch erneute Reflexion an einem Gitterpaar mit umgekehrter Dispersion wieder zu einem Puls komprimiert, der fast die ursprüngliche Länge hat und noch einen großen Teil der hinzugewonnenen Energie besitzt. Mit Hilfe der CPA-Technik werden sowohl die intensivsten Laserpulse mit Intensitäten von  $10^{21}\,\mathrm{W/cm^2}$  bei 400 fs Pulsdauer [12], als auch die kürzesten Pulse mit 5 fs Pulsdauer und Intensitäten von  $10^{16}-10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$  [13], erreicht. Die mit der CPA-Technik erreichbare Laserleistung wird begrenzt durch den maximalen Fluß, also der Energie pro Flächen-

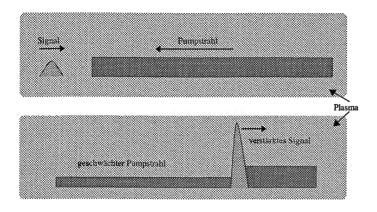


Abbildung 1.1: SRA-Konfiguration: Signal-puls und Pumppuls laufen entgegengesetzt durch das Plasma. Ein Teil des Pumppulses wird im Überlagerungsbereich der beiden Laserpulse in das Signal zurückgestreut.

einheit, dem das Verstärkermedium und die Kompressionsgitter standhalten [14], sowie durch nicht-perfekte Kompression aufgrund dispersiver Effekte höherer Ordnung [15] und Gain-Narrowing [11].

#### Superradiante Verstärkung

In dieser Arbeit wird ein alternatives Verfahren zur Verstärkung ultrakurzer ( $\approx 20\,\mathrm{fs}$ ) Laserpulse, die sogenannte superradiante Verstärkung (engl.: Superradiant Amplification, kurz SRA), untersucht. Es wurde von G. Shvets et al. in Phys. Rev. Let. 81, 4879 (1998) erstmals vorgestellt. Das verstärkende Medium ist in diesem Fall ein vollständig ionisiertes Plasma. Es besitzt den Vorteil, daß es beliebigen Laserintensitäten standhält, da es sich bereits jenseits des dielektrischen Zusammenbruchs befindet.

Die Grundidee von Shvets läßt sich einfach darstellen. Wie in Abbildung 1.1 gezeigt, läßt man einen kurzen Signalpuls  $A_{\rm S}$  mit dem gegenläufigen Pumppuls  $A_{\rm L}$  in einem dünnen Plasma ( $n\approx 10^{19}\,{\rm cm^{-3}}$ ) kollidieren. Die Frequenz des Pumppulses soll etwas größer als die des Signalpulses sein. Der wesentliche Punkt besteht nun darin, daß sich die Plasmaelektronen im Interferenzbereich der beiden Pulse zu einem Dichtegitter ordnen, das den Pumppuls reflektiert und damit den Signalpuls verstärkt. Die Strahlung der räumlich geordneten Elektronen ist kohärent und wird nach Dicke [16] superradiant genannt.

Die beiden Laserpulse mit den Vektorpotentialen

$$A_{\rm S} = \tilde{A}_{\rm S} e^{i\theta_{\rm S}} + {\rm c.c.}, \qquad A_{\rm L} = \tilde{A}_{\rm L} e^{i\theta_{\rm L}} + {\rm c.c.}$$

und den Phasen  $\theta_{\rm S} = k_{\rm S}z - \omega_{\rm S}t$  des Signals und  $\theta_{\rm L} = -k_{\rm L}z - \omega_{\rm L}t$   $(k_{\rm S}, k_{\rm L} > 0)$  des gegenläufigen Pumppulses erzeugen im Interferenzbereich das Intensitätsmuster

$$I \sim \langle |A_{\rm S} + A_{\rm L}|^2 \rangle = \tilde{A}_{\rm S}^2 + \tilde{A}_{\rm L}^2 + \langle \tilde{A}_{\rm S} \tilde{A}_{\rm L} (e^{i(\theta_{\rm S} + \theta_{\rm L})} + e^{i(\theta_{\rm S} - \theta_{\rm L})}) + \text{c.c.} \rangle,$$

wobei  $\langle ... \rangle$  die zeitliche Mittelung über die schnellen Oszillationen darstellt. Bei dieser Mittelung verschwindet der Anteil  $\langle e^{i(\theta_S+\theta_L)} \rangle$  mit  $\theta_S+\theta_L=(k_S-k_L)z-(\omega_S+\omega_L)t$ . Der zeitlich langsam oszillierende Anteil mit Phase  $\theta_S-\theta_L=(k_S+k_L)z-(\omega_S-\omega_L)t$  bleibt

jedoch für  $\omega_{\rm S} \lesssim \omega_{\rm L}$  auch nach der Mittelung bestehen mit der Schwebungsfrequenz  $\Delta \omega = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm S} > 0$ .

Das Interferenzmuster ist schematisch in Abbildung 1.2 oben dargestellt. Seine räumliche Periode beträgt etwa  $2\pi/(k_{\rm L} + k_{\rm S}) \approx$  $\lambda_{\rm S}/2$ . Das entsprechende ponderomotive Potential, das ist der Lichtdruck, ordnet nun die Plasmaelektronen, wie an Hand ihrer Dichte in Abb. 1.2 unten gezeigt. Die Elektronen bilden ein Dichtegitter und streuen einen Teil des Pumppulses kohärent in das Signal zurück, siehe Abb. 1.3 oben. Das Elektronengitter bewegt sich dabei mit kleiner Phasengeschwindigkeit  $-2k_s\Delta\omega$  nach links, da es durch die Reflexion einen Rückstoß erhält. Die Einhüllende des Musters folgt jedoch dem Signalpuls und bewegt sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit nach rechts. Dabei läuft der Puls ständig in "frisches", ungestörtes

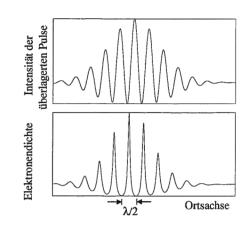
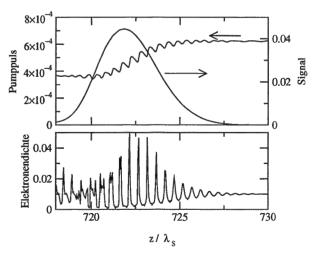


Abbildung 1.2: Der Intensität (oben) ist im Überlagerungsbereich der beiden Laserpulse ein charakteristisches Interferenzmuster aufgeprägt, das sich auf die Elektronendichte (unten) überträgt.

Plasma und baut das Dichtegitter kontinuierlich neu auf.

Im numerischen Teil dieser Arbeit wird gezeigt, daß eine hohe Verstärkung des Signalpulses um mehr als das Hundertfache möglich ist. Es ist wichtig zu verstehen, daß der verstärkte Puls dabei wesentlich vom Gain-Gebiet, das ist das Gebiet hoher Verstärkung, geformt wird. Da das Auftreten des Dichtgitters eine transiente Erscheinung ist, die schnell wieder zerfällt, siehe Abb. 1.3 unten, ist das Gain-Gebiet räumlich eng begrenzt. Seine Ausdehnung bestimmt die Zeitdauer des verstärkten Pulses. Es zeigt sich sogar, daß der Puls mit wachsender Amplitude kürzer wird.

Abbildung 1.3: Oben: Intensitäten von Signal und Pumplaser im Wechselwirkungsbereich als Funktion des Orts, gegeben in  $2.74 \times 10^{18} \,\mathrm{W/cm^2}$ . Das Signal läuft nach rechts, der Pumppuls nach links. Die Resultate wurden mit Hilfe von PIC-Simulationen (Kapitel 5) ermittelt. Unten: Die Elektronendichte  $n/n_{\rm krit}$ , mit der kritischen Dichte  $n_{\rm krit}$ , wird schnell sehr stark moduliert, wodurch ein merklicher Teil-der Pumpintensität zurückgestreut wird.



1 Einleitung

Ein wichtiges, neues Ergebnis dieser Arbeit bezieht sich auf die Frequenzverstimmung  $\Delta\omega$ . Obwohl es einen optimalen Wert  $\Delta\omega$  für die SRA Verstärkung gibt, ist seine genaue Größe nicht kritisch für den Verstärkungseffekt<sup>1</sup>. Es stellt sich heraus, daß selbst für  $\Delta \omega = 0$ , d.h. Signalfrequenz ist gleich Pumpfrequenz, erhebliche Verstärkung zu

Für den Fall der Raman-Rückstreuung wird ein weiterer superradianter Verstärkungsprozeß vorhergesagt [17]. G. Shvets, der beide Verstärkungsmechanismen entdeckte, führte für sie die Begriffe Compton-SRA und Raman-SRA ein. Diese Arbeit beschränkt sich auf die oben beschriebene Compton-SRA, die im weiteren kurz SRA genannt wird.

## Aufgabe und Gliederung der Arbeit

Kapitel 2 führt kurz in die Grundlagen der Laser-Plasma-Wechselwirkung ein und stellt einige Effekte vor, die die Propagation intensiver Laserstrahlung in einem Plasma beeinträchtigen können. Die Auswahl beschränkt sich dabei auf Effekte, die für die experimentelle Verwirklichung der SRA von Bedeutung sind.

Der Hauptteil der Arbeit gliedert sich in drei Kapitel, die die superradiante Verstärkung zunächst auf qualitative Weise, danach in analytischer Form und schließlich numerisch untersuchen. Diese drei Ansätze liefern eine konsistente Beschreibung der SRA.

Die qualitative Analyse in Kapitel 3 betrachtet den superradianten Streuprozeß und die Entstehung des Dichtegitters der Elektronen genauer, untersucht das verstärkte Signal und liefert analytische Ausdrücke für das Anwachsen der Signalintensität und für die Pulsverkürzung. In Kapitel 4 wird eine analytische Beschreibung ausgearbeitet, für die eine selbstähnliche Lösung existiert, die wiederum auf die gleichen Abhängigkeiten des Signalwachstums und der Pulsverkürzung führt.

Kapitel 5 umfaßt umfangreiche numerische Untersuchungen, in denen erstmals die theoretisch vorhergesagten Abhängigkeiten detailliert überprüft und auch bestätigt werden. Die Bewegung der Elektronen im Phasenraum wird analysiert und mit den Aussagen des Modells aus Kapitel 3 verglichen. Weiterhin werden die Abhängigkeit der Signalverstärkung von der anfänglichen Frequenzverstimmung der Laserpulse und die Auswirkungen von Instabilitäten untersucht.

Die Ergebnisse von Simulationen mit den charakteristischen Daten des ATLAS-Lasersystems am Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ) als Eingangsparameter bilden den Abschluß des numerischen Kapitels. Das ATLAS-Lasersystem ist ein Multi-Terawatt-Laser, unter Benutzung dessen die SRA zum ersten Mal experimentell realisiert werden soll. Die hier durchgeführten Simulationen stehen im Vorfeld dieses Experiments.

# 2 Ausgewählte Aspekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung

In diesem Kapitel werden zunächst die grundlegenden Konzepte und Eigenschaften der Laser-Plasma-Wechselwirkung umrissen, wie sie zur Beschreibung der superradianten Verstärkung benötigt werden. Der erste Teil behandelt die Grundlagen, der zweite betrachtet spezielle Wechselwirkungprozesse, die die SRA beeinflussen oder stören können.

# Grundlagen

## Gleichungen für die Felder

Wie in einem Großteil der Literatur über die Laser-Plasma-Physik wird auch in dieser Arbeit das cgs-System benutzt.<sup>1</sup> Die Beschreibung der elektromagnetischen Felder im Plasma geht von den Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \boldsymbol{B},$$
 (2.2a)  $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi \rho,$  (2.2c)

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\partial_{t}\boldsymbol{B}, \qquad (2.2a) \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi\rho, \quad (2.2c)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + \frac{1}{c}\partial_{t}\boldsymbol{E}, \qquad (2.2b) \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \quad (2.2d)$$

aus. Werden die Felder E und B durch ihre Potentiale  $\Phi$  und A als  $E = -\nabla \Phi - \frac{1}{2} \partial_t A$ und  $B = \nabla \times A$  ausgedrückt, erfüllen sie die homogenen Maxwell-Gleichungen trivial. In der Coulombeichung  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  beschreibt das Vektorpotential allein das transversale, elektromagnetische Feld. Durch Zerlegung von Gl. (2.2b) in Rotations- und Gradientenanteil leitet man die Wellengleichung für A und die Kontinuitätsgleichung für die Ladungsdichte  $\rho$  ab. Gl. (2.2c) wird zur Poisson-Gleichung für das elektrosta-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dies steht im Gegensatz zur Raman-Verstärkung, für die  $\Delta\omega$  gleich der Plasmafrequenz  $\omega_{\rm p}$  sein muß. Stimulierte Raman-Streuung wird als Nebeneffekt in dieser Arbeit ebenfalls untersucht.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Alle Gleichungen, die im cgs-System formuliert sind, können in das SI-Maßsystem überführt werden, indem Elementarladung e, Stromdichten j, elektrische Feldstärke E, elektrisches Potential  $\Phi$ , magnetische Feldstärke B und Vektorpotential A folgendermaßen substituiert werden [18]:

tische Potential  $\Phi$ . Damit ergeben sich

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c}\partial_t^2\right) A = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_r, \qquad \partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{j}_g = 0, \qquad \nabla^2 \Phi = 4\pi \rho, \qquad (2.3)$$

wobei  $j_r$  und  $j_g$  die Rotations- bzw. Gradientenanteile der Stromdichten sind. Im folgenden werden die Rotationsanteile auch transversal und die Gradientenanteile lon-gitudinal genannt.

## Die Dynamik von Elektronen im Lichtfeld und die ponderomotive Kraft

Die Dynamik eines Elektrons im Feld einer elektromagnetischen Welle wird durch das dimensionslose Vektorpotential

$$\mathbf{a} \equiv \frac{e\mathbf{A}}{mc^2} \tag{2.4}$$

charakterisiert. Für  $a\ll 1$  ist die Bewegung des Elektrons nicht relativistisch und wird dominiert von seiner transversalen Oszillation entlang der elektrischen Feldkomponente, der sogenannten Quiverbewegung. Dagegen ist die Bewegung des Elektrons für  $a\approx 1$  relativistisch und für  $a\gg 1$  ultrarelativistisch. Dies kann man am relativistischen  $\gamma$ -Faktor der Elektronen ablesen, der sich als

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{p_{||}^2 + p_{\perp}^2}{m^2 c^2}} = \sqrt{1 + \frac{p_{||}^2}{m^2 c^2} + \boldsymbol{a}^2}.$$
 (2.5)

schreiben läßt. Multipliziert mit  $mc^2$  ist dies die Gleichung für die Gesamtenergie des Elektrons.

Im nichtrelativistischen Bereich  $a\ll 1$  verändern eine schwache elektrostatische und die magnetische Kraft die Dynamik der Oszillation nur leicht, und das Elektron kommt nach jeder Oszillationsperiode wieder in die Nähe seines Ausgangspunkts zurück. In einer analytische Beschreibung interessiert häufig nur die effektive Bewegung, die man durch Mittelung über die schnelle Oszillation erhält. Diese effektive, zeitgemittelte Dynamik wird durch die sogenannte ponderomotive Kraft des Laserstrahls bestimmt. Sie setzt sich aus der longitudinalen  $v\times B$ -Kraft und einer Kraft proportional zum transversalen Gradienten der Feldamplitude  $\nabla_{\perp}|a|$  zusammen. Existiert ein solcher Gradient, wird ein Elektron z.B. während der ersten Hälfte einer Oszillation aus einem Bereich hoher Feldstärke in einen Bereich niedriger Feldstärke beschleunigt. Dort ist während der nächsten halben Oszillation die Rückwärtsbeschleunigung des Elektrons zu gering, um es wieder bis zum Ausgangspunkt zurückzuführen. Im Ergebnis entspricht dies einer Beschleunigung des Elektrons aus dem Bereich hoher Feldstärke heraus. Zusammengefaßt ergeben diese beiden Anteile einen einfachen Ausdruck für die ponderomotive Kraft, die auch Lichtdruck genannt wird [19, 20, 21]:

$$\mathbf{F}_{\text{pond}} = -\frac{mc^2}{2}\nabla|\mathbf{a}|^2 = -\nabla\phi_{\text{pond}} \quad \text{mit} \quad \phi_{\text{pond}} = \frac{mc^2}{2}|\mathbf{a}|^2.$$
 (2.6)

Das zugehörige Potential  $\phi_{\rm pond}$  heißt ponderomotives Potential. In der zeitgemittelten Bewegungsgleichung der Elektronen werden die transversalen, elektromagnetischen Felder durch die ponderomotive Kraft ersetzt, das elektrostatische, longitudinale Feld bleibt erhalten,

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E}_{||} - \nabla \phi_{\text{pond}}.\tag{2.7}$$

Es sei darauf hingewiesen, daß das ponderomotive Potential ein Konzept ist, um die effektive Bewegung der Elektronen in einem analytischen Bild über längere Strecken hinweg beschreiben zu können. Diese Kraft ist in numerischen Simulationen, die auf kinetischer Basis arbeiten, implizit enthalten. Diese Computer-Codes berechnen die vollständige Bewegung der Elektronen einschließlich ihrer schnellen Oszillation und berücksichtigen damit automatisch alle Effekte, die in die effektive, ponderomotive Kraft einfließen. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete PIC-Code arbeitet ebenfalls nach diesem Prinzip.

Auch in einer Beschreibung eines Plasmas als Flüssigkeit kann eine ponderomotive Kraft abgeleitet werden, die der zeitgemittelten Wechselwirkung mit dem Lichtfeld entspricht. Das zugehörige ponderomotive Potential lautet  $\phi = n \frac{mc^2}{2} |\boldsymbol{a}|^2$ , wobei n die Elektronendichte ist [22, 23].

Wegen der großen Bedeutung des dimensionslosen Vektorpotentials, werden im folgenden die Strahlintensitäten durch  $|a^2|$  ausgedrückt. Der Zusammenhang lautet im Fall einer linear polarisierten Lichtwelle der Form  $E_{\perp} = \frac{mc}{e} \omega a = \frac{mc}{e} \omega \tilde{a} \cos(kz - \omega t)$ 

$$I = \frac{c}{4\pi} \langle |E_{\perp}|^2 \rangle_t = \frac{c}{8\pi} \left( \frac{mc}{e} \frac{2\pi c}{\lambda} \tilde{a} \right)^2 = I_0 \frac{\tilde{a}^2}{\lambda^2}, \tag{2.8}$$

wobei

$$I_0 = \pi m^2 c^5 / (2e^2) = 1.37 \cdot 10^{18} \,\mathrm{W} \mu \mathrm{m}^2 / \mathrm{cm}^2$$
 (2.9)

ist und die Mittelung  $\langle \ldots \rangle_t$  über die schnelle Oszillationsperiode der Lichtwelle erfolgt. Dabei ist  $\lambda$  in  $\mu m$  einzusetzen. Das Produkt  $I\lambda^2$  entscheidet analog zu |a|, ob die Dynamik des Elektrons unter dem Einfluß des Lichtfelds relativistisch ist.

#### Propagation von Laserlicht in Plasma

Die Ströme in der Wellengleichung des elektromagnetischen Feldes (2.3) werden im wesentlichen durch die schnelle Oszillation der Elektronen im Lichtfeld verursacht. Diese sind als dielektrische Antwort des Plasmas zu verstehen. Substituiert man sie in der Wellengleichung, erhält man die Dispersionsrelation von elektromagnetischer Strahlung der Frequenz  $\omega$  und der Wellenzahl k im Plasma

$$\omega^2 = \omega_{\rm p}^2 + c^2 k^2,\tag{2.10}$$

wobei  $\omega_{\rm p}^2 = 4\pi e^2 n/m$  die Plasmafrequenz und n die Elektronendichte ist. Ihr Kehrwert  $1/\omega_{\rm p}$  stellt eine charakteristische Zeit dar, innerhalb derer das Plasma kollektiv auf Störungen reagiert.

Licht kann für  $\omega < \omega_{\rm p}$  nicht durch das Plasma propagieren, sondern wird am Rand reflektiert. Dazu äquivalent ist die Aussage, daß Licht einer bestimmten Frequenz  $\omega$  nur durch ein Plasma propagieren kann, dessen Dichte unterhalb der sogenannten kritischen Dichte  $n_{\rm krit} = \omega^2 m/(4\pi e^2)$  liegt.

Aus der Dispersionsrelation ergibt sich mit  $k = n_{\rm ref}\omega/c$  der Brechungsindex

$$n_{\rm ref} = \sqrt{1 - \omega_{\rm p}^2/\omega^2} = \sqrt{1 - n/n_{\rm krit}} \approx 1 - n/(2n_{\rm krit}).$$
 (2.11)

Die Näherung ist für dünne Plasmen,  $n \ll n_{\rm krit}$ , erlaubt.

# 2.2 Effekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung

Dieser Abschnitt stellt einige Effekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung vor, die den superradianten Verstärkungsmechanismus beeinflussen können. Insbesondere werden mit der Fokussierung und der Filamentierung auch Effekte angesprochen, die in der eindimensionalen Behandlung der SRA, die in dieser Arbeit sowohl im analytischen als auch im numerischen Teil benutzt wird, nicht erfaßt werden. Eine aktuelle Übersicht über Effekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung ist in [7, 24] zu finden.

## Parametrische Prozesse

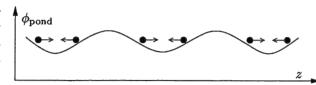
Als parametrische Prozesse bezeichnet man Effekte, die durch Änderung eines Parameters in der Zeitentwicklungsgleichung hervorgerufen werden. Ein Beispiel ist das Aufschaukeln eines Pendels durch periodische Änderung der Fadenlänge. In der Laser-Plasma-Wechselwirkung ist der Brechungsindex in der Wellengleichung ein solcher Parameter. Er vermittelt den Einfluß der Ströme, die im Plasma fließen. Da das elektromagnetische Feld über sein ponderomotives Potential wieder auf das Plasma rückwirkt, können Instabilitäten auftreten, die die Ausbreitung von Licht im Plasma entscheidend beeinträchtigen. Ein Laserstrahl, der in einem Plasma propagiert, kann z.B. durch stimulierte Raman- bzw. Brillouin-Streuung teilweise oder fast vollständig reflektiert und durch den zwei-Plasmonen-Zerfall stark geschwächt werden.

## Stimulierte Raman-Streuung

Einer der wichtigsten parametrischen Prozesse ist die stimulierte Raman-Streuung [25, 26, 27], auf die hier ausführlich eingegangen wird, weil sie sich auf den ersten Blick von der superradianten Verstärkung nicht wesentlich zu unterscheiden scheint. Das einfallende Licht wird an einer Plasmawelle nach dem Prinzip der Bragg-Reflexion gestreut. Wie bei der SRA ist also eine Modulation der Elektronendichte vorhanden, die zur Streuung führt.

Die Plasmawelle wird bei der stimulierten Raman-Streuung durch die überlagerten ponderomotiven Kräfte von einfallendem und rückgestreutem Licht angeregt. Wie in Abbildung 2.1 gezeigt, werden im räumlichen Abstand von  $\lambda/2$  die Elektronen aus den Bereichen herausgedrängt, in denen das ponderomotive Potential des Interferenzmusters hoch ist.

Abbildung 2.1: Die ponderomotiven Kräfte lenken die Elektronen periodisch aus ihrer Ruheposition aus und regen dadurch eine Plasmaschwingung an.



Die Auslenkung der Elektronen führt zu elektrostatischen Kräften, die die Elektronen wieder zurücktreiben. Durch Wiederholung des Vorgangs wächst die Amplitude der Plasmawelle an, jedoch nur wenn die Anregung resonant mit der Eigenschwingung der Plasmawelle ist. Die Frequenzen  $\omega_0$  der eingestrahlten Welle und  $\omega_1$  der reflektierten Welle und die Plasmafrequenz  $\omega_p$  müssen die Bedingung  $\omega_0 = \omega_1 \pm \omega_p$  erfüllen, dabei steht  $\pm$  für sog. Stokes-/Antistokes-Streuung. Die Manley-Rowe Beziehungen geben dann an, in welchem Verhältnis sich die Energien  $U_0$ ,  $U_1$  und  $U_p$  der Wellen ändern [28]

$$-\frac{\Delta U_0}{\omega_0} = \frac{\Delta U_1}{\omega_1} = \pm \frac{\Delta U_p}{\omega_p}.$$
 (2.12)

In einem quantentheoretischen Bild folgt aus (2.12), die Erhaltung der Anzahl der Quanten.

Für eine analytischen Beschreibung wird das Fluidmodell benutzt. In der linearisierten Theorie für kleine Amplituden der Plasmawelle und der rückgestreuten Welle sind die Anwachsraten jeweils proportional zur Amplitude der anderen Welle. Dies führt zu einem charakteristischen exponentiellen Wachstum der beiden Wellen. Die Anwachsraten für die stimulierte Streuung des Lichts in verschiedene Richtungen finden sich in [25, 22].

Durch das exponentielle Wachstum können sich Instabilitäten ergeben, die von kleinen Fluktuationen der Plasmadichte ausgehen. Als solche kann stimulierte Raman-Streuung die Propagation von Laserstrahlung in einem Plasma erheblich beeinträchtigen. Stöße aufgrund der Temperaturbewegung können das Ausbilden einer ersten schwachen Plasmawelle jedoch verhindern und führen dazu, daß die Instabilität erst einsetzen kann, wenn die Anwachsrate einen gewissen Schwellenwert überschreitet.

Bislang wurde die stimulierte Raman-Streuung als absolute Instabilität betrachtet, bei der die Störung in jedem beliebigen Raumpunkt anwächst. Dieser Fall ist gut erforscht. Wenn umgekehrt die gestreute Welle ein kurzer Puls ist, spricht man von einer konvektiven Instabilität [29, 30]. In jedem Raumpunkt geht hier die Störung nach dem Vorbeiziehen des kurzen Pulses wieder auf Null zurück, auch wenn der Puls selbst stetig anwächst. Dieser Fall der Raman-Streuung ist weit weniger gründlich erforscht, seine Untersuchung führte jedoch z.B. im weiteren Verlauf zur Entdeckung der SRA [31]. Im Fall der konvektiven Raman-Instabilität werden veränderte Wachstumsraten gefunden,

da hier die Plasmawelle nicht allmählich angeregt wird, sondern immer wieder am Ort des Pulses neu erzeugt werden muß [32].

Das Wachstum der Raman-Streuung wird begrenzt durch "particle trapping" und Wellenbrechen. Im ersten Fall werden die elektrostatischen Kräfte der Plasmawelle so groß, daß vermehrt einzelne Elektronen im elektrostatischen Potential eingefangen und beschleunigt werden. Diese sogenannte Landau-Dämpfung schwächt die Plasmawelle, Im zweiten Fall wird die Amplitude der Plasmawelle so groß, daß benachbarte Volumenelemente sich durchdringen und schließlich überholen [33]. Die Beschreibung des Plasmas als Flüssigkeit verliert hier ihre Gültigkeit.

## Stimulierte Brillouin-Streuung

Im Unterschied zur stimulierten Raman-Streuung wird das einfallende Licht bei der stimulierten Brillouin-Streuung an einer ionenakustischen Dichtewelle gestreut. Die Ionen spüren wegen ihrer viel größeren Massenträgheit eine bedeutend geringere ponderomotive Kraft. Der Einfluß des Lichts auf die Ionen wird stattdessen durch die Elektronen vermittelt. Die ponderomotive Kraft des Lichtfelds stört die Elektronendichte periodisch und die dabei entstehenden kollektiven, elektrostatischen Felder regen die Ionendichtewelle an. Da sich die Elektronen im Mittel aber nur wenig von den Ionen entfernen, besitzen sie etwa die gleiche Dichtemodulation. An dieser Dichtemodulation wird der einfallende Pumpstrahl durch Bragg-Reflexion gestreut (ausführlicher in [22, 23]). Auch hier ist das Wachstum exponentiell und kann zu Instabilitäten führen.

Die hohe Rückstreuraten der stimulierten Raman- und Brillouin-Streuung können selbst das bloße Eindringen von Licht in das Plasma verhindern. Diese Problematik und immer wieder neu gefundene Teilaspekte, die mit der Entwicklung sehr intensiver Laserstrahlung Bedeutung erlangten, machen diese Streumechanismen bis heute zum Objekt intensiver Studien.

#### Selbstfokussierung

Für hohe Intensitäten bzw. Pulsleistungen kann ein Laserstrahl in einem Plasma trotz Beugung zu einem engen Strahl fokussiert werden. Aus den Grundlagen in Abschnitt 2.1 folgen zwei wichtige Ursachen dieser Selbstfokussierung : die Verdrängung von Elektronen aus dem Laserstrahl durch die ponderomotive Kraft und die relativistische Massenzunahme durch die schnelle Oszillation im Lichtfeld [34, 7]. Beide Effekte verringern die Plasmafrequenz  $\omega_{\rm p}^2=\frac{4\pi e^2n}{m\gamma}$  und führen zu einem radialen, von der Strahlmitte zum Rand abnehmenden Brechungsindex  $n_{\rm ref} = (1 - \omega_{\rm p}^2/\omega^2)^{1/2}$ , so daß das Plasma wie eine Sammellinse wirkt. Die Selbstfokussierung tritt ein, sobald die Pulsleistung P einen kritischen Wert von  $P_c \approx 16.2(\omega^2/\omega_p^2)$  GW überschreitet. Die Selbstfokussierung oberhalb einer kritischen Leistung findet sich auch in nichtlinearen Medien in der klassischen Optik [9, 35].

Die Selbstfokussierung kann zur vollständigen Verdrängung der Elektronen aus dem Strahlquerschnitt führen (engl.: electron cavitation). Die superradiante Verstärkung, die auf der Streuung von Licht durch Elektronen basiert, würde in diesem Fall zum Erliegen kommen.

Effekte der Laser-Plasma-Wechselwirkung

Die Selbstfokussierung ist vor allem für den Pumppuls relevant und kann den maximalen Querschnitt, über den die Verstärkung stattfindet, einschränken. Sehr kurze Laserpulse, deren Länge kleiner ist als die Plasmawellenlänge  $c/\omega_{\rm p}$ , werden deutlich schwächer fokussiert, denn das Plasma benötigt etwa die Zeit  $1/\omega_{\rm p}$ , um auf die ponderomotiven Kräfte des Laserpulses zu reagieren. Dies gilt insbesondere auch für den Signalpuls. Für eine Plasmadichte von  $n/n_{krit} = 0.01$ , die typisch für die SRA ist, ergibt sich eine kritische Leistung von  $P_c \approx 1.6\,\mathrm{TW}$ . Bei einer Pumpintensität von  $2.5 \times 10^{15} \,\mathrm{W/cm^2}$  würde sich Selbstfokussierung aber erst ab einem Stahldurchmesser von etwa  $300\,\mu\mathrm{m}$  bemerkbar machen.

#### **Filamentierung**

Durch Dichtefluktuationen über den Strahlquerschnitt hinweg kann sich eine Instabilität ausbilden, durch die der Laserstrahl in mehrere Teilstrahlen (Filamente) aufgespalten wird [36]. Falls die Leistung des Strahls hoch ist,  $P \gg P_c$ , können die einzelnen Teilstrahlen selbstfokussiert werden. Bei der SRA kann dieser Effekt bei sehr hoher Pumpleistung dazu führen, daß der Pumpstrahl als solcher nicht mehr verwendet werden kann.

# 3 Qualitative Untersuchung der superradianten Verstärkung

Ziel dieses Kapitels ist es, einen qualitativen Einblick in den Mechanismus der superradianten Verstärkung zu gewinnen. Zuerst werden die Voraussetzungen für Superradianz untersucht und ein analytischer Ausdruck für den Fall eines superradianten Wachstums der Signalintensität abgeleitet. Abschnitt 3.2 zeigt, daß die Oszillation der Elektronen im ponderomotiven Potential der Laserpulse zu ihrer Bündelung führt. Aus dieser Betrachtung werden Abschätzungen für die Verkürzung der Pulsdauer, die optimale Verstärkungsfrequenz und die Bandbreite des Signals abgeleitet.

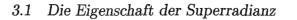
Die Kernpunkte dieses Kapitels sind bereits in der Arbeit von G. Shvets et al. [41] enthalten. Sie werden hier wesentlich ausführlicher dargestellt.

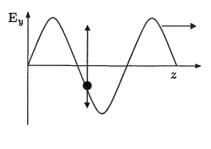
In diesem und dem folgenden Kapitel wird von einer Bewegung der Ionen abgesehen, da sie auf den kurzen Signalpuls kaum reagieren und für den Effekt der SRA keine Rolle spielen. Sie werden als homogener, positiv geladener Hintergrund mit der Dichte  $n_0$  des ungestörten Plasmas berücksichtigt. Weiterhin wird ein kaltes Elektronengas benutzt. Die kinetische Energie der thermischen Bewegung liegt z.B. für ein Wasserstoffplasma nur wenig über dessen Ionisationsschwelle von 13.6 eV. Demgegenüber erreicht die kinetische Energie der Quiverbewegung für die hier betrachteten Amplituden  $|a_{\rm S}+a_{\rm L}|^2mc^2/2>1000\,{\rm eV}$ .

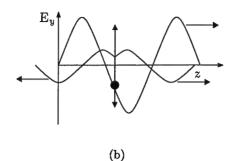
# 3.1 Die Eigenschaft der Superradianz

## 3.1.1 Thomson-Streuung an Plasmaelektronen

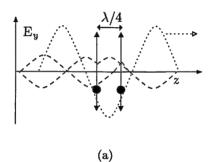
Ein Elektron werde mit Laserlicht bestrahlt, dessen Intensität nicht relativistisch  $(a \ll 1)$  ist. Im elektrischen Feld oszilliert es für linear polarisiertes Licht entlang der Richtung des elektrischen Feldvektors und für zirkular polarisiertes Licht auf einer Kreisbahn. Die folgende qualitative Betrachtung bezieht sich zunächst auf linear polarisiertes Licht, um die Argumentation an Hand von Abbildungen vereinfachen zu können. Das elektrische Feld  $E = \hat{e}_y E_y = \hat{e}_y \tilde{E}_y \cos(kz - \omega t)$  beschleunigt das Elektron gemäß  $\ddot{y} = -\frac{e}{m}E_y$ . Die Kraft  $\frac{v}{c} \times B$ , die das Magnetfeld ausübt, kann für niedrige Intensitäten vernachlässigt werden. Durch Integration erhält man für die transversale Bewegung des Elektrons  $y = \frac{e}{m\omega^2}E_y$ . Das Elektron folgt also der Amplitude des







**Abbildung 3.1:** Elektronenbewegung im Lichtfeld in der Ebene, die durch den Wellenvektor k und die elektrische Feldamplitude E aufgespannt wird. (a) Das Elektron folgt der Auslenkung des elektrischen Feldes. (b) Das Elektron strahlt eine Streuwelle, mit entgegengesetzter Phasenlage ab, d.h. mit einer Phasenverschiebung von  $\pi$  zur eingestrahlten Welle.



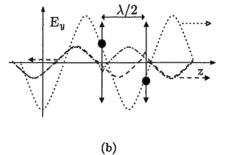


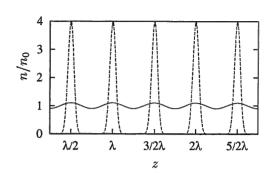
Abbildung 3.2: Alle Elektronen des Plasmas oszillieren im Feld der eingestrahlten Welle (gepunktete Linie), und die von ihnen abgestrahlten Felder (gestrichelte Linien) überlagern sich. (a) Die rückgestreuten Felder in der linken Hälfte löschen sich aus, wenn die Elektronen einen Abstand von  $\lambda/4$  haben und (b) überlagern sich konstruktiv für einen Abstand von  $\lambda/2$ .

elektrischen Felds (Abb. 3.1a). Als beschleunigte Ladung strahlt es symmetrisch zur Schwingungsachse ab [18] mit einer Phasenlage, die genau entgegengesetzt zur einfallenden Strahlung ist (Abb. 3.1b). Diese Streuung von Licht an freien Elektronen wird *Thomson-Streuung* genannt [18, 42].

Man könnte nun vermuten, daß ein Laserstrahl, der durch ein Plasma propagiert, durch die Thomsonstreuung große Verluste erfährt. In dünnen, homogenen Plasmen ist die Streuung aber nur gering. Die Streuwellen, die von der Vielzahl strahlender Elektronen ausgehen, überlagern sich im Mittel destruktiv, mit Ausnahme der Ausbreitungsrichtung der einfallenden Welle. Entlang der z-Achse ist dies besonders leicht einzusehen. In Rückwärtsrichtung heben sich die Streuwellen, die von zwei Elektronen im Abstand von  $\lambda/4$  ausgehen, im 1-dimensionalen Fall genau auf, da sich ihre Phasen um  $2k\lambda/4 = \pi$  unterscheiden (Abb. 3.2a).

Umgekehrt streuen Elektronen, die auf der Strahlachse voneinander den Abstand

**Abbildung 3.3:** Verschiedene Modulationstiefen der Plasmadichte: Je stärker die Plasmadichte moduliert ist, desto stärker wird der einfallende Laserstrahl an ihr reflektiert. Die Dichte des ungestörten Plasmas ist auf  $n/n_0 = 1$  normiert.



 $\lambda/2$  oder ein Vielfaches davon haben, das einfallende Licht in Phase zurück (Abb. 3.2b). Will man wie bei der superradianten Verstärkung eine möglichst hohe Rückstreuung erhalten, müssen die Plasmaelektronen also in einem räumlichen Abstand von  $\lambda/2$  angehäuft bzw. gebündelt (engl.: bunched) werden. Aus den dazwischenliegenden Bereichen müssen sie hingegen verdrängt sein (Abb. 3.3). Die Streuamplituden der einzelnen Elektronen addieren sich dann kohärent auf, die Abschwächung durch Anteile entgegengesetzter Phase ist gering.

Im Fall schwacher Modulation der Plasmadichte wie in Abbildung 3.3, wird kaum Licht zurückgestreut. Dieser Fall findet sich z.B. im frühen Stadium stimulierter Raman-Rückstreuung (Abschnitt 2.2).

#### 3.1.2 Kohärente Emission bei der SRA

Bei der superradianten Verstärkung wird die Elektronendichte sehr stark moduliert. Die rückgestreute Strahlung soll für diesen Fall genauer untersucht werden. Dazu wird zur Konfiguration der SRA mit Pumppuls und Signalpuls gewechselt (Abb. 1.1), die jetzt beide zirkular polarisiert sein sollen.

Betrachten wir den Extremfall, für den sich die Elektronen nur an den Orten 0,  $\lambda/2$ ,  $\lambda,\ldots$  befinden, die Bereiche dazwischen aber keine Elektronen enthalten. Zusätzlich wird angenommen, daß diese Bündelung gerade im Überlagerungsbereich der beiden Laserpulse entsteht und nur dort vorhanden ist, so daß das gesamte rückgestreute Licht sich dem Signal überlagert und es verstärkt (Abb. 3.4). In Abschnitt 3.2 wird gezeigt, daß die tatsächliche Streurichtung, ob vom Pumppuls in das Signal oder umgekehrt, von der Position abhängt, die die Maxima der Dichtemodulation relativ zum Interferenzmuster der Laserpulse einnehmen. Eine Streuung des Signals wird hier deshalb nicht berücksichtigt.

Die Elektronen streuen den Pumpstrahl im Überlagerungsbereich analog zu Abbildung 3.2b in Phase zurück. Die Gesamtamplitude des Signalpulses  $a_{\rm S}$  ergibt sich, indem die Amplituden der Streuwellen  $a_{\rm T}$ , die von den einzelnen Elektronen ausgehen aufaddiert werden,

$$a_{\rm S} = \sum_{j=1}^{N} a_{\rm T} + a_{\rm S0} = Na_{\rm T} + a_{\rm S0}, \tag{3.1}$$

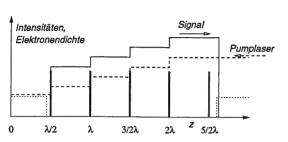


Abbildung 3.4: Der einfallende Pumpstrahl (gestrichelte Linie) wird durch die Elektronenbündelung auf kurzer Distanz stark zurückgestreut. Das entgegengesetzt laufende Signal (durchgezogene Linie) wird dadurch verstärkt. Die gebündelten Elektronen sind bei  $0, \lambda/2, \lambda, \ldots$  lokalisiert, ihre Dichte ist durch die Balken dargestellt. Die Dichte der nicht gebündelten Elektronen ist durch die gepunktete Linie gegeben.

wobei N die Zahl der beteiligten Elektronen und  $a_{\rm S0}$  die Amplitude des Signals zu Beginn ist. Letztere wird als klein angenommen und im folgenden nicht weiter berücksichtigt.

## 3.1.3 Superradianz nach Dicke

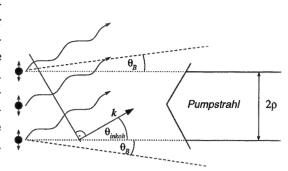
Die Intensität  $I_S \sim a_S^2 \sim N^2$  des Signals wächst quadratisch mit der Zahl der streuenden Elektronen an und unterscheidet sich damit vom anfänglich exponentiellen Anwachsen der Raman-Streuung (Abschnitt 2.2) oder dem linearen Anwachsen der inkohärenten Thomson-Streuung [42]. In der Tat wächst das Signal bei der SRA sogar mit der größtmöglichen Rate an, da alle Elektronen, die der Signalpuls passiert, an der Streuung teilnehmen und sich ihre Strahlung darüber hinaus kohärent überlagert.

Für ein solches Anwachsen hat R. H. Dicke den Begriff der superradianten Strahlung (engl.: super-radiant emission) geprägt. In Referenz [16] Coherence in Spontaneous Radiation Processes führt er ihn an Hand eines Ensembles von zwei-Niveau-Atomen ein. Er zeigt, daß es möglich ist, ihren quantenmechanischen Zustand so zu präparieren, daß alle Atome kohärent abstrahlen. Die Anwesenheit anderer Atome beeinflußt also die Emissionswahrscheinlichkeit eines einzelnen Atoms. Wenn z.B. ein einzelnes Atom mit der spontanen Emissionsrate  $P_{\rm s}$  strahlt, kann aus den Wellenfunktionen der  ${\cal N}$  Atome ein sogenannter superradianter Zustand (engl: super-radiant state) konstruiert werden, dessen Emissionsrate  $P_{\rm sr} = P_{\rm s} \times {\cal N}({\cal N}+1)/2$  beträgt. Für nicht-wechselwirkende Atome wäre die Gesamtrate lediglich  ${\cal N}P_{\rm s}$ .

Es ist wichtig zu betonen, daß diese verstärkte Emission entsteht, indem das Ensemble zuvor geeignet präpariert worden ist. In späteren Arbeiten [43, 44] zeigte sich, daß gewisse angeregte Systeme auch durch Selbstorganisation in einen kohärenten Zustand gelangen können. Dieses Phänomen wird Superfluoreszenz genannt.

Im hier vorliegenden Fall strahlen die Elektronen ebenfalls spontan ab. Der "kohärente" Zustand der Elektronen ist durch ihre räumliche Ordnung gegeben, die das Interferenzmuster der Laserpulse der Elektronendichte aufprägt.

Abbildung 3.6: Vollständige Kohärenz besitzt die gestreute Strahlung nur entlang der Laserachse. Durch die Breite  $2\rho$  des einfallenden Laserstrahls wird die räumliche Kohärenz der gestreuten Strahlung auf den Beugungswinkel  $\theta_B = \sqrt{2}/(k_{\rm L}\rho)$  zur Strahlachse eingeengt. Für größere Emissionswinkel (z.B.  $\theta_{\rm inkoh}$  im Bild) schwächen sich die Anteile, die von verschiedenen Elektronen kommen gegenseitig stark ab.



## 3.1.4 Phänomenologische Ableitung eines Ausdrucks für $I_{\rm S}$

Für die oben gefundene Signalintensität  $I_{\rm S}=N^2a_{\rm T}^2$  soll die Abhängigkeit von Propagationslänge, Plasmadichte und Pumpstrahlintensität explizit bestimmt werden.

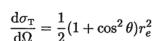
Es ist N die Zahl der Elektronen im Plasmavolumen, das vom Signal durchquert worden ist. Das Volumen erhält man als Produkt aus der Propagationslänge z des Signals und dem Signalquerschnitt  $\pi \rho^2$ , wobei  $\rho$  der Strahlradius ist. Mit der Plasmadichte n ergibt sich

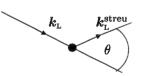
$$N = n\pi \rho^2 z. \tag{3.2}$$

Anstatt die fehlende, zweite Größe  $a_{\rm T}$  zu bestimmen, schließt man direkt aus der gesamten rückgestreuten Leistung auf die Signalintensität. Ausgehend von der Leistung  $P_{\rm T}$ , die ein einzelnes Elektron in Propagationsrichtung des Signals abstrahlt, ergibt sich die gesamte Strahlungsleistung unter Berücksichtigung der kohärenten Emission als

$$P_{\rm S} = \pi \rho^2 I_{\rm S} = N^2 P_{\rm T}. \tag{3.3}$$

Um  $P_{\rm T}$  zu erhalten, benutzt man den bekannten, winkelabhängigen Streuquerschnitt der Thomsonstreuung [18, 42]





mit dem Winkel $\theta,$ den die Ausbreitungsrichtungen von einfallender und gestreuter Welle bilden (Abb. 3.5) und mit

**Abbildung 3.5:** Definition des Streuwinkels  $\theta$ 

dem klassischen Elektronenradius  $r_e = e^2/mc^2$ . Für zirkular polarisiertes Licht geht der Azimutalwinkel nicht explizit in den Streuquerschnitt ein. Entlang der Strahlachse kann für Rückstreuung die Näherung  $\theta \approx \pi$  und damit  $\cos \theta \approx -1$  benutzt werden.

Der Öffnungswinkel der rückgestreuten Strahlung ist durch den Beugungswinkel  $\theta_{\rm B}$  begrenzt. Nur jene Anteile der gestreuten Strahlung addieren sich kohärent auf, deren Ausbreitungsrichtung mit der Strahlachse einen kleineren Winkel als  $\theta_{\rm B}$  einnimmt. Für größere Winkel variiert der Weg der verschiedenen Anteile um mehr als eine halbe Wellenlänge, so daß sie sich teilweise gegenseitig auslöschen (Abb. 3.6). Für ein gaußförmiges Strahlprofil ist  $\theta_{\rm B} = \sqrt{2}/(k_{\rm L}\rho)$  [9]. Innerhalb dieses Winkels besitzt der Strahl die

volle Kohärenz. Der zugehörige Raumwinkel beträgt  $\Delta\Omega = 2\pi(1-\cos\theta_B) \approx \pi\theta_B^2$ . Der Beitrag eines einzelnen Elektrons zur Strahlungsleistung lautet somit

$$P_{\rm T} = \frac{\mathrm{d}\sigma_{\rm T}}{\mathrm{d}\Omega} \Delta \Omega I_{\rm L} = \frac{2\pi r_e^2}{(k_{\rm L}\rho)^2} I_{\rm L}. \tag{3.4}$$

Zusammen mit (3.3) und (3.2) ergibt sich eine wichtige Beziehung für die Intensität des Signals

$$I_{\rm S} = \frac{1}{8} \frac{k_{\rm p}^4}{k_{\rm S}^2} z^2 I_{\rm L} = \frac{1}{8} \left( \frac{n}{n_{\rm krit}} \right)^2 (k_{\rm S} z)^2 I_{\rm L}$$
 (3.5)

wobei  $\omega_{\rm S} \approx \omega_{\rm L}$  und  $k_{\rm p} = \omega_{\rm p}/c$  benutzt wurde. In Kapitel 5 wird diese Beziehung an Hand von PIC-Simulationen überprüft.

## 3.1.5 Der Bündelungsparameter

Gl. (3.5) wurde unter der Annahme einer perfekten Bündelung der abgeleitet, d.h. alle Elektronen sollten sich an Orten  $z=0,\,\lambda/2,\lambda,\ldots$  befinden. Dies ist physikalisch nicht zu realisieren. Die tatsächliche Rückstreuung ist daher nicht vollkommen kohärent und das Anwachsen von  $I_{\rm S}$  ist kleiner. Um den Einfluß nicht perfekter Bündelung zu berücksichtigen, wird ein multiplikativer Bündelungsparameter b eingeführt<sup>1</sup>. Er nimmt Werte zwischen 0 und 1 an, wobei der Wert 1 für die perfekte Bündelung der Elektronen erreicht wird. Solange die räumliche Breite der Maxima der Elektronendichte klein gegenüber der Wellenlänge  $\lambda_{\rm L}$  des Lichts ist, addieren sich die Streuamplituden der Elektronen in guter Näherung in Phase auf, und b wird nahe bei 1 liegen.

Für das Zustandekommen der superradianten Verstärkung sind die stark ausgeprägte Modulation der Plasmadichte und die fehlende Abhängigkeit von der Signalstärke von besonderer Bedeutung. Wäre eine solche Abhängigkeit vorhanden, würde sie unter Umständen zu einem anderen Anwachsverhalten der rückgestreuten Intensität führen, wie etwa dem exponentiellen Anwachsen bei der Raman-Verstärkung.

# 3.2 Elektronenbündelung durch das ponderomotive Potential

In diesem Abschnitt wird der Mechanismus genauer betrachtet, der im Fall der superradianten Verstärkung zur Bündelung der Elektronen und damit zur starken Modulation des ursprünglich homogenen Plasmas mit einer Periode von ungefähr  $\lambda/2$  führt.

Für hohe Intensitäten der Laserpulse wird ihre ponderomotive Kraft auf die Elektronen größer als die elektrostatischen Kräfte zwischen den Elektronen. Die Elektronen entkoppeln, d.h. die Plasmawelle verliert als kollektives System an Bedeutung, und es genügt, die Dynamik der Elektronen allein unter dem Einfluß des ponderomotiven Potentials zu analysieren.

## 3.2.1 Bewegung der Elektronen im ponderomotiven Potential

Um die Bewegung der Elektronen untersuchen zu können, muß zuerst das ponderomotive Potential der Laserpulse berechnet werden. An dieser Stelle gehen wir von zirkular polarisiertem Licht aus, um die entstehenden Ausdrücke einfacher zu halten. Die Amplituden von Signal bzw. Pumppuls seien

$$\boldsymbol{a}_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\boldsymbol{e}}_x + i\hat{\boldsymbol{e}}_y)a_{\rm S}e^{i\theta_{\rm S}} + \text{c.c.}, \qquad (3.6a)$$

$$\mathbf{a}_L = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y)a_L e^{i\theta_L} + \text{c.c.}. \qquad (3.6b)$$

Die Phasen  $\theta_S = (k_S z - \omega_S t)$  und  $\theta_L = (-k_L z - \omega_L t)$  beschreiben die Ausbreitung in positiver und negativer z-Richtung. Die Indizes S und L stehen für das Signal bzw. den Pumplaserpuls. Ihr ponderomotives Potential ist nach (2.6)

$$\frac{\phi_{\text{pond}}}{mc^2} = \frac{1}{2} \langle a^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle (a_s + a_L)^2 \rangle 
= \frac{|a_s|^2}{2} + \frac{|a_L|^2}{2} - \frac{1}{2} (a_s a_L^* \exp(i\psi) + \text{c.c.})$$

$$= \frac{|a_s|^2}{2} + \frac{|a_L|^2}{2} - a_s a_L \cos \psi.$$
(3.7a)

Hier ist m die Elektronenmasse,  $\langle \ldots \rangle$  steht wieder für die Mittelung über die Periode der schnellen Lichtoszillation, und der Einfachheit halber wird vorerst angenommen, daß  $a_{\rm S}$  und  $a_{\rm L}$  reell sind. Im analytischen Teil in Kapitel 4 wird die Amplitude des Signals in komplexer Form berücksichtigt. Die Phase  $\psi$  des Interferenzterms lautet explizit

$$\psi \equiv \theta_{\rm S} - \theta_{\rm L} = (k_{\rm S} + k_{\rm L})z + (\omega_{\rm L} - \omega_{\rm S})t \approx 2k_{\rm S}z + \Delta\omega t \tag{3.8}$$

mit der Frequenzverstimmung  $\Delta\omega \equiv \omega_{\rm L} - \omega_{\rm S}$  der Laserpulse, wobei  $\omega_{\rm S} \approx \omega_{\rm L} \gg \omega_{\rm p}, \Delta\omega$  angenommen wird. Abbildung 3.7 zeigt die Form des Interferenzterms des ponderomotiven Potentials. Die Einhüllende ist durch die Signalform gegeben und bewegt sich folglich mit dem Signal mit Lichtgeschwindigkeit mit. Die Phase des Interferenzmusters besitzt jedoch eine geringere Geschwindigkeit

$$\dot{\psi} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{\text{Intf}} = -\frac{\Delta\omega}{2k_{\text{S}}} = -\frac{\Delta\omega}{2\omega_{\text{S}}}c \quad \Rightarrow \quad |v_{\text{Intf}}| \ll c.$$
 (3.9)

Die einzelnen Potentialtöpfe der Interferenzstruktur bewegen sich unabhängig von der Einhüllenden und wesentlich langsamer als diese. Richtung und Betrag ihrer Geschwindigkeit hängen von der Größe und dem Vorzeichen der Frequenzverstimmung  $\Delta\omega$  ab. Während sich das Signal weiterbewegt, entstehen an seiner Vorderseite in Ausbreitungsrichtung, rechts in Abb. 3.7, immer wieder neue Potentialtöpfe, die unter der Einhüllenden durchlaufen und an der Rückseite wieder verschwinden.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Im Englischen wird b als bunching parameter bezeichnet. Er findet seinen Ursprung in der Theorie der Freien-Elektronen-Laser.

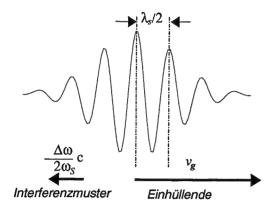


Abbildung 3.7: Interferenzterm des ponderomotiven Potentials für  $a_{\rm S}=a_{\rm L}$ . Die Form der Einhüllenden entspricht der Signalform (hier gaußscher Signalpuls), die Potentialtöpfe sind durch die Phase des Interferenzterms gegeben. Einhüllende und Potentialtöpfe bewegen sich unabhängig voneinander und im Fall der SRA sogar in entgegengesetzter Richtung.

Ein Vergleich der drei Terme des Potentials in Gl. (3.7) zeigt, daß die Bewegung der Elektronen durch den Interferenzterm  $-\nabla\phi_{\rm pond}$  des Lichtdrucks am stärksten beeinflußt wird.  $|a_{\rm L}|^2/2$  kann außer acht gelassen werden, da der Pumpstrahl eine konstante und relativ geringe Intensität besitzt. Die Kraft, die das Interferenzmuster auf die Elektronen ausübt, beträgt  $F_{\rm Intf}=mc^2\partial_z(a_{\rm S}a_{\rm L}\cos\psi)\approx -2k_{\rm S}mc^2a_{\rm S}a_{\rm L}\sin\psi$ . Das Potential  $|a_{\rm S}|^2mc^2/2$  des Signals besitzt einen deutlich kleineren Gradienten. Für eine Pulsdauer  $\tau_{\rm S}$  lautet die entsprechende Kraft  $F_{\rm S}=mc^2/2\partial_z|a_{\rm S}|^2\approx mc^2|a_{\rm S}|^2/(\tau_{\rm S}c)$ . Da die Pulslänge viel größer als die Wellenlänge ist,  $1/(\tau_{\rm S}c)\ll 2k_{\rm S}$ , kann der Term  $|a_{\rm S}|^2/2$  in (3.7) vernachlässigt werden, solange  $a_{\rm S}$  nicht sehr groß ist.

Die Elektronen können in den Töpfen des Interferenzpotentials gefangen werden, wenn dessen Phasengeschwindigkeit klein ist. Dies kann immer erreicht werden, da sich die Phasengeschwindigkeit nach (3.9) über die Frequenzverstimmung  $\Delta \omega$  beliebig einstellen läßt. Die eingefangenen Elektronen oszillieren dann in den Potentialtöpfen und werden mit dem Phasengitter mitgeführt.

Da der Interferenzterm die Elektronenbewegung dominiert, ist es sinnvoll, in das Bezugssystem der ponderomotiven Phase  $\psi(z,t)=(k_{\rm S}+k_{\rm L})z+\Delta\omega t$  zu wechseln, in welchem die Potentialtröge ruhen. Ein Elektron j, das sich zur Zeit t am Ort  $z_j$  befindet, besitzt dann die Phase  $\psi_j(t)=(k_{\rm S}+k_{\rm L})z_j(t)+\Delta\omega t$ . Seine neue Bewegungsgleichung lautet mit (2.7) und  $k_{\rm S}+k_{\rm L}\approx 2k_{\rm S}$ 

$$\ddot{\psi}_j = 2k_{\mathrm{S}}\ddot{z}_j = 2k_{\mathrm{S}}c^2a_{\mathrm{S}}a_{\mathrm{L}}(\partial_z\cos\psi)|_{\psi_j} = -4\omega_{\mathrm{S}}^2a_{\mathrm{S}}a_{\mathrm{L}}\sin\psi_j.$$

Mit der neuen Größe

$$\omega_{\rm b}^2 = 4a_{\rm S}a_{\rm L}\omega_{\rm S}^2 \tag{3.10}$$

wird daraus die wohlbekannte Bewegungsgleichung eines Pendels

$$\ddot{\psi}_j + \omega_b^2 \sin \psi_j = 0 \,, \tag{3.11}$$

wobei  $\omega_b$  die Schwingungsfrequenz<sup>2</sup> für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage darstellt. Wenn die Elektronen in das ponderomotive Potential kommen, besitzen sie die

Phasengeschwindigkeit  $\dot{\psi}_{j0} = \Delta\omega$ . Ihre anfänglichen Phasen  $\psi_{j0}$  sind gleichmäßig verteilt, da das Plasma zu Beginn homogen ist. Ist der Pumpstrahls gegenüber dem Signal wie bei der SRA blauverstimmt, d.h.  $\Delta\omega > 0$ , bewegen sich die Elektronen in Richtung des Signals.

Es ist wichtig, sich nochmals zu verdeutlichen, daß im Laborsystem die Einhüllende und die Interferenzstruktur des ponderomotiven Potentials in diesem Fall in entgegengesetzte Richtungen laufen (Abb. 3.7). Die Einhüllende des Potentials läuft nahezu mit Lichtgeschwindigkeit durch das Plasma nach rechts und seine Phasenstruktur läuft geringfügig nach links, wodurch die Elektronen in diese Richtung beschleunigt werden. Diese Beschleunigung erklärt sich durch den Rückstoß, den die Elektronen bei der Reflexion der Pumpphotonen erfahren.

Für spätere Betrachtungen wird noch die Gleichung für die Gesamtenergie eines Elektrons  $E_{\rm ges}$  hergeleitet, die sich aus einem kinetischen und einem potentiellen Anteil zusammensetzt. Der kinetische Anteil lautet  $\frac{m}{2}v_{\rm el}^2=\frac{m}{2}(\dot{\psi}/(2k_{\rm S}))^2$ . Um einfachere Ausdrücke zu erhalten, werden die Energien umskaliert, so daß  $E_{\rm kin}=\dot{\psi}_j^2/2$  gilt. Der potentielle Anteil ergibt sich zu  $E_{\rm pot}=\int_0^{\psi_j}\omega_{\rm b}^2\sin\tilde{\psi}d\tilde{\psi}=\omega_{\rm b}^2(1-\cos\psi_j)=2\omega_{\rm b}^2\sin^2(\psi_j/2)$ . Die Gesamtenergie lautet dann

$$E_{\text{ges}} = \frac{\dot{\psi}_j^2(t)}{2} + \omega_b^2 (1 - \cos(\psi_j(t))) = \frac{\dot{\psi}_j^2(t)}{2} + 2\omega_b^2 \sin^2(\psi_j(t)/2). \tag{3.12}$$

Da sich die Potentialtiefe mit der Signalamplitude fortlaufend ändert, ist  $E_{\rm ges}$  keine Erhaltungsgröße.

#### 3.2.2 Bündelung durch Oszillation im Potentialtrog

Zunächst soll das Signal rechtecksförmig angenommen werden, d.h. seine Amplitude sei über die gesamte Pulslänge konstant. Dann ist  $\omega_{\rm b}$  und damit die maximale Potentialhöhe konstant, solange der Signalpuls am Ort eines Elektrons ist, und  $E_{\rm ges}$  ist eine Erhaltungsgröße.

Aus der Analogie mit dem mechanischen Pendel schließt man auf zwei mögliche Bewegungsformen. Dem Hin-und-Her-Schwingen des Pendels entspricht die Oszillation des Elektrons im Potentialtopf, dem Überschlagen des Pendels entspricht das Wandern des Elektrons von einem Topf in den nächsten über die Potentialbarriere hinweg (Abb. 3.8a). Im zweiten Fall ist die Gesamtenergie des Elektrons größer als die Höhe des Potentialtopfs,  $E_{\rm ges} > 2\omega_{\rm b}^2$ , entweder, weil seine Anfangsgeschwindigkeit sehr groß ist ( $\Delta\omega\gg\omega_{\rm b}$ ) oder weil sich das Elektron am Rand des Topfs befindet, wenn das Potential sich an seinem Ort bildet. Im zugehörigen Phasenraumdiagramm trennen Separatrizen die Bereiche, innerhalb derer die Elektronen oszillieren (Abb. 3.8b ①), von jenen Bereichen, in denen sich die Elektronen im Mittel vorwärts bewegen (Abb. 3.8b ②).

Die Bündelung der Elektronen ist eine Folge ihrer langen Aufenthaltsdauer an den Umkehrpunkten. Zu Beginn bewegen sie sich mit  $\dot{\psi}_{j0}>0$  nach rechts durch

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>engl.: Bouncing-Frequency, die Indizierung wurde aus der englischen Terminologie übernommen.

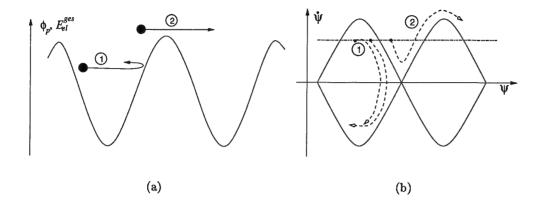


Abbildung 3.8: Im Bezugssystem des ponderomotiven Potentials, (a) Oszillation eines Elektrons im Potentialtrog und (b) die zugehörige Bewegung im Phasenraum. Falls die Gesamtenergie des Elektrons  $E_{\rm el}^{\rm ges}$  kleiner ist als die maximale Potentialhöhe, oszilliert es ①, andernfalls erreicht es die nächste Potentialmulde ②. Strich-punktiert ist die Gerade für die Geschwindigkeit  $\dot{\psi} = \Delta \omega$  eingezeichnet, die die Elektronen beim Eintritt in das Potential besitzen.

den Potentialtopf und laufen schließlich auf die rechte Potentialflanke auf, wobei sich ihre Geschwindigkeit verringert. Wenn sie zusätzlich reflektiert werden, durchlaufen sie diesen kurzen Bereich zweimal relativ langsam, und die nachfolgenden Elektronen haben Zeit aufzuschließen. Die Elektronen sammeln sich in einem engen Raumbereich der ansteigenden Potentialflanke, und in der Plasmadichte bildet sich ein Maximum aus.

Um diesen Vorgang zu veranschaulichen, ist Gl. (3.11) für ein Ensemble von Testelektronen gelöst worden. Als Signal ist ein gaußförmiger Laserpuls benutzt worden, so daß die Höhe der Potentialtöpfe nicht mehr konstant ist. Abbildung 3.9 zeigt Momentaufnahmen der Elektronenverteilung im Phasenraum im Abstand von jeweils einer Laserperiode. Die zu Beginn räumlich gleichmäßig verteilten Elektronen werden je nach ihrer Position im Potential nach rechts bzw. links beschleunigt und dadurch innerhalb kurzer Zeit in eine neue Verteilung überführt, die eine große Spreizung der Geschwindigkeiten besitzt. Im Ortsraum sind die Elektronen aber in Abständen von  $\lambda_{\rm S}/2$  sehr stark gebündelt.

Das allmähliche Anwachsen und Verschwinden der Potentialtöpfe beeinflußt die Bündelung offensichtlich nicht qualitativ. Das Anwachsen von  $\omega_{\rm b}=2\omega_{\rm S}\sqrt{a_{\rm S}a_{\rm L}}$  durch die Verstärkung des Signals kann vernachlässigt werden, da es auf einer viel größeren Zeitskala stattfindet.

Die maximale Stärke der Bündelung hängt entscheidend davon ab, wie groß der Anteil der Elektronen ist, die in den Potentialtrögen eingefangen werden und oszillieren. Ist die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen zu Beginn zu hoch ( $\dot{\psi}_{j0} = \Delta\omega \gg \omega_{\rm b}$ ), können sie nicht eingefangen werden, und ihre Bündelung ist deutlich schwächer. Sie verschwindet zwar nicht völlig, da sich die Elektronen in Bereichen, in denen das Potential hoch ist, langsamer bewegen und nachfolgende Elektronen aufschließen

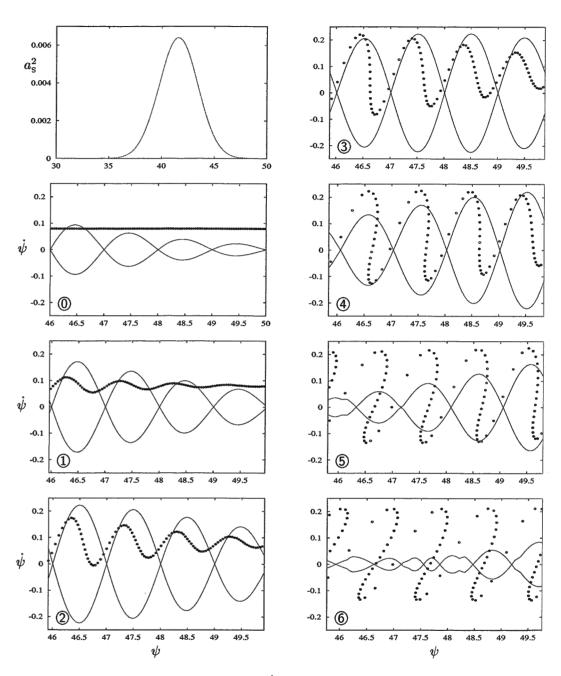


Abbildung 3.9: Phasenraumdiagramme  $\psi$ - $\dot{\psi}$  der Elektronen nach 0, 1, ..., 6 Laserzyklen, spaltenweise von oben nach unten angeordnet. Das erste Bild zeigt die Amplitude des Signals zu Beginn. Es breitet sich nach rechts aus. Auf der Abszisse ist die Phase  $\psi_j$  in Einheiten von  $2\pi$  aufgetragen, auf der Ordinate ihre Ableitung  $\dot{\psi}_j$  in Einheiten von  $\omega_s/(2\pi)$ . Die durchgezogenen Linien stellen die "momentanen Separatrizen", d.h. die Geschwindigkeiten, für die die kinetische Energie und die maximale potentielle Energie gleich sind, also  $\dot{\psi}^2/2 = 2\omega_b^2 \sin^2(\psi/2)$ , vgl. (3.12). Die Elektronen befinden sich zu Beginn der Simulation auf der rechten Flanke des Laserpulses und haben die Geschwindigkeit  $\dot{\psi}_{j0} = \Delta\omega = 0.08\omega_s$ . Die Signalamplitude beträgt  $a_s = 0.08$  und die Pumpamplitude  $a_L = 0.04$ . Für die Zeitschritte 3 – 5 liegt eine nahezu perfekte Bündelung vor.

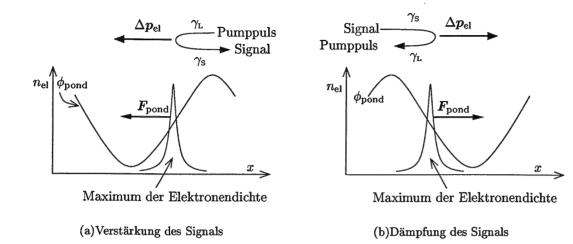


Abbildung 3.11: Die Richtung der Streuung wird bestimmt durch die Lage der Dichtemaxima der Elektronen im ponderomotiven Potential. (a) Befindet sich ein Maximum auf der rechten Flanke des Potentials, wird der Pumppuls in das Signal gestreut, die Elektronen nehmen den Rückstoßimpuls auf. (b) Umgekehrt findet auf der linken Flanke die Rückstreuung des Signals in den Pumppuls statt.

können, wegen des fehlenden Richtungswechsels ist die Dichtemodulation aber wesentlich schwächer ausgeprägt.

## 3.2.3 Richtung des Energieflusses

Bislang wurde lediglich auf die Bündelung der Elektronen an sich eingegangen, dank derer die Streuwellen kohärent zur Überlagerung kommen. Die Frage nach der Richtung des Energieflusses, ob also Licht aus dem Pumppuls in das Signal gestreut wird oder umgekehrt, läßt sich leicht beantworten, wenn man vom klassischen Bild, das bisher benutzt wurde, zu einem quantenmechanischen wechselt. Die ponderomotive Kraft, die das Elektron im Lichtfeld erfährt, ist äquivalent zum gesamten Rückstoßimpuls, den es pro Zeiteinheit durch Streuung von Photonen aufnimmt.

Impuls- und Energieerhaltung bedingen, daß das gestreute Photon und der Rückstoßimpuls, den das Elektron erhält, im eindimensionalen Fall in die entgegengesetzte Richtung weisen, wie es in Abbildung 3.10 gezeigt ist. Streut ein Elektronen Photonen aus dem Pumppuls in das Signal, wird es nach links in Propagationsrichtung des Pumppulses beschleunigt, Abb. 3.11a oben. Demgegenüber führt die Streuung von Photonen aus dem Signal in den Pumppuls zur Be-

Abbildung 3.10: Lichtstreuung im Photonenbild

schleunigung des Elektrons nach rechts in Propagationsrichtung des Signals, Abbildung 3.11b oben.

Daraus folgert man, daß ein Maximum der Elektronendichte auf der rechten Flanke eines Topfs des ponderomotiven Potentials (Abb. 3.11a) vermehrt Pumplicht in das Signal streut und es dadurch verstärkt, denn die Elektronen erfahren hier eine effektive ponderomotive Kraft nach links zur Potentialmitte hin. Entsprechend schwächt ein Dichtemaximum auf der linken Flanke das Signal.

Für die Untersuchung SRA zieht man zwei wichtige Schlüsse: i) Je größer der Impuls ist, den die Elektronen im Mittel in Richtung des Pumppulses aufnehmen, während das Signal vorbeizieht, desto rascher wird das Signal verstärkt. ii) Werden die Elektronen in irgendeinem Raumbereich im Mittel in Richtung des Signals beschleunigt, so wird es dort geschwächt.

Die Konsequenzen, die sich daraus für die Pulslänge und die optimale Frequenzverstimmung ableiten lassen, werden im folgenden Abschnitt erläutert.

# 3.3 Untersuchung des verstärkten Signals

## 3.3.1 Optimale Pulslänge und Pulsverkürzung

Wie an Hand von Abb. 3.9 zu sehen ist, verdichten sich die Elektronen im Zuge der ersten Oszillation auf der rechten Flanke des Potentialtopfs, werden teilweise am Potentialrand reflektiert und laufen wieder zurück. Wenn das Signal lang genug ist, bleibt das Potential über diesen Zeitpunkt hinaus bestehen, und die Elektronen setzen ihre Oszillation fort. Sie laufen auf die linke Seite des Topfs auf und verdichten sich wieder wegen der Verringerung ihrer Geschwindigkeit bei der Annäherung an den Potentialwall und wegen der Umkehr ihrer Bewegungsrichtung. Es bildet sich ein Maximum der Elektronendichte aus wie in Abbildung 3.11b dargestellt. Nach den Schlußfolgerungen des letzten Abschnitts wird das Signal in diesem Bereich gedämpft.

Ein Signal, das zu Beginn zu lang ist, wird ab einer gewissen Länge geschwächt, und letztendlich wird der hintere Teil abgeschnitten. Ist es umgekehrt zu kurz, so ist es schon vorbeigezogen, ehe die Elektronen auseinandergelaufen sind. Sie streuen weiterhin Pumplicht zurück und verlängern das Signal dadurch. D.h. es existiert eine optimale Signallänge, die sich von selbst einstellt. Sie beträgt gerade eine halbe Oszillationsperiode

$$\tau_{\rm S} \approx \frac{T_{\rm b}}{2} = \frac{\pi}{\omega_{\rm b}},$$
(3.13)

also die Zeit, bis die Elektronen das erste Mal wieder auseinandergelaufen sind.

Daraus folgt die Verkürzung des Signalpulses während des Verstärkungsprozesses, da die Oszillationsfrequenz  $\omega_{\rm b} \sim \sqrt{a_{\rm S} a_{\rm L}} \sim \sqrt[4]{I_{\rm S}}$  (3.10) mit größer werdender Intensität zunimmt. Das bedeutet, daß der Prozeß von Elektronenbündelung und nachfolgendem Auseinanderlaufen mit wachsender Intensität immer schneller vonstatten geht. Die Signallänge wird durch die Dämpfung des hinteren Signalteils kontinuierlich angepaßt.

Setzt man Gl. (3.5) für das Anwachsen der Intensität in (3.13) ein, erhält man ein

Skalierungsgesetz für Pulsdauer

$$\tau_{\rm S} = \frac{\pi}{\omega_{\rm b}} \sim \frac{1}{\omega_{\rm S} \sqrt{a_{\rm S}} a_{\rm L}} \sim \frac{1}{\sqrt{z}}.$$
 (3.14)

Eine Abschätzung ergibt für 100-fache Verstärkung der Intensität eine Verkürzung des Signals um den Faktor  $\sqrt[4]{100} \approx 3$ , also von 20 fs auf 7 fs.

Die Pulsverkürzung ist von großer Bedeutung für eine Anwendung der SRA zur Erzeugung ultrakurzer, intensiver Laserpulse. Da die Verkürzung des Pulses Teil des Verstärkungsmechanismus ist, verringert sich der zusätzliche Aufwand, den Puls nicht nur sehr kurz zu erzeugen, sondern auch während der Verstärkung kurz zu halten. Bislang werden ultrakurze Pulse z.B. durch Modenkopplung im Laserresonator erzeugt. Allein die nichtlineare Dispersion der optischen Elemente wie Lasermedium, Kerr-Linse und evtl. Spiegel im Resonator lassen den Puls länger werden, wenn dies nicht kompensiert wird. Durch die Verstärkung mit Hilfe der CPA-Technik verlängert sich der Puls noch mehr, da die Rekompression meistens nicht perfekt ist. Es lassen sich zwar mit der aktuellen ultrakurze, intensive Laserpulse erzeugen, jedoch ist der benötigte Aufwand groß [46, 15].

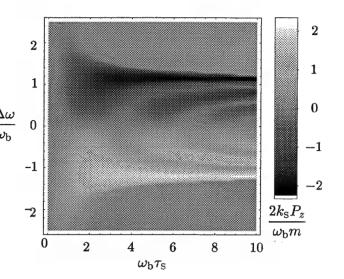
## 3.3.2 Optimale Verstärkungsfrequenz

Damit es zur Bündelung der Elektronen und damit zur Verstärkung des Signals kommt, wie sie im vorigen Abschnitt beschrieben wurde, muß die Verstimmung der beiden Laserpulse  $\Delta\omega$  nicht einen exakt vorgegebenen Wert annehmen. Solange sie nicht zu groß ist, werden die Elektronen in den Trögen des ponderomotiven Potentials eingefangen und infolge ihrer Oszillation gebündelt. Die Verstärkung ist also nicht an eine genaue Frequenzverstimmung gebunden wie im Fall der Raman-Streuung (Abschnitt 2.2).

Jedoch hängt die Verstärkungsrate von der Frequenzverstimmung  $\Delta\omega$  ab. Sie wird maximal, wenn die Frequenzverstimmung etwa den Wert  $\omega_{\rm b}$  hat. Um das einzusehen kehren wir nochmals zur ersten Schlußfolgerung i) auf Seite 25 zurück, wo festgestellt wurde, daß die Verstärkung umso höher ist, je größer der mittlere Rückstoßimpuls der Elektronen nach dem Vorbeiziehen des Signals ist. Die Elektronen haben zu diesem Zeitpunkt etwa eine halbe Oszillation hinter sich gebracht und durchlaufen den Potentialtopf nun in umgekehrter Richtung wie zu Beginn. Im Laborsystem besitzen sie etwa die doppelte Geschwindigkeit des Interferenzgitters  $v_{\rm el} \approx (-\dot{\psi}_{j0} - \Delta\omega)/(2k_{\rm s}) = -\frac{\Delta\omega}{\omega_{\rm S}}c = 2v_{\rm Intf}$ . Je größer also die Frequenzverstimmung ist, desto höher ist der Impuls der Elektronen und desto größer ist damit auch die Verstärkung.

Dies gilt offenbar nur, solange  $\dot{\psi}_{j0} = \Delta\omega$  nicht wesentlich größer als  $\omega_b$  ist, da die Tiefe des ponderomotiven Potentials maximal nur  $2\omega_b^2$  beträgt (3.12). Für  $\Delta\omega\gg\omega_b$  werden kaum noch Elektronen in den Potentialtrögen eingefangen. Die Elektronen, die die Potentialbarriere zum nächsten Trog überwunden haben, werden wieder in die Signalrichtung nach rechts beschleunigt (Abb. 3.8a②), streuen jetzt das Signal in den Pumppuls und schwächen dadurch den Signalpuls. Man erwartet deshalb die maximale

Abbildung 3.12: Größe des mittleren Elektronenimpuls nach dem Passieren des Signals als Funktion der  $\frac{\Delta \omega}{\omega_b}$  Frequenzverstimmung und der Signallänge [47]. Der Betrag des Impulses erreicht den höchsten Wert für  $\Delta \omega \approx \pm \omega_b$  und  $\tau_{\rm S} \approx 3/\omega_b$ . Die Normierung des Impulses erfolgt auf die Quivergeschwindigkeit der Elektronen im Interferenzfeld der Laserpulse:  $2k_{\rm S}P_z/\omega_b m = v_{\rm el}/(c\sqrt{a_{\rm S}a_{\rm L}})$ .



Verstärkung für eine Frequenzverstimmung der Größenordnung

$$\Delta\omega_{\text{max}} = o(\omega_{\text{b}}). \tag{3.15}$$

Abbildung 3.12 illustriert die Ergebnisse dieses und des vorigen Dazu wurde wieder Gl. (3.11) gelöst für einen Signalpuls gaußscher Form und der mittlere Impuls der Elektronen direkt hinter dem Signalpuls ist als Funktion der Frequenzverstimmung  $\Delta\omega$  (in  $\omega_b$ ) und der Signallänge  $\tau_{\rm S}$  (in  $1/\omega_b$ ) ermittelt worden. Der Impulsgewinn der Elektronen ist wie vorhergesagt besonders hoch für  $\Delta\omega \approx \pm \omega_b$ . Das umgekehrte Vorzeichen in der oberen und unteren Hälfte spiegelt die Anfangsbedingung  $\dot{\psi}_j = \Delta\omega$  der Elektronen wider. Je nach Richtung der Anfangsgeschwindigkeit  $-c\frac{\Delta\omega}{\omega_{\rm S}}$  bildet sich das Dichtemaximum der Elektronen auf der rechten oder linken Seite eines Potentialtopfs aus, die Elektronen werden in die jeweils umgekehrte Richtung beschleunigt und das Signal dementsprechend verstärkt bzw. geschwächt.

Betrachten wir den Fall  $\Delta\omega>0$  genauer. Der Impulsgewinn maximiert sich weiter für eine Signallänge  $\tau_{\rm S}\approx 3/\omega_{\rm b}$ , was sehr gut mit der Abschätzung (3.13) übereinstimmt. Für kürzere Pulse sind die gebündelten Elektronen noch nicht wieder ganz auseinandergelaufen und haben den Pumppuls noch nicht maximal gestreut. Mit länger werdender Signaldauer bündeln sich die Elektronen bereits auf der anderen, linken Flanke des Potentialtopfs und streuen das Signal wieder in den Pumppuls zurück. Man kann sich den Vorgang der Oszillation weiter fortgesetzt denken, bis sich die Elektronen ein zweites Mal auf der rechten Seite bündeln. Zu diesem Zeitpunkt taucht ein weiteres Maximum in Abb. 3.12 auf. Wenn die Signallängen noch größer werden, wiederholt sich die eben beschriebene Abfolge von Maxima und Minima analog. Bedeutung für den Effekt der SRA besitzt dies allerdings nur insofern, als ein sehr langes Signal dadurch in mehrere kurze geteilt wird. Für  $\Delta\omega>\omega_{\rm b}$  wird der Großteil der Elektronen nicht mehr in den Potentialtöpfen eingefangen und die Abfolge von Maxima und Minima verschwindet.

# 3.3.3 Spektrum des verstärkten Signals

Da das Frequenzspektrum  $a(\omega)|_{z=z_0}$  durch Fouriertransformation aus der Signalamplitude  $a_{\rm S}(t)|_{z=z_0}$  hervorgeht, besteht zwischen der Bandbreite  $\Delta\omega_{\rm S}$  und der Signallänge  $\tau_{\rm S}$  eine Unschärfebeziehung der Form  $\tau_{\rm S}\Delta\omega_{\rm S}\gtrsim 2.5.^{(3)}$  Geht man von einem Signalpuls aus, dessen Länge zu Beginn durch seine Bandbreite begrenzt ist, muß mit der Signalverkürzung eine Verbreiterung seines Spektrums einhergehen. Das Modell der Elektronen, die in den Potentialtöpfen oszillieren, liefert auch hierfür eine Erklärung.

Die im Laborsystem ursprünglich ruhenden Elektronen werden durch die ponderomotiven Kräfte beschleunigt und streuen das einfallende Licht dopplerverschoben zurück. Das gestreute Licht besitzt die Frequenz [18]

$$\omega_{\rm S} = \sqrt{\frac{1+\beta_j}{1-\beta_j}} \omega_{\rm L} \approx (1+\beta_j) \omega_{\rm L}, \qquad (3.16)$$

wobei  $\beta_j = v_j/c$  die Geschwindigkeit des jeweiligen Elektrons im Laborsystem ist. Da die Elektronenverteilung durch die Oszillation in den Potentialtöpfen, wie aus Abb. 3.9 hervorgeht, ein breites Geschwindigkeitsspektrum erhält, wird auch ein schmalbandiger Pumppuls mit deutlich vergrößerter Bandbreite in das Signal reflektiert.

Die Bandbreite  $\Delta\omega_{\rm S}$  wird jetzt abgeschätzt. Für das Signal wird wieder eine konstante Amplitude angenommen, um die Gesamtenergie eines Elektrons  $E_{\rm ges}=\dot{\psi}_j^2(t)/2+2\omega_b^2\sin^2(\psi_j(t)/2)$  Gl. (3.12) zu einer Erhaltungsgröße zu machen, solange es sich im Feld des Signalpulses befindet. Das Geschwindigkeitsspektrum der Elektronen hängt vor allem von der Höhe des ponderomotiven Potentials ab. Wenn die Potentialtöpfe sich am Ort der Elektronen ausbilden, besitzen alle Elektronen im Bezugssystem der Potentialtöpfe die gleiche kinetische Energie  $E_{\rm kin}=(\Delta\omega)^2/2$ , ihre potentielle Energie  $E_{\rm pot}=2\omega_b^2\sin^2\psi_j$  hängt jedoch von ihrer Phase  $\psi_j=2k_{\rm S}z_j+\Delta\omega t$  ab. Damit besitzen die Elektronen ein Energiespektrum, das von  $(\Delta\omega)^2/2$  bis  $(\Delta\omega)^2/2+2\omega_b^2$  reicht. Wenn die Elektronen eines Potentialtopfs wenig später an einem Ort gebündelt sind, besitzen sie alle etwa die gleiche potentielle Energie  $\tilde{E}_{\rm pot}$ , so daß nun ihre kinetischen Energien die volle Spreizung ihrer Gesamtenergien umfassen. Die obere und untere Grenze des Geschwindigkeitsspektrums ergibt sich aus folgender Überlegung:

(i) Für die reflektierten Elektronen gilt  $E_{\rm ges} \leq 2\omega_{\rm b}^2$ , da Elektronen mit höherer Energie die Potentialbarriere zum nächsten Trog überwinden können. Für die Verstimmung der Laserpulse wird  $\Delta\omega = \omega_{\rm b}$  angenommen, da hier die Verstärkung maximal ist (vgl. Abb. 3.12). Die potentielle Energie am Ort der Bündelung soll mit der Hälfte der maximalen potentiellen Energie abgeschätzt werden:  $\tilde{E}_{\rm pot} = \omega_{\rm b}^2$ . Das Potential ist dort zugleich auch am steilsten, was eine vermehrte Rückstreuung von Photonen bedeutet.

Die maximale Geschwindigkeit der Elektronen in negativer (linker) Richtung ist dann

$$\dot{\psi}_{\text{max}}^- = -\sqrt{2(2\omega_{\text{b}}^2 - \tilde{E}_{\text{pot}})} = -\sqrt{2}\omega_{\text{b}}.$$

(ii) In positiver (rechter) Geschwindigkeitsrichtung gibt es keine Einschränkung der kinetischen Energie aufgrund der Potentialhöhe und man erhält für die maximale Geschwindigkeit

$$\dot{\psi}_{\text{max}}^+ = \sqrt{2(2\omega_b^2 + \Delta\omega^2/2 - \tilde{E}_{\text{pot}})} = \sqrt{3}\omega_b.$$

Die Geschwindigkeiten müssen nun noch mittels  $\beta_{\rm max}^{\pm} = v_{\rm el}^{\pm}/c = (\dot{\psi}_{\rm max}^{\pm} - \Delta\omega)/(2k_{\rm S}c)$  in das Laborsystem zurücktransformiert werden. Mit (3.16) erhält man als gesamte Bandbreite der rückgestreuten Strahlung

$$\Delta \omega_{\mathrm{ges.Spektrum}} = \omega_{\mathrm{S}} \frac{\omega_{\mathrm{b}}}{2\omega_{\mathrm{S}}} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \approx \frac{3}{2} \omega_{\mathrm{b}}.$$

Wieder wurde  $\omega_{\rm S} \approx \omega_{\rm L}$  benutzt. Um auf die Signallänge schließen zu können, benötigt man die Halbwertsbreite  $\Delta \omega_{\rm S}$ . Da die genaue Form des Spektrums nicht bekannt ist, wird sie durch  $\Delta \omega_{\rm ges.Spektrum}/2$  abgeschätzt.

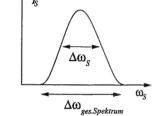


Abbildung 3.13: Gesamte Bandbreite und Halbwertsbreite des Signalspektrums.

$$\tau_{\rm S} \gtrsim \frac{2.5}{\Delta\omega_{\rm S}} \approx \frac{3.3}{\omega_{\rm b}}$$
(3.17)

Im Rahmen der benutzten Näherungen ist dies konsistent mit der Abschätzung (3.13) für die Signallänge.

Für eine praktische Anwendung stellt die spektrale Aufweitung der gestreuten Strahlung einen weiteren interessanten Vorteil gegenüber der CPA-Lasertechnik dar. Die Lasermedien mit einer großen spektralen Bandbreiten, die für die Erzeugung ultrakurzer Laserpulse benötigt werden, besitzen den Nachteil, daß ihre Zerstörungsschwelle niedriger ist, d.h. sie lassen nicht gleichzeitig den hohen Lichtfluß anderer Lasermedien zu. Für die SRA kann der Saatpuls, der nur eine geringe Energie besitzen muß, mit einem breitbandigen Lasermedium erzeugt werden. Für den Pumppuls genügt ein Medium mit schmaler Bandbreite, das einem höheren Lichtfluß standhält. Zu seiner spektralen Aufweitung führt der Verstärkungsprozeß selbst.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Der minimale Wert von  $\tau_{\rm S}\Delta\omega_{\rm S}$  hängt von der Definition von  $\Delta\omega_{\rm S}$  und  $\tau_{\rm S}$  ab. In der Laserphysik sind  $\Delta\omega_{\rm S}$  und  $\tau_{\rm S}$  als Halbwertsbreiten (FWHM) der jeweiligen Intensität definiert, so daß zur Bestimmung des minimalen Wertes zusätzlich die Signalform bekannt sein muß [48, 49].

# 4 Beschreibung der SRA mittels einer Selbstähnlichkeitslösung

Die Bündelung der Elektronen und die Verstärkung des Signals sind im vorigen Kapitel unabhängig voneinander in anschaulicher Form beschrieben worden. Für die superradiante Rückstreuung wird nun eine selbstkonsistente, analytische Beschreibung der Elektronenbewegung und der Verstärkung des Signals entwickelt, die sich an der Vorgehensweise von Shvets [50] orientiert.

Ausgehend von der Bewegungsgleichung für die Elektronen und der Wellengleichung für die elektromagnetischen Felder wird für den nichtrelativistischen Fall ein System partieller Differentialgleichungen hergeleitet, das die SRA beschreibt. Für dieses System existiert eine selbstähnliche Lösung, die Bonifacio bei der Analyse eines ähnlichen Gleichungssystems in der Theorie der Freien-Elektronen-Laser gefunden hat [51, 52]. Die selbstähnliche Lösung führt wiederum auf die Skalierung von  $I_{\rm S}$  (3.5) und  $\tau_{\rm S}$  (3.14). Schließlich wird diese Lösung mit Ergebnissen numerischer Simulationen verglichen.

# 4.1 Grundgleichungen für Signalamplitude und Elektronenbewegung

Die Gleichungen werden in einer eindimensionalen Näherung abgeleitet, indem Pumppuls und Signalpuls als ebene Wellen angenommen werden.

$$\mathbf{a}_{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{e}}_{x} + i\hat{\mathbf{e}}_{y})a_{S}e^{i\theta_{S}} + \text{c.c.}$$

$$(4.1a)$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{S}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_{x} + i\hat{\mathbf{e}}_{y}) a_{\mathrm{S}} e^{i\theta_{\mathrm{S}}} + \text{c.c.}$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{L}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_{x} + i\hat{\mathbf{e}}_{y}) a_{\mathrm{L}} e^{i\theta_{\mathrm{L}}} + \text{c.c.}$$

$$(4.1a)$$

Das zusätzliche Minuszeichen in (4.1b) vereinfacht im folgenden die Gleichungen. Es stellt keine Einschränkung dar, da es lediglich einer Phasenverschiebung um  $\pi$  entspricht oder dem entsprechend einer räumlichen Verschiebung des Interferenzmusters um  $\lambda/4$ . Die Phasen  $\theta_S = (k_S z - \omega_S t)$  bzw.  $\theta_L = (-k_L z - \omega_L t)$  beschreiben wieder die Propagation in positiver bzw. negativer z-Richtung. Wie auch im weiteren beziehen sich die mit S bzw. L indizierten Größen auf den Signalpuls bzw. Pump-Laserpuls. Die

Näherung ebener Wellen ist gerechtfertigt, solange die Beugung vernachlässigt werden kann, was gleichbedeutend damit ist, daß der Weg, den die Laserpulse im Plasma zurücklegen, kürzer als die Rayleighlänge ist. Für einen Strahlradius von  $\rho=15\,\mu\mathrm{m}$  und eine Wellenlänge von  $\lambda=1\,\mu\mathrm{m}$  beträgt sie  $Z_R=2\pi\rho^2/\lambda_0=1.4\,\mathrm{mm}$  [9]. In den numerischen Simulationen ist nach dieser Propagationsdistanz häufig schon die Sättigung der Signalverstärkung zu beobachten.

Für die Elektronen rechtfertigt sich die eindimensionale Näherung dadurch, daß  ${m F}=-\nabla\phi_{\rm pond}$  entlang der Strahlachse wesentlich größer ist als senkrecht dazu. Man findet

 $\frac{|\mathbf{F}_{\text{pond},\perp}|}{|\mathbf{F}_{\text{pond},z}|} = \frac{|\nabla_{\perp}\phi_{\text{pond}}|}{|\partial_{z}\phi_{\text{pond}}|} \approx \frac{\phi_{\text{pond}}/\rho}{\phi_{\text{pond}}/(\lambda_{\text{s}}/2)} \ll 1,$ (4.2)

da der Strahldurchmesser  $\rho \gg \lambda/2$  ist. In der kurzen Zeit, in der der Signalpuls vorbeizieht, führen die longitudinalen Kräfte zu einer Verschiebung der Elektronen von etwa  $\lambda_{\rm S}$ . Abgesehen von der Oszillation im Lichtfeld ist die transversale Verschiebung wesentlich kleiner und kann vernachlässigt werden.

In diesem Kapitel wird nicht gefordert, daß  $a_{\rm S}$  reell ist. Die Signalamplitude wird als  $a_{\rm S} = |a_{\rm S}| e^{i\phi}$  geschrieben, um das Amplitudenwachstum und die Phasendrift getrennt untersuchen zu können. Aus der Änderung von  $\phi$  mit der Zeit, kann auf die Frequenzverschiebung  $-d\phi/dt$  gegenüber der ursprünglichen Signalfrequenz  $\omega_{\rm S}$  geschlossen werden. Dagegen soll  $a_{\rm L}$  konstant und reell sein, d.h. eine Abschwächung des Pumpstrahls wird im folgenden nicht berücksichtigt.

## 4.1.1 Gleichung für die Elektronenbewegung

Zuerst soll die Gleichung für die Elektronenbewegung im ponderomotiven Potential abgeleitet werden, was z.T. schon in Abschnitt 3.2 geleistet wurde. Allerdings werden jetzt die elektrostatischen Kräfte mitberücksichtigt, um ein Kriterium ableiten zu können, wann die ponderomotiven Kräfte größer als die elektrostatischen sind.

Die resultierende Kraft auf ein Elektron in longitudinaler Richtung ergibt sich als Summe der elektrostatischen und der ponderomotiven Kraft

$$F_z = -eE_z - \partial_z \phi_{\text{pond}}. \tag{4.3}$$

Das ponderomotive Potential  $\phi_{pond}$  wurde in Abschnitt 3.2 (3.11) als

$$\frac{\phi_{\text{pond}}}{mc^2} = \frac{|a_{\text{S}}|^2}{2} + \frac{|a_{\text{L}}|^2}{2} - \frac{1}{2}(a_{\text{S}}a_{\text{L}}^* \exp(i\psi) + \text{c.c.}). \tag{4.4}$$

bestimmt. Die Phase des Interferenzterms lautet  $\psi = \theta_{\rm S} - \theta_{\rm L} = (k_{\rm S} + k_{\rm L})z + \Delta \omega t$ , wobei  $\Delta \omega = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm S} \ll \omega_{\rm L}, \omega_{\rm S}$  durch die Frequenzverstimmung der Laserpulse gegeben ist. Wie auch im vorigen Kapitel wird angenommen, daß die Terme  $|a_{\rm L}|^2/2$  und  $|a_{\rm S}|^2/2$  gegenüber dem Interferenzterm vernachlässigt werden können.

Die elektrostatischen Kräfte werden nun mit Hilfe der Poisson-Gleichung durch die Elektronendichte ausgedrückt und als Fouriersumme geschrieben. In longitudinaler

Richtung entstehen sie durch die Modulation der Plasmadichte, wenn die Elektronen gegenüber den Ionen ausgelenkt werden. Diese Modulation besitzt die gleiche Periodizität wie das Interferenzgitter. Trotz seiner geringen Länge befinden sich innerhalb des Signalpulses viele Perioden des ponderomotiven Potentials, d.h.  $\lambda_{\rm S}/2 \ll \tau_{\rm S} c$ , mit der Signalpulsdauer  $\tau_{\rm S}$ . Das elektrostatische Feld  $E_z$  und die Elektronendichte n lassen sich deshalb lokal als Fourierreihe mit langsam veränderlichen Koeffizienten bezüglich der ponderomotiven Phase  $\psi$  schreiben:

$$E_z(\psi, t) = E_{z0} + \sum_{\ell = -\infty, \ell \neq 0}^{\infty} \hat{E}_{z\ell} e^{i\ell\psi}, \qquad (4.5)$$

$$n(\psi, t) = n_0 + \sum_{\ell = -\infty, \ell \neq 0}^{\infty} \hat{n}_{\ell} e^{i\ell\psi}, \qquad (4.6)$$

wobei die Koeffizienten durch Mittelung über eine Periode  $\lambda_s/2$  des ponderomotiven Potentials bestimmt werden:

$$\hat{E}_{z\ell}(\psi_0,\zeta) = \langle e^{-i\ell\psi} E_z \rangle_{\lambda_S/2} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\psi_0-\pi}^{\psi_0+\pi} E_z e^{-i\ell\psi} d\psi , \qquad (4.7)$$

$$\hat{n}_{\ell}(\psi_0, \zeta) = \langle ne^{-i\ell\psi} \rangle_{\lambda_S/2} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\psi_0 - \pi}^{\psi_0 + \pi} ne^{-i\ell\psi} d\psi. \tag{4.8}$$

Bei unendlicher Ausdehnung des Potentials und strenger Periodizität wären die Koeffizienten Konstanten. Wegen der endlichen Ausdehnung und der Zeitabhängigkeit hängen sie vom Ort  $\psi_0$  der Mittelung und der mitgeführten Zeit  $\zeta = t - z/v_g$  ab, jedoch nur schwach, wenn  $\psi_0$  innerhalb des Signalpulses gewählt wird. Dabei ist  $v_g$  die Gruppengeschwindigkeit des Signalpulses. Die gestörte Dichte  $n(z) = \sum_j \delta(z-z_j)/F_E$ , mit der Einheitsfläche  $F_E$  als Normierungskonstante, führt auf

$$\begin{split} \hat{n}_{\ell} &= \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\psi_{0}-\pi}^{\psi_{0}+\pi} n e^{-i\ell\psi} d\psi = \int\limits_{z-\lambda_{\mathrm{S}}/4}^{z+\lambda_{\mathrm{S}}/4} 2k_{\mathrm{S}} n e^{-i\ell\psi} dz \\ &= n_{0} \frac{1}{n_{0} F_{E} \lambda_{\mathrm{S}}/2} \sum_{j, |\psi_{j}-\psi_{0}| < \pi} e^{-i\ell\psi_{j}} \equiv n_{0} \langle e^{-i\ell\psi_{j}} \rangle_{\lambda_{\mathrm{S}}/2}, \end{split}$$

wobei  $n_0$  die ungestörte Elektronendichte ist. Die Summierung  $\sum_j$  in der letzten Gleichung erstreckt sich nur noch über die Elektronen, die sich in dem Raumbereich befinden, über den integriert wurde. Damit stellt  $\langle e^{-i\ell\psi_j}\rangle_{\lambda_{\rm S}/2}$  einen Mittelwert über die Elektronen eines Potentialtopfs dar.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Eine ähnliche Zerlegung in eine Fourierreihe dieser Art wird z.B. im Rahmen der Multi-Skalen-Analyse in der Wavelet-Theorie durchgeführt [53].

Die eindimensionale Poisson-Gleichung  $\partial_z E_z = -4\pi e(n-n_0)$  verknüpft  $E_z$  mit n und damit die Fourierkoeffizienten

$$i2\ell k_{\rm S}\hat{E}_{z\ell} = -4\pi e \hat{n}_{z\ell} = -4\pi e n_0 \langle e^{-\ell\psi_j} \rangle_{\lambda_{\rm S}/2} = -\frac{m\omega_{\rm p}^2}{e} \langle e^{-i\ell\psi_j} \rangle_{\lambda_{\rm S}/2},\tag{4.9}$$

Die Summanden  $\hat{E}_{z,\pm 1}e^{i\psi}$  und  $\hat{n}_{z,\pm 1}e^{i\psi}$  repräsentieren das Feld und die Dichtewelle der linearen Plasmawelle mit der räumlichen Periode  $\approx \lambda/2$ , die die Raman-Streuung verursacht. Die Beiträge höherer Harmonischer werden erst wichtig, wenn die Störung der Elektronendichte stark nichtlinear wird, was erst kurz vor dem Wellenbrechen<sup>2</sup> eintritt. Der konstante Summand  $E_{z0}$  bildet in (4.5) eine Ausnahme, da er als einziger nicht bei der Mittelung über  $\lambda_{s0}/2$  verschwindet. Er kann in bezug auf eine Periode des ponderomotiven Potentials als globales elektrisches Feld angesehen werden. Seine Ursache liegt im mittleren Impuls, den die Elektronen durch Streuung von Photonen aufnehmen (vgl. Abb. 3.12). Der globale Rückstoß der Elektronen liefert einen Strom  $J_z$ , der über eine Periode gemittelt nicht verschwindet:  $\langle J_z \rangle_{\lambda_S/2} \neq 0$ . Gemäß der Ampère-Maxwell-Gleichung wird zu seiner Kompensation ein longitudinaler, elektrischer Verschiebungsstrom

$$\partial_t E_z = -\frac{4\pi}{c} \langle J_z \rangle_{\lambda_S/2} \tag{4.10}$$

erzeugt. Dieses elektrische Feld gehört zur Plasmawelle, die hinter dem Signal entsteht. Ihre Phasengeschwindigkeit ist gleich der Gruppengeschwindigkeit  $v_{\rm g}$  des Signalpulses. Sie wird in [47] genauer untersucht. Im Vergleich zu einer Plasmawelle, die nur durch einen einzelnen kurzen Laserpuls ähnlicher Intensität erzeugt wird, besitzt sie eine sehr große Amplitude und wird deshalb zur Beschleunigung von Elektronen in Betracht gezogen [45].

Aus den Gleichungen (4.3), (4.4) und (4.9) ergibt sich die Bewegungsgleichung der Phase  $\psi_j = (k_L + k_S)z_j + \Delta\omega t$  eines Elektrons im Bezugssystem des ponderomotiven Potentials

$$\frac{d^2}{dt^2}\psi_j + \omega_b^2 \sin(\psi_j + \phi) = -i\omega_p^2 \sum_{\ell = -\infty, \ell \neq 0}^{\ell = \infty} \frac{\hat{n}_\ell}{\ell} e^{i\ell\psi_j} + 2k_0 E_{z0}.$$
 (4.11)

Hier ist  $\omega_b^2 = 4\omega_s^2 |a_s a_L|$  wieder die Oszillationsfrequenz in einem Topf des ponderomotiven Potentials. Sie ändert sich, während das Signal am Ort des Elektrons vorüberzieht, entsprechend der Amplitudenform des Signals. Auf einer viel längeren Zeitskala wächst ihr Maximum wie  $\omega_b \sim \sqrt[4]{I_s}$ , wie in Abschnitt 3.3.1 gezeigt worden ist.

Gleichung (4.11) liefert ein Kriterium für den Übergang vom Raman-Regime in das Regime der superradianten Verstärkung. Die elektrostatischen Kräfte, die die Elektronen zu einer Plasmaschwingung veranlassen, sind durch ihre Fouriersumme auf der rechten Seite von (4.11) gegeben, während die ponderomotive Kraft der Laserpulse durch den Term  $\omega_b^2 \sin(\psi_j + \phi)$  auf der linken Seite gegeben ist. Daraus folgt, daß die ponderomotive Kraft gegenüber der elektrostatischen dominiert, sobald  $\omega_b > \omega_p$  gilt. In der Anwachskurve der Signalintensität drückt sich dies durch einen Übergang von der exponentiellen Verstärkung im Raman-Regime zum quadratischen Anwachsen im SRA-Regime aus.

Im weiteren wird wieder nurmehr das SRA-Regime betrachtet. Die elektrostatischen Kräfte auf der rechten Seite von (4.11) werden vernachlässigt. Man erhält eine leicht abgewandelte Form der Pendelgleichung, die die langsam veränderliche Phase  $\phi$  der komplexen Signalamplitude berücksichtigt

$$\frac{d^2}{dt^2}\psi_j + \omega_b^2 \sin(\psi_j + \phi) = 0. \tag{4.12}$$

## 4.1.2 Gleichung für die Signalamplitude

Die Zeitentwicklung der elektromagnetischen Felder wird durch die Wellengleichung für das Vektorpotential beschrieben

$$(-\Delta + \frac{1}{c^2}\partial_t^2)(\boldsymbol{a}_{\mathrm{S}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{L}}) = \frac{4\pi}{c} \frac{e}{mc^2} \boldsymbol{j}. \tag{4.13}$$

Die Gleichung für die Signalamplitude erhält man daraus, indem nur diejenigen Terme berücksichtigt werden, die den Phasenterm  $e^{i\theta_S}$  des Signals enthalten. Dazu müssen die Ströme auf der rechten Seite explizit aufgeschlüsselt werden. Sie entstehen durch die Oszillationsbewegung der Elektronen im Lichtfeld. Nicht-relativistisch gilt

$$\boldsymbol{j} = -en\boldsymbol{v}_{\mathrm{el}} = -enc(\boldsymbol{a}_{\mathrm{S}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{L}})$$

Für die Elektronendichte setzt man die lokale Fourierentwicklung aus Gl. (4.6) ein. Lediglich zwei Terme besitzen die gleiche Phasenabhängigkeit wie das Signal:

$$j = \underbrace{-ecn_0 a_{\rm S}}_{j_{\rm d}} \underbrace{-ecn_0(\hat{n}_1 e^{i\psi} + {\rm c.c.}) a_{\rm L}}_{j_{\rm w}}.$$

Der erste der beiden Ströme,  $j_{\rm d}$ , entspricht der dielektrischen Antwort des Plasmas, der für die Änderung von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit verantwortlich ist, wohingegen  $j_{\rm w}$  die Kopplung von Pump- und Signalpuls ausdrückt und die Rückstreuung des Pumppulses am Phasengitter vermittelt, das durch die Dichtemodulation der Elektronen erzeugt wird. Mit der Plasmafrequenz  $\omega_{\rm p}^2=4\pi e^2n_0/m$  lautet die Wellengleichung für  $a_{\rm s}$ 

$$(-\Delta + \frac{\omega_{\rm p}^2}{c^2} + \frac{1}{c^2}\partial_t^2)\boldsymbol{a}_{\rm S} = \frac{4\pi}{c} \frac{e}{mc^2} \boldsymbol{j}_{\rm w}$$
 (4.14)

Zur weiteren Vereinfachung von (4.14) benutzt man die Näherung, daß die Amplitude  $a_s$  sich wesentlich langsamer ändert als die Phase  $\theta_s$ , und man erhält unter

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>s. stimulierte Raman-Streuung in Kapitel 2

Ausnutzung der Plasmadispersionsrelation  $\omega^2 = \omega_{\rm p}^2 + c^2 k^2$  die Eikonalgleichung

$$2ik_{\rm S}(\partial_z + \frac{1}{v_{\rm g}}\partial_t)a_{\rm S} = -k_{\rm p}^2\chi_w a_{\rm S}$$
(4.15)

für  $a_{\rm S}$ , wobei  $k_{\rm p}=\omega_{\rm p}/c$  ist. Die Gleichung wurde in skalarer Form geschrieben, da sie für beide Polarisationsrichtungen gleich lautet und von zirkular polarisiertem Licht ausgegangen wurde. Die Größe  $\chi_w = \hat{n}_1 a_L/a_S = \langle e^{-i\psi_j} \rangle e^{-i\phi} a_L/|a_S|$  ist der wechselseitige Brechungsindex, der vom Signalpuls wahrgenommen wird und der die nichtlineare Wechselwirkung mit dem gegenläufigen Pumpstrahl enthält. Je nachdem, ob sein Realteil radial von der Strahlmitte nach außen abfällt oder anwächst, wird das Signal vom Pumpstrahl fokussiert bzw. defokussiert [54]. In dreidimensionalen PIC-Rechnungen, die außerhalb dieser Arbeit von A. Pukhov durchgeführt wurden, weitet sich der Signalpuls kaum auf, was möglicherweise auf eine Fokussierung schließen läßt [55]. Dieser Effekt ist noch Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Der Imaginärteil  $\Im(\chi_m)$  beschreibt den Energie- bzw. Photonenaustausch zwischen den beiden Strahlen. Durch Multiplikation von (4.15) mit  $|a_{\rm S}|$  erhält man eine Gleichung für das Anwachsen der Signalintensität

$$k_{\rm S}(\partial_z + \frac{1}{v_{\rm g}}\partial_t)|a_{\rm S}|^2 = -k_{\rm p}^2|a_{\rm S}|^2\Im(\chi_w).$$
 (4.16)

Je nach Vorzeichen von  $\Im(\chi_w)$  wird das Signal verstärkt oder gedämpft. Die zeitliche Kompression des Signalpulses sollte darin zum Ausdruck kommen, daß im vorderen und mittleren Bereich des Signals, wo es verstärkt wird,  $\Im(\chi_w) < 0$  gilt und im hinteren Teil, wo es im Zuge der Pulsverkürzung geschwächt wird,  $\Im(\chi_w) > 0$  gilt. Erste eigene numerische Ergebnisse scheinen dies zu bestätigen, sie müssen allerdings noch präzisiert werden und sind deshalb nicht in dieser Arbeit dargestellt.

Die Größe  $\langle e^{-i\psi}\rangle$ , die in  $\chi_w$  die Anwachsrate des Signals bestimmt, stellt sich bei genauerer Betrachtung als ein Maß für die Güte der Elektronenbündelung heraus. Sind alle Elektronen perfekt gebündelt, ist  $|\langle e^{-i\psi}\rangle|=1$ , andernfalls gilt  $|\langle e^{-i\psi}\rangle|<1$ und homogen verteilte Elektronen führen zu  $|\langle e^{-i\psi}\rangle| = 0$ . Damit besitzt  $|\langle e^{-i\psi}\rangle|$  die gleichen Eigenschaften wie der Bündelungsparameter b, der in Abschnitt 3.1.5 bei der Herleitung des Ausdrucks für I<sub>s</sub> heuristisch eingeführt wurde, um die nicht-perfekte Bündelung zu berücksichtigen. Im Unterschied zur stimulierten Raman-Rückstreuung hängt  $|\langle e^{-i\psi}\rangle|$  im SRA-Regime nicht von der Signalstärke ab, sondern besitzt einen fast konstanten Wert  $\leq 1$ . Dies ist charakteristisch für die Superradianz.

Im Gegensatz zu den die Phasen  $\psi_i(t)$  der Elektronen  $i=1,\ldots,N$  ist die Signalamplitude  $a_s(z,t)$  zunächst eine Funktion von z und t. Indem man zur mitgeführten Zeitkoordinate  $\zeta = t - z/v_g$  übergeht, erhält man aus (4.15) und (4.12)

$$\partial_z a_{\rm S} = i \frac{k_{\rm p}^2}{2k_{\rm S}} \langle e^{-i\psi_j} \rangle a_{\rm L},$$
 (4.17a)

$$\frac{d^2}{d\zeta^2}\psi_j = -4|a_S|a_L\omega_S^2\sin(\psi_j + \phi). \tag{4.17b}$$

Durch die Variablen z und  $\zeta$  werden zwei verschiedene Abhängigkeiten beschrieben. Die Propagationsdistanz z, die über  $t = z/v_g$  mit der Propagationszeit identifiziert werden kann, beschreibt das Wachstum des Signalpulses als Ganzes, während  $\zeta$  das Profil der Signalamplitude  $a_s$  und die Phasen der Elektronen  $\psi_i$  über das Gebiet des Signalpulses beschreibt. Indem man weiter  $a_s = |a_s|e^{i\phi}$  in Amplitude  $|a_s|$  und Phase  $\phi$  aufspaltet und die dimensionslosen Größen

$$\mathcal{A} = |a_{\rm S}|/a_{\rm L}, \qquad \bar{\zeta} = 2a_{\rm L}\omega_{\rm S}\zeta, \qquad \bar{z} = k_{\rm p}^2 z/(2k_{\rm S}) \tag{4.18}$$

einführt, ergibt sich ein System von 2 partiellen und N gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \bar{z}} = \langle \sin(\psi_j + \phi) \rangle, \tag{4.19a}$$

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \bar{z}} = \langle \sin(\psi_j + \phi) \rangle, \qquad (4.19a)$$

$$\mathcal{A} \frac{\partial \phi}{\partial \bar{z}} = \langle \cos(\psi_j + \phi) \rangle, \qquad (4.19b)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_j}{\partial \bar{\zeta}^2} = \mathcal{A} \sin(\psi_j + \phi) \qquad (j = 1, \dots N), \tag{4.19c}$$

das die superradiante Verstärkung beschreibt.

# Selbstähnliche Lösungen der SRA-Gleichungen

Es ist bemerkenswert, daß die Gl. (4.19) eine selbstähnliche Lösung zulassen. Diese wurde von Bonifacio in [51, 52] im Zusammenhang mit Freien-Elektronen-Lasern angegeben. Sie folgt dem Ansatz

$$\mathcal{A}(\bar{z},\bar{\zeta}) = \bar{z}\mathcal{U}(y), \qquad \phi(\bar{z},\bar{\zeta}) = \tilde{\phi}(y), \qquad \psi_j(\bar{\zeta}) = \tilde{\psi}(y)$$
(4.20)

mit der Ähnlichkeitsvariablen  $y = \bar{\zeta}\sqrt{\bar{z}}$  für die Anfangsbedingungen

$$\tilde{\psi}_j = \tilde{\psi}_{j0} + 2b_0 \cos \tilde{\psi}_{j0}, \qquad \mathcal{U} = \langle \sin \tilde{\psi}_{j0} \rangle \quad \text{und} \quad \tilde{\phi}' = \mathcal{U}' = \tilde{\psi}'_{j0} = 0 \quad \text{bei} \quad y = 0.$$
(4.21)

Der Ansatz, eingesetzt in (4.19), führt auf die gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$\frac{y}{2}\frac{d\mathcal{U}}{dy} + \mathcal{U} = \langle \sin(\tilde{\psi}_j + \tilde{\phi}) \rangle, \tag{4.22a}$$

$$\mathcal{U}y\frac{d\tilde{\phi}}{dy} = 2\langle\cos(\tilde{\psi}_j + \tilde{\phi})\rangle,$$
 (4.22b)

$$\frac{d^2\tilde{\psi}_j}{dy^2} = \mathcal{U}\sin(\tilde{\psi}_j + \tilde{\phi}), \tag{4.22c}$$

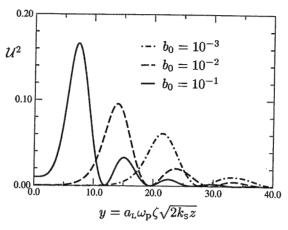
die sich einfacher, wenn auch nur numerisch, lösen lassen als das System (4.19). Der Ansatz (4.20) liefert für die Signalamplitude

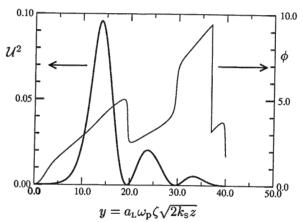
$$a_{\rm S}^2(z,\zeta) = a_{\rm L}^2 \bar{z}^2 \mathcal{U}^2(y) = \frac{k_{\rm p}^4}{4k_{\rm S}^2} z^2 a_{\rm L}^2 \mathcal{U}^2(y).$$
 (4.23)

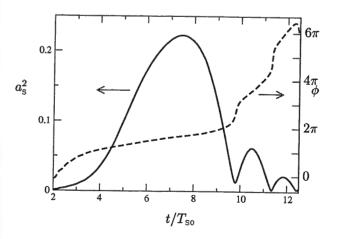
mit  $y=\sqrt{2k_{\rm p}^2z/k_{\rm s}}a_{\rm L}\omega_{\rm s}\zeta$ . Es ist eine spezielle Lösung, die genau die SRA-Skalierung  $|a_{\rm s}|^2\sim z^2$  wiedergibt, aber zusätzlich auch die Skalierung mit  $a_{\rm L},\,k_{\rm p},\,k_{\rm s}$ . Die Funktion  $\mathcal{U}(y)$  beschreibt die Form des Signalpulses. Im Rahmen der selbstähnlichen Lösung ist diese Form offenbar invariant und ändert sich nur selbstähnlich durch Skalierung der Achsen. Für die Intensität folgt  $I_{\rm S}\sim z^2$  und für die Pulsdauer  $\tau_{\rm S}\sim \Delta\zeta\sim 1/\sqrt{z}$ , da die Pulsbreite  $\Delta y$  der selbstähnlichen Lösung konstant ist.

Eine explizite Lösung von (4.22) wurde von Shvets [50] angegeben und ist in Abb. 4.1 und 4.2 reproduziert. Ein qualitativer Vergleich mit Ergebnissen dieser Diplomarbeit ist an Hand von Abbildung 4.3 möglich. Wie in Abb. 4.2 sind Intensität und Phasenverlauf gezeigt, wie sie sich aus einer PIC-Simulation (s. Kapitel 5) ergeben. Der Vergleich zeigt, daß die selbstähnliche Lösung nicht nur die Skalierung, sondern auch die Pulsform qualitativ richtig wiedergibt.

Das mag erstaunen, weil die Anfangs- und Randbedingungen, die das SRA-Problem bestimmen, nämlich zu Beginn eine endliche Amplitude  $\mathcal{A}\neq 0$ , homogen verteilte Elektronen, d.h.  $\langle\sin\tilde{\psi}_{j0}\rangle=0$ , mit konstanter Anfangsgeschwindigkeit im Bezugssystem des ponderomotiven Potentials  $\tilde{\psi}'_{j0}\neq 0$ , nicht mit den Bedingungen (4.21) der selbstähnlichen Lösung konsistent sind. Das Resultat zeigt, daß diese Bedingungen die Lösung nicht wesentlich beeinflussen und daß sich das selbstähnliche Verhalten wie bei einem Attraktor unabhängig von ihnen durchsetzt. Barenblatt hat dieses Verhalten, das man bei selbstähnlichen Lösungen beobachtet, als intermediate asymptotics bezeichnet [56].







**Abbildung 4.1:** Normalisierte Laserintensität  $U^2 = |a_{\rm s}|^2/(\bar{z}^2a_{\rm L}^2)$  für drei unterschiedliche anfängliche Werte des Bündelungsparameters:  $b_0 = 10^{-1}$  (durchgezogene Linie),  $b_0 = 10^{-2}$  (gestrichelte Linie),  $b_0 = 10^{-3}$  (strich-punktierte Linie) [50].

Abbildung 4.2: Normalisierte Laserintensität (dick) und Phase (dünn) für  $b_0 = 10^{-2}$  [50].

Abbildung 4.3: Ergebnisse für Signalform und Phase aus einer PIC-Rechnung. Die Abszisse wurde nicht auf y umskaliert, da die Lösung nur qualitativ mit Abb. 4.2 verglichen wird. Nachdem das Signal bei  $t=10\,T_{\rm S0}$  auf Null abgeschwächt wurde, baut sich ein Nachpuls mit umgekehrter Phasenlage auf. Die Phase weist folglich zwischen den beiden Pulsen einen Sprung um  $\pi$  auf.

# 5 Numerische Simulationen der superradianten Verstärkung

Die numerischen Untersuchungen der SRA wurden in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe eines Particle-In-Cell (PIC) Computercodes durchgeführt, der in Abschnitt 5.1 beschrieben wird. Die Simulationen sind auf eine Raumdimension eingeschränkt, d.h. alle physikalischen Größen hängen nur von einer Koordinate ab. Die Voraussetzungen, unter denen diese Näherung erlaubt ist, sind in Abschnitt 4.1 erläutert worden. Da eine eindimensionale Behandlung bestimmte Effekte wie Beugung und Selbstfokussierung (Abschnitt 2.2) nicht erfaßt, müssen für Propagationsdistanzen der Laserpulse, die länger als die Rayleighlänge sind, und für relativistische Intensitäten  $a \gtrsim 1$  eventuell Unterschiede gegenüber mehrdimensionalen Rechnungen bzw. experimentellen Ergebnissen berücksichtigt werden.

In Abschnitt 5.3 werden zunächst die vorhergesagten Skalierungen der vorigen beiden Kapitel für das Anwachsen der Signalintensität  $I_{\rm S}$  (3.5) und für die Verkürzung der Signaldauer  $\tau_{\rm S}$  (3.14) überprüft. Dazu werden numerisch die Abhängigkeiten der Signalintensität von der Propagationslänge, der Plasmadichte und der Intensität des Pumpstrahls sowie die Verkürzung der Signallänge ermittelt. Abschnitt 5.4 analysiert die Elektronenbewegung unter dem Einfluß der ponderomotiven Kräfte an Hand von Phasenraumdiagrammen und vergleicht sie mit den Aussagen des Modells aus Abschnitt 3.2.

Abschnitt 5.6 untersucht den Einfluß von Plasmainstabilitäten auf den Verstärkungsprozeß. Als wichtiges Ergebnis zeigt Abschnitt 5.5, daß deutliches Signalwachstum auch für eine sehr große anfängliche Frequenzverstimmung der beiden Laserpulse zu erwarten ist. Insbesondere ist Verstärkung auch für  $\omega_{\rm S} > \omega_{\rm L}$  zu beobachten.

Abschnitt 5.7 stellt Simulationen für ein Experiment am ATLAS-Lasersystems des MPQ vor, in dem erstmals die superradiante Verstärkung verwirklicht werden soll. Die Rechnungen wurden mit den Parametern durchgeführt, wie sie durch die Konfiguration des Experiments festgelegt sind. Die experimentelle Konfiguration wurde modelliert und die Rechnungen mit den realistischen Parametern des Lasers durchgeführt.

# 5.1 Der PIC-Code

Unter den verschiedenen Möglichkeiten, Plasmen auf Computern zu simulieren [19, 57, 58], stellt ein Particle-In-Cell Code einen Zugang auf der Basis der kinetischen Theorie

dar. Er berechnet die Bewegung der Elektronen bzw. Ionen eines Plasmas direkt durch Integration ihrer Bewegungsgleichungen. Die skalaren und vektoriellen Felder  $\rho$ , i, Eund B sind im hier benutzten PIC-Code auf einem Gitter im Ortsraum diskretisiert. Die Bereiche zwischen den Gitterpunkten werden Zellen genannt. Die Dynamik der Felder und Teilchen wird in festen Zeitschritten berechnet.

## Grundgleichungen

Grundlage der numerischen Berechnungen sind die Bewegungsgleichungen für die Teilchen und die Maxwellgleichungen für die Felder. Für ein Teilchen mit Masse  $m_i$  und Ladung  $q_i$  lauten die Bewegungsgleichungen

$$\dot{\boldsymbol{r}}_j = \boldsymbol{v}_j,$$
  $\dot{\boldsymbol{p}}_j = q_j(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}_j}{c} \times \boldsymbol{B}),$  (5.1b)

 $_{
m mit}$ 

$$p_j = \gamma_j m_j v_j,$$
 (5.1c)  $\gamma_j = \sqrt{1 + \left(\frac{p_j}{m_j c}\right)^2}.$  (5.1d)

Das Plasma wird stoßfrei angenommen, was bedeutet, daß die Wechselwirkung zwischen den Teilchen ausschließlich über ihre kollektiven, auf kleiner Skala räumlich gemittelten Felder, stattfindet. Der PIC-Code enthält eine implizite Mittelung über eine Gitterperiode, da die Felder nur auf Gitterpunkten berechnet werden.

Die Annahme der Stoßfreiheit ist nur sinnvoll, solange die Stoßfrequenz  $\nu_s$  der Elektronen wesentlich kleiner als die Plasmafrequenz ist. Im eindimensionalen Fall gilt [58]  $\omega_{\rm p}/\nu_{\rm s} \approx \sqrt[3]{n}\lambda_{\rm D}$ , mit der Plasmadichte n und der Debyelänge  $\lambda_{\rm D} = v_{\rm th}/\omega_{\rm p}$ , wobei  $v_{th} = \sqrt{mk_{\rm B}T}$  die thermische Geschwindigkeit der Elektronen ist. In Laser-Plasma-Experimenten besitzen die Plasmen meist Temperaturen  $k_{\rm B}T \ll 10^2\,{\rm eV}$ . In diesem Fall ist der Quotient  $\omega_{\rm p}/\nu_s \gg 1$  und die Näherung der Stoßfreiheit deshalb berechtigt.

In einem Plasma ist die Zahl der geladenen Teilchen so groß, daß ihre Rückwirkung auf die elektromagnetischen Felder berücksichtigt werden muß. Eine selbstkonsistente Beschreibung der Laser-Plasma-Wechselwirkung erhält man, indem die von den Teilchen erzeugte Ladungs- und Stromdichte

$$\rho(\mathbf{r},t) = \left\langle \sum_{j} q_{j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{j}(t)) \right\rangle_{\mathbf{r}_{j} = 0}, \qquad (5.2a)$$

$$\rho(\mathbf{r},t) = \left\langle \sum_{j} q_{j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{j}(t)) \right\rangle_{\text{Zelle}}, \qquad (5.2a)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \left\langle \sum_{j} q_{j} \mathbf{v}_{j}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{j}(t)) \right\rangle_{\text{Zelle}} \qquad (5.2b)$$

wiederum zur Berechnung der Felder E und B aus den Maxwell-Gleichungen (2.2) benutzt werden. Dabei stellt \langle ... \rangle\_Zelle die Mittelung über eine Gitterperiode dar.

In der eindimensionalen Näherung sind alle physikalischen Größen in x- und y-Richtung translationsinvariant angenommen. Die Gleichungen (5.1), (5.2) und (2.2) hängen dann nur noch von der z-Koordinate ab, und die Ableitungen  $\partial_x$  und  $\partial_y$ 

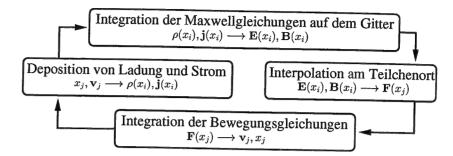


Abbildung 5.1: Iterationszyklus des PIC-Codes

fallen heraus. Da aber weiterhin alle drei Komponenten der elektrischen und magnetischen Felder sowie der Geschwindigkeit der Teilchen berücksichtigt werden, können alle elektrodynamischen Effekte simuliert werden, die nur von einer Raumdimension abhängen.

#### Algorithmus

Der Algorithmus des PIC-Codes ist ein iteratives Verfahren, das die Bewegungsgleichungen der Teilchen und die Maxwell-Gleichungen selbstkonsistent löst, indem abwechselnd zum einen die neuen Felder und zum anderen die neuen Orte und Geschwindigkeiten der Teilchen berechnet werden. Das benutzte Leap-Frog Differenzenschema [58] erfüllt Energie- und Impulserhaltungssatz und erhält die elektrische Ladung [59]. Felder, Ströme und Dichten sind auf einem räumlich eindimensionalen Gitter mit der Gitterkonstanten  $\Delta x$  gegeben. Orte und Geschwindigkeiten der Teilchen nehmen hingegen kontinuierliche Werte an. Die Gleichungen werden in Zeitschritten  $\Delta t = \Delta x/c$ aufintegriert, was den Vorteil hat, daß die rechts- und linkslaufenden elektromagnetischen Felder pro Zeitschritt genau eine Gitterposition weiterwandern und die von den Teilchen neu erzeugten Felder einfach zu den bestehenden hinzuaddiert werden. Mit einem zeitlichen Versatz von  $\Delta t/2$  werden die Bewegungsgleichungen der Teilchen aufintegriert. Abbildung 5.1 veranschaulicht nochmals den Ablauf des Iterationsprozesses.

Die tatsächliche Zahl der Teilchen in einem simulierten Plasma ist auch für heutige Computer zu groß, um alle Trajektorien über längere Zeitintervalle zu berechnen. Deshalb werden Teilchen jeweils einer Spezies zu Makroteilchen zusammengefaßt, die sich als Ladungswolken mit vorgegebener Ladungsverteilung durch das Gitter bewegen. Die Ladung und der Strom eines Makroteilchens werden anteilsmäßig den benachbarten Gitterpunkten zugeordnet.

# Virtual Laser-Plasma Laboratory 1D (VLPL-1D)

Der hier benutzte Code Virtual Laser-Plasma Laboratory 1D (VLPL-1D) ist von A. Pukhov als Multiprozessor-Code entwickelt und in der Programmiersprache C++

neu implementiert worden. Der Quellcode umfaßte bei Übernahme zu Beginn dieser Arbeit bereits die Initialisierungsroutinen und den Simulationskern, der die Zeitentwicklungs-Gleichungen integriert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Code noch um einige Routinen erweitert. Hinzugefügt wurden Verwaltungsroutinen, um die Simulationsergebnisse abspeichern zu können und Simulationen von gespeicherten Daten früherer Rechnungen fortzusetzen, sowie die Option, mehrere Laserpulse einzustrahlen. Weiterhin wurde ein Postprozessor zur Aufbereitung der Daten geschrieben. Er extrahiert bzw. berechnet aus den Rohdaten eines numerischen Plasmaexperiments die gewünschten physikalischen Größen.

Eine wichtige, neue Option erlaubt es, die Simulation auf einen Ausschnitt des Gesamtplasmas um den Signalpuls herum zu beschränken und diesen mit dem Signalpuls mitlaufen zu lassen. Die Simulationsbox wird nach jedem Zeitschritt um eine Zelle verschoben, indem ungestörtes Plasma auf der vorderen Seite hinzugefügt wird und auf der hinteren Plasma entnommen wird. Auch für große Propagationsdistanzen des Signalpulses genügt deshalb schon eine relativ kleine Simulationsbox und der Rechenaufwand reduziert sich erheblich.

Mögliche Instabilitäten, die den Pumpstrahl bei langen Propagationsdistanzen beeinträchtigen können (z.B. Raman- und Brillouin-Streuung; vgl. Abschnitt 2.2), werden
von einer Rechnung mit mitbewegter Simulationsbox eventuell nicht erfaßt. Sie können
sich in der kleinen Box und in der kurzen Zeit, in der sich Plasma eines bestimmten
Raumbereichs in der Box befindet, kaum ausbilden. Für die numerische Analyse der
SRA stellt dies in gewisser Hinsicht sogar einen Vorteil dar, da der SRA-Effekt dadurch isoliert und unbeeinträchtigt von eventuellen Instabilitäten, untersucht werden
kann. Möchte man den Verstärkungsprozeß unter Berücksichtigung von Instabilitäten
betrachten, muß jedoch das gesamte Plasma, durch das der Pumppuls läuft, simuliert
werden.

## 5.2 Die numerischen Simulationen

Die numerischen Simulationen starten mit einem kalten Elektronengas. Dies wird dadurch gerechtfertigt, daß die kinetische Energie, die die Elektronen durch ihre Oszillation im Lichtfeld aufnehmen, wesentlich größer ist als die kinetische Energie  $3/2k_{\rm B}T$  ihrer Temperaturbewegung, vgl. Abschnitt 5.1. Die Ionen sind immobil, da sie sich wegen ihrer großen Masse in der kurzen Zeit, in der der Signalpuls an ihnen vorbeizieht, kaum bewegen. Eine Ausnahme bildet die Untersuchung des Einflusses von Plasmainstabilitäten in Abschnitt 5.6. Die Bewegung der Ionen wird dort ebenfalls mitberechnet, um die Brillouin-Rückstreuung des Pumplasers zuzulassen.

Der Einfachheit halber werden Pump- und Signallaser zirkular polarisiert angenommen. Der zeitliche Energiefluß  $|E_{\rm S/L} \times B_{\rm S/L}| \sim a_{\rm S/L}^2$  entspricht dann direkt der Amplitudenform von Signal bzw. Pumplaser, wodurch die Auswertung der Rechnungen erleichtert wird, z.B. bei der Bestimmung des Intensitätsmaximums oder des ponde-

romotiven Potentials. Vergleichsrechnungen mit linear polarisiertem Licht haben keine wesentlichen Unterschiede in der Verstärkung des Signalpulses ergeben. Da zwei Polarisationsrichtungen berücksichtigt werden, verdoppelt sich der Energiefluß bei gleicher Amplitude. In den nachfolgenden Resultaten werden die Amplitudenquadrate  $a^2$  in Einheiten von  $2I_0 = 2\pi m^2 c^5/(2e^2) = 2.74 \times 10^{18} \, \mu \text{m}^2 \text{W/cm}^2$  (2.8) angegeben statt der üblichen  $1.37 \times 10^{18} \, \mu \text{m}^2 \text{W/cm}^2$  für eine einzelne Polarisationsrichtung. Bis auf die Simulationen für das ATLAS-Experiment beziehen sich zudem alle Berechnungen auf eine Wellenlänge von  $1 \, \mu \text{m}$ . Somit ergibt sich die Intensität der Laserpulse aus

$$I_{\rm S/L} = a_{\rm S/L}^2 \times 2.74 \times 10^{18} \,\rm W/cm^2$$
.

In den Diagrammen des Ergebnisteils sind die Ortsachsen normiert auf die anfängliche Signalwellenlänge  $\lambda_{\rm S0}$ , die Zeitachsen auf die anfängliche Signalperiodendauer  $T_{\rm S0}=2\pi/\omega_{\rm S0}$ , wobei  $\omega_{\rm S0}$  die Signalfrequenz zu Beginn der Simulation ist, und die Wellenzahlachsen auf  $k_{\rm S0}=\omega_{\rm S0}/c$ .

In den PIC-Rechnungen betragen die Gitterkonstanten  $\Delta x = 0.04 \, \lambda_{\rm S0}$  oder  $\Delta x = 0.02 \, \lambda_{\rm S0}$ , wodurch auch gleichzeitig der Zeitschritt in Laserzyklen festgelegt ist. Da die hier simulierten Plasmen mit  $n = 10^{19} \, \rm cm^{-3}$  relativ dünn sind, genügen 8-12 Makroteilchen pro Zelle. Die numerische Simulationsbox, die mit dem Signal mitläuft, besitzt eine Länge von  $50 \, \lambda_{\rm S0}$ . Die Rechnungen sind auf dem SP-Cluster (Prozessor P2SC@120Mhz) des Rechenzentrums Garching, einer IBM Workstation 43P-140 (PPC604e) und einem PC (K6-2@350MHz) durchgeführt worden. Die letzten beiden Rechner waren etwa gleich schnell, die Rechner des Clusters etwa 40 % schneller. Je nachdem, ob eine kleine Simulationsbox und eine kurze Propagationsdistanz gewählt wurde oder ob das gesamte Plasma über eine größere Länge simuliert wurde, dauerten die Rechnungen auf dem PC zwischen 15 min und einem Tag.

# 5.3 Überprüfung der theoretischen Vorhersagen

Die in Kapitel 3 und Kapitel 4 gefundene Formel für das Anwachsen des Signalpulses durch die superradiante Verstärkung lautet

$$I_{
m S} \sim rac{k_{
m p}^4}{k_0^2} z^2 I_{
m L} \sim n^2 z^2 a_{
m L}^2$$

Sie ist gültig, wenn die ponderomotiven Kräfte des Lichtfelds größer sind als die elektrostatischen Kräfte zwischen den Elektronen. Das Kriterium dafür lautet  $\omega_{\rm b} = 2\omega_{\rm S0}\sqrt{a_{\rm S}a_{\rm L}} > \omega_{\rm p}$ . Im umgekehrten Fall  $\omega_{\rm b} < \omega_{\rm p}$  dominiert stimulierte Ramanrückstreuung mit einem exponentiellen Anwachsen des Signals.

Zuerst sollen der Übergang aus dem Bereich der Ramanstreuung in das Regime der superradianten Verstärkung sowie das quadratische Anwachsen mit der Propagations-distanz z nachgewiesen werden. Dazu wurde eine Rechnung mit folgenden Parametern durchgeführt:

- Signal: Anfangsamplitude  $a_{\rm S0}=0.06$  entsprechend einer Intensität von  $10^{16}$  W/cm<sup>2</sup>. Signalprofil ist  $\sin^2$ -förmig, d.h.  $a_{\rm S0}(z)=\sin\frac{\pi z}{2\tau_{\rm S0}c}$  für  $0< z< 2\,\tau_{\rm S0}c$ , mit der Signallänge  $\tau_{\rm S0}=7\,T_{\rm S0}=23.5\,{\rm fs}$
- Pumpstrahl: Rechteckprofil mit Amplitude  $a_{\rm L}=0.03$  und Frequenz  $\omega_{\rm L}=1.17\,\omega_{\rm S0}$
- Plasmadichte:  $n = 0.01 \, n_{\rm krit}$  entsprechend  $\approx 10^{19} \, {\rm cm}^{-3}$

Für diese Werte ist  $\omega_{\rm b}/\omega_{\rm S0}\approx 0.0845<\omega_{\rm p}/\omega_{\rm S0}=0.1,$  d.h. die Verstärkung sollte im Raman-Regime starten.

## Entwicklung der Signalform

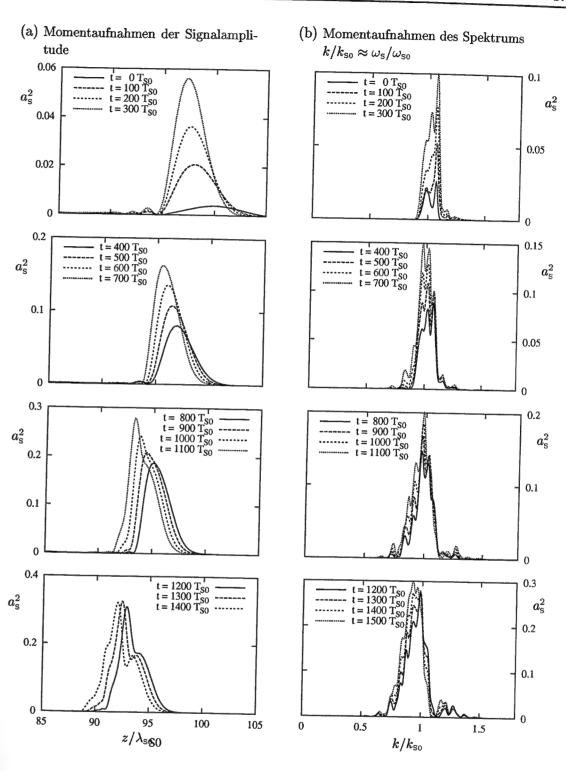
Abbildung 5.2 zeigt die zeitliche Entwicklung der Amplitudenform und des Frequenzspektrums des Signalpulses. Das Signal wächst zu Beginn stetig und nimmt dabei qualitativ die Form der Selbstähnlichkeitslösung aus Kapitel 4 an. Damit einhergehend verkürzt es sich merklich. Für größere Zeiten (>  $1000\,T_{\rm S0}$ ) steigt die Signalintensität im vorderen Bereich nicht mehr weiter an und weitere Nichtlinearitäten führen zur Ausbildung einer zweiten Spitze im rückwärtigen Teil des Pulses. Abschnitt 5.4 betrachtet die Entstehung dieser zweiten Spitze genauer. Für noch spätere Zeiten, die hier nicht mehr angeführt sind, spaltet sich das Signal in mehrere Einzelpulse auf, von denen einige weiter verstärkt werden. Die Ergebnisse werden hier chaotisch, d.h. für geringfügige Änderungen der Anfangsbedingungen weichen die Ergebnisse stark voneinander ab, so daß sich keine allgemeine Regel mehr für die Entwicklung der Signalform aufstellen läßt.

Das Spektrum in Abbildung 5.2b stellt die Fast-Fourier-Transformierte des Signals im Ortsraum dar, d.h. es wird das Wellenzahlspektrum  $a_{\rm S}(k)$  des Signals zu einem bestimmten Zeitpunkt gezeigt. Da sich für dünne Plasmen die Wellenzahl aus der Plasmadispersionsrelation (2.10) als

$$\omega_{ ext{S}} = \sqrt{\omega_{ ext{p}}^2 + c^2 k_{ ext{S}}^2} pprox c k_{ ext{S}}$$

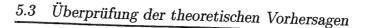
ergibt, kann das Wellenzahlspektrum  $a_s(k)$  in guter Näherung mit dem Frequenzspektrum identifiziert werden.

In Abbildung 5.2b wächst bei der Frequenz  $\omega_{\rm L} - \omega_{\rm p}$  im Spektrum zunächst sehr rasch eine enge Intensitätspitze empor, die durch Raman-Rückstreuung verursacht wird. Ausgehend von dieser Spitze verbreitert sich das Spektrum wieder zunehmend. Da das Signal zeitlich komprimiert wird, ist dies wegen der Unschärferelation zwischen Dauer und Bandbreite des Pulses notwendig. Die Abnahme der die mittleren Signalfrequenz begründet sich durch die Zunahme von  $\omega_{\rm b} \sim \sqrt[4]{I_{\rm S}}$ . In Abschnitt 3.3 wurde erläutert, daß die optimale Verstärkungsfrequenz etwa bei  $\omega_{\rm L} - \omega_{\rm b}$  liegt.



Überprüfung der theoretischen Vorhersagen

**Abbildung 5.2:** Zeitliche Entwicklung (a) der Signalform im Ortsraum und (b) des Signalspektrums im zeitlichen Abstand von je  $100\,T_{\rm S0}$ . Gezeigt wird der Intensitätsverlauf im Ortsbzw. k-Raum, wobei jeweils 4 Kurven in einen Graphen gezeichnet sind. Parameter siehe Text. Die Intensitätsskala auf die Ordinate ist für jeden Graphen an die momentane Signalintensität angepaßt.



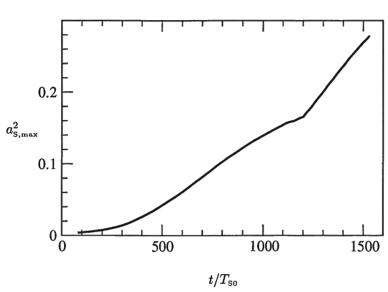


Abbildung 5.3: Die maximale Intensität des Signals über die Propagationszeit t = z/c, wobei z die Propagationslänge ist. Die plötzliche Änderung der Steigung wird vom Auftauchen des zweiten Spitze im Intensitätsprofil verursacht, die in Abb. 5.2a zu sehen ist. Startparameter der Simulation sind  $a_{so}^2 = 0.0036, a_{\tau}^2 =$  $9 \times 10^{-4}$  und  $\omega_{\rm p}/\omega_{\rm s} =$ 0.1.

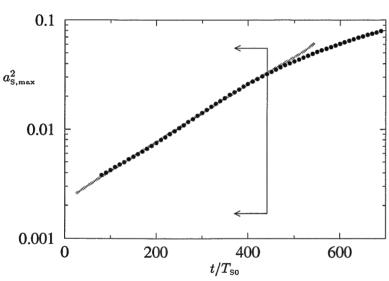
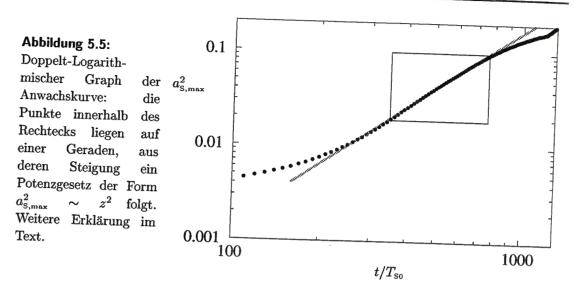


Abbildung 5.4: Linear-Logarithmischer Graph der Anwachskurve: Die auf einer Geraden liegenden Punkte entsprechen dem exponentiellen Wachstum im Raman-Regime solange  $\omega_{\rm b} < \omega_{\rm p}$  ist. Die eingezeichnete Ausgleichsgerade stellt eine exponentielle Kurve mit der Zeitabhängigkeit  $\sim \exp(0.0061\,t/T_{\rm SO})$  dar.

#### Skalierung der Signalintensität mit der Propagationslänge

Der Verlauf der maximalen Signalintensität  $a_{\rm S,max}^2$  als Funktion der Simulationszeit ist in Abb. 5.3 gezeigt. Die Simulationszeit kann mit der Propagationsdistanz des Pulses über die Abhängigkeit  $z=t/v_{\rm g}$  identifiziert werden, wobei die Gruppengeschwindigkeit des Signals  $v_{\rm g}\approx c$  im homogenen Plasma konstant ist. Die Anwachskurve weist einen Knick auf, der mit dem Auftauchen des Intensitätmaximums im hinteren Bereich des Signals einhergeht. Da diese Spitze eine höhere Anwachsrate als das restliche Signal besitzt, vergrößert sich die Steigung der Kurve augenblicklich.

Um die Art des Signalwachstums für kleinere Zeiten besser zu charakterisieren, ist



die maximale Signalintensität in den Abbildungen 5.4 und 5.5 einfach- bzw. doppelt- logarithmisch aufgetragen. In Abb. 5.4 liegen die Punkte zu Beginn der Simulation auf einer Geraden. Die Kurve zeigt hier also das charakteristische exponentielle Anwachsen der Raman-Rückstreuung. In der Literatur [22, 24] wird die Wachstumsrate für die Raman-Rückstreuung mit  $\gamma_{\rm RBS} = \omega_{\rm L} a_{\rm L} \sqrt{\frac{\omega_{\rm P}}{(\omega_{\rm L} - \omega_{\rm p})}}$  angegeben, was für die Anwachskurve eine Abhängigkeit der Form  $I_{\rm S} \sim \exp(0.06t/T_{\rm S0})$  ergibt. Die um einen Faktor 10 kleinere Rate  $\gamma T_{\rm S0} = 0.0061$ , die sich aus der Steigung der Geraden in Abb. 5.3 ergibt, kann erklärt werden. Die theoretische Ableitung betrachtet eine Plasmawelle, die über einen größeren Raumbereich allmählich angeregt wird. In der hier betrachteten Konfiguration muß die Plasmawelle, weil das Signal weiterwandert, immer wieder neu in ungestörtem Plasma erzeugt werden. Da das Anschwingen der Welle fehlt, ist ihre Amplitude und damit auch die Rückstreuung des Pumppulses geringer.

Im doppelt-logarithmischen Graphen zeigt sich die superradiante Verstärkung. Es existiert ebenfalls ein Teilbereich, in dem die Kurve linear ansteigt, was auf ein Potenzgesetz hinweist. Nach Gl. (3.5) erwartet man für das superradiante Regime ein Gesetz der Form  $a_{\rm S,max}^2 = {\rm const.} \times (z-z_0)^{\beta}$  mit  $\beta=2$ , wobei  $z_0$  der theoretische Startpunkt der superradianten Verstärkung ist. Er ergibt sich nicht direkt aus den Simulationen, da die SRA von der Raman-Rückstreuung überdeckt wird, solange das Signal schwach ist. Für eine korrekte Bestimmung von  $\beta$  muß  $z_0$  berücksichtigt werden, da sich aus obiger Gleichung mit  $\beta=\ln({\rm const.})+\frac{\ln(a_{\rm S,max}^2)}{\ln(z-z_0)}$  ein nichtlinear Ausdruck in  $z_0$  ergibt. Die direkte Bestimmung von  $\beta$  aus der Steigung würde i.a. einen falschen Wert liefern. Für den speziellen Fall in Abbildung 5.5 gilt jedoch zufällig  $z_0\approx 0$ , weshalb sich hier die Potenz  $\beta$  direkt aus der Steigung im linearen Bereich der Kurve ergibt.

Um auch im Fall  $z_0 \neq 0$  den Wert von  $\beta$  richtig zu bestimmen, wurde eine Kurve der allgemeinen Form  $\alpha(t-t_0)^{\beta}$  mit freien Parametern  $\alpha, \beta$  und  $t_0$  mittels einer nichtlinearen Kurvenanpassung mit Mathematica bestimmt und eingezeichnet. Der zugehörige

Exponent beträgt  $\beta=2.05$ , was fast perfekt einem quadratischen Wachstum mit der Zeit und damit auch mit dem Ort entspricht. Anwachskurven aus weiteren Simulationen mit verschiedenen Eingangsparametern konnten für Exponenten 1.9 <  $\beta$  < 2.2 reproduziert werden. In diesem Bereich wird das Signal offensichtlich superradiant verstärkt, und das theoretisch vorhergesagte quadratische Anwachsen der Signalintensität über die Propagationslänge bestätigt sich sehr gut.

Aus Abb. 5.5 entnimmt man die Übernahme der Verstärkung durch den SRA-Mechanismus bei  $t=300\,T_{\rm S0}$  und der Signalintensität  $a_{\rm S}^2=0.0125.$  Für diesen Wert, ist die Oszillationsfrequenz der Elektronen  $\omega_{\rm b}=2\omega_{\rm S0}\sqrt{a_{\rm S}a_{\rm L}}=0.116\,\omega_{\rm S0}>\omega_{\rm p}=0.1\,\omega_{\rm S0}.$ Damit wird auch das theoretisch vorhergesagte Kriterium für das Einsetzen der SRA in der Simulation wiedergefunden.

Aus dem Vorfaktor  $\alpha$  werden später die Abhängigkeiten von der Plasmadichte und der Pumpstrahlintensität abgeleitet. Da in guter Näherung  $\beta=2$  gilt und um die Auswertung zu vereinheitlichen, werden dort die Simulationsdaten direkt an eine quadratische Kurve der Form  $\alpha(t-t_0)^2$  angepaßt.

# Dauer der SRA-Verstärkung

Abbildung 5.5 weist die Kurve eine quadratisch anwachsende Intensität nur zwischen etwa  $300\,T_{\rm S0}$  und  $720\,T_{\rm S0}$ auf. In dieser Zeit wird die Signalintensität etwa 8fach verstärkt bei einer Gesamtverstärkung von 50. Für kleinere Zeiten dominiert die stimulierte Raman-Rückstreuung. Für größere Zeiten begrenzt die Sättigung des Signals das weitere quadratische Anwachsen. Die eigentliche superradiante Verstärkung dauert somit zwar nicht sehr lange an, trägt aber zu mehr als der Hälfte der Gesamtverstärkung bei. In Abb. 5.3-5.5 zeigt sich auch, daß im Bereich der SRA die höchste Anwachsrate zu finden ist.

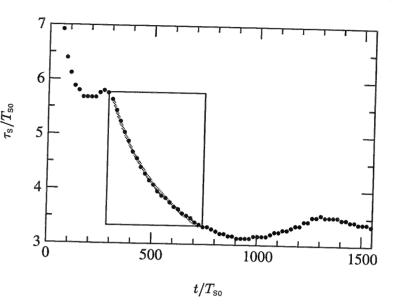
# Skalierung der Signaldauer mit der Propagationslänge

Noch markanter ist die Verkürzung der Signaldauer im superradianten Verstärkungsbereich. Als Signallänge wird hier die volle Halbwertsbreite (FWHM) des zeitlichen Verlaufs der Signalintensität benutzt. Abb. 5.6 zeigt die Pulslänge in Abhängigkeit der Simulationsdauer. Der Signalpuls wird wie erwartet komprimiert.

Die erste schnelle Abnahme der Signallänge wird durch die Raman-Rückstreuung verursacht, die das Signal zu Beginn verstärkt. Ein Vergleich mit Abb. 5.2b zeigt, daß die Breite des Spektrums zunächst zunimmt, da die Stokes-Frequenz  $\omega_{\text{\tiny L}}-\omega_{\text{\tiny D}}$  am Rand des ursprünglichen Spektrums liegt. Jedoch ist der Raman-verstärkte Bereich wesentlich schmaler als die Gesamtbreite des Spektrums [41], weshalb die Pulsdauer aufgrund der Frequenz-Zeit-Unschärfe wieder etwas zunimmt, sobald die Frequenz  $\omega_{\scriptscriptstyle \rm L} \omega_{\mathrm{p}}$  das Spektrum dominiert. Mit dem Einsetzen der SRA verkürzt sich die Signallänge dann sehr schnell. In diesem Bereich ist wieder eine Ausgleichskurve der Form  $\alpha_1(t (t_0)^{\beta_1}$  angepaßt worden. Auch der hier gefundene Exponent  $\beta_1 = -0.51$  stimmt sehr

# Abbildung 5.6:

Pulslänge in Abhängigkeit von der pagationszeit. dauer zu Beginn ist  $\tau_{\rm S} = \pi/\omega_{\rm b} \approx 7T_{\rm SO}$ . Zusätzlich ist im SRA-Bereich eine Kurve der Form  $\alpha_1(t-t_0)^{\beta_1}$ angepaßt worden Als Exponent findet sich  $\beta_1 = -0.51.$ 



gut mit der theoretisch vorhergesagten Skalierung  $\tau_{\rm S}\sim 1/\sqrt{z}$  (3.14) überein, wenn Ort und Zeit wieder über  $t=z/v_{\rm g}$  identifiziert werden. Aus den numerischen Daten ergibt sich der Vorfaktor als

$$\tau_{\rm S} \approx 3.7/\omega_{\rm b} \approx 1.2\pi/\omega_{\rm b}.$$
 (5.3)

Gegenüber der groben qualitativen Abschätzung in Abschnitt 3.3.1 ist dieser Wert nur 20 % größer und bestätigt diese damit sehr gut. Die Verkürzung des Signalpulses wird begrenzt durch das Anwachsen der zweiten Intensitätsmaximums im hinteren Signalbereich, die in Abbildung 5.2 ab etwa  $t=1000\,T_{\rm S0}$  zu sehen ist. Der Abstand zwischen Vorderflanke des Signals und der Spitze verringert sich nicht, sondern nimmt im weiteren Verlauf leicht zu, bis der Signalpuls schließlich auseinanderbricht.

# Skalierung der Signalenergie mit der Propagationslänge

Überprüfung der theoretischen Vorhersagen

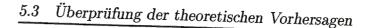
Aus den Skalierungsgesetzen für die Signalintensität  $I_{\rm S} \sim a_{\rm S}^2 \sim z^2$  und die Signaldauer  $\tau_{\rm S}\sim 1/\sqrt{a_{\rm S}}\sim 1/\sqrt{z}$ folgt ein weiteres Skalierungsgesetz für die Pulsenergie. Letztere ist gegeben als

$$\mathcal{E}_{S} = F \int I_{S}(t) dt = fF I_{S} \tau_{S} \sim a_{S}^{3/2} \sim z^{3/2}$$

$$(5.4)$$

wobei die effektive Querschnittsfläche  ${\cal F}$  des Signals im eindimensionalen Fall als konstanter Faktor angenommen werden kann, da Effekte wie Beugung oder Fokussierung des Strahls nicht erfaßt werden. Der Faktor  $f=\int I_{\rm S}(t){\rm d}t/(I_{\rm S}\tau_{\rm S})\approx 1$  berücksichtigt die tatsächliche zeitliche Signalform. Die Selbstähnlichkeitslösung aus Kapitel 4 impliziert, daß die Signalform zu jedem Zeitpunkt durch Skalierung ihrer Länge und Amplitude aus einer selbstähnlichen Profilform wie in Abbildung 4.1 gezeigt hervorgeht. Daraus folgt daß f in sehr guter Näherung konstant ist.

In Abbildung 5.7 wurde deshalb für die Signalenergie nur das Produkt von Signalintensität (Abb. 5.3) und Pulsdauer (Abb. 5.6) aufgetragen. Auch hier zeigt die



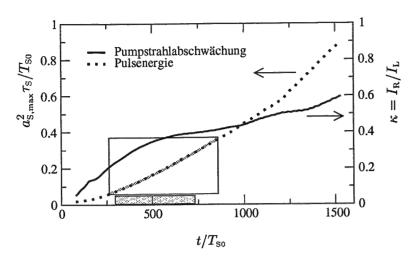


Abbildung 5.7: Signalenergie und Abschwächung des Pumpstrahls im Verlauf der Simulation. Letztere ist angegeben als Verhältnis  $\kappa = I_{\rm R}/I_{\rm L}$  der Intensität des rückgestreuten Lichts zur Intensität des einfallenden Pumpstrahls. Die Abszisse ist schraffiert in dem Bereich, der superradiante Verstärkung zeigt. An den Verlauf der Pulsenergie ist dort eine Kurve der Form  $\mathcal{E}_{\rm S} \sim (t-t_0)^{1.5}$  angepaßt worden. Die Skalierung der Energie soll an Hand eines Beispiels verdeutlicht werden. Für einen Strahldurchmesser von 30  $\mu$ m und  $f \approx 1$  entspricht  $a_{\rm S,max}^2 \tau/T_{\rm S0} = 1$  einer Pulsenergie von etwa 65 mJ.

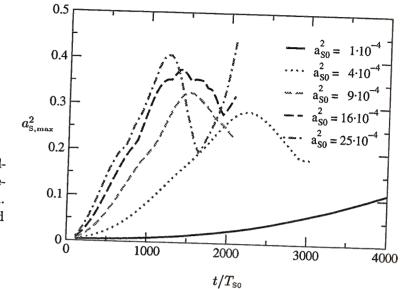
angepaßte Kurve die gewünschte Skalierung. Dies durfte erwartet werden, da in (5.4) Intensität und Signallänge eingehen, deren Skalierungsverhalten bereits bestätigt worden ist.

#### Abschwächung des Pumpstrahls

Die Abschwächung des Pumpstrahls ist hier definiert als Verhältnis  $\kappa$  der Intensität des rückgestreuten Pumplichts  $I_{\rm R}$  zur ursprünglichen Intensität des Pumpstrahls  $I_{\rm L}$ . Ihr Verlauf ist ebenfalls in Abbildung 5.7 gezeigt. Sie steigt mit größer werdender Signalintensität zunächst an, wächst dann schwächer und erreicht zuletzt einen Wert von etwa 60 %. Dieser maximale Wert hängt vor allem von der Pumpstrahlintensität und der Plasmadichte ab. Ist der Pumpstrahl schwach und die Dichte hoch kann er annähernd 100 % erreichen. Die Energie, die dem Pumpstrahl pro Zeiteinheit entnommenen wird, geht in das Signal und zu einem geringeren Teil in die kinetische Energie der streuenden Elektronen über.

$$\kappa F I_{\rm L} = c \frac{\partial \mathcal{E}_{\rm kin}}{\partial z} + c \frac{\partial \mathcal{E}_{\rm S}}{\partial z}.$$
(5.5)

wobei F wieder die effektive Querschnittsfläche des Signals ist, und  $\mathcal{E}_{kin}$  die kinetische Energie aller am Streuprozeß beteiligten Elektronen. Aus der Skalierung (5.4) für die Energie des Signals folgt  $\partial_z \mathcal{E}_S \sim \sqrt{z}$ . Der Energiezuwachs  $\partial_z \mathcal{E}_{kin}$  der Elektronen kann aus dem in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Rückstoßimpuls ermittelt werden, den sie



**Abbildung 5.8:** Signalwachstum bei verschiedenen Pumpintensitäten.  $n/n_{\rm krit}=0.005$  und  $a_{\rm so}^2=0.0036$ .

durch die Streuung des Lichts erhalten. Mit nFc als Zahl der Elektronen, die das Signal pro Zeiteinheit passiert, und dem Rückstoßimpuls  $2(c\partial_z \mathcal{E}_S)/c$ , den sie erhalten, ergibt sich

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{kin}}}{\partial z} = nFc \frac{m}{2} \left( \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{s}}}{\partial z} / nFc \right)^2 \sim z \sim t, \tag{5.6}$$

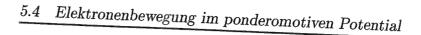
wobei m wieder die Elektronenmasse ist.

Anpaßte Kurven der Art  $A_0\sqrt{t-t_0}$  oder  $A_0\sqrt{t-t_0}+A_1t$  mit wählbaren Parametern  $A_0$  und  $A_1$  konnten aber die Abschwächung des Pumpstrahls nicht befriedigend wiedergeben. Da die Energieerhaltung erfüllt sein muß, kann man schließen, daß es eine weitere Energieform gibt, zu Lasten derer der Pumpstrahl geschwächt wird. Möglicherweise ist dies die Temperaturbewegung der Elektronen, die zu unterscheiden ist von der kinetischen Energie  $\mathcal{E}_{\rm kin}$  ihrer gerichteten Bewegung. Abbildung 5.12 zeigt, daß ihr Geschwindigkeitsspektrum relativ groß, ihre Temperatur also hoch ist. Eine abschließende Klärung dieser Frage steht noch aus.

# Abhängigkeit der Verstärkung von der Pumpstrahlintensität

Um zu sehen, wie die Signalintensität von der Intensität des Pumpstrahls abhängt, sind eine Reihe von Simulationen durchgeführt worden, bei denen die Pumpstrahlintensität variiert, die Plasmadichte aber konstant gehalten worden ist. Abbildung 5.8 zeigt eine solche Kurvenschar.

Im quadratisch ansteigenden Bereich der Anwachskurven ist jeweils eine Kurve der Form  $\alpha(t-t_0)^2$  angepaßt und der ermittelte Koeffizient  $\alpha$  in Abbildung 5.9 über der Pumpintensität aufgetragen worden. Zusätzlich wurde eine Ausgleichsgerade eingetragen. Die gefundenen Punkte weichen nur geringfügig von ihr ab. Die Proportionalität  $I_{\rm S} \sim I_{\rm L}$  der Gl. (3.5) wird sehr gut erfüllt.



1e-06

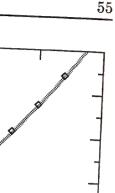
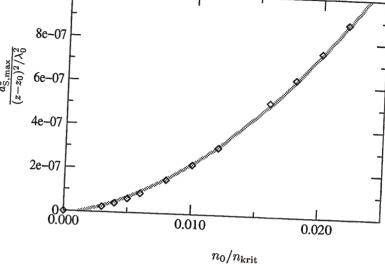


Abbildung 5.11: Vor-  $\alpha$  der quadrati-  $\alpha$ schen Verstärkung in Abhängigkeit von der Plasmadichte. Simulationsparameter wie oben. Ein quadratische Parabel ist angepaßt und eingezeichnet worden.



mit dem Vorfaktor  $C_{\rm S}=\frac{1}{8}$  hergeleitet worden. Die Herleitung beruhte auf einem einfachen Modell mit perfekter Bündelung der Elektronen. Diese kann man in der Realität natürlich nicht erwarten. Bei der SRA stellen die gebündelten Elektronen vielmehr einen transienten Zustand dar. Es ist zu erwarten, daß die Verstärkung und damit  $C_s$  etwas geringer ist.

Wie gezeigt, gilt die Abhängigkeit  $I_S \sim I_L(\frac{n}{n_{krit}})^2(k_S z)^2$  auch für die numerischen Simulationen. Der Vorfaktor läßt sich folglich direkt aus den Simulationsergebnissen

$$C_{
m S}^{
m num} = I_{
m S} / \left(I_{
m L} \left(rac{n}{n_{
m krit}}
ight)^2 (k_{
m S}z)^2
ight)$$

berechnen. Um einen gemittelt Wert zu bekommen, benutzt man hierzu die Steigung der Geraden aus Abb. 5.9 oder der Vorfaktor der Parabel in Abb. 5.11 und teilt ihn durch die Plasmadichte bzw. Pumpintensität. Man findet

$$C_{\rm S}^{\rm num} \approx 0.067. \tag{5.8}$$

Der Wert ist etwa halb so groß wie unter der Annahme perfekter Bündelung, was immer noch eine relativ gute Übereinstimmung darstellt.

Zusammenfassend steht die bisherige Analyse voll in Einklang mit dem in Kapitel 3entwickelten Modell der superradianten Verstärkung. Es beschreibt alle wesentlichen Merkmale und liefert auch vernünftige quantitative Aussagen.

# Elektronenbewegung im ponderomotiven Potential

In diesem Abschnitt wird die Bewegung der Elektronen im ponderomotiven Potential, die zur starken Modulation ihrer Dichte führt, an Hand von Simulationsergebnissen

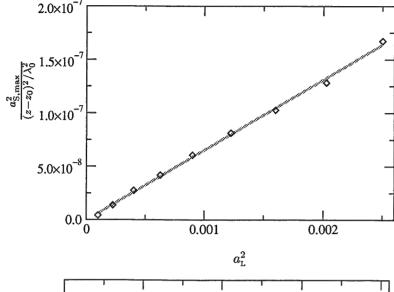


Abbildung 5.9: faktor  $\alpha$  der quadratischen Verstärkung in Abhängigkeit der Pumpstrahlintensität. Plasmadichte  $n = 0.005 n_{krit}$ 

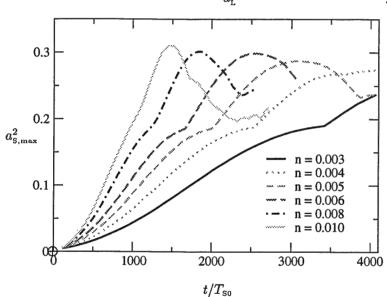


Abbildung 5.10: Signalwachstum für variierende Plasmadichte.  $a_{\rm r}^2 = 9 \times$  $10^{-4}$  und  $a_{50}^2 = 0.0036$ , n gegeben in  $n_{krit}$ 

#### Abhängigkeit der Verstärkung von der Plasmadichte

In analoger Weise wurde auch die Plasmadichte bei konstanter Pumpintensität variiert. Abbildung 5.10 zeigt eine Kurvenschar mit der Plasmadichte als Parameter. Die Koeffizienten der angepaßten Kurven im Bereich der superradianten Verstärkung sind in Abbildung 5.11 über der Plasmadichte aufgetragen. Vorhergesagt ist hier ein Anwachsen  $\sim n^2$  (3.5), das wiederum sehr gut bestätigt wird.

#### Vorfaktor von $I_s$

In Abschnitt 3.2 ist für das Anwachsen der Signalintensität die Gleichung

$$I_{\rm S} = C_{\rm S} I_{\rm L} \left(\frac{n}{n_{\rm krit}}\right)^2 (k_{\rm S} z)^2 \tag{5.7}$$

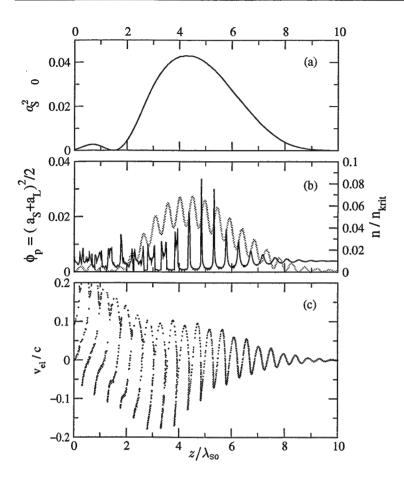


Abbildung 5.12: Zu einem festen Zeitpunkt sind (a) das Amplitudenquadrat des Signalpulses, (b) das ponderomotive Potential  $\phi_{\rm pond} = |a_{\rm S} + a_{\rm L}|^2$ (hellgrau, dick) und die Elektronendichte  $n/n_{krit}$ (schwarz, dünn), (c) das Phasenraumbild der longitudinalen Bewegung  $(z, v_z)$  der Elektronenverteilung als Funktion der räumlichen Koordinate  $z/\lambda_{\rm so}$  aufgetragen.

In Abschnitt 3.2 wurde erklärt, daß das gemeinsame ponderomotive Potential der beiden Laserpulse sich langsam mit der Phasengeschwindigkeit  $-c\Delta\omega/(2\omega_{\rm S})$  in Richtung des Pumppulses (nach links) bewegt, auch wenn die Einhüllende des Potentials sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit in Richtung des Signalpulses fortpflanzt. Die Elektronen werden in den Potentialtrögen teilweise gefangen und durch ihre Oszillation sehr effektiv gebündelt. In der Elektronendichte bilden sich Maxima im Abstand von  $\lambda_{\rm S}/2$  aus.

Benutzt man zirkular polarisiertes Licht, läßt sich das ponderomotive Potential recht einfach aus den Simulationsdaten gewinnen. Die Zeitmittelung entfällt, da durch das Aufaddieren der beiden Polarisationen die schnell oszillierenden Terme herausfallen. Für die Amplituden aus (3.6) folgt

$$\frac{\phi_{\text{pond}}}{2mc^2} = \langle (\boldsymbol{a}_{\text{S}} + \boldsymbol{a}_{\text{L}})^2 \rangle = a_{\text{S}}^2 + a_{\text{L}}^2 - 2a_{\text{S}}a_{\text{L}}\cos\psi = (\boldsymbol{a}_{\text{S}} + \boldsymbol{a}_{\text{L}})^2,$$
 (5.9)

wobei man  $a_s+a_L$  aus den transversalen Feldern der Simulationsdaten erhält. Das longitudinale, elektrostatische Feld $E_z$  bleibt unberücksichtigt.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.12 für eine mittlere Signalintensität über dem Ort aufgetragen. Oben zur Orientierung der Intensitätsverlauf des Signals, der bereits

die charakteristische Form der selbstähnlichen Lösung besitzt. In der Mitte sind das ponderomotive Potential und die Plasmadichte dargestellt und unten schließlich das Phasenraumportrait eines Teils der Elektronen.

Die Elektronenbewegung wird wesentlich durch den Interferenzterm des ponderomotiven Potentials bestimmt, auch wenn der Anteil  $a_{\rm S}^2$  zunehmend an Bedeutung gewinnt. In Abb. 5.12b übertreffen die schmalen Spitzen der Plasmadichte die Dichte des Hintergrundplasmas fast um das Zehnfache. Dazwischen ist die Elektronendichte stark ausgedünnt. Eine Vorstellung des zeitlichen Ablaufs der Elektronenbündelung gewinnt man, indem man das Bild von rechts nach links betrachtet. Der Signalpuls läuft nach rechts in ein Gebiet frischen, ungestörten Plasmas. Die Elektronen häufen sich zur Signalmitte hin mehr und mehr in ausgeprägten Dichtespitzen auf der rechten Seite der Potentialtröge an. Der Pumppuls wird hier sehr stark in das Signal zurückgestreut (vgl. Abb. 3.11a). Die Dichtespitze teilt sich dann in zwei Anteile auf. Der erste umfaßt die Elektronen, die im ponderomotiven Potential gefangen sind und reflektiert werden. Der andere besteht aus den Elektronen, die die Potentialbarriere zwischen zwei Töpfen überwinden können. Da die Elektronen wieder auseinanderlaufen, nehmen die Maximalwerte der Dichtespitzen ab. Im rückwärtigen Teil des Signals befinden sich die stark geschwächten Dichtespitzen auf der linken Seite der Potentialtöpfe. Das Signal wird dort in den Pumpstrahl zurückgestreut (Abb. 3.11b).

Das Phasenraumportrait  $(z/\lambda_{so}, v_z/c)$  unten löst die beiden Dichtespitzen auf. Oben befinden sich die schnellen Elektronen, die die Potentialbarriere überwinden, unten die oszillierenden Elektronen, die zurücklaufen. Elektronen, die sich zu Beginn in nebeneinanderliegenden Volumenelementen befinden, durchmischen sich während dieses Vorgangs. Daraus folgt, daß eine Beschreibung der Elektronen mittels eines Fluidmodells nicht möglich ist, da sich nebeneinanderliegende Fluidelemente in dieser Näherung nicht durchdringen können. Das Durchmischen der Elektronen entspricht dem Brechen der Plasmawelle. Die Behandlung der Elektronen als einzelne Teilchen im analytischen Teil der Arbeit ist daher zwingend.

# Entstehung der zweiten Intensitätsspitze

Um die zeitliche Entwicklung der Elektronen im Phasenraum genauer verfolgen zu können wurde der PIC-Code um eine Option erweitert, die es ermöglicht die Daten, die in Abb. 5.12 für einen Zeitpunkt aufgetragen sind, in kurzen Zeitintervallen von  $1/10\,T_{\rm S0}$  zu speichern. Die animierten Sequenzen lieferten Aufschluß über die Entstehung der zweiten Intensitätsspitze, die am Ende der eigentlichen SRA-Verstärkung entsteht. Da diese PIC-Ergebnisse als statische Bilder hier nur eine geringe Aussagekraft hätten, soll der Mechanismus qualitativ an Hand der schematischen Abbildung 5.13 erklärt werden.

Am Ende der SRA-Verstärkung ist der Signalanteil  $a_s^2$  des ponderomotiven Potentials (5.9) so groß geworden, daß er zu einer starken Asymmetrie der Potentialtöpfe führt,

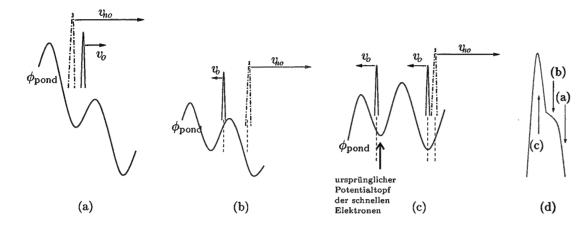


Abbildung 5.13: Position und Bewegung der Dichtespitzen von eingefangen, oszillierenden (o, durchgezogene Linie) und nicht-gefangen Elektronen (no, strich-punktiert) zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten. (a) an der vorderen Front des Signals, wo das steile Anwachsen des Terms  $|a_s^2|$  im ponderomotiven Potential  $\phi_{\text{pond}}$  zur Asymmetrie der Potentialtöpfe führt. (b) am Ort der Spitze des ursprünglichen Signals, (c) im Bereich der wachsenden 2. Spitze. (d) Pulsform des Signals mit zweiter Intensitätspitze. Die Buchstaben geben etwa die Lage des Orts an, für den in (a), (b) und (c) das Potential dargestellt ist.

Abb. 5.13a. Viele der Elektronen, die sich ursprünglich auf der linken Seite befanden, erhalten durch das steilere Potential eine so große Geschwindigkeit nach rechts, daß sie die langsameren, gefangenen Elektronen überholen und in den nächsten Potentialtopf gelangen. Da sich Abb. 5.13b auf beiden Potentialflanken Elektronen befinden, wird das Signal nur wenig geschwächt. Schließlich laufen die schnellen Elektronen ein zweites Mal gebündelt auf den nächsten Potentialanstieg auf, wo sie wieder verstärkt Pumplicht in das Signal zurückstreuen und zum Anwachsen der zweiten Intensitätsspitze führen (Abb. 5.13c). Die gefangenen Elektronen befinden sich währenddessen gerade in einem Potentialtal, wo sie im Mittel nur wenig Licht streuen. Das Anwachsen der zweiten Intensitätsspitze endet in den Simulationen meist bei etwa  $a_{\rm S,max}^2=0.3\ldots0.4$ , was dem 1.5 bis 2-fachen Intensität des vorderen Pulsmaximums entspricht (Abb. 5.13d). Danach bricht das Signal auseinander.

Für eine höhere Pumpintensität von  $a_{\rm L}^2=0.0036$  und die Plasmadichte  $n=0.015\,n_{\rm krit}$  wurde in einem Fall ein Anwachsen bis auf  $a_{\rm S,max}^2=0.9$  bzw.  $I_{\rm S}=2.5\times 10^{18}\,{\rm W/cm^2}$  bei einer Pulslänge  $1.3\,T_{\rm S0}$  gefunden. Die Abhängigkeit  $\tau_{\rm S}\sim 1/\omega_{\rm b}$  gilt auch für die zweite Spitze, hier aber mit einem kleineren, numerisch gefundenen Vorfaktor  $\tau_{\rm S}\omega_{\rm b}=0.8\pi$  als in Gl. (3.14). Die Verstärkung für so hohe Pumpintensitäten ist teilweise chaotisch. Dies macht eine genauere Untersuchung dieser besonders hohen Verstärkungen schwierig. Da bei dieser Intensität relativistische Effekte eine Rolle spielen, muß geprüft werden, ob bei mehrdimensionalen PIC-Rechnungen oder im Experiment solche Extremfälle ebenfalls zu beobachten sind.

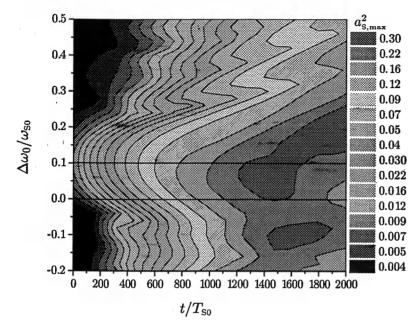
# 5.5 Abhängigkeit der Verstärkung von der Anfangsfrequenzverstimmung der Laserpulse

In Abschnitt 3.2 wurde erklärt, daß die Frequenzverstimmung  $\Delta\omega$  der beiden Laserpulse die Phasengeschwindigkeit des Interferenzmusters des ponderomotiven Potentials bestimmt und damit dessen Geschwindigkeit relativ zu den anfangs ungestörten Plasmaelektronen bei deren Eintritt in das Potential. Die Stärke des Signalwachstums hängt zwar von  $\Delta\omega$  ab, kleine Änderungen stören den SRA-Mechanismus aber nicht grundsätzlich. Erst für  $\Delta\omega > \omega_b$  werden die Elektronen nicht mehr in den Potentialtöpfen gefangen. Die Verstärkung ist dann sehr gering.

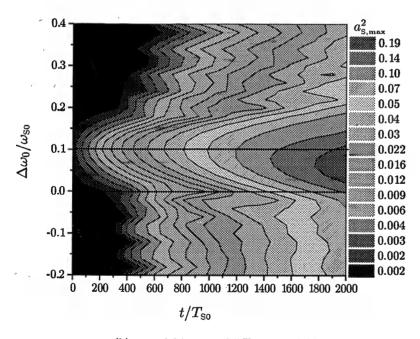
Abbildungen 5.14 und 5.15 zeigen die Ergebnisse von Simulationen für das Anwachsen des Signals in Abhängigkeit von der anfänglichen Frequenzverstimmung für vier Sätze von Anfangsbedingungen der Pulse. Die Signalpulse sind zu Beginn sehr schwach und werden durch stimulierte Raman-Rückstreuung verstärkt. Sie sind außerdem sehr kurz und besitzen ein breites Spektrum, weshalb eine exakte Frequenzverstimmung  $\omega_{\rm S} = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm p}$  nicht erforderlich ist. Vielmehr wächst die Intensität in einem Frequenzband um die Plasmafrequenz herum rasch an. Aber auch für sehr stark verstimmte Frequenzen funktioniert die Verstärkung noch, wenn auch verzögert und etwas schwächer, was allerdings nicht von vorneherein klar ist.

Für  $\Delta\omega \leq 0$  würde man zunächst ein Anwachsen des Signals nicht erwarten. Im Gegenteil könnte man vermuten, daß der SRA-Mechanismus das Signal zugunsten des Pumpstrahls schwächt. Tatsächlich verursacht der kurze Puls die Entstehung eines neuen Pulses, der die richtige Frequenz besitzt und superradiant verstärkt wird. Um die Abläufe besser zu verstehen sind in Abbildung 5.16a Momentaufnahmen der Signalamplitude für markante Übergangsstadien gezeigt. Das Signal wird zu Beginn leicht geschwächt. Gleichzeitig ruft es eine Störung hervor, die sich dem Signal überlagert und es in einem schmalen Frequenzband um die Stokes-Frequenz  $\omega_{\rm L}-\omega_{\rm p}$  verstärkt. Sobald die Signalintensität hoch genug ist, setzt die superradiante Verstärkung ein und verbreitert das Frequenzspektrum um diese Linie herum wieder. Es wird effektiv ein neuer Signalpuls erzeugt, dessen Frequenz etwas kleiner als  $\omega_{\rm L}$  ist. Er wächst im folgenden stark an, so daß der nicht verstärkte hintere Anteil der Störung im Vergleich zum Signal vernachlässigbar klein wird.

Im Fall einer sehr großen Verstimmung  $\Delta\omega\gg\omega_{\rm b}$  kann das ponderomotive Potential der beiden Laserpulse die Elektronen nicht mehr einfangen. Jedesmal wenn die Elektronen auf einen Potentialwall auflaufen, bündeln sie sich und streuen Pumplicht in das Signal. Nachdem sie das Potentialmaximum überwunden haben, streuen sie jedoch umgekehrt vermehrt Signallicht in den Pumppuls. Der Signalpuls bricht dadurch in mehrere kurze Pulse auseinander. Im Frequenzspektrum zeigt sich dabei wieder ein Anwachsen der Stokes-Frequenz  $\omega_{\rm L}-\omega_{\rm p}$ . Die kurzen Pulse werden daraufhin verstärkt und schließen sich wieder zusammen, bis zuletzt ein einzelner Signalpuls mit wesentlich kleinerer Frequenzverstimmung vorliegt, der superradiant verstärkt wird.

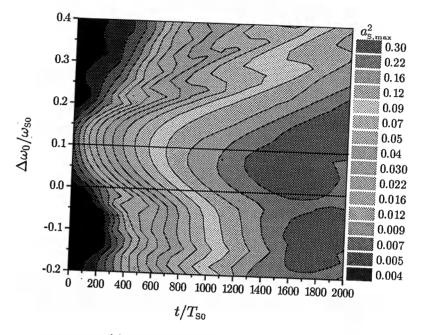


(a) $a_{SO} = 0.06$ ,  $\tau_{SO} = 5.5 T_{SO}$ ,  $a_{L} = 0.03$ 

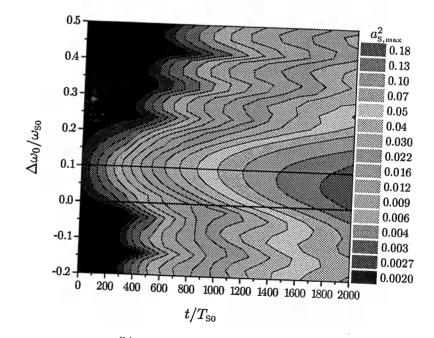


(b) $a_{S0} = 0.04$ ,  $\tau_{S0} = 8.5 T_{S0}$ ,  $a_{L} = 0.02$ 

Abbildung 5.14: Anwachsen der Signalintensität in Abhängigkeit der anfänglichen Frequenzverstimmnumg  $\Delta\omega_0$ , für vier Parametersätze der Pumppulsamplitude sowie der anfänglichen Signalamplitude und Pulsdauer. Der Farbkeil der Signalintensität ist logarithmisch und umfaßt einen Wachstumsfaktor von etwa 100. Die Plasmadichte ist in allen Fällen  $n=0.01\,n_{\rm krit}\Rightarrow\omega_{\rm p}/\omega_{\rm so}=0.1$ . Zur Orientierung sind jeweils Linien für  $\Delta\omega_0=0$  und  $\Delta\omega_0=\omega_{\rm p}$  eingezeichnet.

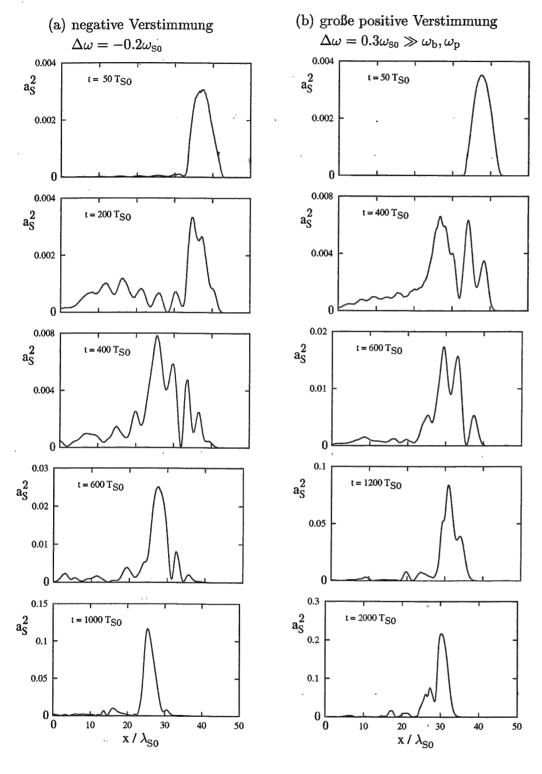


(a) $a_{\rm S0}=0.06,\ \tau_{\rm S0}=8.5\,T_{\rm S0},\ a_{\rm L}=0.03$ 



(b) $a_{\rm S0} = 0.04, \, \tau_{\rm S0} = 5.5 \, T_{\rm S0}, \, a_{\rm L} = 0.02$ 

Abbildung 5.15: Erklärung s. Abbildung 5.14



**Abbildung 5.16:** Entwicklung der Signalform im Ortsraum (a) für eine negative Verstimmung  $\Delta\omega=-0.2\omega_{\rm so}$ , d.h.  $\omega_{\rm s}>\omega_{\rm L}$  und (b) für eine große positive Verstimmung  $\Delta\omega=0.3\,\omega_{\rm so}\gg\omega_{\rm b},\omega_{\rm p}$ . Die Kurven gehören zu Abb. 5.14a mit den dort angegebenen Parametern. Für die Momentaufnahmen sind die Abstände jeweils so gewählt, daß sich die Signalform gegenüber der vorangehenden Aufnahme qualitativ deutlich weiterentwickelt hat.

Die Graphen mit den jeweils gleichen Anfangsamplituden ähneln sich in den Abbildungen 5.14 und 5.15 im späteren Verlauf. Da die Signalamplitude in allen Graphen für größere Zeiten zunimmt, muß die Pumpamplitude für die Charakteristik des Graphen verantwortlich sein, insbesondere für die unterschiedliche Breite des Frequenzbandes, innerhalb dessen das Signal besonders schnell anwächst. Der Grund hierfür liegt darin, daß mit der Pumppulsamplitude die Tiefe des ponderomotiven Potentials  $\omega_{\rm b} \sim \sqrt{a_{\rm L}}$  zunimmt, das damit auch für größere Frequenzverstimmungen  $\Delta \omega$  die Elektronen einfangen kann.

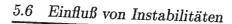
In den Abbildungen ist für große Frequenzverstimmungen  $\Delta\omega\gg\omega_{\rm p}$  eine oszillierende Struktur entlang der Frequenzachse zu erkennen. Das Signal wächst für gewisse Anfangsverstimmungen  $\Delta\omega$  etwas schneller an. Ihre Ursache konnte durch Analyse der Lage der Elektronendichtemaxima im ponderomotiven Potential, wie z.B. in Abb. 5.12b zu sehen, bestimmt werden. Durch  $\Delta\omega$  wird die Geschwindigkeit der Elektronen relativ zum ponderomotiven Potential festgelegt und damit auch, wieviele Potentialmulden die Elektronen durchlaufen, bis der Signalpuls vorübergezogen ist. Ist der Wert von  $\Delta\omega$  gerade so gewählt, daß sich die Elektronen gegen Ende des vorbeiziehenden Signals auf einer ansteigenden rechten Potentialflanke befinden, vgl. Abb. 3.11b, streuen sie im Mittel etwas mehr Pumplicht in das Signal. Dies führt zu der beobachteten höheren Anwachsrate.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts verdeutlichen wie erstaunlich robust der superradiante Verstärkungsprozeß ist. Sofern ein genügend kurzer, intensiver Signalpuls in entgegengesetzter Richtung zum Pumppuls läuft, wird er verstärkt. Falls die Frequenzverstimmung zu groß bzw. zu klein ist, wird ein Puls geeigneter Frequenz erzeugt, der verstärkt wird. Im zweiten Fall setzt die Verstärkung etwas verzögert ein, die Gesamtverstärkung ist aber immer noch von gleicher Größenordnung.

Dies legt es nahe für eine erste experimentelle Verwirklichung ein Schema zu wählen, das sich besonders einfach bewerkstelligen läßt, wie z.B. die Benutzung gleicher Frequenzen für Pumppuls und Signal.

# 5.6 Einfluß von Instabilitäten

Die bisherigen Ergebnisse basieren auf Computerrechnungen, die das Plasma in einer Box simuliert haben, die sich mit dem Signal mitbewegt (s. Abschnitt 5.1). Neben dem Vorteil, daß sich die Rechenzeiten dadurch stark verkürzen, werden andererseits Plasmainstabilitäten unterdrückt, die bereits bei der Propagation des Pumppulses alleine über längere Strecken im Plasma auftreten können, wie z.B. stimulierte Ramanstreuung. Um den Einfluß der Instabilitäten auf die superradiante Verstärkung zu untersuchen, wurde ein Plasma mit einer Gesamtlänge von  $1000\,\lambda_{\rm S0}=1\,\rm mm$  vollständig simuliert. In dieser Simulation ist auch die Bewegung der Ionen mitberechnet worden, um Brillouin-Streuung zuzulassen. Die Vorderfront des Pumppulses muß von rechts kommend erst das gesamte Plasma durchlaufen, ehe sie am linken Rand des Plas-



800

1000

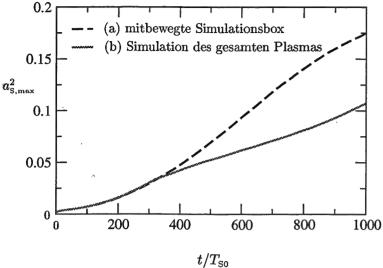
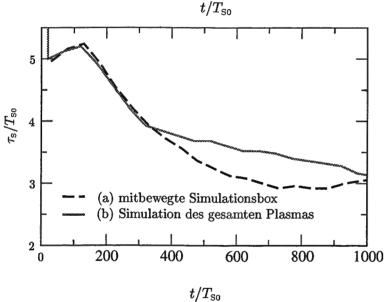


Abbildung 5.17: Vergleich des Signalwachstum einer Rechnung mit mitbewegter kleiner, Simulationsbox einer Simulation des gesamten Plasmas. Simulationsparameter sind ieweils  $a_{\rm so}^2 = 0.0036,$  $a_{\tau}^2 = 0.0009$ 

 $\Delta \omega = 0.13 \,\omega_{\rm so}$  und  $n_0 = 0.01 \, n_{\rm krit}$ .

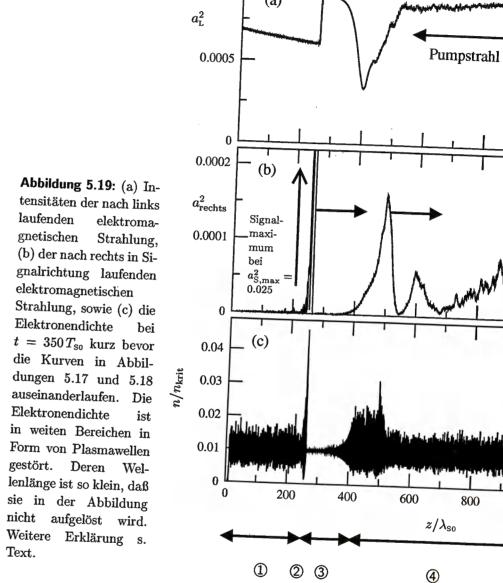


## Abbildung 5.18:

Puls-Vergleich  $\operatorname{der}$ verkürzung. einer Rechnung  $\mathbf{mit}$ kleimitbewegter Simulationsbox mit Simulation des Plasmas. gesamten Simulationsparameter s. Abb. 5.17.

mas auf das Saat-Signal trifft. Die Simulation ist mit den Parametern  $a_{so}^2 = 0.0036$ ,  $a_{\rm L}^2=0.0009,~\Delta\omega=0.13\,\omega_{\rm S0}$  und  $n_0=0.01\,n_{\rm krit}$  durchgeführt und mit einer Rechnung mit mitbewegter, kleiner Simulationsbox verglichen worden.

Abbildungen 5.17 und 5.18 zeigen die Ergebnisse für das Wachstum der Signalintensität und die Verkürzung der Pulsdauer. Auf der Abszisse ist die Simulationszeit nach Eintritt des Signals in das Plasma in Laserzyklen aufgetragen. Für kleine Zeiten ist die Entwicklung der Größen in beiden Rechnung fast identisch. Ab etwa  $350 T_{80}$  steigt die Signalintensität im Fall der Simulation des gesamten Plasmas schwächer an. Entsprechend verlangsamt sich auch die Abnahme der Pulsdauer. Um die Ursache dieser Unterschiede aufzuzeigen, sind in Abbildung 5.19 für den Zeitpunkt  $t=350\,T_{\rm S0},\,{\rm kurz}$ vor dem Auseinanderlaufen der Anwachskurven, getrennt die Intensitäten der linksbzw. rechtslaufenden Anteile des elektromagnetischen Felds, sowie die Plasmadichte



0.001

über die gesamte Plasmalänge aufgetragen.

Der Signalpuls hat von links kommend Bereich ① durchlaufen und befindet jetzt bei ②. Durch die superradiante Verstärkung ist seine Intensität bereits um etwa eine Größenordnung angewachsen. Die Rückstreuung des Pumppulses ist scharf im Interferenzbereich der beiden Laserpulse lokalisiert und seine Abschwächung nimmt im Verlauf der Verstärkung leicht zu. Weiterhin fällt in Abb. 5.19c die extreme Modulation der Elektronendichte am Ort der Wechselwirkung auf, die durch die Elektronenbündelung im ponderomotiven Potential verursacht wird. Sie übertrifft die Amplituden der Plasmawellen im übrigen Plasma bei weitem. Dies zeigt im Vergleich wie effektiv der Bündelungsmechanismus der SRA ist.

66

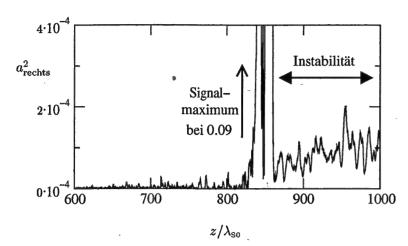


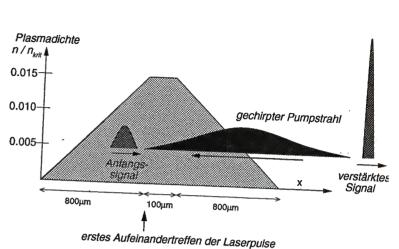
Abbildung 5.20: Nach rechts laufende elektromagnetische Strahlung bei  $t=850\,T_{\rm S0}$ . Im Bereich, den der Signalpuls passiert hat, kann sich wegen der starken Störung der Elektronendichte die Ramaninstabilität nicht mehr ausbilden.

Rechts vom momentanen Ort des Signals sieht man die monoton ansteigende Amplitude einer Plasmawelle. Im gleichen Bereich ist auch der Pumpstrahl, Abb. 5.19a, über eine Länge von mehr als  $100\,\lambda_{\rm S0}$  stark geschwächt. Diese Störung hat ihren Ursprung in einer anwachsenden Raman-Instabilität. Während sie im Bereich ③ nach rechts gehend monoton ansteigt, ist sie im linken Teil von Bereich ④ bereits stark nichtlinear, d.h. die Amplitude der von ihr erzeugten Plasmawelle ist nicht mehr proportional zur Amplitude der gestreuten elektromagnetischen Welle. Die Plasmawellen zwischen  $z=400\,\lambda_{\rm S0}$  und  $z=500\,\lambda_{\rm S0}$  werden ebenfalls durch Raman-Rückstreuung hervorgerufen. Es weist ihren Charakter als Instabilität aus, daß durch die Raman-Streuung nur gewisse Fluktuationen im Plasma verstärkt werden. Die Fluktuationen sind in diesem Fall numerisch erzeugt, da von einem zu Beginn kalten Plasma ausgegangen wurde. Wie eine Analyse des Spektrums zeigte, spielte die Brillouin-Streuung, also die Streuung an Ionendichtewellen, in dieser Simulation keine Rolle. Sie wurde von der Raman-Streuung überdeckt.

Nun läßt sich ohne Probleme einsehen, warum das Signalwachstum in Abbildung 5.17 im Fall des vollständig simulierten Plasmas plötzlich nachläßt. Zum einen verringert sich nach Gl. (3.5) mit der Abschwächung des Pumpstrahls im gleichen Verhältnis auch die rückgestreute Strahlung, die den Signalpuls verstärkt. Zum anderen ist das Plasma gestört, wodurch die Bündelung der Elektronen beeinträchtigt wird, d.h. es gibt mehr Elektronen, die den Pumpstrahl inkohärent zurückstreuen. Dieser zweite Effekt ist aber als relativ unbedeutend anzusehen, da bei der SRA die ponderomotive Kraft des Interferenzmusters der Laserpulse ohnehin so groß ist, daß die Plasmawellen gebrochen werden und die Elektronen entsprechend der ponderomotiven Phase neu angeordnet werden.

Zusammenfassend zeigt sich also, daß Plasmainstabilitäten die SRA zwar beeinträchtigen, jedoch nicht unterdrücken können. Der Signalpuls erreicht in Abbildung 5.17 immer noch 2/3 der Intensität des ungestörten Falls. Umgekehrt verlassen die Elektronen den Interferenzbereich der Laserpulse mit einem breiten Geschwindigkeit-

Abbildung 5.21: schematische Konfiguration des Experiments für die numerischen Simulationen. Das Profil der Plasmadichte entlang der Strahlachse imExperiment Näherung guter gaußförmig. Für die Simulation wurde es wie abgebildet durch ein Profil mit ansteigender und abfallender Flanke ersetzt.



spektrum (vgl. Abb. 5.12.c), was bedeutet, daß die Plasmaelektronen aufgeheizt werden. Die Temperaturbewegung, unterdrückt die Entstehung von Instabilitäten auf der Rückseite des Signalpulses, indem die Entstehung einer ersten schwachen Plasmawelle stört. Man sieht dies deutlich in Abbildung 5.20. In der linken Bildhälfte, hinter dem nach rechts propagierenden Signal, ist die Intensität des Lichts, das durch Raman-Streuung aus dem Pumppuls zurückgestreut wird, deutlich geringer.

Dies ist insbesondere auch für eine abschließende Interpretation der hier vorgestellten Simulation des gesamten Plasmas wichtig. Obwohl der PIC-Code bislang keine Option besitzt, Simulationen mit einer Anfangstemperatur  $T>0\,\mathrm{K}$  der Elektronen durchzuführen, läßt sich aus den Befunden dieses Abschnitts folgern, daß für eine realistischere Anfangstemperatur die störenden Plasmainstabilitäten stark unterdrückt werden, der SRA-Effekt aber kaum beeinträchtigt wird.

# 5.7 Simulationen für ein Experiment am ATLAS-Laser

# Beschreibung des Experiments

Am Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ) werden zur Zeit Pläne ausgearbeitet, die superradiante Verstärkung in einem Experiment am ATLAS-Lasersystem zu verwirklichen. Das ATLAS-Lasersystem [4, 5] ist ein Multiterawatt-Laser, mit dem Laserpulse mit einer Energie von 280 mJ und einer Pulsdauer von 130 fs erzeugt werden können. Für das Experiment wird 1 % der Pulsenergie abgezweigt, um den ultrakurzen Puls zu erzeugen. Dieser Anteil erfährt beim Durchlaufen einer Hohlfaser eine spektrale Verbreiterung durch Selbstphasenmodulation [9, 35]. Durch eine Nachkompression wird er auf 20 fs verkürzt und abschließend konventionell auf eine Energie von etwa  $100-250\,\mu\mathrm{J}$  verstärkt [60]. Die vorgesehene Einheit zur Erzeugung dieses Pulses besitzt zudem die Möglichkeit, die Signalfrequenz durchzustimmen. Dadurch kann die

anfängliche Frequenzverstimmung von Pumpstrahl und Signal über einen relativ weiten Bereich eingestellt werden. Der Rest des ursprünglichen Pulses dient als Pumpstrahl. Er wird mit Hilfe eines weiteren Gitterpaars zeitlich auf etwa 4 ps gestreckt. In dieser Form besitzt er allerdings einen Frequenzchirp, d.h. seine Frequenz ändert sich entlang der Propagationsrichtung um ca. 1 %, je nach Wahl nach oben oder unten. Zudem ist sein Pulsprofil im Unterschied zu den vorangegangenen Simulationen dieses Kapitels gaußförmig.

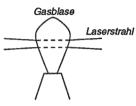


Abbildung 5.22: Laser läuft durch die Gasblase, die von der Düse ausgestoßen wird. Ein Vorpuls ionisiert das Wasserstoffgas.

Ein Experiment mit Laserintensitäten, die größer als 10<sup>14</sup> W/cm² sind, muß in einer Vakuumkammer aufgebaut werden, um Ionisierung der Luft und Filamentierung zu verhindern. Das Plasma wird vor einer Düse erzeugt, aus der vor der Ankunft der Laser etwas Wasserstoffgas ausströmt (Abb. 5.22). Ein schwächerer Vorpuls vor dem eigentlichen Pumpstrahl ionisiert das Gas vollständig. Die Plasmadichte entlang des Laserstrahls wurde ausgemessen, sie besitzt ein etwa gaußförmiges Dichteprofil. Die Menge bzw. der Druck des ausgeströmten Gases bestimmen die maximale Plasmadichte.

Die Laserstrahlen müssen unter einem leichten Winkel gegeneinander eingestrahlt werden, um zu verhindern, daß der nicht reflektierte Teil des Pumplasers den Weg des Signalpuls entlang läuft und den Signalgenerator zerstört. Dreidimensionale PIC-Rechnungen von A. Pukhov haben gezeigt, daß das Signal auf die Achse des Pumppulses umgelenkt wird [55]. Sogenanntes Gain-Guiding könnte die Ursache dieses Effekts sein, d.h. das Signal wächst am stärksten entlang der Achse des Pumpstrahls. Der verstärkte Signalpuls erweitert seinen Querschnitt außerhalb des Plasmas und wird dann mit dem Ausschnitt eines parabelförmigen Goldspiegels auf sein Ziel fokussiert. Bei einer angenommenen Fokussierungslänge von 15 cm und einem Strahlquerschnitt von 5 cm besitzt der beugungsbegrenzte Fokus einen Durchmesser von etwa  $3-4\,\mu\mathrm{m}$ 

#### Ermittlung der Simulationsparameter

Die Parameter des Experiments sind in Zusammenarbeit mit Prof. Witte von der experimentellen Laser-Plasma-Gruppe des MPQ festgelegt worden. Die Laserwellenlänge des Titan-Saphir-Lasers beträgt 793 nm, der Laserfokus des Signals soll einen Durchmesser von  $20\,\mu\mathrm{m}$  besitzen. In den Simulationen wurden je drei anfängliche Signalstärken und Pumppulslintensitäten miteinander kombiniert. Die Parameter des Experiments mit den daraus berechneten Eingangsparametern für die PIC-Simulationen sind in den Tabellen 5.1 und 5.2 aufgelistet. Wegen seines Chirps nimmt die Frequenz des Pumppulses zu späteren Zeiten hin ab.

Das gaußförmige Plasmadichteprofil wird durch ein Rampenprofil angenähert

Tabelle 5.1: Parameter des Experiments

Signal and Deci	
Signal zu Beginn:	
Laserwellenlänge	$\lambda_{ m so}=0.793\mu{ m m}$
Dauer	$\tau_{\rm so} = 20\rm fs$
Intensitäten	$I_{\rm so} = 4, 6, 8 \times 10^{15}  \text{W/cm}^2$
Energie	$\mathcal{E}_{\text{S}} < 250\mu\text{J}$
Pumppuls:	
Profil	gaußförmig
Dauer	$\tau_{\rm L} = 4  \rm ps$
Länge	$c\tau_{\rm L} = 1.2{\rm mm}$
Intensitäten	$I_{L0} = 2, 4, 6 \times 10^{15} \mathrm{W/cm^2}$
Energie	$\mathcal{E}_{\rm L} < 200{\rm mJ}$
Frequenzverstimmung	8 % + 1 %,,Chirp"
max. Plasmadichte:	$n_{\text{max}} = 2.66 \times 10^{19}  \text{cm}^{-3}$
	$=0.015n_{\mathrm{krit}}$

**Tabelle 5.2:** Umrechnung in Simulationsparameter

	normiertes
Intensitäten	Vektorpotential a
$2 \times 10^{15}  \text{W/cm}^2$	0.021
$4\times10^{15}\mathrm{W/cm^2}$	0.030
$6 \times 10^{15}  \text{W/cm}^2$	0.037
$8 \times 10^{15}  \text{W/cm}^2$	0.043
Pulslängen	$ au/T_{ exttt{S0}}$
4 ps	1500
$20\mathrm{fs}$	7.5

(Abb. 5.21). Die Wechselwirkungszone der beiden Pulse befindet sich in der rechten Hälfte des Plasmas, um den Weg des Pumppulses Plasma möglichst kurz zu halten und seine Abschwächung durch Plasmainstabilitäten zu minimieren. Dagegen ist es weniger wahrscheinlich, daß der Signalpuls durch Instabilitäten beeinträchtigt wird. Er ist so kurz und schwach, daß er meist schon weitergezogen ist, ehe sich eine Instabilität ausbilden kann.

# Resultate der Simulationen

Die Resultate für das Anwachsen der Signalintensitäten und die Verkürzung der Pulsdauern sind in den Abbildungen 5.23 und 5.24 zu sehen. Je nach Wahl der Anfangsparameter liegt der Verstärkungungsfaktor zwischen 10 und 80. Ein intensiver Pumpstrahl ist für eine hohe Verstärkung wichtiger als ein starkes Anfangssignal. Entsprechend findet man auch die größte Pulsverkürzung von 20 fs auf 8 fs für die höchste Pumpintensität. Die geringe Verstärkung für  $t < 500\,T_{\rm S0}$  resultiert aus dem gaußförmigen Intensitätsprofil des Pumppulses, das im vorderen Bereich sehr niedrig ist.

Für kleinere Signalintensitäten zu Beginn steigt die Pulsdauer vor dem Einsetzen der SRA kurzzeitig an. Die Erklärung findet sich in Abbildung 5.25, die für gewisse Zeitpunkte Momentaufnahmen des Signalprofils zeigt. Hinter dem Signalpuls bildet sich eine Störung, die durch Raman-Rückstreuung verursacht wird und den Puls verlängert. Sobald der vordere Teil des Signals superradiant verstärkt wird, wächst er wesentlich schneller, die Störung wird relativ dazu vernachlässigbar klein.

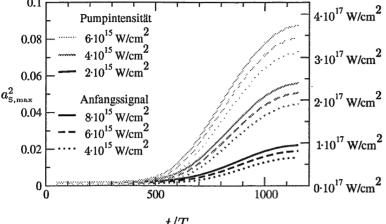


Abbildung 5.23: Anwachsen des Signalpulses über der Zeit für verschiedene Kombinationen von Pumpund Signalintensität. Das Maximum des Profils der Plasmadichte beträgt  $n = 0.015 n_{\rm krit}$ .

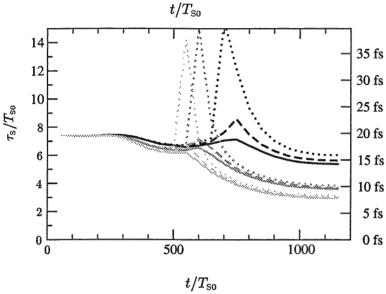
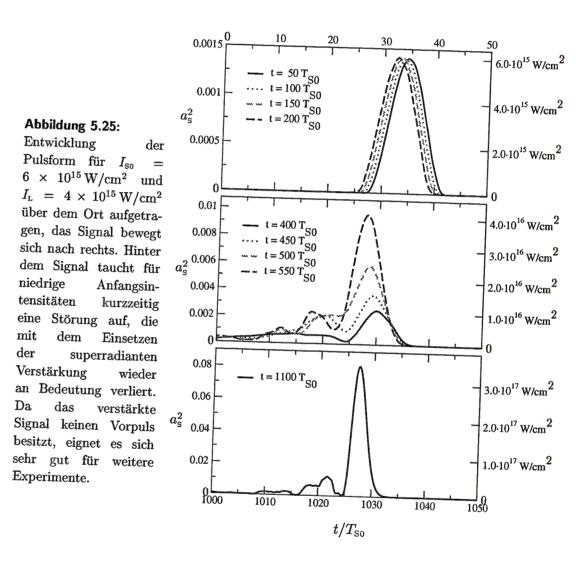


Abbildung 5.24: Abnahme der Signalpulsdauer. Die Pumpintensitäten und anfänglichen Signalintensitäten sind Abb. 5.23 zu entnehmen.

#### Wichtige Folgerungen

Die Simulationen zeigen, daß die SRA trotz der Abweichungen der Parameter vom Idealfall zu einer deutlichen Verstärkung (bis um Faktor 80) und Signalverkürzung (bis um Faktor 2.5) führt. Sowohl ein gaußförmiges Profil des Pumppulses als auch sein "Chirp"¹ sowie der Dichtegradient des Plasmas wurden berücksichtigt. Nach der Verstärkung liegt ein einzelner Signalpuls ohne Vorpuls vor. Dies ist besonders wichtig, wenn der verstärkte Puls für weitere Experimente benutzt werden soll. Es soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die verwendeten, wählbaren Parameter wie der Ort, an dem sich die Pulse zuerst treffen, oder die maximale Plasmadichte, kaum optimiert worden sind, da hier zunächst gezeigt werden sollte, daß mit der vorgegebenen experimentellen Konfiguration eine deutliche Signalverstärkung zu erwarten ist. Durch Änderung dieser Parameter, sollte es möglich sein, in einem Experiment Verstärkung und Pulsdauer zu optimieren.



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Frequenzänderung entlang des Pulses (s.o.)

# 6 Zusammenfassung

Die vorgelegte Diplomarbeit behandelt die superradiante Verstärkung (SRA) ultrakurzer Laserpulse in Plasma, die von Shvets et al. [41] vor kurzem vorgeschlagen wurde. Die Verstärkung resultiert aus der kohärenten Rückstreuung des Pumppulses an einem Elektronen-Dichtegitter, das sich im Interferenzbereich der beiden Laserpulse aufbaut.

Die Idee der SRA und die grundlegenden Skalierungen wurden in Kapitel 3 diskutiert. Sie beziehen sich vor allem auf die Intensität  $I_{\rm S} \sim n^2 z^2 I_{\rm L}$ , mit der Plasmadichte n, dem Propagationsdistanz z und der Intensität des Pumplasers  $I_{\rm L}$ , und die Pulsdauer  $\tau_{\rm S} \sim z^{-1/2}$  des Signalpulses. In Kapitel 4 sind die Gleichungen, die die SRA beschreiben, abgeleitet und eine selbstähnliche Lösung mit Particle-In-Cell (PIC) Resultaten verglichen worden. Die wichtigen, neuen Ergebnisse dieser Arbeit, die auf eindimensionalen PIC-Simulationen beruhen, sind in Kapitel 5 dargestellt.

Um die SRA simulieren zu können, wurde ein vorhandener 1D-PIC Code in C++ wesentlich erweitert. Durch Implementierung einer sich mit dem Signalpuls mitbewegenden Simulationsbox konnte der Rechenaufwand für eine einzelne Simulation erheblich reduziert werden. Mit Hilfe des Codes sind alle wesentlichen Eigenschaften und Skalierungen der SRA, die in Kapitel 3 und 4 abgeleitet wurden, verifiziert worden. Insbesondere die Dynamik der Elektronen im Phasenraum und die Bildung des Dichtegitters sind ausführlich diskutiert worden. Die PIC-Simulationen machen die Grenzen der analytischen Theorie deutlich. Sie zeigen auch das frühe Stadium der Pulsverstärkung, in dem stimulierte Raman-Rückstreuung dominiert, und das späte Stadium der Sättigung, in dem kein reguläres Elektronengitter mehr entsteht.

Ein ganz wesentliches Resultat bezieht sich auf die Abhängigkeit der Verstärkung von der Frequenzverstimmung  $\Delta \omega = \omega_{\rm L} - \omega_{\rm S}$ , die anfangs zwischen dem Pumppuls mit der Frequenz  $\omega_{\rm L}$  und dem Signalpuls mit der Frequenz  $\omega_{\rm S}$  besteht. Es stellt sich heraus, daß superradiante Verstärkung bis zu einem Faktor 100 in einem weiten Bereich  $-0.2 < \Delta \omega/\omega_{\rm S} < 0.5$  auftritt. Für ein schwaches Anfangssignal ist der Bereich  $\Delta \omega \approx \omega_{\rm p}$  optimal, wobei  $\omega_{\rm p}$  die Plasmafrequenz ist. Für größere Frequenzverstimmungen wird das Signal zunächst durch Raman-Rückstreuung auf der Frequenz  $\omega_{\rm L} - \omega_{\rm p}$  verstärkt, bis schließlich die SRA einsetzt und das Signal weiterverstärkt.

Zur Vorbereitung eines Experiments am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, in dem die SRA erstmals verwirklicht werden soll, sind Simulationen mit den charakteristischen Parametern des ATLAS-Lasersystem durchgeführt worden. Das superradiant verstärkte Signal sollte mit einem signifikanten Verstärkungfaktor (20-80) und einer

deutlichen Pulsverkürzung (um 30 - 60 %) zu beobachten sein.

Die Untersuchungen dieser Arbeit zeigen, daß mit der superradianten Verstärkung in Plasmen ein attraktives, äußerst robustes Verstärkungsschema vorgeschlagen worden ist. Die Vorteile gegenüber der CPA-Technik liegen in den beliebig hohen Intensitäten, denen Plasmen standhalten, und in den geringeren Anforderungen an die benötigten Lasersysteme, da ein schmalbandiger Pumplaser und ein Anfangssignal mit vergleichsweise geringer Energie genügen. Das vorrangige Ziel sollte nun die experimentelle Realisierung und Charakterisierung der superradianten Verstärkung sein.

# Literaturverzeichnis

- C. J. Joshi und P. B. Corkum, Interactions of Ultra-Intense Laser Light with Matter, Physics Today, 36 (Januar 1995)
- [2] G. A. Mourou, C. P. J. Barty und M. D. Perry, *Ultrahigh-Intensity Lasers: Physics of the Extreme on a Tabletop*, Physics Today, 22 (Januar 1998)
- [3] R. Sauerbrey, Hochintensitätslaser erzeugen neue, extreme Materialzustände, Phys. Bl. 53, 535 (1997)
- [4] S. Kohlweyer, Erzeugung von Harmonischen durch Reflexion an einem Überdichten Plasma, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Report 213, (1996)
- [5] A. Saemann, Erzeugung eines heißen Plasmas bei Festkörperdichte durch Einstrahlung von 150fs langen Laserpulsen, Dissertation, (1999)
- [6] T. Tajima and J. M. Dawson, Laser Electron Accelerator, Phys. Rev. Let. 43, 267 (1979)
- [7] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall und A. Ting, Overview of Plasma-Based Accelerator Concepts, IEEE Transactions on Plasma Science Vol 24, 252 (1996).
- [8] G. Velarde, Y. Ronen un J. Martinez-Val, Nuclear Fusion by Inertial Confinement: A Comprehensive Treatise, CRC Press, Boca Raton (1993)
- [9] A. Yariv, Quantum Electronics, Wiley & Sons, New York (1989)
- [10] D. Strickland and G. Mourou, Compression of amplified chirped optical pulses, Opt. Commun. 56, 219 (1985)
- [11] M. D. Perry und G. A. Mourou, Terawatt to Petawatt Subpicosecond Lasers, Science 264, 917 (1994)
- [12] M. Perry et.al, Petawatt laser pulses, Opt. Let. 24, 160 (1999)
- [13] C. Spielmann and N. H. Burnett and S. Sartania and R. Koppitsch and M. Schnürer and C. Kan and M. Lenzer and P. Wobrauschek and F. Krausz, Generation of Coherent X-rays in the Water Window Using 5-Femtosecond Laser Pulses, Science 278, 661 (1997)

- [14] J. Nees et al., Ultrahigh Intensity Laser: Present and Future, in: Superstrong Fields in Plasma: First International Conference, 397 (1998)
- [15] R. L. Fork, C. H. Brito Cruz, P. C. Becker und C. V. Shank, Compression of optical pulses to six femtoseconds by using cubic phase compression, Opt. Let. 12, 483 (1987)
- [16] R. H. Dicke, Coherence in Spontaneous Radiation Processes, Phys. Rev. 93, 99 (1954)
- [17] V. M. Malkin, G. Shvets und N. J. Fisch, Fast Compression of Laser Beams to Highly Overcritical Powers, Phys. Rev. Let. 82, 4448 (1999).
- [18] J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, Wiley & Sons, (1975)
- [19] R. Dendy, Plasma Physics, Cambridge University Press, (1993)
- [20] F. F. Chen, Plasma Physics and Controlled Fusion, Plenum Press Vol. 1 (1983)
- [21] P. Mora und T. M. Antonson, Jr., Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas, Phys. Plasmas 4, 217 (1997)
- [22] W. L. Kruer, The Physics of Laser Plasma Ineractions, Addison-Wesley, New York (1988)
- [23] Rubenchik und Wittkowski, *Handbook of Plasma Physics*, North-Holland, Bd. 3 (1983)
- [24] P. Mora Introduction to Laser Plasma Interaction Vorlesungsskript der Summer School on Plasma Physics with high Power Beams, Darmstadt (So 1998)
- [25] D. W. Forslund, J.M. Kindel und E. L. Lindman, Theory of stimulated scattering processes in laser-irradiated plasmas, Phys. Fluids 8, 1002 (1975)
- [26] J. F. Drake et al., Parametric instabilities of electromagnetic waves in plasmas, Phys. Fluids 17, 778 (1973)
- [27] K. Estabrook und W.L.Kruer, Theory and simulation of one-dimensional Raman backward and forward scattering, Phys. Fluids 26 (7), 1892 (1983)
- [28] Sagdeev und Galeev, Nonlinear Plasma Theory, W.A.Benjamin, New York (1969)
- [29] A. Bers, Space-Time Evolution of Plasma Instabilities Absolute and Convective, erschienen in Handbook of Plasmaphysics, North-Holland, Bd. 1 (1983)
- [30] E. M. Lifschitz und L. P. Pitajewski, Lehrbuch der theoretischen Physik Band X Physikalische Kinetik, Akademie-Verlag, Berlin (1983)

- [31] G. Shvets, J. S. Wurtele und B. A. Shadwick, Analysis and simulation of Raman backscatter in underdense plasmas, Phys. Plasmas 4, 1872 (1997).
- [32] P. Mora und T. M. Antonson, Jr., Self-focusing and Raman-Scattering of laser pulses in tenuous plasmas, Phys. Fluids B 5, 1440 (1993)
- [33] Zh. M. Sheng and J. Meyer-ter-Vehn, Relativistic wave breaking in warm plasmas, Phys. Plasmas 4, 493 (1997)
- [34] G.-Z. Sun and E. Ott and Y. C. Lee and P. Guzdar, Self-focusing of short intense pulses in plasmas, Phys. Fluids 30, 526 (1987)
- [35] L. Bergmann, C. Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik:, Bd.3 Optik, De Gruyter, Berlin (1993)
- [36] A. B. Borisov, O. B. Shiryaev, A. McPherson, K. Boyer und C. K. Rhodes, Stability analysis of relativistic and charge-displacement self-channelling of intense pulses in underdense plasmas, Plasma Phys. Control. Fusion 38, 569 (1995)
- [37] L. D. Landau und E. M. Lifschitz, Lehrbuch der theoretischen Physik Band II Klassische Feldtheorie, Akademie-Verlag, Berlin (1987)
- [38] J. J. Sanderson, Corrections to Thompson Scattering for Intense Laser Beams, Phys. Let. 18, 114 (1965)
- [39] J. H. Eberly und A. Sleeper, Trajectory and Mass Shift of a Classical Electron in a Radiation Pulse, Phys. Rev. 176, 1570 (1968)
- [40] E. Sarachik und G. Schappert, Classical Theory of the Scattering of Intense Laser Radiation by Free Elektrons, Phys. Rev. D 1, 2738 (1970)
- [41] G. Shvets, N. J. Fisch, A. Pukhov und J. Meyer-ter-Vehn, Superradiant Amplification of an Ultra-Short Laser Pulse in a Plasma by a Counter-Propagating Pump, Phys. Rev. Let. 81, 4879 (1998).
- [42] J. Sheffield, Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation, Academic Press, New York (1975)
- [43] R. Glauber und F. Haake, The Initiation of Superfluorescence, Phys. Let. 68A, 29 (1978)
- [44] R. Bonifacio and L. A. Lugiato, Phys. Rev. A 11, 1507 (1994)
- [45] G. Shvets, N. J. Fisch und A. Pukhov, Acceleration and Compression of Charged Particle Bunches Using Counter-Propagating Laser Beams, voraussichtliche Veröffentlichung in IEEE Trans. Plasma Science

78 Literaturverzeichnis

[46] I. N. Ross, M. Trentelman und C. N. Danson, Optimization of a chirped-pulse amplification Nd:glass laser, Appl. Opt. 36, 9348 (1997)

- [47] G. Shvets, N. J. Fisch, A. Pukhov und J. Meyer-ter-Vehn, Particle Acceleration by Counterpropagating Pulses, Phys. Rev. E 60, 2218 (1999)
- [48] Siegman, Lasers, Univ.Science Book, Mill Valley (1986)
- [49] Coherent Laser Group, Operator's manual: Mira Model 900F Laser, Coherent
- [50] G. Shvets, N. J. Fisch, A. Pukhov und J. Meyer-ter-Vehn, *The Theory of Super-radiant Pulse Comppression in the Plasma*, voraussichtliche Veröffentlichung in Phys. Rev. E.
- [51] R. Bonifacio, C. Marioli, N. Piovella, Slippage and Superradiance in the High-Gain FEL: Linear Theory, Opt. Comm. 68, 369 (1988)
- [52] R. Bonifacio, L. De Salvo Souza, P. Pierini und N. Piovella, The Superradiant Regime of a FEL: Analytical and Numerical Results, Nuclear Instruments and Methods in Physical Research 296, 358 (1990)
- [53] C. Blatter, Wavelets eine Einführung, Vieweg Verlag (1998)
- [54] G. Shvets und A. Pukhov, Nonliear Focusing of Counter-Propagating Laser Pulses in Plasmas, Phys. Rev. E 59, 1033 (1999)
- [55] A. Pukhov, persönliche Mitteilung
- [56] G. I. Barenblatt, Similarity, Self-Similarity, and Intermediate Asymptotics, Consultans Bureau, New York (1979)
- [57] C. K. Birdsal und A. B. Langdon, Plasma Physics via Computer Simulation, Adam Hilger New York (1991)
- [58] T. Tajima, Computational Plasma Physics: With Applications to Fusion and Astrophysics, Addison-Wesley, (1989)
- [59] J. Villasenor und O. Buneman, Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers, Comput. Phys. Commun. 69, 306 (1992)
- [60] K. Witte, persönliche Mitteilung

# **Danksagung**

Die vorliegende Arbeit wurde am Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ) in Garching bei München durchgeführt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Jürgen Meyer-ter-Vehn, für die freundliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe, für die Vergabe des interessanten Themas und für die kritischen Diskussionen.

Ich danke Herrn Prof. Dr. Alexander Pukhov für die Betreuung der Arbeit trotz der schwierigen Situation und für die Überlassung seines 1D-PIC-Codes.

Ebenso danke ich Herrn Ph.D. Gennady Shvets, der mir auch nach seinem einmonatigem Gastaufenthalt am MPQ immer mit seinem Rat hilfreich zur Seite stand.

Mein Dank gilt der gesamten Arbeitsgruppe am MPQ für viele interessante Diskussionen und die angenehme Arbeitsatmosphäre. Für die schöne Zeit bedanke ich mich insbesondere bei Dr. Theodor Schlegel, Dr. Robert Pfund, Andreas Kemp, Malte Kaluza, Lukas Kurtz, Ulrich Andiel, Christoph Gahn, Dr. Mitsuro Honda, Dr. Baifei Shen sowie allen weiteren Mitgliedern der Theoriegruppe um Prof. Dr. Lambropoulos und der experimentellen Laser-Plasma-Gruppe um Prof. Dr. Witte. Danken möchte ich auch Herrn Dr. Reinhard Volk für die so wichtige Pflege der Hard- und Software und Frau Renate Weise-McKnight, der das Wohlergehen der Theoriegruppe stets am Herzen liegt.

Schließlich möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, denen es immer ein besonderes Anliegen gewesen ist, ihren Kindern eine gute Ausbildung zu ermöglichen.



