

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Max-Planck-Institut
für Quantenoptik
BIBLIOTHEK
Ludwig-Prandtl-Str. 10
D-8046 Garching
Tel.-Nr.: (089) 32905-148

Präzise optische Messungen von Lamb-Verschiebungen am Wasserstoff- und Deuteriumatom

Martin Weitz

**MPQ-Report
173**

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Präzise optische Messungen von Lamb-Verschiebungen
am Wasserstoff- und Deuteriumatom

Max-Planck-Institut
für Quantenoptik
BIBLIOTHEK
Ludwig-Randt-Str. 10
D-8046 Garching
Tel.-Nr. (089) 32905-148

Dieser MPQ-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt
Alle Rechte vorbehalten

This MPQ-report has been printed as author's manuscript
All rights reserved

Max-Planck-Institut für Quantenoptik
8046 GARCHING bei MÜNCHEN, Bundesrepublik Deutschland

Martin Weitz

ZUSAMMENFASSUNG

Atomarer Wasserstoff erlaubt, als das einfachste aller stabilen Atome, einmalig präzise Vergleiche zwischen physikalischer Theorie und Experiment. Die Entdeckung der 2S Lamb-Verschiebung am Wasserstoffatom führte zu der Entwicklung der Theorie der Quantenelektrodynamik. Auf dem Weg zu einer noch exakteren Überprüfung der Theorie stellt für Radiofrequenzmessungen der 2S Lamb-Verschiebung die große natürliche Linienbreite des benachbarten 2P Zustands von 100 MHz einen begrenzenden Faktor dar. Die achtmal größere Lamb-Verschiebung des 1S Zustands kann nicht durch Radiofrequenzmethoden bestimmt werden, da es keinen nahegelegenen P-Zustand gibt. Aufgrund der jüngsten Fortschritte auf dem Gebiet der hochauflösenden Laserspektroskopie bietet sich der Vergleich des extrem scharfen 1S-2S Übergangs mit einem weiteren Zweiphotonenübergang geringer natürlicher Linienbreite im Wasserstoffatom zur sehr präzisen Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung an.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff und Deuterium durch Vergleich der Übergangsfrequenz des Doppler-freien 1S-2S mit den 2S-4S und 2S-4D Zweiphotonenübergängen bestimmt. Mit einer Unsicherheit von nur $1.1 \cdot 10^{-5}$ bei Wasserstoff übersteigt die Genauigkeit dieser Messung diejenige von früheren Experimenten um eine Größenordnung und stellt - zusammen mit den ähnlich genauen Messungen der 2S Lamb-Verschiebung - einen der härtesten Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System dar.

Ein hochstabiler blauer Farbstofflaser bei 486 nm mit anschließender Frequenzverdoppelung erzeugt ultraviolettes Licht bei 243 nm. Der 1S-2S Übergang wird durch eine Stehwelle ultravioletten Lichts in einem kollinearen Atomstrahl kalter Wasserstoffatome angeregt. Zur Anregung der 2S-4S und 2S-4D Übergänge wurde ein stabilisierter Titan-Saphir Laser bei 972 nm benutzt. Ein Stahl metastabiler Atome im 2S Zustand wird durch Elektronenbeschuss von atomarem Wasserstoff erzeugt. Eine stehende Welle infraroten

Lichts, kollinear mit dem Atomstrahl, regt metastabile Atome in den 4S und 4D Zustand an. Die angeregten Atome zerfallen schnell und erreichen mit 95% Wahrscheinlichkeit über einen P-Zwischenzustand den 1S Grundzustand; daher kann der Übergang über eine Abnahme des Metastabilen Flusses nachgewiesen werden. Während die Frequenz des blauen Lasers auf das Maximum des 1S-2S Signals geregelt wird, nimmt der infrarote Laser Spektren der 2S-4S und 2S-4D Resonanzen auf. An die erhaltenen Spektren werden berechnete Linienformen angepaßt.

Die Schwebungsfrequenz (etwa 5 GHz) zwischen dem frequenzverdoppelten infraroten Licht und der Hälfte der ultravioletten Frequenz, die zur Anregung des 1S-2S Übergangs nötig ist, wird auf einer schnellen Photodiode beobachtet und mit Radiofrequenzmethoden genau bestimmt. Aus dieser Frequenz konnte, mit den gut bekannten Korrekturen der Fein- und Hyperfeinstruktur, dem gemessenen Wert für die kleinere 2S-2P Lamb-Verschiebung sowie den berechneten Resultaten für die noch kleineren 2P, 4S und 4D Lamb-Verschiebungen, die 1S Lamb-Verschiebung ermittelt werden.

Das Resultat von 8172.84(9) MHz stimmt mit der theoretischen Vorhersage von 8172.94(6) MHz überein, die sich unter Annahme einer älteren Messung für den Protonenladungsradius ($r_p=0.805(11)$ fm) ergibt. Unter Annahme einer neueren Messung für diesen Radius ($r_p=0.862(12)$ fm) erhöht sich der theoretische Wert um 150 kHz, die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment wird geringer.

Eine Messung der 1S Lamb-Verschiebung konnte nach dieser Methode eines direkten Frequenzvergleichs auch in Deuterium erfolgen. Es ergab sich ein Resultat von 8184.03(16) MHz, welches mit dem theoretischen Wert von 8184.10(9) MHz gut übereinstimmt. Die vorliegende Messung stellt somit die genaueste Bestimmung einer Lamb-Verschiebung an Deuterium dar. Alternativ lassen sich diese Messungen in Kombination mit der Isotopieverschiebung des 1S-2S Übergangs als eine Bestimmung des

Verhältnisses von Elektronen- zu Protonenmasse interpretieren, deren Resultat mit den Literaturwerten gut übereinstimmt.

Durch Vergleich der 2S-4S und 2S-4D Übergangsfrequenzen in Wasserstoff und Deuterium konnte zudem erstmals eine optische Messung der 4S Lamb-Verschiebungen erfolgen, welche die Genauigkeit von bisherigen Radiofrequenzmessungen um eine Größenordnung übersteigt.

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß durch hochauflösende Laserspektroskopie am Wasserstoffatom sowohl präzise Überprüfungen fundamentaler physikalischer Gesetzmäßigkeiten wie der Quantenelektrodynamik möglich sind, als auch Naturkonstanten präzise bestimmt werden können.

Bei zukünftigen Experimenten sollte es möglich sein, durch Verwendung des optisch angeregten metastabilen Strahls mit langsameren Atomen das 2S-4S Spektrometer soweit zu verbessern, daß eine Messung von Lamb-Verschiebungen bis auf 10^{-6} denkbar ist; dieses würde eine weitere deutliche Steigerung der Genauigkeit gegenüber bisherigen Messungen darstellen. Durch Experimente mit myonischem Wasserstoff sollte außerdem eine genauere Bestimmung des Protonenladungsradius durchführbar sein, so daß zusammen mit weiter verbesserten Rechnungen extrem präzise Vergleiche zwischen quantenelektrodynamischer Theorie und Experiment möglich erscheinen.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung	1
1.1 Klassische Messungen	1
1.2 Optische Messungen der Lamb-Verschiebung	3
1.3 Thema der vorliegenden Arbeit und experimentelle Durchführung	8
2. Theorie	13
2.1 Energieniveaus des Wasserstoffatoms	13
2.2 Doppler-freie Zweiphotonenspektroskopie	39
2.3 Systematische Einflüsse auf die atomaren Übergangsfrequenzen	44
3. Experimenteller Aufbau	48
3.1 Das 1S-2S Spektrometer	49
3.2 Der stabilisierte Titan-Saphir Laser	51
3.3 Die Atomstrahlapparatur für metastabilen Wasserstoff	62
3.4 Frequenzvergleich	79
4. Messungen und Auswertung	84
4.1 Meßverfahren	84
4.2 Experimentelle Spektren	89
4.3 Berechnung der erwarteten Linienprofile	95
4.4 Anpassungsverfahren an die experimentellen Spektren	101
4.5 Analyse der Anpassungen	104
5. Resultate	115
5.1 Korrekturen der Meßdaten	115
5.2 Bestimmung der Lamb-Verschiebung	118
5.3 Isotopieverschiebungsmessungen	125
6. Ausblick	128

Anhang	131
A. Korrektur aufgrund der Hyperfeinstruktur des 4D Zustands	131
B. Energieniveaus ausgewählter Zustände des Wasserstoffatoms	133
C. Anpassungsfunktion zur Geschwindigkeitsmessung	134
Literaturverzeichnis	135

1. Einleitung

Das Spektrum des Wasserstoffatoms spielte bei der Entwicklung der fundamentalen Gesetze der Quantenphysik eine zentrale Rolle.¹ Wegen seiner Einfachheit ist dieses Atom ein von Experimentalphysikern und Theoretikern gleichermaßen bevorzugtes Objekt. Experimentelle Untersuchungen am Wasserstoffatom lieferten Resultate, die zu der Entwicklung neuer Theorien führten. Es gab umgekehrt auch neue theoretische Ansätze, die dann an diesem System experimentell überprüft werden konnten.

1.1 Klassische Messungen

Balmer und Rydberg konnten Ende des letzten Jahrhunderts erstmals das diskrete Wasserstoffspektrum durch eine, wenngleich empirische, Formel beschreiben. Die atomphysikalische Deutung der Spektren gelang dann 1913 Bohr, der sie als Übergänge zwischen diskreten Quantenzuständen des Wasserstoffatoms deuten und die beobachteten Wellenlängen in Beziehung zu Naturkonstanten setzen konnte. In den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts gelang sowohl Schrödinger als auch Heisenberg eine mathematische Formulierung der Quantenmechanik. Sie lieferte nicht nur die Energieeigenwerte des Bohrschen Atommodells, sondern auch die Begründung für die zunächst sehr willkürlich eingeführte Quantisierungsbedingung. Vom Konzept her bildete die Quantentheorie neben der Einsteinschen Relativitätstheorie die Grundlage für die Physik des zwanzigsten Jahrhunderts. So konnte die Grobstruktur des Wasserstoffatoms in sich schlüssig erklärt werden. Die bereits länger bekannte Feinstruktur - eine kleine Aufspaltung der Linien, die schon 1887 von Michelson und Morley beobachtet wurde - konnte jedoch noch nicht verstanden werden. Sommerfeld deutete diese Aufspaltung 1916 als relativistische Korrektur zum Bohrschen Atommodell.

Dirac stellte 1926 eine vollständig relativistische Quantentheorie vor, deren Voraussagen, im Rahmen der damals erzielbaren experimen-

tellen Genauigkeit, erstmals vollständig mit den Beobachtungen übereinstimmte. Die Dirac-Gleichung beschreibt nicht nur die Feinstruktur des Wasserstoffatoms, sondern sagt auch das magnetische Moment des Elektrons voraus. Erstmals standen die experimentellen Beobachtungen der Atomstruktur in fast völliger Übereinstimmung zu den Aussagen der Theorie.

In den dreißiger Jahren dieses Jahrhunderts gab es einige sich widersprechende optische Messungen,²⁻⁴ die Abweichungen von der Dirac-schen Theorie vermuten ließen; der Doppler-Effekt verhinderte jedoch eine klare Beantwortung dieser Frage. Eine dramatische Veränderung trat dann im Jahr 1947 ein, als Lamb und Retherford durch Mikro-wellenspektroskopie an einem Strahl metastabiler Wasserstoff-atome eine Aufspaltung von etwa 1 GHz zwischen den Zuständen $2S_{1/2}$ und $2P_{1/2}$ beobachteten.⁵ Dieses Resultat stand im Widerspruch zu der Theorie von Dirac, nach der beide Zustände energetisch entartet sein sollten und führte zu einer intensiven Aktivität in der theoretischen Physik. Bethe schlug vor, diese Aufspaltung durch die Wechselwirkung des Atoms mit den Nullpunktsfluktuationen des quantisierten elektromagnetischen Feldes zu erklären. Feynman, Schwinger und Tomonaga entwickelten die relativistische Theorie der Quantenelektrodynamik. Sie hielt nicht nur den immer genauer werdenden Messungen der $2S_{1/2}$ - $2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung stand, sondern konnte auch mit bemerkenswerter Präzision auch die kleinen Abweichungen des gyromagnetischen Verhältnisses von Elektron und Myon von ihrem sich aus der Dirac-Gleichung ergebenden Wert von zwei, sowie viele weitere Effekte erklären.⁶

Die bisher genaueste Messung der $2S_{1/2}$ - $2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung durch Radiofrequenzmethoden von Lundeen und Pipkin⁷ (1981) ergab den Wert von 1057.845(9) MHz und steht damit im Einklang mit dem theoretisch erwarteten Wert von 1057.856(5) MHz unter Annahme des von Hand et al. gemessenen Protonenladungsradius.⁸ Die erreichte Meßgenauigkeit übersteigt die der letzten Radiofrequenzmessung von Lamb und Mitarbeitern⁹ (1953) etwa um den Faktor vier.

Es gibt noch weitere Möglichkeiten zur Messung der $2S_{1/2}$ - $2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung. Pal'chikov et al.¹⁰ berichteten über eine Messung an Wasserstoff mittels atomarer Interferometrie im Zustandsraum mit einem statistischen Fehler von nur 1.9 kHz. Hier treten jedoch, wegen der erforderlichen extrem genauen Bestimmung der Geschwindigkeit des metastabilen Atomstrahls, große systematische Fehler auf.¹¹ Kürzlich gelang es Van Wijngaarden et al., die $2S_{1/2}$ - $2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung in He^+ mit Hilfe einer völlig anderen Methode zu bestimmen.¹² Durch Messung der Asymmetrie der Lyman- α Zerfallsstrahlung des $2S_{1/2}$ Zustands im elektrischen Feld erzielten sie mit $1.1 \cdot 10^{-5}$ eine mit Radiofrequenzmessungen in Wasserstoff vergleichbare Genauigkeit.

Messungen von Lamb-Verschiebungen in wasserstoffähnlichen Atomen stellen derzeit einen der besten Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System dar. Radiofrequenzmessungen der $2S$ Lamb-Verschiebung haben bereits eine Meßgenauigkeit von etwa 10^{-4} der natürlichen Linienbreite des benachbarten $2P$ Zustands von 100 MHz erreicht. Daher dürfte eine weitere Verbesserung der Meßgenauigkeit hier nur schwer möglich sein. Als eine Alternative zu Radiofrequenzmessungen bieten sich laserspektroskopische Methoden zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung an, die auch auf optische Übergänge mit teilweise sehr viel geringerer natürlicher Linienbreite zugreifen können.

1.2 Optische Messungen der Lamb-Verschiebung

Der extrem scharfe $1S$ - $2S$ Zweiphotonenübergang besitzt eine natürliche Linienbreite von nur 1 Hz.¹³ Nachdem quantenelektrodynamische Effekte etwa wie $1/n^3$ mit der Hauptquantenzahl n skalieren, zeigt der $1S$ Grundzustand von Wasserstoff mit etwa 8.173 GHz die größte Lamb-Verschiebung. Dieser Übergang bietet sich daher für einen extrem genauen Test der quantenelektrodynamischen Theorie an.

Zur einfachen Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung muß diese Übergangsfrequenz noch mit einer weiteren im Wasserstoffatom verglichen werden, so kann der große Beitrag der Dirac-Energie eliminiert werden.¹⁴ Für einen solchen Frequenzvergleich bietet sich ein Übergang von $n=2$ nach $n=4$ an.

1.2.1 Prinzip der optischen Messungen

Abbildung 1.1 zeigt ein vereinfachtes, nicht maßstabsgetreues Niveauschema des Wasserstoffatoms mit den - im Rahmen dieser Arbeit - beobachteten Zweiphotonenübergängen. Bei exakter Gültigkeit der Bohrschen Formel würde beispielsweise $1/4$ der 1S-2S Übergangsfrequenz genau mit derjenigen der 2S-4S und 2S-4D Übergänge zusammenfallen. Tatsächlich gibt es eine kleine Abweichung Δ , die sich aus der 1S Lamb-Verschiebung sowie einigen weiteren, gut bekannten Korrekturgliedern zusammensetzt. Daher läßt sich aus einer Messung von Δ die 1S Lamb-Verschiebung präzise ermitteln:

$$\begin{aligned}\Delta &= (E_{4S,4D} - E_{2S}) - \frac{1}{4} (E_{2S} - E_{1S}) \\ &= \Delta_K + \frac{1}{4} L_{1S} - \frac{5}{4} L_{2S} + L_{4S,4D}.\end{aligned}$$

Hier bezeichnet L die Lamb-Verschiebung des entsprechenden Zustands; die Korrekturterme der Dirac-Gleichung, der relativistischen reduzierten Masse und der Hyperfeinstruktur sind in Δ_K enthalten. Zusammen mit der durch Radiofrequenzmethoden gemessenen 2S-2P Lamb-Verschiebung sowie den kleinen und genau berechneten Verschiebungen der 2P, 4S und 4D Niveaus ergibt sich aus dem Wert von Δ die 1S Lamb-Verschiebung. Wenn spätere noch exaktere optische Messungen die Genauigkeit von Radiofrequenzmessungen deutlich übersteigen, wird es sinnvoll sein, den gemessenen Wert von $1/4 L_{1S} - 5/4 L_{2S} + L_{4S,4D}$ direkt mit den Voraussagen der Theorie zu vergleichen.

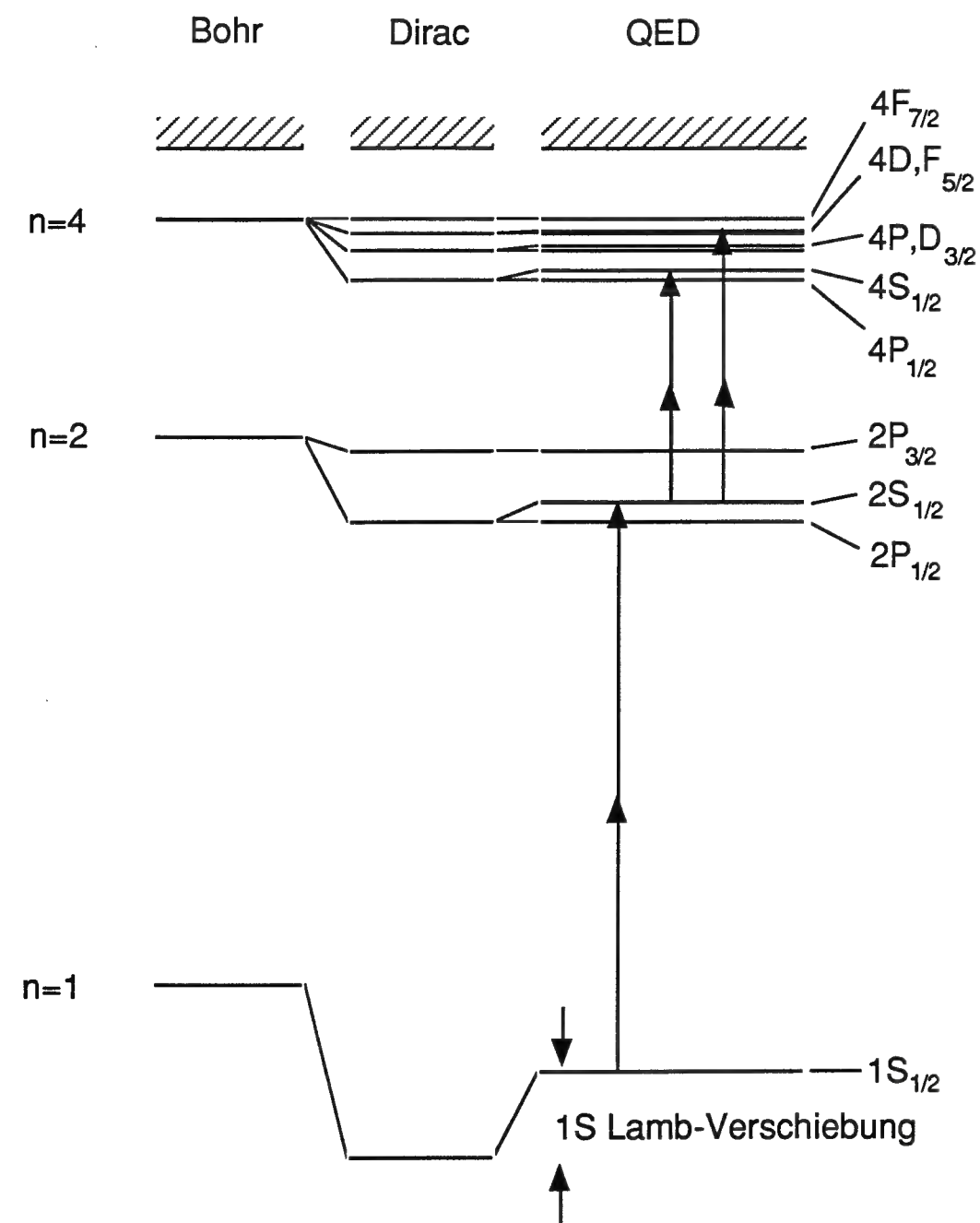


Abbildung 1.1: Vereinfachtes Niveauschema des Wasserstoffatoms. Die Korrekturen der Feinstruktur und Quantenelektrodynamik zum Bohrschen Atommodell sind vergrößert sowie nicht maßstäblich eingezeichnet, die Hyperfeinstruktur wurde vernachlässigt. Die in dieser Arbeit betrachteten Zweiphotonenübergänge 1S-2S, 2S-4S und 2S-4D_{5/2} sind dargestellt.

Wie man sieht, erlaubt das unterschiedliche Skalierungsverhalten der Coulomb-Energie mit der Hauptquantenzahl ($\propto 1/n^2$) sowie der quantenelektrodynamischen Effekte ($\propto 1/n^3$) die getrennte Bestimmung beider Beiträge durch Frequenzvergleich von Wasserstoffübergängen unterschiedlicher Hauptquantenzahl. So ist eine präzise Bestimmung von sowohl Lamb-Verschiebungen als auch der Rydberg-Konstanten möglich.

1.2.2 Bisherige optische Messungen

Die Durchführung einer präzisen optischen Messung der Lamb-Verschiebung in Wasserstoff ist experimentell sehr anspruchsvoll. Herzberg konnte eine vorläufige Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung durch eine Wellenlängenmessung der Lyman- α Fluoreszenz mit Hilfe eines Vakuum-UV-Monochromators durchführen.¹⁵ Diese Messungen blieben noch sehr ungenau, da die große Doppler-Breite (sie beträgt bei Raumtemperatur etwa 30 GHz bei 121 nm) eine präzise Bestimmung der etwa 8 GHz großen 1S Lamb-Verschiebung sehr erschwert.

Für eine genauere Bestimmung mußten zunächst spektroskopische Techniken gefunden werden, welche die Begrenzung des Auflösungsvermögens durch den Doppler-Effekt überwinden konnten, wie die Methoden der Zweiphotonen- und Sättigungsspektroskopie.¹⁶⁻¹⁸ Sie wurden in den siebziger Jahren möglich durch die Entwicklung schmalbandiger durchstimmbarer Farbstofflaser hoher Leistung.

So konnte die 1S Lamb-Verschiebung durch Vergleich des 1S-2S mit dem 2S-4P Übergang in einer Serie von Experimenten mit zunehmender Genauigkeit von Hänsch und Mitarbeitern bestimmt werden.^{14,19,20} Eine Zusammenfassung dieser, sowie späterer Ergebnisse der 1S Lamb-Verschiebung ist in Tabelle 1.1 gezeigt. Erste Experimente arbeiteten mit gepulsten Lasern relativ hoher Linienbreite, später konnte der 1S-2S Übergang auch mit kontinuierlichen Lasern angeregt werden. Die beiden letzten Messungen der Lamb-

Verschiebung des 1S Grundzustands von Wasserstoff durch Beausoleil et al.²¹ in Stanford und danach durch Boshier et al.²² in Oxford blieben in der erreichten Genauigkeit etwa eine Größenordnung unter der Genauigkeit von Radiofrequenzmessungen der 2S Lamb-Verschiebung.

Autoren	1S Lamb-Verschiebung [MHz]	Anregung von 1S-2S	Frequenzvergleich
WASSERSTOFF:			
Hänsch et al. ¹⁴	8600 (800)	gepulst	2S-4P
Lee et al. ¹⁹	8220 (100)	gepulst	2S-4P
Wieman u. Hänsch ²⁰	8175 (30)	gepulst	2S-4P
Beausoleil et al. ²¹	8173.3 (1.7)	cw	Tellur-Std.
Boshier et al. ²²	8172.6 (0.7)	cw	Tellur-Std.
Diese Arbeit	8172.84(0.09)	cw	2S-4S/4D
Theorie:			
$r_p=0.805(11)$ fm ⁸	8172.94(0.06)		
$r_p=0.862(12)$ fm ²³	8173.09(0.06)		
DEUTERIUM:			
Hänsch et al. ¹⁴	8300 (300)	gepulst	2S-4P
Lee et al. ¹⁹	8260 (110)	gepulst	2S-4P
Wieman u. Hänsch ²⁰	8189 (30)	gepulst	2S-4P
Boshier et al. ²²	8183.7 (0.6)	cw	Tellur-Std.
Diese Arbeit	8184.03(0.16)	cw	2S-4S/4D
Theorie:			
$r_d=2.116(12)$ fm ²⁴	8184.10(0.09)		

Tabelle 1.1: Laserspektroskopische Messungen der 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff und Deuterium. Zum Vergleich ist der theoretisch erwartete Wert unter Annahme zwei unterschiedlicher Ladungsradien des Protons bzw. des Deuteronenladungsradius gezeigt, siehe hierzu Kapitel 2.1.3. Sofern nötig, wurden die experimentellen Resultate entsprechend der Definition von Johnson und Soff²⁵ umgerechnet.

Diese Messungen der 1S Lamb-Verschiebung beruhten auf Anregung des 1S-2S Übergangs in einer Gaszelle sowie anschließendem Frequenzvergleich über einen optischen Standard mit dem 2S-4P Übergang, der von P. Zhao et al.²⁶ in Yale gemessen wurde. Durch diverse experimentelle Gründe, wie Druckverbreiterung in den verwendeten Wasserstoffgaszellen, dem nicht exakt reproduzierbaren optischen Tellurstandard sowie der Linienbreite des verwendeten 2S-4P Einphotonenübergangs war die erreichte Genauigkeit der 1S Lamb-Verschiebung auf etwa 10^{-4} beschränkt.

Durch Anregung anderer Übergänge am Wasserstoffatom können weitere Meßgrößen bestimmt werden. Ein Beispiel hierfür sind die Arbeiten von Biraben und Mitarbeiter in Paris.^{27,28} Durch Anregung der Doppler-freien 2S-nD ($n=8,10,12$) Zweiphotonenübergänge in Wasserstoff und anschließendem Frequenzvergleich mit einem optischen Standard konnte, unter Verwendung der gemessenen 2S-2P Lamb-Verschiebung und Berechnung der kleinen und genau bekannten Verschiebungen der 2P und nD Zustände, die Rydberg-Konstante auf $1.7 \cdot 10^{-10}$ bestimmt werden.

1.3 Thema der vorliegenden Arbeit und experimentelle Durchführung

Jüngere Fortschritte in der Technik hochauflösender Laserspektroskopie erlauben präzise Frequenzvergleiche von scharfen Zweiphotonenübergängen an atomarem Wasserstoff, so daß wesentliche Verbesserungen der experimentellen Meßgenauigkeit am Wasserstoffatom möglich sind.

So konnten C. Zimmermann und R. Kallenbach²⁹⁻³² 1990 durch Anregung des 1S-2S Zweiphotonenübergangs in einem Atomstrahl die erreichte Linienbreite von zuvor einigen MHz um zwei Größenordnungen auf etwa 50 kHz verringern. Dies stellt eine wesentliche Voraussetzung zu einer präzisen Messung der 1S Lamb-Verschiebung dar.

Das Thema der Promotionsarbeit von F. Schmidt-Kaler^{33,34} stand in engem Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit. Seine Aufgabe war unter anderem die Verbesserung des vorhandenen 1S-2S Spektrometers durch Kühlung des Atomstrahls auf eine Temperatur nahe der des flüssigen Heliums sowie Aufbau eines hochstabilen Referenzresonators für den zur Anregung des Übergangs nötigen Farbstofflaser. So konnte F.S.K. die Linienbreite des 1S-2S Übergangs auf 12 kHz bei 243 nm verringern (dies entspricht einer Güte von 10^{-11}) sowie zusammen mit D. Leibfried die Isotopieverschiebung zwischen Wasserstoff und Deuterium mit Hilfe eines neuartigen, schnellen elektrooptischen Modulators³⁵⁻³⁷ präzise vermessen.

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit lag zunächst im Aufbau einer zweiten Atomstahlapparatur, des erforderlichen infraroten Lasers zur Anregung der 2S-4S und 2S-4D Übergänge sowie der Vorrichtungen zur Durchführung eines direkten Vergleichs der 1S-2S mit den 2S-4S und 2S-4D Übergangsfrequenzen. Wertvolle Vorarbeiten, vor allem zu Laserstabilisierung,³⁸ hatte bereits W. Vassen geleistet. So konnte, zusammen mit dem auf den 1S-2S Übergang geregelten Laser (F.S.K.), mit der beschriebenen Apparatur im Rahmen dieser Arbeit die 1S Lamb-Verschiebung durch direkten Frequenzvergleich der beiden Übergänge sowohl für Wasserstoff als auch für Deuterium bestimmt werden.³⁹⁻⁴¹

Abbildung 1.2 zeigt ein Schema des experimentellen Aufbaus zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung. Das frequenzverdoppelte Licht eines blauen Farbstofflasers bei 243 nm wird in einen Stehwellenresonator eingekoppelt und ist hier kollinear mit einem Strahl langsamer, kalter Wasserstoffatome im 1S Grundzustand. Atome, die durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den metastabilen 2S Zustand angeregt wurden, werden am Ende des Atomstrahls detektiert.

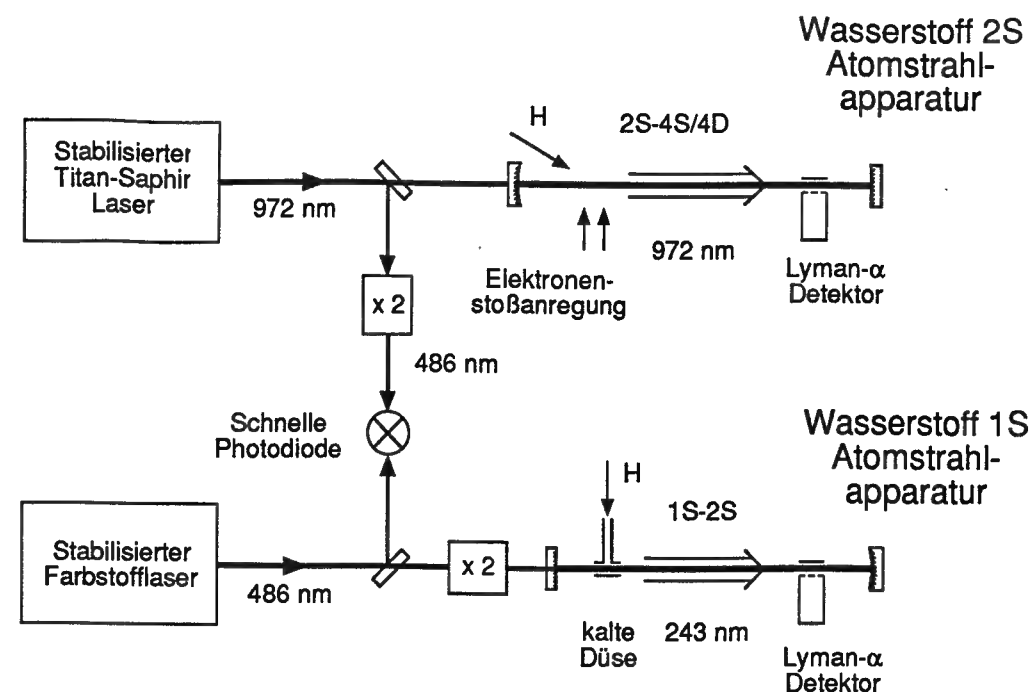


Abbildung 1.2: Schema des Aufbaus zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung.

Ein stabilisierter Titan-Saphir Laser erzeugt das zur Anregung der Zweiphotonenübergänge 2S-4S und 2S-4D benötigte infrarote Licht bei 972 nm. Als experimentelle Technik zur Beobachtung dieser Übergänge wurde, ähnlich wie im Experiment von Biraben et al.,²⁷ ein optisches Analogon zur Methode von Lamb und Retherford⁵ gewählt.

Durch Elektronenstoßanregung von atomarem Wasserstoff wird ein Strahl metastabiler Atome im 2S-Zustand erzeugt. Eine Stehwelle des infraroten Lichts (972 nm) ist kollinear mit dem metastabilen Atomstrahl. Metastabile Atome werden durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 4S und 4D Zustand angeregt. Die Atome in diesen Zuständen haben jedoch eine sehr kurze Lebensdauer und zerfallen sehr schnell; sie erreichen mit 95% Wahrscheinlichkeit über einen P-Zwischenzustand den 1S Grundzustand. Der Detektor zählt die Anzahl der metastabilen Atome am Ende des Atomstrahls. Ist der Laser auf Resonanz, kann hier eine Abnahme des Metastabilen Signals beobachtet werden. Diese Signalabnahme wird als Funktion der Laserfrequenz registriert. Durch Aufnahmen von Spektren unterschied-

licher Leistung sowie Anpassung von berechneten Linienformen²⁸ lassen sich Verschiebungen durch das starke Laserfeld korrigieren.

Die Frequenz des blauen Farbstofflasers wird während der Messung auf das Maximum der Zählrate des 1S-2S Übergangs geregelt. Auf einer schnellen Photodiode wird die im Radiofrequenzbereich befindliche Schwebung zwischen der zweiten Harmonischen des infraroten Lasers und dem Farbstofflaser beobachtet. Wenn das einfache Bohr-sche Atommodell richtig wäre, müßte diese Schwebung auf Resonanz genau gleich Null sein. Aus der von Null verschiedenen gemessenen Schwebungsfrequenz kann die 1S Lamb-Verschiebung bestimmt werden. Im Gegensatz zu den beiden letzten Messungen der 1S Lamb-Verschiebung wird kein optischer Sekundärstandard benötigt.

Die erreichte Genauigkeit ist gegeben durch das Maß, mit der die Mitte der 2S-4S und 2S-4D Übergänge gefunden werden konnte. Deren natürliche Linienbreite ist mit 0.69 MHz und 4.4 MHz¹³ geringer als die des 2S-4P Einphotonenübergangs, ein Vergleich der 1S-2S Übergangsfrequenz mit der Balmer- β Linie ist durch deren größere natürliche Linienbreite von 12.8 MHz letztendlich limitiert.^{20,26,42}

Mit einer Unsicherheit von $1.1 \cdot 10^{-5}$ übersteigt die Präzision des erhaltenen Resultats für die 1S Lamb-Verschiebung die Genauigkeit von bisherigen Experimenten^{21,22} um eine Größenordnung. Erstmals wurde so mit einer optischen Messung die Genauigkeit von Radiofrequenzmessungen der 2S Lamb-Verschiebung erreicht. Damit stellt diese Messung einen der besten Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System dar.

Eine Messung der 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium konnte im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls durch Frequenzvergleich der 1S-2S mit den 2S-4S und 2S-4D Übergangsfrequenzen erfolgen. Das erhaltene Resultat stellt mit einer Präzision von $2 \cdot 10^{-5}$ die genaueste Bestimmung einer Lamb-Verschiebung in Deuterium dar.

Alternativ kann der Vergleich der Messungen in Wasserstoff und Deuterium zusammen mit der Isotopieverschiebungsmessung des 1S-2S Übergangs^{33,34} als eine Bestimmung des Massenverhältnisses von Proton und Elektron interpretiert werden. Das erhaltene Resultat stimmt mit den durch Massenspektroskopie bestimmten, präziseren Werten im Rahmen der Fehlergrenzen überein.⁴³

Trotz großer technischer Schwierigkeiten dürfte eine noch genauere Messung der Lamb-Verschiebung im Wasserstoffatom durch Verwendung des langsameren optisch angeregten, anstelle des durch Elektronenbeschuß angeregten, metastabilen Atomstrahls zur weiteren Anregung in den 4S Zustand möglich sein.

Ein genauerer Ausblick über zukünftig mögliche Messungen wird in Kapitel 6 gegeben. Hier sei nur noch genannt, daß eine deutliche Verbesserung der Meßgenauigkeit des Protonenradius durch Experimente an myonischem Wasserstoff möglich erscheint und zur Zeit genauer untersucht wird.⁴⁴ Zusammen mit exakteren Berechnungen und weiteren Steigerungen der experimentellen Meßgenauigkeit, sollten so noch präzisere Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System durch Vergleich von Theorie und Experiment möglich sein.

Langfristig sind am Wasserstoffatom auch Messungen denkbar, die die Konstanz von Naturkonstanten über längere Zeiträume betreffen, oder die Identität von Parametern wie der Masse, Lebensdauer oder Übergangsfrequenzen zwischen Wasserstoff und Antiwasserstoff überprüfen.

2. THEORIE

2.1 Energieniveaus des Wasserstoffatoms

Einer der ersten Erfolge der Quantentheorie war die zutreffende Berechnung der Energieniveaus des Wasserstoffatoms. Die Energieeigenwerte von Schrödingers nichtrelativistischer Wellengleichung stimmten mit den experimentell überprüften Voraussagen des Bohrschen Atommodells überein. Auch nach den großartigen Verallgemeinerungen der ursprünglichen Quantentheorie durch ihre relativistischen und feldtheoretischen Erweiterungen, ist heutzutage die experimentelle Überprüfung der theoretisch vorhergesagten Energieniveaus immer noch einer der besten Tests für die Gültigkeit dieser Theorien. Hier soll nun, sehr phänomenologisch, ein Überblick über die Voraussagen der Theorie für die Energieniveaus des Wasserstoffatoms gegeben werden.

Die Energieniveaus eines Eielektronenatoms lassen sich als die Summe folgender vier Terme schreiben²⁵:

$$E(n,J,L,F,I) = E_{DC}(n,J) + E_{RM}(n,J) + E_{LS}(n,J,L) + E_{HFS}(n,J,L,F,I) .$$

Hier bezeichnet n die Hauptquantenzahl, J den Gesamtdrehimpuls und L den Bahndrehimpuls des Elektrons. Der Gesamtdrehimpuls des Atoms F beinhaltet zusätzlich noch den Kernspin I . Der Hauptbeitrag der Energie des Atoms, die Dirac-Coulomb Energie E_{DC} ergibt sich aus der relativistischen Quantentheorie, E_{RM} gibt Rückstoßkorrekturen aufgrund der endlichen Kernmasse an, E_{LS} die Lamb-Verschiebung und E_{HFS} den durch die Wechselwirkung von Elektronengesamtdrehimpuls und Kernspin entstehenden Energiebeitrag der Hyperfeinstruktur. Insbesondere sollen die in der Lamb-Verschiebung enthaltenen quantenelektrodynamischen Korrekturen genauer erläutert werden, da die Theorie der Quantenelektrodynamik zwar bislang experimentellen Überprüfungen hervorragend standgehalten hat, aber doch auf sehr unbefriedigenden theoretischen Konzepten beruht; es seien hier die unendlichen Werte der

Renormierung erwähnt.

Im folgenden werden die vier erwähnten Terme der Reihenfolge nach erläutert. Für die Berechnung der Energiebeiträge wurden die in Tabelle 2.1. angegebenen Naturkonstanten verwendet. Bis auf eine im Rahmen der Doktorarbeiten von T. Andreae, W. König und R. Wynands kürzlich gelungene vorläufige Bestimmung der Rydberg-Konstanten durch eine Absolutmessung der 1S-2S Übergangsfrequenz^{45,46} verwenden wir die empfohlenen Naturkonstanten von 1986.⁴⁷ Soweit nicht anders angegeben, halten wir uns im folgenden an die Darstellungen von Mohr,⁴⁸ Johnson und Soff²⁵ und Beausoleil.⁴⁹

c	$= 299792458$	m/s Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
m_e	$= 9.1093897(54) \cdot 10^{-31}$	kg Masse des Elektrons
m_p/m_e	$= 1836.152701(37)$	Massenverhältnis: Proton-Elektron
m_d/m_p	$= 1.999007496(6)$	Massenverhältnis: Deuteron-Proton
R_∞	$= 10973731.56841(42)$	m^{-1} Rydberg-Konstante: $\alpha^2 m_e c^2 / 2hc$
α	$= 1/137.0359895(61)$	Feinstrukturkonstante: $e^2/2hc\epsilon_0$
a_0	$= 0.529177249(24) \cdot 10^{-10}$	m Bohrscher Radius: $\hbar / (m_e \alpha)$

Tabelle 2.1: Einige in dieser Arbeit verwendete Naturkonstanten.

2.1.1 DIRAC-COULOMB ENERGIE

Die Dirac-Coulomb Energie $E_{DC}(n,J)$ ist der Energieeigenwert, der sich für ein Elektron im Coulomb-Feld eines unendlich schweren Kerns der Ladung Ze aus der Dirac-Gleichung ergibt. Man beachte, daß dieser Energiebeitrag unabhängig vom Bahndrehimpuls L des Elektrons ist (ebenso E_{RM}). Die

Zustände $2S_{1/2}$ und $2P_{1/2}$ sind in dieser Näherung entartet. Es ergibt sich:

$$E_{DC}(n,J) = - \frac{2 Z^2}{N (N + n + \gamma - k)} c R_\infty$$

$$\text{mit: } k = J + \frac{1}{2},$$

$$\gamma = \sqrt{k^2 - (Z\alpha)^2},$$

$$N = \sqrt{n^2 - 2(n-k)(k-\gamma)}.$$

Meist wird dieser Energiebeitrag in der Entwicklung bis zur zweiten Ordnung in $Z\alpha$ angegeben; die Genauigkeit dieser Näherung ist jedoch für unsere Zwecke nicht ausreichend. Man erkennt die Energieniveaus des Bohrschen Atommodells, die den Energieeigenwerten der nichtrelativistischen Schrödingergleichung entsprechen, sowie Korrekturen der Feinstruktur:

$$E_{DC}(n,J) = - \frac{Z^2}{n^2} c R_\infty \left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n} \left(\frac{1}{J+1/2} - \frac{3}{4n} \right) + O\{(Z\alpha)^4\} \right).$$

2.1.2 KORREKTUREN AUFGRUND DER ENDLICHEN KERNMASSE

Korrekturen aufgrund der endlichen Kernmasse m_N zur Dirac-Coulomb Energie bis zur zweiten Ordnung in $Z\alpha$ sind gegeben durch^{25,50}:

$$E_{RM}(n,J) = - \frac{m_e}{m_e + m_N} \left(1 - \left(\frac{m_N}{m_e + m_N} \right)^2 \frac{(Z\alpha)^2}{4n^2} \right) E_{DC}(n,J).$$

Um die Kernbewegung zu berücksichtigen, muß die Dirac-Gleichung für ein Zweikörperproblem gelöst werden. Es ist jedoch, im Gegensatz zum Falle der nichtrelativistischen Schrödingergleichung, nicht möglich, eine

Zweiteilchen-Diracgleichung zu aufzustellen, indem man einfach zwei Einteilchen-Hamiltonoperatoren zu einem effektiven Einteilchen-Hamilton mit einer reduzierten Masse addiert. Die Lösung dieses Problems kann nur näherungsweise erfolgen. Der erste Term läßt sich, analog zum nichtrelativistischen Grenzfall, durch Ersetzen der Elektronenmasse m_e in $hcR_\infty = \alpha^2 m_e c^2 / 2$ durch die reduzierte Masse $\mu = m_e m_N / (m_e + m_N)$ verstehen. Der zweite Term beschreibt eine zusätzliche relativistische Rückstoßkorrektur. Manche Autoren^{14,20,50} rechnen ihn der Lamb-Verschiebung zu. Wir folgen hier der Konvention von Johnson und Soff²⁵ und berücksichtigen ihn bei den Rückstoßkorrekturen, da er mit $1/n^4$ und nicht mit $1/n^3$ wie die quantenelektrodynamischen Korrekturen skaliert.

2.1.3 LAMB-VERSCHIEBUNG

Die Lamb-Verschiebung ist die Verschiebung der Energieniveaus, die durch die Wechselwirkung des Elektrons mit dem quantisierten Strahlungsfeld des Vakuums entsteht. Die beiden größten Beiträge zu dieser Verschiebung sind die Selbstenergie des Elektrons und die Vakuumspolarisation; wie in den Feynman-Graphen in Abbildung 2.1 illustriert. Die Lamb-Verschiebung kann durch Summation der Beiträge einer Vielzahl möglicher Feynman-Graphen berechnet werden.

Üblicherweise werden zur Lamb-Verschiebung, neben den quantenelektrodynamischen Korrekturen zur Bindungsenergie, auch Korrekturen aufgrund der endlichen Kerngröße hinzugerechnet. Letzterer Beitrag wird nur deshalb der Lamb-Verschiebung hinzugerechnet, da er - analog zu den quantenelektrodynamischen Beiträgen - wie $1/n^3$ skaliert. Er läßt sich daher durch Frequenzvergleich von Wasserstoffübergängen unterschiedlicher Hauptquantenzahl nicht von den Anteilen der Quantenelektrodynamik separat bestimmen. Die Lamb-Verschiebung läßt sich schreiben als:

$$E_{LS}(n,J,L) = \frac{\alpha(Z\alpha)^4 m_e c^2}{n^3 \pi h} F(Z\alpha)$$

mit $\alpha(Z\alpha)^4 m_e c^2 / \pi h = 2(Z\alpha)^4 c R_\infty / \pi \alpha = 813.86288(11)$ MHz für $Z=1$. $F(Z\alpha)$ hängt in erster Näherung nicht von der Hauptquantenzahl n ab. Für einen unendlich schweren Kern ohne Ausdehnung lassen sich alle quantenelektrodynamischen Korrekturen wie folgt in α , $Z\alpha$ und $\ln(Z\alpha)$ entwickeln^{25,49}:

$$\begin{aligned} F_\infty(Z\alpha) = & A_{40} + \ln(Z\alpha)^{-2} A_{41} + (Z\alpha) A_{50} \\ & + (Z\alpha)^2 \{ A_{60} + \ln(Z\alpha)^{-2} A_{61} + \ln^2(Z\alpha)^{-2} A_{62} \} + O\{(Z\alpha)^3\} \\ & + \alpha B_{40} + O\{Z\alpha^2\} \\ & + O\{\alpha^2\}. \end{aligned}$$

Die Summanden lassen sich schreiben als eine dimensionslose Konstante multipliziert mit: $\alpha^r (Z\alpha)^p \ln^q(Z\alpha)^{-2} m_e$ mit $p \geq 4$ und r als die Zahl der ausgetauschten virtuellen Photonen. Terme mit den Koeffizienten A_{pq} beschreiben Korrekturen der Selbstenergie und Vakuumspolarisation mit einem ausgetauschten Photon, Terme mit B_{pq} werden durch Austausch von zwei virtuellen Photonen verursacht.

Berücksichtigt man die endliche Kernmasse, treten Strahlungskorrekturen und nichtstrahlende Korrekturen der Quantenelektrodynamik auf, die in F_{RR} und F_{NR} berücksichtigt werden. Die Ausdehnung des Kerns wird durch den Summanden F_{NS} berücksichtigt:

$$F(Z\alpha) = F_\infty(Z\alpha) + F_{RR}(Z\alpha) + F_{NR}(Z\alpha) + F_{NS}(Z\alpha).$$

Im folgenden sollen alle Beiträge zur Lamb-Verschiebung einzeln diskutiert werden. Die Größe der einzelnen Beiträge ist in Tabelle 2.3 für die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff und Deuterium gezeigt. In Tabelle 2.4 werden die Endresultate für die Lamb-Verschiebungen einiger weiterer Zustände zusammengefaßt.



Abbildung 2.1: Feynman-Graphen der Beiträge niedrigster Ordnung zur Lamb-Verschiebung: a) Selbstenergie des Elektrons, b) Vakuumpolarisation.

• Selbstenergie

Die Kopplung des Elektrons an die Vakuumsfluktuationen des elektromagnetischen Feldes führt zu einer Energieverschiebung, die den größten Beitrag zur Lamb-Verschiebung darstellt. Obwohl die genaue Berechnung der quantenelektrodynamischen Effekte sehr aufwendig ist, konnte Welton⁵² mit einem einfachen Modell die Selbstenergie des Elektrons qualitativ sehr gut beschreiben. Sein einfaches Modell soll hier zunächst dargestellt werden; danach werden Resultate angegeben, die aus genauerer Berechnung der Selbstenergie folgen.

In Weltons Modell koppelt die Vakuumsfluktuationen des elektromagnetischen Feldes an das Elektron und bewirken eine Auslenkung δr aus dessen Gleichgewichtslage. Die resultierende Energieverschiebung im Coulomb-Potential $V(r) = -Z\alpha \hbar c/r$ läßt sich wie folgt entwickeln:

$$V(r+\delta r) = \left(1 + (\delta r \cdot \nabla) + \frac{1}{2} (\delta r \cdot \nabla)^2 \right) V(r) .$$

Aus der räumlichen Isotropie der Vakuumsfluktuationen folgt $\langle \delta r \rangle = 0$

sowie $\langle (\delta r \cdot \nabla)^2 \rangle = \langle (\delta r)^2 \rangle \nabla^2 / 3$ und damit der neue Beitrag zum Hamiltonoperator als:

$$H_{SE} = \frac{1}{6} \langle (\delta r)^2 \rangle \Delta V(r) .$$

In Störungstheorie 1. Ordnung ergibt sich die resultierende Energieverschiebung mit $\Delta V = 4\pi Z\alpha \delta(r)$ als:

$$\begin{aligned} E_{SE} &= \frac{2\pi}{3} Z\alpha \hbar c \langle (\delta r)^2 \rangle |\psi(0)|^2 \\ &= \frac{2}{3} \hbar c \left(\frac{m c}{\hbar} \right)^3 \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} \langle (\delta r)^2 \rangle \delta_{L,0} . \end{aligned}$$

In diesem einfachen Modell werden nur S-Zustände verschoben, da nur für sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kernort $|\psi(0)|^2 = Z^3 \delta_{L,0} / \pi n^3 a_0^3$ verschieden von Null ist. Auch bei genauerer Berechnung zeigt sich, daß die Lamb-Verschiebung für S-Zustände bei weitem am größten ist.

Die Abschätzung von $\langle (\delta r)^2 \rangle$ erfolgt durch eine klassische Betrachtung der Bewegung des Elektrons aufgrund des fluktuierenden elektromagnetischen Feldes:

$$m \delta r = e E .$$

Das elektrische Feld des Lichts werde nun in einzelne Moden (k, λ) , mit λ als der Polarisation, Fourier-zerlegt. Jede dieser Moden besitzt die Nullpunkts-energie $\hbar \omega / 2$ ($\omega = |k|c$). Für das elektrische Feld ergibt sich nach einfacher Rechnung⁵³:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{\omega^2}{2\pi^2 c^3} \hbar \omega \, d\omega ,$$

also folgt:

$$\begin{aligned} \langle (\delta r)^2 \rangle &= \frac{e^2}{m^2} \int_0^\infty \frac{\langle E_{\omega^2} \rangle}{\omega^4} d\omega \\ &= \frac{2 \hbar^2 \alpha}{m^2 \pi c^2} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} . \end{aligned}$$

Das letzte Integral ist sowohl für kleine als auch für große Frequenzen divergent. Die hochfrequente Divergenz kommt von der hier angewandten nichtrelativistischen Behandlung. Wir führen daher, natürlich sehr willkürlich, eine obere Abschneidefrequenz bei $\hbar\omega = mc^2$ ein. Als untere Abschneidefrequenz wählen wir eine typische Bindungsenergie $\hbar\omega = (Z\alpha)^2 mc^2$, für kleinere Frequenzen sollten die Coulomb-Kräfte dominieren. Das Integral ist in diesem Modell durch $\ln(Z\alpha)^{-2}$ gegeben. Die nur logarithmische Abhängigkeit von den Abschneidefrequenzen bewirkt, so daß deren genaue Wahl der für eine Abschätzung der Selbstenergie nicht sehr wichtig ist. Wir erhalten als Resultat:

$$E_{SE} \approx \frac{\alpha(Z\alpha)^4 mc^2}{\pi n^3} \frac{4}{3} \ln(Z\alpha)^{-2} \delta_{L,0} .$$

Für die 1S und 2S Lamb-Verschiebung ergeben sich mit Weltons Modell Werte von etwa 10 GHz und 1.3 GHz, welche mit den tatsächlichen Werten von 8.173 GHz und 1.3 GHz recht gut übereinstimmen. Daneben erhalten wir einige wesentliche Eigenschaften der quantenelektrodynamischen Korrekturen, wie die $1/n^3$ Skalierung der Lamb-Verschiebung, die Tatsache, daß S-Zustände am stärksten verschoben werden und den für S-Zustände positiven Energiebeitrag. Dieser positive Beitrag erklärt sich

durch eine Verringerung der Bindungsenergie aufgrund der Ausschmierung der Elektronenladung.

Die exakte Bestimmung dieser Energieverschiebung erfolgt durch Berechnung der Differenz der Elektronenselbstenergie im gebundenen und im ungebundenen Zustand. In nichtrelativistischer Rechnung erhält man die folgenden Koeffizienten, wobei der den Koeffizienten A_{41}^{SE} enthaltende Term am stärksten zur Lamb-Verschiebung der S-Zustände beiträgt und mit dem Resultat von Weltons Abschätzung übereinstimmt:

$$A_{40}^{SE} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{4} \delta_{L0} + \beta_{nL} + \frac{3}{8} \frac{C_{LJ}}{2L+1} \right) ,$$

$$A_{41}^{SE} = \frac{4}{3} \delta_{L0} .$$

Der sogenannte Koeffizient des anomalen magnetischen Moments C_{LJ} ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} C_{LJ} &= \frac{1}{L+1} \quad \text{für } J = L + \frac{1}{2} , \\ &= -\frac{1}{L} \quad \text{für } J = L - \frac{1}{2} . \end{aligned}$$

Der Bethe-Logarithmus β_{nL} kann nur numerisch berechnet werden. Er ist für die folgenden Zustände gegeben durch:

$$\begin{aligned} \beta_{1S} &= -2.9841285557655(1) ,^{54} \\ \beta_{2S} &= -2.8117698931205(2) ,^{54} \\ \beta_{2P} &= 0.0300167086(3) ,^{55} \\ \beta_{4S} &= -2.7498118405(3) ,^{55} \\ \beta_{4D} &= 0.0067409(1) .^{55} \end{aligned}$$

In relativistischer Rechnung erscheinen Korrekturen höherer Ordnung in $Z\alpha$:

$$A_{50}^{SE} = 4\pi \left(\frac{139}{128} - \frac{1}{2} \ln 2 \right) \delta_{L0},$$

$$A_{62}^{SE} = -\delta_{L0}.$$

Die außerdem erhaltenen Korrekturen A_{61}^{SE} und A_{60}^{SE} lassen sich nicht in solcher Allgemeinheit angeben. In Tabelle 2.2 sind die Werte für einige ausgewählte Zustände aufgeführt. Der Koeffizient A_{60}^{SE} bereitete bislang, wegen der bei analytischer Berechnung auftauchenden extrem großen Anzahl von Termen und zu beseitigenden Divergenzen bei weitem die größten Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Selbstenergie. Er wurde für den 1S Zustand von verschiedenen Autoren berechnet. Mohr⁴⁸ berechnete den Selbstenergieanteil von $F(Z\alpha)$ auf vollständig numerischer Basis. Wegen für kleinere $Z\alpha$ zunehmender numerischer Schwierigkeiten extrapolierte er seine Resultate für $Z=10, 20$ und 30 herunter zu $Z=0$ und konnte so einen Wert für A_{60}^{SE} angeben. Er erhielt $31.0(1.7)$ für den 1S-Zustand (siehe Ref. 56) sowie Resultate für die Zustände $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$ und $4S_{1/2}$. Ericson⁵⁰ versuchte eine analytische Berechnung von A_{60}^{SE} . Für alle Zustände mit $L=0$ gab es jedoch eine große Diskrepanz von etwa 5 Standardabweichungen zu den Resultaten von Mohr. Mittlerweile hat Ericson jedoch einen Fehler in seinen Berechnungen von A_{60}^{SE} gefunden,⁵⁸ so daß diese Diskrepanz offenbar geklärt ist. Für die sehr kleine Lamb-Verschiebung des 4D-Zustands können wir jedoch trotzdem, in Anbetracht der Kleinheit des Koeffizienten und der Tatsache, daß Ericson für $L \geq 0$ mit anderen Berechnungen übereinstimmt, auf diese Berechnungen vertrauen.

Inzwischen gibt es noch zwei weitere Berechnungen von A_{60}^{SE} des 1S Zustands nach unterschiedlichen Methoden, die beide mit Mohrs Berechnungen im Rahmen der Fehlergrenzen übereinstimmen. Sapirsteins Resultate⁵⁶ waren ähnlich genau wie die Berechnungen Mohrs. Pachucki⁵⁹ erhielt kürzlich durch fast vollständig analytische Berechnungen die in

Tabelle 2.2 angegeben extrem genauen Werte für A_{60}^{SE} der Zustände 1S und 2S. Mit seinen Resultaten wurden die weiter unten angegebenen Werte für die 1S und 2S Lamb-Verschiebung berechnet. Für die Zustände $2P_{1/2}$ und $4S_{1/2}$ verwendeten wir die Resultate von Mohr, für den 4D Zustand den von Ericson angegebenen Wert. Unser experimentelles Resultat für die große Lamb-Verschiebung des 1S Zustands vergleichen wir in Kapitel 5.2 mit dem entsprechenden theoretischen Wert. Er wurde hier unter Verwendung der Ergebnisse von Pachucki berechnet.

Niveau	A_{61}^{SE} Ref. 50,51	A_{60}^{SE}	A_{60}^{VP}
$1S_{1/2}$	$\frac{28}{3} \ln 2 - \frac{21}{20}$	$-31.04309(1)^b$	$\frac{4}{15} \ln 2 - \frac{1289}{1575} + \left(\frac{19}{45} - \frac{\pi^2}{27} \right)$
$2S_{1/2}$	$\frac{16}{3} \ln 2 + \frac{67}{30}$	$-31.78976(1)^b$	$-\frac{743}{900} + \left(\frac{19}{45} - \frac{\pi^2}{27} \right)$
$2P_{1/2}$	$\frac{103}{180}$	$-0.8(0.3)^*$	$-\frac{9}{140}$
$4S_{1/2}$	5.812^a	$30.93(40)^c *$	$-0.34 (1.00)^a$
$4D_{3/2}$	0.0111^a	$-0.031(16)^a *$	$0.0(0.2)^a$
$4D_{5/2}$	0.0111^a	$-0.033(16)^a *$	$0.0(0.2)^a$

^aRef. 50.

^bRef. 59.

^cRef. 57.

Tabelle 2.2: Koeffizienten der Selbstenergie und Vakuumpolarisation, die sich nicht allgemein für alle Zustände angeben lassen. Soweit nicht anders angegeben wurden die Werte Sapirstein und Yennie⁵¹ entnommen. In den mit * gekennzeichneten Werten sind auch Terme höherer Ordnung wie $Z\alpha A_{70}$ und $Z\alpha \ln(Z\alpha) A_{71}$ für $Z=1$ enthalten.

Die in nächster Näherung erwarteten Terme⁵¹ mit den Koeffizienten A_{70}^{SE} und A_{71}^{SE} ähneln sehr⁵⁹ denen mit dem analytisch bekannten A_{50}^{SE} . Zur Ermittlung einer Fehlergrenze für die Selbstenergie aufgrund von nichtberechneten Termen höherer Ordnung wurde daher der dominierende A_{71}^{SE}

enthaltende Term durch $\alpha^3 \ln(Z\alpha)^{-2} A_{50}^{SE}$ in $F(Z\alpha)$ abgeschätzt. Es ergibt sich eine Unsicherheit von etwa 15 kHz für die 1S Lamb-Verschiebung.

• Vakuumspolarisation

Dieser deutlich kleinere Beitrag zur Lamb-Verschiebung wird durch die Vakuumsfluktuationen des Dirac-Feldes verursacht. Im Coulomb-Feld des Kernes entsteht ein virtuelles Elektron-Positron-Paar. Das virtuelle Elektron wird vom Kern angezogen, während das Positron abgestoßen wird. Das Vakuum wird - ähnlich wie ein dielektrisches Medium - "polarisiert" und schirmt die Kernladung ab. Die im Coulomb-Gesetz auftretende Kernladung beinhaltet diesen Effekt bereits und ist daher nur für größere Abstände vom Kern gültig. S-Elektronen können die virtuelle Elektronenwolke teilweise durchdringen und spüren die wesentlich größere nackte Ladung des Kernes. Die Energieniveaus werden für $L=0$ leicht nach unten verschoben. Uehling konnte die nachlassende Abschirmwirkung der Elektron-Positron-Wolke als Modifikation des Coulomb-Gesetzes für kleine Abstände in erster Näherung wie folgt beschreiben⁵³:

$$V_{\text{Uehling}} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^2 \frac{4}{15} \delta(r) .$$

Der größte Anteil der Vakuumspolarisation berechnet sich durch den nichtrelativistischen Erwartungswert dieses Potentials als ein Beitrag zu A_{40} :

$$A_{40}^{VP} = -\frac{4}{15} \delta_{L0} .$$

In höherer Ordnung von $Z\alpha$ treten Beiträge zu den Termen mit A_{50} , A_{61} und A_{60} auf:

$$A_{50}^{VP} = \frac{5}{48} \pi \delta_{L0} ,$$

$$A_{61}^{VP} = -\frac{2}{15} \delta_{L0} .$$

Für die Konstante A_{60}^{VP} siehe Tabelle 2.2.

• Quantenelektrodynamik höherer Ordnung

Zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung wurden bislang nur Feynman-Graphen bis zur zweiten Ordnung ausgewertet. Diese tragen folgendermaßen bei:

$$\begin{aligned} B_{40} = & \frac{1}{\pi} \left(-\frac{4819}{1296} - \frac{49}{108} \pi^2 + 2\pi^2 \ln 2 - 3\zeta(3) \right) \delta_{L0} \\ & + \frac{1}{\pi} \left(+\frac{197}{144} + \frac{\pi^2}{12} - \frac{\pi^2}{2} \ln 2 + \frac{3}{4} \zeta(3) \right) \frac{C_{LJ}}{2L+1} \\ & - \frac{82}{81\pi} \delta_{L0} \end{aligned}$$

mit $\zeta(3) = 1,202056903$ als der Riemannschen Zetafunktion.

Relativistische Korrekturen zu Feynman-Graphen zweiter Ordnung wurden bislang noch nicht berechnet. Eriscon gab eine Abschätzung für den erwarteten Beitrag dieser Terme an.⁵⁰ Für die 1S Lamb-Verschiebung ergibt sich hieraus eine Unsicherheit von etwa 45 kHz; damit stellen diese Terme die derzeit größte Unsicherheit der quantenelektrodynamischen Beiträge zur Lamb-Verschiebung dar. Die Berechnung der erwähnten Termen wird jedoch derzeit durchgeführt.⁶⁰

Feynman-Graphen 3. Ordnung sollten, obwohl Beiträge in derselben Ordnung von α auftreten, nach Sapirstein und Yennie deutlich kleinere Beiträge liefern.⁵¹

• Strahlende Rückstoßkorrekturen

Der wesentlichste Effekt einer endlichen Kernmasse ist die Skalierung der Atomwellenfunktionen. Der "atomare Radius" a_0 ändert sich um einen Faktor m_e/μ , mit $\mu = m_e m_N / (m_e + m_N)$ als der reduzierten Masse. Da die meisten Energiebeiträge der Quantenelektrodynamik proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kernort sind ($\propto 1/a_0^3 = (m\alpha/\hbar)^3$) - siehe auch Weltons einfaches Modell - liegt ein allgemeiner Vorfaktor $(\mu/m_e)^3$ nahe. Aus genauerer Untersuchung folgt,⁵¹ daß der endlichen Kernmasse Rechnung getragen werden kann, indem jeder Term A_{pq} und B_{pq} der Selbstenergie, Vakuumpolarisation und Quantenelektrodynamik höherer Ordnungen mit $(\mu/m_e)^3$ multipliziert wird, bis auf Terme, die C_{LJ} enthalten, sogenannte Terme des anomalen magnetischen Moments. Für $L \neq 0$ müssen diese Terme stattdessen nur mit $(\mu/m_e)^2$ multipliziert werden. Aus der Differenz von F zu F_∞ ergeben sich die strahlenden Rückstoßkorrekturen $F_{RR}(Z\alpha)$.

Zu dem erhaltenen Wert müssen für S-Zustände noch zwei weitere Beiträge addiert werden. Der erste Zusatzterm ergibt sich aus der Tatsache, daß in Termen mit $\ln(Z\alpha)^{-2}$ in Wirklichkeit das Verhältnis zwischen der Ruhemasse des Elektrons m_e und einer charakteristischen Bindungsenergie $(Z\alpha)^2 \mu$ eingeht. Wegen der endlichen Kernmasse muß daher der logarithmische Ausdruck ersetzt werden durch $\ln((Z\alpha)^{-2} m_e/\mu)$. Der unten angegebene Ausdruck berücksichtigt nur die Änderung des Terms mit A_{41}^{SE} ; Korrekturen in anderen Koeffizienten können vernachlässigt werden. Der zweite Zusatzterm wurde von Bhatt und Grotch errechnet und stellt eine Korrektur höherer Ordnung dar, die sich nicht in eine reduzierte Massenkorrektur einordnen läßt.⁶¹

$F_{RR}(Z\alpha)$ sei hier nur für S-Zustände angegeben; für Zustände mit höherem Drehimpuls ergibt sich dieser Beitrag wie oben beschrieben, aber ohne Berücksichtigung der beiden letzten Zusatzterme:

$$F_{RR}(Z\alpha) = \left(\left(\frac{\mu}{m_e} \right)^3 - 1 \right) F_\infty(Z\alpha) - \left(\frac{\mu}{m_e} \right)^3 \frac{4}{3} \ln \left(\frac{\mu}{m_e} \right) \\ - \pi (Z\alpha) \frac{m_e}{m_N} \left(-\frac{3}{4} \ln 2 + \frac{3}{5} - \frac{31}{192} + 0.415(4) \right).$$

• Nichtstrahlende Rückstoßkorrekturen

Der nichtstrahlende Anteil der Rückstoßkorrekturen^{49,51} ist gegeben durch:

$$F_{NR}(Z\alpha) = \frac{Zm_e}{m_N} \left(\frac{\mu}{m_e} \right)^3 \left(\left(\frac{m_e}{Z\alpha m_N} \right) D_{40} + D_{50} + \ln(Z\alpha)^{-2} D_{50} \right) \\ + \frac{Z^2 \alpha m_e}{m_N} (D_{60} + \ln(Z\alpha)^{-2} D_{61}) + O \left(\frac{Z^3 \alpha^2 m_e}{m_N} \right).$$

Die Berechnung der kleinen Korrekturterme mit D_{60} und D_{61} wurde erst kürzlich durch Doncheski, Grotch und Ericson fertiggestellt.⁶² Die Koeffizienten sind gegeben durch:

$$D_{40} = -\frac{\pi}{2} \frac{C_{LJ}}{2L+1} (1 - \delta_{L0}), \\ D_{50} = \frac{8}{3} \beta_{nL} - \frac{1}{9} \delta_{L0} - \frac{7}{3} a_n, \\ D_{51} = \frac{1}{3} \delta_{L0}, \\ D_{60} = \pi \left(\frac{5}{2} - 4.25 - \ln 2 \right) \delta_{L0}, \\ D_{61} = \frac{\pi}{2} \delta_{L0},$$

mit der zustandsabhängigen Konstante a_n :

$$a_n = -2 \left(\ln \frac{2}{n} + \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) + 1 - \frac{1}{2n} \right) \quad \text{für } l=0 ,$$

$$= \frac{1}{L(L+1)(2L+1)} \quad \text{für } l \neq 0 .$$

• Endliche Kerngröße

Die endliche Kerngröße bewirkt durch die scheinbar geringere Kernladung, die ein Elektron im Inneren des Kerns erfährt, eine Anhebung der Energieniveaus der S-Elektronen. In nichtrelativistischer Störungstheorie berechnet sich dieser Beitrag mit r_N als dem mittleren quadratischen Kernladungsradius ($r_e = \alpha^2 a_0$: klassischer Elektronenradius) zu:

$$F_{NS}(Z\alpha) = \left(\frac{\mu}{m_e} \right)^3 \frac{2\pi\alpha}{3} \left(\frac{r_N}{r_e} \right)^2 \delta_{L0} .$$

Hier wurde in Übereinstimmung mit Sapirstein und Yennie,⁽⁵¹⁾ jedoch im Gegensatz zu den meisten anderen Autoren, die endliche Kernmasse berücksichtigt. Der Einfluß dieser Korrektur auf die 1S Lamb-Verschiebung von Wasserstoff und Deuterium beträgt nur 2 kHz bzw. 6 kHz. Für eine Bestimmung von $r_d^2 - r_p^2$ durch eine Isotopieverschiebungsmessung kann dies jedoch in Zukunft von Bedeutung sein.

Zur Berechnung der Lamb-Verschiebung verwenden wir den von Hand et al.⁸ gemessenen Wert für den Ladungsradius des Protons von $r_p = 0.805(11)$ fm und den von T. E. O. Ericson²⁴ mit $r_d = 2.116(12)$ fm angegebenen Wert für den des Deuterons. Für den Ladungsradius des Protons gibt es jedoch außerdem eine ähnlich genaue Messung neueren Datums, die sich um 5 Standardabweichungen von der angegebenen unterscheidet. Simon et al.²³ erhielten den deutlich größeren Wert von $r_p = 0.862(12)$ fm. Es seien noch zwei weniger genaue Messungen zitiert, die im Rahmen der Fehlergrenzen sehr gut mit den Resultaten von Hand et al. übereinstimmen: Frérejacque et al.⁶³ erhielten $r_p = 0.800(25)$ fm, Murphy et al.⁶⁴

$r_p = 0.810(40)$ fm. Man sollte im Auge behalten, daß die Diskrepanz zwischen dem Resultat von Simon et al. mit den anderen Messungen eine Einschränkung der Möglichkeit darstellt, die Quantenelektrodynamik durch eine Messung der Lamb-Verschiebung zu testen. Die Annahme des Protonladungsradius von Simon et al. erhöht beispielsweise die 1S Lamb-Verschiebung um 150 kHz. Andererseits können die Messungen der Lamb-Verschiebungen an Wasserstoff, unter der Voraussetzung der Korrektheit der Quantenelektrodynamik, als Messungen des Protonladungsradius interpretiert werden.

An rein leptonischen Systemen wie dem Positronium (e^+e^-) oder Myonium (μ^+e^-) treten keine Korrekturen für die endliche Kerngröße auf. Von diesem Gesichtspunkt erschien ein Test der Quantenelektrodynamik durch eine Messung der Lamb-Verschiebung an diesen Systemen sehr vielversprechend (siehe die Beiträge von Mills und Chu sowie Hughes und zu Putlitz in Ref. 6); jedoch sind die hier bislang erreichten experimentellen Genauigkeiten aufgrund der kurzen Lebensdauer und der niedrigen erzielbaren Flüsse dieser exotischen Atome begrenzt.

Die zitierten Werte für die Ladungsradien wurden in Beschleunigerexperimenten durch Streuung von Elektronen an den jeweiligen Kernen gewonnen. Berechnungen der Größe des Protonladungsradius mit Methoden der Quantenchromodynamik konnten die Genauigkeit von experimentellen Werten bislang noch nicht erreichen.⁶⁵ Eine andere Möglichkeit zur experimentellen Bestimmung von Kernladungsradien besteht in Messungen der Lamb-Verschiebung an myonischen Atomen. Wegen der um $m_\mu/m_e \approx 207$ geringeren linearen Ausdehnung dieser Atome wächst die Energieverschiebung durch die endliche Kerngröße, ebenso wie die vergleichsweise sehr genau bekannte Vakuumspolarisation, um $(m_\mu/m_e)^3$. Letztere Energieverschiebung wird hauptsächlich durch virtuelle Elektron-Positron-Paare verursacht. Die in Wasserstoff wesentlich größere - dementsprechend auch mit viel größeren Unsicherheiten behaftete - Selbstenergie wächst jedoch nur mit m_μ/m_e , das heißt Messungen der Lamb-Verschiebung lassen sich hier sehr direkt auf eine

Bestimmung des Kernladungsradius zurückführen. Eine Messung des Protonenladungsradius bis auf eine Genauigkeit von 0.1% erscheint möglich und wird derzeit genauer untersucht.⁴⁴

• Resultate für die Lamb-Verschiebung

Der relative Energiebeitrag der einzelnen Terme ist für die 1S Lamb-Verschiebung von Wasserstoff und Deuterium in Tabelle 2.3 angegeben. Die nach Summation der einzelnen Terme erhaltenen Lamb-Verschiebungen für die Zustände 1S, 2S, 2P_{1/2}, 4S und 4D sind in Tabelle 2.4 aufgeführt. Die angegebenen Fehlergrenzen setzen sich aus folgenden Größen zusammen:

- Die Unsicherheit im Kernladungsradius der Messung von Hand et al.⁸
- Abschätzungen für die noch nicht berechneten relativistischen Korrekturen zu Feynman-Graphen zweiter Ordnung.
- Für alle Zustände außer 1S und 2S die Unsicherheit des Koeffizienten A_{60} der Selbstenergie.
- Abschätzungen für die noch nicht berechneten Terme A_{70} und A_{71} der Selbstenergie.

Terme durch die bislang noch nicht berechneten Feynman-Graphen dritter Ordnung, der Polarisierbarkeit des Protons und andere Terme höherer Ordnung tragen nach Sapirstein und Yennie⁵¹ voraussichtlich weniger als 1 kHz zur 2S Lamb-Verschiebung bei, sollten also kleiner als etwa 8 kHz im Falle der 1S Lamb-Verschiebung sein, das gleiche gilt seit kurzem auch für die auftretenden Rückstoßkorrekturen.⁶²

Der für die 2S_{1/2}-2P_{1/2} Aufspaltung berechnete Wert von 1057.856(7) MHz stimmt im Rahmen der Fehlergrenzen mit der Radiofrequenzmessung von Lundeen und Pipkin⁷ von 1057.845(9) MHz überein.

Energiebeiträge	Wasserstoff [MHz]	Deuterium [MHz]
Selbstenergie	8396.42(2)	8396.42(2)
Vakuumpolarisation	-215.17	-215.17
QED höherer Ordnungen	1.02(5)	1.02(5)
Strahlende Rückstoßkorr.	-12.78	-6.40
Nichtstrahl. Rückstoßkorr.	2.44	1.22
Kerngröße	1.01(3)	7.01(8)
Summe	8172.94(6)	8184.10(9)

Tabelle 2.3: Beiträge zur Lamb-Verschiebung des 1S Grundzustands in Wasserstoff und Deuterium.

Zustand	Wasserstoff [MHz]	Deuterium [MHz]
1S _{1/2}	8172.94(6)	8184.10(9)
2S _{1/2}	1045.021(7)	1046.415(12)
2P _{1/2}	-12.8354(20)	-12.8343(20)
4S _{1/2}	131.6781(10)	131.8525(14)
4D _{3/2}	-0.5204(1)	-0.5205(1)
4D _{5/2}	0.5364(1)	0.5370(1)

Tabelle 2.4: Lamb-Verschiebung der Zustände 1S, 2S, 2P_{1/2}, 4S und 4D in Wasserstoff und Deuterium.

2.1.4 HYPERFEINSTRUKTUR

Die Energie der Wechselwirkung zwischen Kernspin und Gesamtdrehimpuls des Elektrons wurde von Fermi wie folgt angegeben¹³:

$$E_{\text{HFS}}(n, J, L, F, I) = \frac{(Z\alpha)^2 Z g_N m_e}{n^3 m_N} (1+\delta) c R_\infty \frac{F(F+1)-I(I+1)-J(J+1)}{J(J+1)(2L+1)}$$

mit g_N als dem anomalen magnetischen Moment des Kerns und δ als einen kleinen Korrekturterm (einige 10^{-3}), der Effekte wie die endliche Kernmasse, Kernstruktureffekte und Strahlungskorrekturen berücksichtigt. Die Hyperfeinaufspaltung läßt den Schwerpunkt eines Multipletts unverscho-ben. Es gilt (jedes Unterniveau ist $(2F+1)$ -fach entartet):

$$\sum_F (2F+1) E_{\text{HFS}}(n, J, L, F, I) = 0.$$

Experimentell wurde für Wasserstoff ($I=1/2$) und Deuterium ($I=1$) die Hyperfeinstukturaufspaltung, das heißt der Energieabstand zwischen den Komponenten $F=0$ und 1 bzw. $F=1/2$ und $3/2$ für die Zustände $1S$ und $2S$ extrem genau vermessen:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{HFS}}(1S_{1/2})_{\text{H}} &= 1420.4057517667(9) \text{ MHz},^{66} \\ \Delta E_{\text{HFS}}(2S_{1/2})_{\text{H}} &= 177.55686(5) \text{ MHz},^{67} \\ \Delta E_{\text{HFS}}(1S_{1/2})_{\text{D}} &= 327.3843525219(17) \text{ MHz},^{68} \\ \Delta E_{\text{HFS}}(2S_{1/2})_{\text{D}} &= 40.924439(20) \text{ MHz}.^{69} \end{aligned}$$

Durch Identifikation mit der Fermi-Formel lassen sich die Verschiebungen der Einzelniveaus leicht bestimmen. Außerdem lassen sich die Hyperfein-aufspaltungen anderer Niveaus ermitteln. Hierzu ist es wichtig zu wissen, daß der größte zustandsabhängige Beitrag zu δ eine relativistische Korrek-tur zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kernort der Größenordnung $(Z\alpha)^2$ darstellt.⁵¹ Durch einfache Skalierung der Hyper-feinstrukturaufspaltung des Grundzustands können wir daher diesen Wert

für alle Zustände auf etwa 10^{-4} Genauigkeit bestimmen. Für die Zustände $4S_{1/2}$ und $4D_{5/2}$ erhielten wir folgende Werte (vergleiche⁷⁰):

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{HFS}}(4S_{1/2})_{\text{H}} &= 22.1938(12) \text{ MHz}, \\ \Delta E_{\text{HFS}}(4D_{5/2})_{\text{H}} &= 1.1414(1) \text{ MHz}, \\ \Delta E_{\text{HFS}}(4S_{1/2})_{\text{D}} &= 5.1154(3) \text{ MHz}, \\ \Delta E_{\text{HFS}}(4D_{5/2})_{\text{D}} &= 0.1462 \text{ MHz} \quad \text{für } F=3/2 - F=5/2, \\ \Delta E_{\text{HFS}}(4D_{5/2})_{\text{D}} &= 0.2046 \text{ MHz} \quad \text{für } F=5/2 - F=7/2. \end{aligned}$$

Da die Hyperfeinstruktur des $4D$ - Zustands innerhalb der natürlichen Linienbreite von 4.4 MHz liegt, ist es nicht möglich, hier nur eine Hyper-feinkomponente selektiv anzuregen. Da wir mit der Anregung aus dem $2S$ Zustand von einem bestimmten Hyperfeinniveau ausgehen, ist die Anregungsrate in jeden dieser Zustände nicht proportional zu seinem statistischen Gewicht. Daher verschiebt sich die experimentell beobacht-bare Linienmitte. Es ist eine Korrektur erforderlich, die in Anhang A beschrieben ist.

2.1.5 Messungen von Übergangsfrequenzen am Wasserstoffatom

Durch Summation aller vier Energiebeiträge lassen sich die Energieniveaus des Wasserstoffatoms ausrechnen (siehe Anhang B). Es soll diskutiert werden, welche physikalischen Größen sich aus optischen Messungen von Übergangsfrequenzen im Wasserstoffatom ableiten lassen. Wie gezeigt wird, sind dies im wesentlichen Lamb-Verschiebungen und die Rydberg-Konstante. Aus Messungen der Isotopieverschiebung zwischen Wasserstoff und Deuterium erhält man zusätzlich die Differenz der Quadrate ihrer Kernladungsradien sowie das Verhältnis von Elektronen- und Protonen-masse.

• Vergleich von Wasserstoffübergangsfrequenzen

Zunächst wird die Zusammensetzung der Unsicherheit einiger experimentell bestimmbarer Übergangsfrequenzen betrachtet, da die Genauigkeit der Einzelbeiträge darüber entscheidet, welche Größen sich durch den Vergleich von Theorie und Experiment bestimmen lassen. In Tabelle 2.5 sind die Fehler aufgeführt, die bei der Berechnung der Übergangsfrequenz des 1S-2S Übergangs im Wasserstoffatom auftreten.

Größe	Unsicherheiten der Übergangsfrequenzen		
	1S-2S [kHz]	(1S-2S)-4·(2S-4S) [kHz]	(1S-2S)-8·(2S-4S) [kHz]
R_∞	405	0	405
m_e/m_p	27	0	27
α	2	2	5
r_p	24	12	0
QED (theor.)	48	25	7
Summe	410	28	406

Tabelle 2.5 : Beiträge zur Unsicherheit in der theoretischen Bestimmung der 1S-2S Übergangsfrequenz sowie verschiedener Frequenzkombinationen in Wasserstoff. Hier wurden die theoretischen Werte für die Lamb-Verschiebungen der Zustände 1S, 2S und 4S angenommen. Wir verwenden hier noch die Fehlergrenzen einer älteren Messung der Rydberg-Konstanten,²⁷ da zu dem durch Absolutmessung der 1S-2S Übergangsfrequenz erhaltenen präziseren Resultat der Rydberg-Konstanten^{45,46} die durch Frequenzvergleich von 1S-2S mit 2S-4S/4D erhaltenen Werte der Lamb-Verschiebungen verwendet wurden.

Quantenelektrodynamische Effekte lassen sich durch eine Absolutfrequenzmessung der 1S-2S Übergangsfrequenz bis auf etwa 400 kHz

bestimmen, da dann eine Begrenzung durch die Unsicherheit in der experimentell bestimmten Rydberg-Konstanten erfolgt.²⁷ Die so erreichbare Genauigkeit der 1S Lamb-Verschiebung ist auf etwa auf $5 \cdot 10^{-5}$ beschränkt.

Aufgrund der unterschiedlichen Skalierungseigenschaften der quantenelektrodynamischen Energiebeiträge wie $1/n^3$ sowie der Dirac-Coulomb Energie wie $1/n^2$ in der Hauptquantenzahl n läßt sich durch Frequenzvergleich von Wasserstoffübergängen unterschiedlicher Hauptquantenzahl die Notwendigkeit einer genauen Kenntnis der Rydberg-Konstanten zur Bestimmung quantenelektrodynamischer Effekte umgehen. Wie aus Tabelle 2.5 ersichtlich ist, können durch Vergleich der 2S-4S und 2S-4D mit einem Viertel der 1S-2S Übergangsfrequenz quantenelektrodynamische Effekte unter Kenntnis des gemessenen Protonenladungsradius (siehe weiter oben) präzise bestimmt werden. Fehlerbeiträge durch die Rydberg-Konstante und m_e/m_p werden nahezu vollständig eliminiert. Zudem entfällt das Problem der Absolutmessung einer optischen Frequenz.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit experimentell gemessene Schwebungsfrequenz ist gegeben durch:

$$\Delta = (E_{4S_{1/2}(F=1), 4D_{5/2}} - E_{2S_{1/2}(F=1)}) - \frac{1}{4} (E_{2S_{1/2}(F=1)} - E_{1S_{1/2}(F=1)}) .$$

Analog zur Berechnung der Energieniveaus unterteilen wir die Schwebungsfrequenz wie folgt:

$$\Delta = \Delta_{DC} + \Delta_{RM} + \Delta_{LS} + \Delta_{HFS} .$$

Hier bezeichnen Δ_{DC} , Δ_{RM} , Δ_{LS} und Δ_{HFS} die Beiträge der Dirac-Coulomb Energie, Reduzierte-Masse-Korrektur, Lamb-Verschiebung und Hyperfeinstruktur zu der Schwebungsfrequenz.

Die Größen Δ_{DC} , Δ_{RM} und Δ_{HFS} sind sehr präzise bekannt und werden in Tabelle 5.2 und 5.3 für Wasserstoff- und Deuterium angeführt. Aus der

experimentell meßbaren Schwebungsfrequenz Δ kann somit die Größe $\Delta_{LS} = 1/4 \cdot L_{1S} - 5/4 \cdot L_{2S} + L_{4S}/4D$ bestimmt und als Test der Quantenelektrodynamik mit den theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Da die 1S Lamb-Verschiebung mit etwa 8 GHz den größten Beitrag zu dieser Kombination von Lamb-Verschiebungen darstellt und eine für unsere derzeitige experimentelle Genauigkeit ausreichend präzise Radiofrequenzmessung der 2S-2P Lamb-Verschiebung in Wasserstoff existiert,⁷ können wir aus den Resultaten unserer Messungen die 1S Lamb-Verschiebung bestimmen. Hierbei wird die 2S Lamb-Verschiebung durch die sehr viel kleinere und genauer bekannte 2P Lamb-Verschiebung ersetzt sowie die ebenfalls gut bekannten Lamb-Verschiebungen der Zustände 4S und 4D einbezogen.

Man gewinnt dadurch etwas an Genauigkeit, da bei anderer Art der Auswertung nur die Differenz zwischen dem $1/n^2$ und $1/n^3$ Skalierungsverhalten der Coulomb-Energie und der quantenelektrodynamischen Effekte zur Meßgröße beiträgt. Wenn zukünftige, noch präzisere Messungen die Genauigkeit von Radiofrequenzmessungen der Lamb-Verschiebung überschreiten werden, ist es sinnvoller den gemessenen Wert von Δ_{LS} als Test der Quantenelektrodynamik direkt mit den theoretischen Vorhersagen zu vergleichen.

Durch Frequenzvergleich von Wasserstoffübergängen läßt sich auch die Bestimmung der Rydberg-Konstanten verbessern. Durch Vergleich der 1S-2S Übergangsfrequenz mit dem Cäsium-Frequenzstandard (bei 9.2 GHz) über eine optische Frequenzkette kann die Rydberg-Konstante, bis auf die Unsicherheit in der gemessenen - oder unter der Voraussetzung der Korrektheit der Quantenelektrodynamik und der gemessenen Größe des Protonenladungsradius, der theoretischen Werte (siehe Tabelle 2.5) - der 1S und 2S Lamb-Verschiebungen, bestimmt werden.^{45,46} Wegen der Unsicherheiten der Lamb-Verschiebungen sowie in m_e/m_p ist die mögliche Genauigkeit einer solchen Messung derzeit auf einige 10^{-11} beschränkt. Durch Frequenzvergleich von 1S-2S mit dem achtfachen der 2S-4S Übergangsfrequenz lassen sich die Effekte der Lamb-Verschiebung bis auf

zustandabhängige Korrekturen höherer Ordnung der Quantenelektrodynamik eliminieren. In Tabelle 2.5 wird eine Zustandsabhängigkeit der bislang nicht berechneten Koeffizienten von 10% angenommen. Insbesondere die Energieunsicherheit durch die Größe des Protonenladungsradius spielt keine Rolle mehr. Die auf diese Weise maximal erreichbare Meßgenauigkeit ist durch die Ungenauigkeit des Massenverhältnisses von Proton zu Elektron, welches in die reduzierten Masseneffekte eingeht, auf $1 \cdot 10^{-11}$ beschränkt.

• Isotopieverschiebungsmessungen

Die Isotopieverschiebung der atomaren Niveaus zwischen Wasserstoff und Deuterium wird bis auf extrem kleine andere Beiträge hervorgerufen durch die unterschiedlichen Kernmassen, Kerngrößen sowie magnetischen Kernmomente der Isotope. Für einen $nS_{1/2}$ Zustand läßt sich die Isotopieverschiebung ohne Betrachtung der Hyperfeinstruktur wie folgt schreiben:

$$\delta = (E_{RM}(H) + E_{LS}(H)) - (E_{RM}(D) + E_{LS}(D))$$

$$= \frac{R_{\infty}c}{n^2} \frac{1 - m_p/m_d}{m_p/m_e} + S_r - \frac{4}{3} \frac{\alpha^4 R_{\infty}c}{n^3} \frac{r_d^2 - r_p^2}{r_e^2}.$$

Die gut bekannte Größe S_r (sehr viel kleiner als der 1. Term) enthält massenabhängige Terme der Lamb-Verschiebung sowie reduzierte Massenkorrekturen höherer Ordnung in m_e/m_p . Mit diesem Ausdruck lassen sich die Fehlerbeiträge, die bei der Berechnung der Isotopieverschiebung auftreten, leicht berechnen (siehe Tabelle 2.6). Eine Messung der Isotopieverschiebung des 1S-2S Übergangs stellt zunächst eine Bestimmung der Differenz der mittleren quadratischen Deuteronen- und Protonenladungsradien dar.^{33,34}

Diese Messung führt bei einer Steigerung der Präzision unter 13 kHz zu keinem verbesserten Wert für die Differenz der Ladungsradien, da die

Unsicherheit des Massenverhältnisses von Proton und Elektron die erreichbare Genauigkeit beschränkt. Intuitiv würde man vielleicht eher eine Beschränkung durch die Ungenauigkeit von m_p/m_d vermuten. Letzteres Verhältnis ist jedoch auf $3 \cdot 10^{-9}$ bekannt, das Verhältnis m_e/m_p dagegen nur auf $2 \cdot 10^{-8}$.

Größe	Unsicherheiten der Isotopieverschiebungen		
	1S-2S [kHz]	(1S-2S)-4·(2S-4S) [kHz]	(1S-2S)-8·(2S-4S) [kHz]
r_p	70	35	0
r_d	24	12	0
m_e/m_p	13	0	13
m_p/m_d	2	0	2
Summe	75	37	13

Tabelle 2.6 : Unsicherheiten der Isotopieverschiebung zwischen Wasserstoff und Deuterium verschiedener Übergangsfrequenzen.

Umgekehrt läßt sich jedoch aus dem Vergleich der Isotopieverschiebungen zweier Wasserstoffübergänge unterschiedlicher Hauptquantenzahl, wegen des unterschiedlichen Skalierungsverhaltens der Größen in der Hauptquantenzahl, sowohl die Differenz der mittleren quadratischen Ladungsradien als auch der Quotient von Elektronen- zu Protonenmasse bestimmen. Bei genügend hoher Meßgenauigkeit ist auf diesem Wege eine Bestimmung von m_e/m_p bis auf $3 \cdot 10^{-9}$ möglich.

Eine andere, vermutlich bessere Möglichkeit zu Bestimmung von m_e/m_p wird möglich, wenn die Ladungsradien von Deuteron und Wasserstoff durch eine Lamb-Verschiebungsmessung an myonischen Isotopen sehr genau bestimmt sind.⁴⁴ In diesem Fall ließe sich allein aus einer Messung der Isotopieverschiebung des scharfen 1S-2S Übergangs m_e/m_p ermitteln. Für eine präzisere Bestimmung dieser Größe müßten die Ladungsradien

allerdings auf besser als etwa 0.1% bekannt sein.

2.2 Doppler-freie Zweiphotonenspektroskopie

Zur präzisen optischen Bestimmung der atomaren Energieniveaus muß eine Doppler-freie Technik angewandt werden, da sonst die experimentellen Linienbreiten im GHz-Bereich liegen würden. Bei der Technik der Doppler-freien Zweiphotonenspektroskopie^{16,17} absorbiert das Atom je ein Photon der halben für den Übergang notwendigen Energie aus entgegengesetzten Richtungen. So verschwindet der Doppler-Effekt erster Ordnung völlig. Im Gegensatz zu anderen Doppler-freien Techniken wie der Sättigungsspektroskopie,¹⁸ tragen hier Atome aller Geschwindigkeitsklassen zum Signal bei. Als ein Nachteil erweist sich jedoch die bei gleicher Lichtintensität geringere Anregungsrate pro Atom, so daß zur Beobachtung dieser Übergänge hohe spektrale Leistungsdichten notwendig sind. Die Auswahlregeln der Zweiphotonenübergänge verlangen, daß Anfangs- und Endzustand gleiche Parität besitzen, der Bahndrehimpuls L des Atoms ändert sich also wie $\Delta L=0$ oder 2; für $\Delta L=0$ gilt außerdem $\Delta F=0$ und $\Delta m_F=0$.

Durch die Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeit der Zweiphotonenübergänge 2S-4S und 2S-4D kann zunächst die im Experiment benötigte Leistung abgeschätzt werden. Ferner läßt sich der Einfluß von Verschiebungen der Übergangsfrequenzen aufgrund des dynamischen Stark-Effekts erkennen. Später wird durch die genaue Ermittlung dieser Linienverschiebungen die unverschobene Linienposition berechnet.

Die Anregungsrate R_A von einem Anfangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$ aufgrund Doppler-freier Zweiphotonenübergänge in einem Lichtfeld der Intensität I , Frequenz ω und Polarisationsvektor $\mathbf{p}$ ist in zweiter Ordnung Störungstheorie gegeben durch^{16,17}:

$$R_A = \frac{I^2}{\epsilon_0 \hbar^2 c^2} |M_{if}|^2 \frac{\Gamma}{(2\omega - \omega_{fi})^2 + (\Gamma/2)^2}$$

mit:

$$M_{if} = \sum_n \frac{\langle f | \mathbf{er} \cdot \mathbf{p} | n \rangle \langle n | \mathbf{er} \cdot \mathbf{p} | i \rangle}{\omega - \omega_{ni}}.$$

Hier bezeichnet $\omega_{fi} = (E_i - E_f)/\hbar$ die Anregungsenergie und Γ die Linienbreite des Übergangs; für linear polarisiertes Licht reduziert sich $\mathbf{er} \cdot \mathbf{p}$ zu $e \cdot z$. Die Anregungsrate ist, im Gegensatz zu Einphotonenübergängen, proportional zum Quadrat der Lichtintensität I . Das Matrixelement M_{if} berechnet sich durch die Summe von Dipolmatrixelementen über alle möglichen Zwischenzustände $|n\rangle$. Es sind dies die gebundenen P-Zustände sowie die Kontinuumszustände, für welche die Summe durch ein Integral ersetzt werden muß. Meist wird M_{if} in atomaren Einheiten γ angegeben, die Umrechnung in SI-Einheiten erfolgt wie:

$$|M|^2 = \left(\frac{e^2 a_0^2 \hbar}{\alpha^2 m_e c^2} \right)^2 |\gamma|^2.$$

Bei hoher Lichtintensität verschieben sich die Energieniveaus des Atoms aufgrund des dynamischen Stark-Effekts; dementsprechend variiert die Anregungsenergie des Übergangs: $\omega_{fi} = \omega_{fi}(0) + c_{ls} \cdot I$. Der Koeffizient der Lichtverschiebung c_{ls} berechnet sich in 2. Ordnung Störungstheorie zu²⁸:

$$c_{ls} = \left(\frac{4\pi a_0^2}{m_e c^2 \alpha} \right) \beta$$

mit $\beta = \beta_i - \beta_f$ und β_k ($k=i, f$) als:

$$\beta_k = \sum_n \left(\frac{\langle k | z | n \rangle^2}{E_k - E_n + \omega} + \frac{\langle k | z | n \rangle^2}{E_k - E_n - \omega} \right) \quad (\text{in atomaren Einheiten}).$$

Die Anregungsrate läßt sich nun mit $\Omega = 2\omega - \omega_{fi}(0)$ als der Verstimmung von der Resonanzfrequenz des ungestörten Atoms ausdrücken als:

$$R_A = \left(\frac{4\pi a_0^2}{m_e c^2 \alpha} \right)^2 I^2 |\gamma|^2 \frac{\Gamma}{(\Omega - c_{ls} \cdot I)^2 + (\Gamma/2)^2}.$$

Die Koeffizienten der Anregungsrate und Lichtverschiebung sind in Tabelle 2.7 für die in diesem Experiment relevanten Übergänge gezeigt; zum Vergleich wurden außerdem die Übergänge 2S-8S/8D berücksichtigt. Es fällt auf, daß das Matrixelement des 2S-4S Übergangs gut 10 mal geringer als das von 2S-4D. Der Grund hierfür liegt unter anderem in einer teilweise destruktiven Interferenz der Beiträge von Zwischenzuständen des Kontinuums mit denen der gebundenen Zustände bei der Summation zur Berechnung des Matrixelements.

Übergang	γ	β	Γ_{nat} [kHz]
1S-2S	7.85 ^a	35.57 ^b	0.0013 ^c
2S-4S	16.63	653.90	690 ^c
2S-4D	-213.54	732.98	4360 ^c
2S-8S	-14.92	646.66	144 ^d
2S-8D	-92.94	640.74	572 ^d

^aRef. 71.

^bRef. 72.

^cRef. 13.

^dRef. 73.

Tabelle 2.7: Übergangsamplituden γ , Koeffizienten der dynamischen Stark-Verschiebung β in atomaren Einheiten sowie die natürliche Linienbreite für einige Zweiphotonenübergänge bei Anregung mit linear polarisiertem Licht und $\omega = \omega_{if}/2$. Soweit nicht anders gekennzeichnet, wurden die Werte für γ und β Garreau et al.²⁸ entnommen. Die in Ref. 71 und 72 angegebenen Größen unterscheiden sich infolge einer anderen Definition von unseren Werten um den Faktor 3/2, die Daten wurden entsprechend umgerechnet.

Abbildung 2.2 zeigt ein vereinfachtes Niveauschema sowie das hier verwendete Anregungsschema am Beispiel der 2S-4S Übergänge. Metastabile Atome im 2S Zustand werden durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 4S und 4D Zustand angeregt. Diese Zustände sind mit einer Lebensdauer von 230 ns und 36.5 ns¹³ nicht mehr metastabil und zerfallen über einen P-Zwischenzustand zumeist in den 1S Grundzustand. Eine Anfangsbesetzung von Atomen im 2S Zustand wird daher verringert. Als Signal wird die Anzahl der übriggebliebenen Atome im 2S Zustand detektiert.

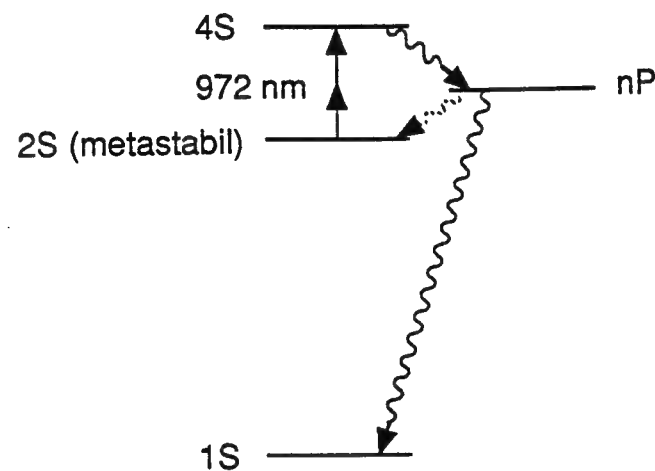


Abbildung 2.2: Schema der Anregung am Beispiel des 2S-4S Zweiphotonenübergangs. Der 4S Zustand zerfällt schnell über einen nP Zwischenzustand ($n = 2$ oder 3) zu 95% Wahrscheinlichkeit in den 1S Grundzustand. Vom 3P Zustand kann das Atom alternativ auch in den 2S Zustand zurückfallen.

Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, daß die experimentell detektierbare Anregungsrate aufgrund folgender Effekte verringert wird:

- Die Feinstrukturaufspaltung des 4D Zustands führt hier zu einer Verteilung der Oszillatorstärken gemäß den statistischen Gewichten,²⁸ daher verringert sich die Anregungsrate für 2S-4D_{5/2} um eine Größe $C_{FS}=0.6$.

- Die Hyperfeinstrukturaufspaltung des 2S Anfangszustands wird im Experiment leicht aufgelöst. Im Experiment wurden nur die intensiveren Übergänge beobachtet, die vom $F=1$ (Wasserstoff) und $F=3/2$ (Deuterium) Subniveau des 2S Zustands ausgehen. Die verwendete Detektionsmethode unterscheidet dagegen die Hyperfeinsubniveaus des 2S Zustands nicht, sondern zählt die gesamte Population. Unter Annahme eines Anfangsensembles von 2S Atomen, welches gemäß den statistischen Gewichten verteilt ist, kann nur ein Bruchteil $C_{HFS} = 3/4$ für $F=1$ in Wasserstoff und $C_{HFS}=2/3$ für $F=3/2$ in Deuterium angeregt werden. Dieses führt dementsprechend zu einer Verringerung der detektierbaren Anregungsrate.

- Da im Experiment eine Abnahme des 2S Signals detektiert wird, verringern Rückpumpeffekte in den 2S Zustand die erzielbare Signalabnahme. Dieser Effekt muß für eine Analyse der Linienformen unter Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur des 2S Zustands genauer behandelt werden, wie in Kapitel 4.3 gezeigt. Für eine Signalabschätzung ist es bei weitem ausreichend, die Rückpumprate C_p von etwa 5% mit einer Signalabnahme von $1-C_p$ zu berücksichtigen.¹³

So ist eine Abschätzung der zur Anregung der 2S-4S und 2S_{1/2}-4D_{5/2} Übergänge benötigten Leistung möglich. Auf Resonanz ergibt sich für die Anregungsrate R_A ohne Berücksichtigung von Sättigungseffekten:

$$R_A = (5.882 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J})^2 (\gamma I)^2 \frac{4}{\Gamma} C_{FS} C_{HFS} (1-C_p)$$

$$= \frac{I^2}{\Gamma} 2.73 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^4}{\text{W}^2 \text{s}} \quad \text{für } 2S(F=1)-4S(F=1) \text{ in Wasserstoff,}$$

$$= \frac{I^2}{\Gamma} 2.70 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^4}{\text{W}^2 \text{s}} \quad \text{für } 2S(F=1)-4D_{5/2} \text{ in Wasserstoff.}$$

Bei einer optischen Leistung von $P=30$ W pro Richtung auf einem Radius des Laserstrahls von $w=0.5$ mm, entsprechend einer mittleren Intensität von $I=P/\pi w^2=3.8 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$, ergibt sich unter Annahme der natürlichen Linienbreite eine Anregungsrate von $5.8 \cdot 10^3/\text{s}$ für 2S($F=1$)-4S($F=1$), sowie

von $8.9 \cdot 10^4/\text{s}$ für $2\text{S}(F=1)-4\text{D}_{5/2}$. Bei einer Wechselwirkungszeit im Atomstrahl von etwa 10^{-4} s bei longitudinaler Anregungsgeometrie sollten also bei ausreichend hohem Überlapp zwischen Laserstrahl und Atomstrahl Signalabnahmen von einigen Prozent beobachtbar sein.

2.3 Systematische Einflüsse auf die atomaren Übergangsfrequenzen

Bei einer experimentellen Betrachtung der $2\text{S}-4\text{S}$ und $2\text{S}-4\text{D}$ Übergänge treten aufgrund äußerer Störungen des Atoms Effekte der Linienverschiebung und Verbreiterung auf, die hier diskutiert werden sollen.

• Dynamischer Stark-Effekt und Sättigungseffekte

Da zur Beobachtung der $2\text{S}-4\text{S}$ und $2\text{S}-4\text{D}$ Übergänge mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis eine hohe Lichtleistung erforderlich ist, treten Sättigungseffekte und Verschiebungen der Übergangsfrequenz aufgrund des dynamischen Stark-Effekts auf. Die Verschiebung der atomaren Übergänge bei 30 W Lichtleistung beträgt etwa 500 kHz bei 486 nm. Es zeigt sich, daß auch eine Verbreiterung der Resonanzen in derselben Größenordnung bewirkt wird, da die Atome in der Wechselwirkungszone nicht überall dieselbe Lichtintensität erfahren. Solche Verschiebungen und Verbreiterungen werden in einer Rechnung berücksichtigt, die in Kapitel 4.3 dargestellt ist. Sie berücksichtigt den dynamischen Stark-Effekt und die Sättigung der Übergänge unter Berücksichtigung aller möglichen atomaren Trajektorien auf dem Weg von der Elektronenkanone zum Detektor durch das Laserfeld. Da der dynamische Stark-Effekt, abgesehen von Sättigungseffekten, linear mit der Lichtleistung ist, läßt sich durch Aufnahme von Spektren verschiedener Leistung in Kombination mit den Rechnungen die unverschobene atomare Frequenz mit guter Genauigkeit finden (siehe Kapitel 4.5).

• Statischer Stark-Effekt

Elektrische Streufelder führen zu einer Mischung der atomaren Zustände mit den jeweils benachbarten Zuständen. Bei den hier interessierenden Übergängen $2\text{S}-4\text{S}$ und $2\text{S}-4\text{D}_{5/2}$ müssen für kleine Feldstärken nur die Mischung der Zustände $2\text{S}_{1/2}$ mit $2\text{P}_{1/2}$, $4\text{S}_{1/2}$ mit $4\text{P}_{1/2}$ und $4\text{D}_{5/2}$ mit $4\text{F}_{5/2}$ betrachtet werden. Da der nur 0.8 MHz entfernte $4\text{F}_{5/2}$ Zustand innerhalb der natürlichen Linienbreite des $4\text{D}_{5/2}$ Zustands von 4.4 MHz liegt, ist hier die endliche Lebensdauer der Niveaus zu berücksichtigen.

Für kleine elektrische Felder (d. h. die Energieverschiebung ist kleiner als der Abstand der atomaren Niveaus) wird die Energieverschiebung durch quadratischen Stark-Effekt verursacht und hängt wie n^7 von der Hauptquantenzahl n ab. Daher muß hier nur die Verschiebung der angeregten 4S und $4\text{D}_{5/2}$ Zustände betrachtet werden. Ohne Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur erhält man:

$$\Delta E_{4\text{S}_{1/2}} = 725 \text{ kHz} \cdot \frac{E^2}{(\text{V/cm})^2},$$

$$\Delta E_{4\text{D}_{5/2}} = 1150 \text{ kHz} \cdot \frac{E^2}{(\text{V/cm})^2}.$$

Bei einem Streufeld von 50 mV/cm ergibt sich somit eine Verschiebung der $2\text{S}-4\text{S}$ und $2\text{S}-4\text{D}_{5/2}$ Resonanzen von 1.8 bzw. 2.9 kHz.

• Zeeman-Effekt

Magnetische Felder verursachen aufgrund des Zeeman-Effekts¹³ eine Aufspaltung der atomaren Zustände in Komponenten unterschiedlicher Drehimpulsquantenzahl m :

$$\Delta E = \frac{\mu_B B}{h} g_L m.$$

Hier bezeichnet g_L den Landé-Faktor des Zustands; es gilt $\mu_B/h \approx 1.4$ MHz/Gauß. Für den 2S-4S Übergang gilt die Auswahlregel $\Delta m=0$; damit ergäbe sich im Bereich kleiner magnetischer Feldstärken kein Einfluß magnetischer Felder auf die Übergangsfrequenz. Aufgrund relativistischer Effekte kommt es jedoch zu einer sehr geringen Abhängigkeit des g -Faktors vom Energiezustand und damit im Magnetfeld zu einer vernachlässigbar kleinen Verschiebung von etwa 5 Hz/Gauß.⁷⁴

Im Falle des 2S-4D_{5/2} Übergangs gilt die Auswahlregel $\Delta m=0$ jedoch nicht mehr. Bei linearer Lichtpolarisation bleibt sie im Ensemblemittel über alle Atome dennoch gültig. Die atomaren Linien bleiben daher unverschoben, es tritt jedoch eine Verbreiterung auf. Sie läßt sich mit oben genannter Formel zu etwa 100 kHz bei einem Restmagnetfeld von 10 mGauß abschätzen.

• Doppler-Effekt zweiter Ordnung

Dieser relativistische Effekt wird dadurch bewirkt, daß vom Laborsystem aus betrachtet die Zeit in dem mit einer Geschwindigkeit v bewegten Ruhesystem des Atoms langsamer verläuft. Die Übergangsfrequenz des Atoms f_0 erscheint daher zu niedrigeren Frequenzen verschoben:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2.$$

Den Einfluß dieses Effekts unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung des Atomstrahls auf die Resonanzen wird in Kapitel 4.3 genauer untersucht.

• Durchflugszeitverbreiterung

Diese Verbreiterung wird durch die endliche Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld verursacht. Bei einem kollinearen Verlauf von Atomstrahl und Lichtfeld ist die Wechselwirkungszeit vergleichsweise hoch. Für ein Atom, welches mit einer Geschwindigkeit v einen Laserstrahl mit dem Strahlradius w_0 im Winkel θ kreuzt, ergibt sich die folgende Verbreiterung²⁸:

$$\Delta E = \frac{2v \sin \theta}{\pi w_0} \sqrt{\ln 2}.$$

Mit einem größtmöglichen Winkel von $\theta = 2$ mrad, $v \approx 3000$ m/s für einen Wasserstoffatomstrahl und $w_0 = 0.5$ mm berechnet sich eine Verbreiterung der Übergänge von etwa 6 kHz.

3. EXPERIMENTELLER AUFBAU

Ein Übersichtsschema des experimentellen Aufbaus zur Messung der 1S Lamb-Verschiebung im Wasserstoff- und Deuteriumatom wurde bereits in Abbildung 1.2 gezeigt. Für das 1S-2S Spektrometer erzeugt ein Farbstofflaser Licht extrem hoher Frequenzstabilität bei 486 nm. Dieses Licht wird mittels eines nichtlinearen Kristalls, der sich zur Leistungsüberhöhung in einem externen Ringresonator befindet, frequenzverdoppelt. Das resultierende ultraviolette Licht bei 243 nm wird in einen Stehwellenresonator eingekoppelt. Ein von einer gekühlten Düse emittierter kalter Strahl von Wasserstoffatomen im 1S Grundzustand verläuft kollinear mit der optischen Stehwelle; 1S Atome werden durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 2S Zustand angeregt. Am Ende des Atomstrahls zählt ein Detektor die angeregten Atome.

Für die Anregung der 2S-4S und 2S-4D Übergänge verwenden wir einen frequenzstabilisierten Titan-Saphir Laser bei 972 nm. Mittels Elektronenstoßanregung von atomarem Wasserstoff wird ein Strahl von Atomen im metastabilen 2S Zustand erzeugt und gleichzeitig auf die Laserstrahlachse gelenkt. Eine Stehwelle des kollinearen infraroten Lichts regt Atome durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 4S und 4D Zustand an. Die angeregten Atome zerfallen schnell und erreichen über einen P-Zwischenzustand mit 95% Wahrscheinlichkeit den 1S Grundzustand. Daher kann, wenn der Laser auf Resonanz ist, eine Abnahme der Anzahl metastabiler Atome am Detektor beobachtet werden.

Während der blaue Laser auf das Maximum des 1S-2S Signals geregelt wird, tasten wir mit der Frequenz des infraroten Lasers mehrfach die 2S-4S und 2S-4D Resonanzen ab und mitteln die erhaltenen Spektren. Zum Frequenzvergleich der Übergänge frequenzverdoppeln wir das infrarote Licht und beobachten die Schwebungsfrequenz zwischen dem so erhaltenen blauen Licht und dem blauen Licht des Farbstofflasers auf einer schnellen Photodiode. Diese Frequenz, etwa 5 GHz, kann mit Hilfe eines

Radiofrequenzspektrumanalysators und eines Frequenzzählers sehr präzise bestimmt werden.

3.1 Das 1S-2S Spektrometer

Dieser Teil der Apparatur wurde hauptsächlich von Ferdinand Schmidt-Kaler, Claus Zimmermann und Reinald Kallenbach aufgebaut und ist in ihren Arbeiten³¹⁻³³ genauer beschrieben. Hier soll der Vollständigkeit halber ein Überblick über dieses 1S-2S Spektrometer gegeben werden (siehe Abbildung 3.1).

Ein kommerzieller Farbstofflaser (Coherent 699-21) wird bei 486 nm im Dauerstrichmodus "single mode" mit dem Farbstoff Coumarin 102 betrieben. Bei 5 W Pumpleistung durch einen Krypton-Ionen Laser (413/415 nm) emittiert er etwa 500 mW blaues Licht bei 486 nm. Die Frequenz des Lasers wird auf einen hochstabilen Referenzresonator mit Hilfe eines Radiofrequenz-Seitenbandverfahrens⁷⁵ geregelt. Dazu wurden die Frequenzstellelemente der kommerziellen Stabilisierung, bestehend aus einer galvanisch angetriebenen Brewster-Platte und einem auf einer Piezokeramik angebrachten Spiegel, um einen schnellen elektrooptischen Modulator erweitert. So lassen sich hochfrequente Störungen ausregeln, die hauptsächlich durch Variationen der Dicke des Farbstoffstrahls verursacht werden. Die Regelbandbreite beträgt etwa 2 MHz. Als Referenzresonator dient ein 45 cm langer Zerodurabstandshalter, auf dessen Enden zwei Spiegel extrem hoher Reflektivität aufkontaktiert sind. Die Linienbreite des Resonators beträgt nur etwa 6 kHz. Der Referenzresonator wurde schwingungsarm im Vakuum aufgehängt; das Vakuumgefäß zudem temperaturstabilisiert. Der Laser folgt dem Referenzresonator mit einer "RMS"-Linienbreite von weniger als 50 Hz, die tatsächliche Linienbreite des Farbstofflasers ist jedoch durch die Stabilität des Referenzresonators auf einen Wert der Größenordnung von 1 kHz begrenzt. Die Frequenz des Farbstofflasers kann mit Hilfe eines Tellur-Sättigungsspektrometers als optischen Standard bis auf einige MHz in die Nähe der 1S-2S Resonanz

gebracht werden. Die Wellenlängen der benötigten Tellurlinien wurde von D. H. McIntyre et al.⁷⁶ vermessen.

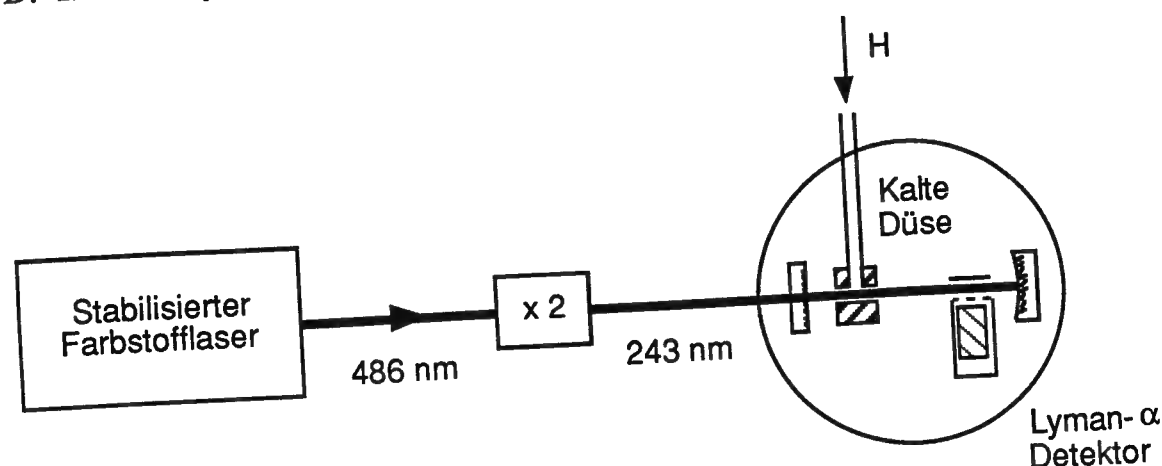


Abbildung 3.1: Aufbau des 1S-2S Spektrometers.

Das blaue Licht des Farbstofflasers wird in einem β -Barium-Borat-Kristall frequenzverdoppelt. Die Phasenanpassung geschieht unter Ausnutzung der Doppelbrechung durch Variation des Winkels zwischen einfallendem Fundamentallicht und der optischen Achse des Kristalls. Zur Leistungsüberhöhung der Fundamentalen befindet sich der Kristall in einem Ringresonator. So lassen sich etwa 2 mW ultraviolettes Licht bei 243 nm erzeugen.

Dieses Licht wird in einen Stehwellenresonator eingekoppelt, der sich in der Vakuumkammer der Atomstrahllappeatur befindet. Während der Messung wird das ultraviolette Licht im Takt von etwa 10 kHz periodisch durch einen Chopper unterbrochen.

Molekularer Wasserstoff wird in einer Mikrowellengasentladung dissoziiert. Eine auf der Temperatur des flüssigen Heliums befindliche Düse erzeugt einen Atomstrahl kollinear mit der optischen Stehwelle. Wasserstoffatome im 1S Grundzustand können durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den metastabilen 2S Zustand angeregt werden;

angeregte Atome lassen sich am Ende des Atomstrahls nachweisen. Hier mischt ein kleines elektrisches Feld den 2S mit dem 2P Zustand. Die angeregten Atome zerfallen und emittieren ein Lyman- α Photon, welches durch einen Photomultiplier nachgewiesen werden kann. Da das Streulicht des anregenden Lichts bei 243 nm eine hohe Zählrate des Photomultipliers verursachen würde, wird die Fluoreszenz nur während der Dunkelzeiten des Choppers aufgenommen. Die Durchflugszeit der Atome entspricht etwa einer halben Taktzeit. Die Vakuumkammer wird durch eine Kryopumpe einer Saugleistung von 20000 l/s auf einen Druck von $2 \cdot 10^{-6}$ mbar evakuiert. Für nähere experimentelle Einzelheiten siehe die eingangs dieses Kapitels erwähnten Literaturstellen.

Ein Personalcomputer steuert die Laserfrequenz und nimmt die gemessenen Spektren auf. Für die Messung der 1S Lamb-Verschiebung kann die Laserfrequenz auch auf das Maximum einer atomaren Linie geregelt werden.

3.2 Der stabilisierte Titan-Saphir Laser

Das zur Anregung der 2S-4S und 2S-4D Zweiphotonenübergänge benötigte infrarote Licht bei 972 nm erzeugt ein stabilisierter Titan-Saphir Laser, wie in Abbildung 3.2 gezeigt. Ein kontinuierlicher, kommerzieller Ringlaser (Schwartz Electro-Optics Prototyp) wurde unter Verwendung eines Radiofrequenz-Seitenbandverfahrens zur Durchführung der vorliegenden Untersuchung auf einen hochstabilen Referenzresonator stabilisiert. Als Stellelement dient ein auf einer Piezokeramik angebrachter Spiegel sowie ein externer akustooptischer Modulator, dessen Treiberfrequenz schnell variiert werden kann, um hochfrequente Frequenzfluktuationen auszuregeln. Die Linienbreite des Lasers beträgt bei 1W Ausgangsleistung etwa 10 kHz.

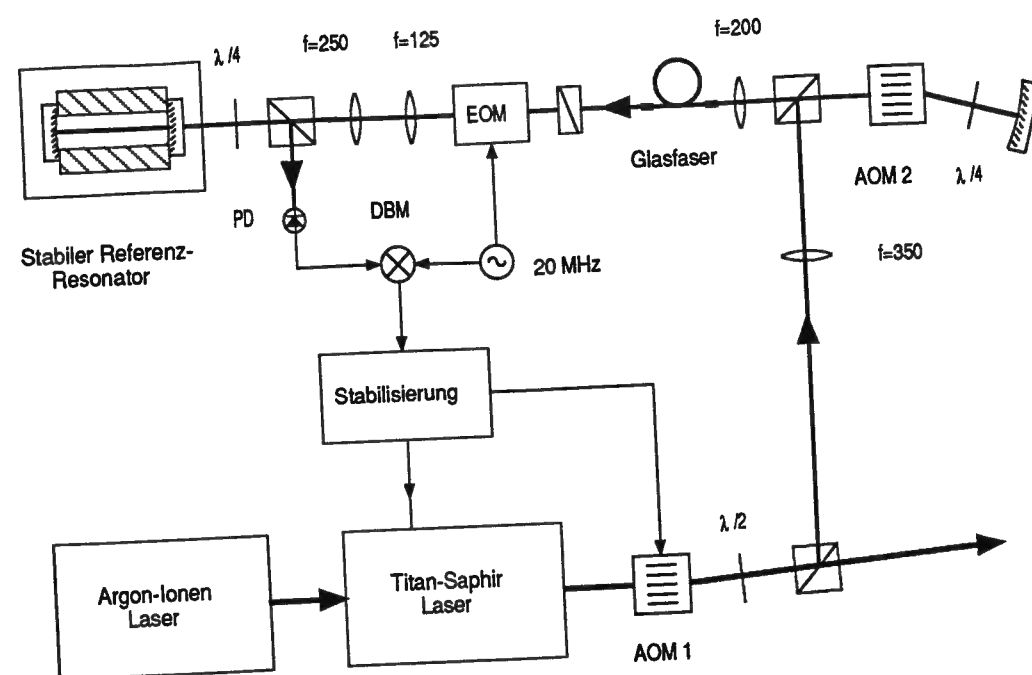


Abbildung 3.2: Titan-Saphir Laser mit Frequenzstabilisierung.

3.2.1 Titan-Saphir Laser

Bis vor kurzem gab es im nahen infraroten Bereich nur wenige durchstimmbare Laser. Geeignete Laserfarbstoffe werden bei Wellenlängen knapp oberhalb des sichtbaren Spektralbereichs sehr ineffizient oder sind überhaupt nicht verfügbar; bei 972 nm ist ein in der Frequenz schmalbandiger Betrieb auf nur einer longitudinalen Mode des Lasers nicht möglich.⁷⁷

Diese Situation änderte sich dramatisch durch die Entwicklung durchstimmbarer Festkörperlaser, die Übergangsmetalle enthalten, wie das System Titan-Saphir.^{78,79} Hier wird ein Wirtsgitter, der mechanisch und thermisch sehr stabile Saphirkristall (Al_2O_3), mit einem Übergangsmetall-Ion schwach dotiert. Die Energieniveaus des dreifach positiv geladenen Titan-Ions werden durch das Gitterfeld des Saphirkristalls stark

verbreitert, so daß ein durchstimmbarer Laserbetrieb von etwa 680 bis 1100 nm möglich ist. Die Absorptionswellenlänge des Vierniveausystems liegt im Bereich von etwa 450 bis 600 nm, daher bieten sich Argon-Ionen Laser als Pumplichtquellen an.

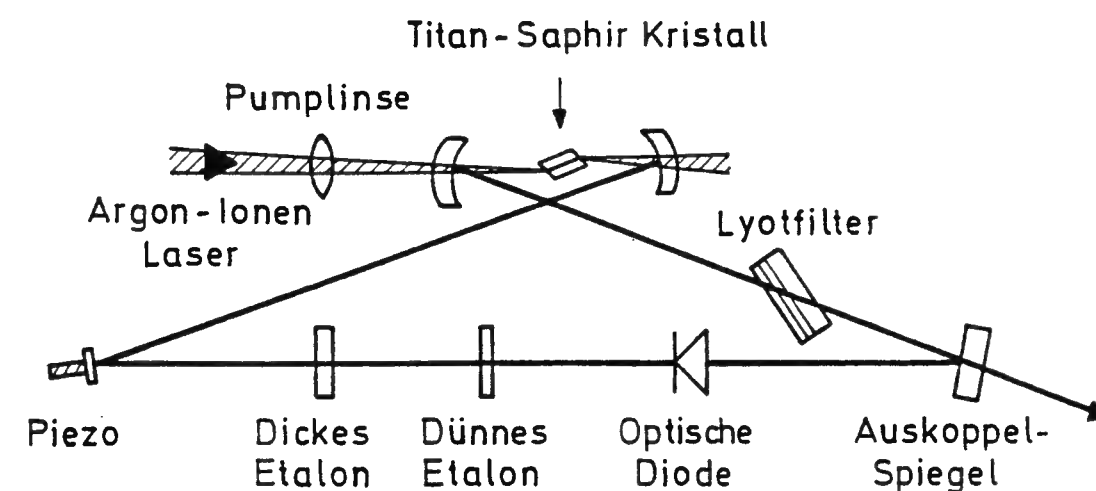


Abbildung 3.3: Aufbau des Titan-Saphir Laserresonators.

Der Aufbau des verwendeten Ringlasers ist in Abbildung 3.3 schematisch gezeigt. Als Pumpquelle dient ein Argon-Ionen Laser bei 488 und 514 nm, dessen Licht durch eine Linse longitudinal in den Kristall fokussiert wird. Der Laserresonator besteht aus je zwei gekrümmten und zwei planen Spiegeln. Eine optische Diode bewirkt, daß Laserbetrieb nur in eine Richtung möglich ist. Sie besteht aus einem Terbium-Gallium-Granat Kristall, der im Magnetfeld die Polarisation des Lichts um etwa 20° dreht (Faraday-Effekt) und einem durch optische Aktivität rückdrehenden Quarzplättchen. Für die andere Laufrichtung erfolgen beide Rotationen in die gleiche Richtung (der Faraday-Rotator dreht um die feststehende Richtung des Magnetfeldes, der Rückdreher um die jeweilige Ausbreitungsrichtung des Lichts), so daß hohe Verluste dieser Mode an den diversen im Brewster-Winkel angebrachten optischen Elementen erfolgen und die rücklaufende Mode nicht anschwingt.

Eine zunächst gelieferte Version der optischen Diode mit einem Faraday-Rotator aus dem eine geringere Verdet-Konstante besitzenden Glas hatte - nachdem diese Konstante mit zunehmender Wellenlänge abnimmt - eine zu geringe Unterdrückung der rücklaufenden Mode gezeigt, so daß der Laser nur bei geringen Leistungen (etwa ≤ 200 mW) in einer Richtung lief und damit für die vorliegenden Messungen weniger geeignet erschien.

Die gewünschte Frequenz des Lasers bestimmen neben der Resonatorlänge (freie Spektralbreite FSR: 250 MHz) zwei 0.2 und 3 mm dicke Etalons (FSR 1000 und 67 GHz) sowie ein Lyot-Filter zur groben Selektion. Der Laser besaß kommerziell nur ein Etalon von 1 mm Dicke, bei höheren Leistungen erwies sich dies jedoch als nicht ausreichend, um den Laser stabil auf einer longitudinalen Resonatormode zu halten.

3.2.2 Frequenzstabilisierung

Die frei laufende Linienbreite des Lasers beträgt einige MHz. Um diese zu verringern, kann die Frequenz zunächst auf einen konfokalen Hilfsresonator (in Abbildung 3.2 nicht gezeigt) stabilisiert werden. Als Frequenzstell-element dient hier nur ein Spiegel des Lasers, der auf eine Piezokeramik aufgeklebt wurde. Der Hilfsresonator besteht aus zwei Spiegeln (Radius 100 mm) im Abstand von 100 mm voneinander, von denen einer zur Frequenzdurchstimmbarkeit auf einer weiteren Piezokeramik angebracht ist. Der Frequenzfehler des Lasers relativ zum Resonator wird detektiert, indem ein Transmissionsmaximum des Etalons auf einer Photodiode beobachtet wird. Zur Normierung wird ein weiterer Teil des Laserstrahls auf einer zweiten Photodiode beobachtet. Die Stabilisierung erfolgt auf eine Seite des Transmissionsmaximums des Etalons. Wim Vassen³⁸ gelang mit dieser Methode eine Stabilisierung des Lasers bis auf eine mittlere quadratische "rms"-Linienbreite von 1.1 kHz relativ zum Referenzresonator bei kleinen Laserausgangsleistung (70 mW); diese Leistung kann noch im "single Mode"-Betrieb des Pumplasers erreicht werden. Die tatsächliche Linienbreite des auf den vergleichsweise instabilen Hilfsresonator

stabilisierten Lasers betrug jedoch etwa 200 kHz, wie über das Schwebungssignal mit dem blauen Laser gemessen werden konnte. Zudem trat eine Drift der Laserfrequenz von einigen MHz pro Minute auf. Für das hier beschriebene Experiment ist ein driftstabiler Referenzresonator jedoch extrem wichtig, da die atomaren Signale über längere Zeiträume gemittelt werden müssen.

Um eine für die Aufnahme reproduzierbarer atomarer Spektren notwendige absolute Frequenzstabilität zu erreichen, war als Ersatz für den Hilfsresonator ein sehr viel stabilerer Referenzresonator für den Titan-Saphir Laser nötig.

Die verwendete Konstruktion besteht aus zwei Spiegeln sehr hoher Reflektivität, die auf einen 45 cm langen Zerodurabstandshalter aufkontaktiert wurden. Dieser Abstandshalter ist derselbe, der auch für den Referenzresonator des blauen Farbstofflasers verwendet wird. Er wurde zur Isolation von akustischen Vibrationen mit Hilfe von Federn im Hochvakuum ($p=10^{-6}$ mbar) angebracht.³³ Der Vakuumtank wurde temperaturstabilisiert, so daß die Drift des Resonators auf weniger als 50 Hz/s reduziert werden konnte. Für die Frequenzschwankungen des Referenzresonators kann über die experimentell beobachtete Breite des extrem scharfen 1S-2S Übergangs eine obere Schranke von 3 kHz bei 972 nm gesetzt werden. Die freie Spektralbreite des Resonators errechnet sich zu 333 MHz; für die Finesse kann durch Spektroskopie mit Hilfe des auf den Hilfsresonator stabilisierten Lasers wegen dessen Linienbreite von 200 kHz mit 1500 nur eine untere Schranke angegeben werden. Aus den von den Herstellern angegebenen Spiegelreflektivitäten von 99.93% (Einkoppler, Radius 500 mm) und 99.85% (Auskoppler, Radius 1000mm) errechnet sich eine Finesse von etwa 3000. Bei einem angenommenen Wert von etwa 2000 läßt sich die Linienbreite des stabilen Referenzresonators zu 150 kHz abschätzen. Diese niedrige Linienbreite garantiert, daß durch Driften der Elektronik oder der optischen Einkopplung die gute Absolutstabilität nicht zunichte gemacht wird.

Da die Resonanzfrequenz des stabilen Referenzresonators festliegt, wird der Laser durch Variation der Treiberfrequenz eines akustooptischen Modulators (AOM 2 in Abbildung 3.2) durchgestimmt. Dieser Modulator verschiebt die Frequenz des Laserlichts, welches zur Stabilisierung abgezweigt wird. Der bei unterschiedlicher Treiberfrequenz des akustooptischen Modulators variierende Beugungswinkel des Lichts wird durch doppelten Durchlauf und Reflektion an einem gekrümmten Spiegel (Radius 125 mm) im Abstand von 125 mm kompensiert. Der Laser läßt sich so um den doppelten Frequenzbereich des akustooptischen Modulators (etwa 130 bis 270 MHz), also über einen Bereich von 280 MHz, durchstimmen. Für einen größeren Abstimmbereich der Frequenz muß der Laser auf verschiedene longitudinale Moden des Referenzresonators stabilisiert werden, beziehungsweise der akustooptische Modulator von der +1. in die -1. Beugungsordnung umjustiert werden. Damit ändert sich das Vorzeichen der Frequenzverschiebung. Die Treiberfrequenz von AOM2 wird durch einen Frequenzsynthesizer (Rhode + Schwarz SMPD) erzeugt, so läßt sich der Laser sehr präzise verstimmen.

Um den Laser auf den Referenzresonator regeln zu können, muß zunächst ein Fehlersignal erzeugt werden, welches Abweichungen der Laserfrequenz von der Sollfrequenz anzeigt. Dies geschieht mit Hilfe eines Radiofrequenz-Seitenbandverfahrens, wie es zuerst von Drever et al. zur Laserstabilisierung angewandt wurde.⁷⁵ Hier wird das Licht des Lasers mit Hilfe eines elektrooptischen Modulators (EOM) bei 20 MHz phasenmoduliert, wodurch zwei Seitenbänder mit je etwa 5% Intensität des Trägers erzeugt werden. Der Träger wird in den Resonator eingekoppelt und mit einer frequenzabhängigen Phasenverschiebung teilweise reflektiert. Die Seitenbänder liegen weit außerhalb der Linienbreite des Resonators, werden also vollständig und ohne Phasenverschiebung reflektiert und dienen als Phasenreferenz. Auf einer Photodiode (PD) wird das Mischprodukt von Träger und Seitenbändern detektiert, eine eventuelle Amplitudenmodulation des Lichts erscheint als elektrisches Signal. Ist der Laser genau in Resonanz, wird der Träger ohne Phasenverschiebung vom

Referenzresonator reflektiert, die Phasenmodulation des Lichts wird demnach nicht gestört; die Mischprodukte der beiden Seitenbänder mit dem Träger heben sich exakt weg und somit kann kein Signal bei 20 MHz auf der Photodiode beobachtet werden. Außerhalb der Resonanz wird der Träger jedoch phasenverschoben reflektiert, die perfekte Auslöschung der Mischprodukte wird gestört und die Photodiode detektiert ein Signal bei 20 MHz. Dieses Signal wird um 55 db verstärkt und über einen Mischer (DBM in Abbildung 3.2) demoduliert. Bei richtig eingestellter Phasenverschiebung erscheint hinter dem Mischer ein Fehlersignal, wie in Abbildung 3.4 gezeigt. Die Stabilisierung des Lasers erfolgt auf den mittleren Nulldurchgang.

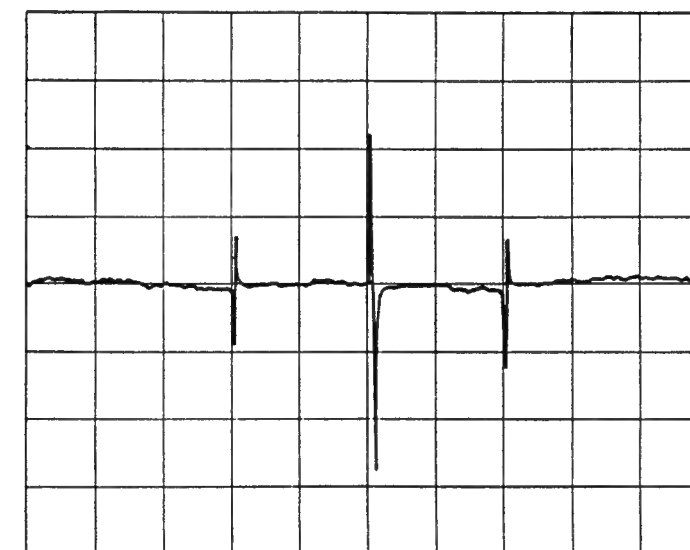


Abbildung 3.4: Fehlersignal der Laserstabilisierung (Ordinate) in Abhängigkeit von der Frequenzabweichung (Abszisse).

Das Radiofrequenz-Seitenbandverfahren besitzt, gegenüber beispielsweise einer Stabilisierung auf die Flanke des Transmissionsmaximums, zwei wesentliche Vorteile. Erstens kann ein besseres Signal- zu Rauschverhältnis erreicht werden, da die Verstärkung der kleinen Photodiodensignale bei hoher Frequenz erfolgt. Zweitens ist der mögliche Frequenzdetektions-

bereich bei gleicher Referenzresonatorlinienbreite größer, da ein breiteres dispersives Signal verwendet wird.

Das gewonnene Fehlersignal wird nun elektronisch verstärkt und auf Stellglieder geführt, welche die Frequenzfluktuationen des Lasers unterdrücken. Die Frequenzfehler $\Delta\nu_0$ des offenen Regelkreises bei der Fourier-Frequenz f lassen sich im geregelten Zustand wie folgt reduzieren:

$$\Delta\nu_R(f) = \frac{\Delta\nu_0}{1+V(f)}.$$

Dabei bezeichnet $V(f)$ die frequenzabhängige Gesamtverstärkung des Regelkreises. Ziel ist also eine möglichst hohe Verstärkung der Regelung für alle Frequenzen f , bei denen Störungen auftreten. Nachdem für kleine Fourier-Frequenzen bei weitem die größten Frequenzfehler auftreten, nimmt die Regelverstärkung für große Frequenzen stark ab. Eine wichtige Bedingung für die Stabilität eines Regelkreises ist, daß in der Umgebung des Punktes mit der Verstärkung 1 "unity gain", der der maximalen Regelbandbreite entspricht, die frequenzabhängige Verstärkung mit weniger als 12 db/Oktave abnimmt.⁸⁰ Dies entspräche nach der Kramers-Kronig Relation nämlich einer Phasenverschiebung von 180° , welche zu einer Oszillation des Regelkreises führen würde.

Der Frequenzgang der in dieser Arbeit verwendeten Regelung ist in Abbildung 3.5 gezeigt. Störfrequenzen unterhalb von etwa 10 kHz lassen sich durch ein Piezoelement (Fa.Coherent) kompensieren, auf das ein Laserspiegel geklebt ist. Das Fehlersignal wird elektronisch integriert und über einen Hochspannungsverstärker dem Piezoelement zugeführt. Die verwendete Schaltung ist im wesentlichen identisch mit der von Bloomfield⁸¹ angegebenen, die einen einfachen Integrator ($V(f) \propto 1/f$) enthält. Zu dieser Schaltung wurden noch zwei weitere Integratorstufen hinzugefügt, die im Bereich zwischen etwa 200 Hz und 2 kHz die Verstärkung wie $1/f^3$ abfallen lassen und so eine deutlich größere Verstärkung für sehr niedrige Frequenzen ermöglichen.

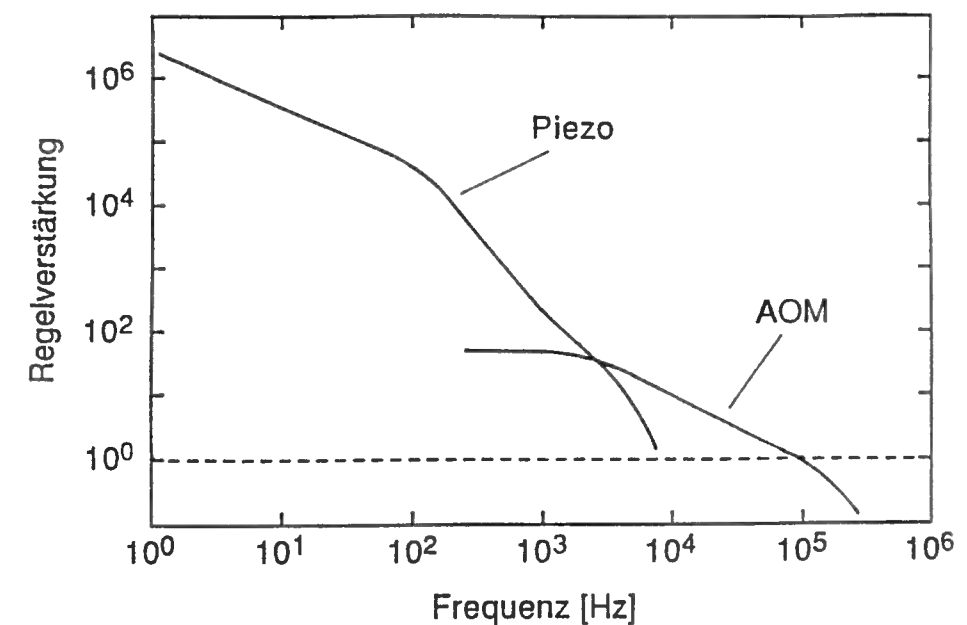


Abbildung 3.5: Frequenzabhängige Gesamtverstärkung des Regelkreises.

In einem ersten Schritt wurde die Frequenz des Titan-Saphir Lasers nur mit Hilfe des Piezospiegels auf die des stabilen Referenzresonators geregelt. Die Messung des Schwebungssignals des frequenzverdoppelten Lichts des Titan-Saphir Lasers mit dem blauen Licht des Farbstofflasers zeigte, daß die Linienbreite des Titan-Saphir Lasers bei hohen Pumpleistungen des Argon-Ionen Lasers etwa 200 kHz betrug. Eine Fourier-Analyse des Fehlersignals ergab, daß der Hauptbeitrag des verbleibenden Rauschspektrums zwischen etwa 10 und 50 kHz lag. Diese Frequenzfluktuationen werden hauptsächlich durch Amplitudenschwankungen des Pumplasers verursacht. Da der Brechungsindex des Titan-Saphir Kristalls temperaturabhängig ist, wirkt sich diese Amplitudenmodulation über Temperaturänderungen im Kristall auf die Frequenzstabilität des Titan-Saphir Lasers aus.⁸² Mit Hilfe des auf einen Piezokristall aufgeklebten Spiegels lassen sich diese schnellen Frequenzfluktuationen nicht vollständig unterdrücken.

Nachdem zur optischen Isolation des Lasers vom Anregungsresonator der Atomstrahlapparatur ein akustooptischer Modulator (AOM1) nötig war, lag es nahe, hochfrequente Fluktuationen des Lasers extern durch Variation der Treiberfrequenz dieses Modulators zu kompensieren.⁸²⁻⁸⁴ Das Fehlersignal wird daher nicht nur auf die Piezoelektronik gegeben, sondern über eine zweite Verstärkungselektronik auch auf den Frequenz-eingangs des Treibers von AOM1. Da dieser Modulator im einfachen Durchgang betrieben wird, besteht natürlich prinzipiell die Gefahr, daß durch den bei Frequenzfluktuationen variierenden Ablenkwinkel die Einkopplung in den Überhöhungsresonator der Atomstrahlapparatur und in die Glasfaser verringert wird. Die maximale Winkelvariation $\delta\varphi$ des Laserstrahls vom Ablenkwinkel $\varphi=10$ mrad läßt sich aus der gemessenen Variation der Treiberfrequenz von 40 MHz um etwa ± 50 kHz zu ± 13 μ rad abschätzen. Mit der Divergenz des Titan-Saphir Lasers von 2 mrad ergibt sich somit, daß sich Intensitätsfluktuationen aufgrund des Strahlversatzes im Promillebereich bewegen sollten.

Die erreichbare Regelbandbreite einer solchen Stabilisierung ist beschränkt durch die Laufzeit der akustischen Welle im Modulator in der Größenordnung von 1 μ s. Während die hochfrequenten Fluktuationen eines Farbstofflasers (einige 100 kHz) mit solchen Stellgliedern nicht kompensiert werden können,⁸⁵ zeigte sich, daß die erreichte Regelbandbreite von 150 kHz ausreichend ist, um die nicht ganz so hochfrequenten Fluktuationen eines Titan-Saphir Lasers weitgehend zu unterdrücken.

Die Rauschdichte des stabilisierten Titan-Saphir Lasers ist in Abbildung 3.6 als Funktion der Fourier-Frequenz gezeigt. Die "rms"-Linienbreite, also die Wurzel des Integrals der quadratischen Rauschdichte, des Lasers beträgt 700 Hz. Unter der Annahme einer gaußförmigen Linienform - hier beträgt³² das Verhältnis zwischen dem "rms"-Wert und der Halbwertsbreite 2.35 - errechnet sich die Laserlinienbreite relativ zum Referenzresonator aus der Größe des Fehlersignals zu 1.6 kHz. Dieser Wert stellt eine obere Abschätzung dar; hohe Störfrequenzen wirken sich bei kleinen

Störampplituden kaum noch auf die tatsächliche Stabilität des Lasers aus, da für die Detektion einer Frequenzstörung $\Delta\nu$ nach Fourier eine gewisse Zeit $\Delta t \approx 1/\delta\nu$ nötig ist.

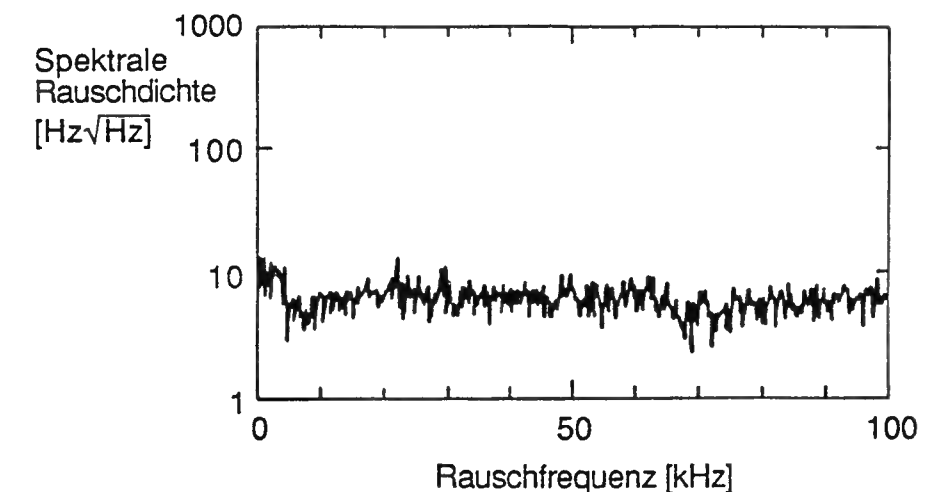


Abbildung 3.6: Spektrale Rauschdichte des stabilisierten Titan-Saphir Lasers relativ zum Referenzresonator.

Aus dem Schwebungssignal mit dem blauen Laser ließ sich die tatsächliche Linienbreite des Lasers zu etwa 10 kHz bestimmen. Diese Stabilität ist für die beabsichtigten Messungen bei weitem ausreichend. Die Differenz zwischen diesen beiden Werten läßt sich höchstwahrscheinlich durch einen variierenden Offset des Fehlersignals erklären. Die Glasfaser zwischen Laser und Referenzresonator wurde fertig konfektioniert mit Ein- und Auskoppeloptik gekauft (Fa. Spindler und Hoyer). Offensichtlich wurden die Enden der Glasfaser so exakt rechtwinklig abgeschnitten, daß die Glasfaser ein Interferometer bildet. Beobachtet man die Transmission der Glasfaser als Funktion der Laserfrequenz, so variiert diese sinusförmig mit einer Amplitude von etwa 15% und einer Periode von etwa 8 MHz. Diese beiden Werte lassen sich durch die Länge (etwa 12 m) und den Brechungsindex (etwa 1.5) der Glasfaser gut erklären. Da die Länge der Glasfaser im Bereich von Lichtwellenlängen thermisch schnell driftet, läßt sich bei festgehaltener Laserfrequenz eine Amplitudenfluktuation

beobachten. Zusammen mit einem kaum vermeidbaren Amplitudenmodulationsanteil bei 20 MHz des vom elektrooptischen Modulator transmittierten Lichts, läßt sich eine Offsetschwankung des Fehlersignals erklären. Da sich diese Interferometereffekte nur mit größerem Aufwand hätten beheben lassen und die Frequenzstabilität des Lasers bei weitem ausreichend war, wurde die Glasfaser ohne weitere Änderungen für die Experimente verwendet.

3.3 Die Atomstrahlapparatur für metastabilen Wasserstoff

Der Aufbau der Atomstrahlapparatur des 2S-4S/4D Spektrometers ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Ein Strahl von Wasserstoffatomen im metastabilen 2S Zustand wird in einem zweistufigen Prozeß erzeugt.

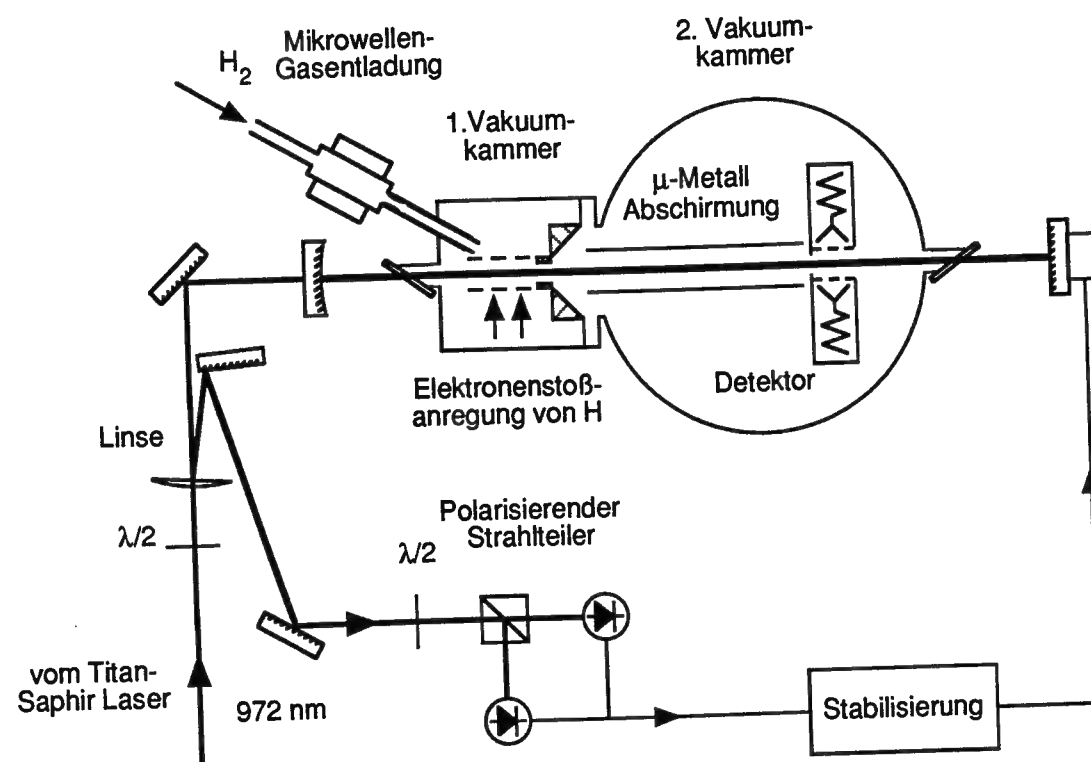


Abbildung 3.7: Aufbau der Atomstrahlapparatur für metastabilen Wasserstoff

Molekularer Wasserstoff wird in einer Gasentladung dissoziiert und die Atome werden anschließend durch Elektronenbeschuß in den metastabilen 2S Zustand angeregt. Eine Stehwelle mit etwa 50 Watt Leistung pro Richtung regt metastabile Atome in den 4S und 4D Zustand an; es kann auf Resonanz eine Abnahme des metastabilen Flusses am Detektor beobachtet werden.

3.3.1 Aufbau der Vakuumapparatur

Die Erzeugung des metastabilen Atomstrahls geschieht auf folgende Weise: Molekularer Wasserstoff aus einer Druckgasflasche wird über ein Nadelventil in ein Röhrchen aus Pyrexglas geleitet (Innendurchmesser 10 mm), welches sich am Ende auf 2 mm Innendurchmesser verengt. Das Röhrchen befindet sich im Innern eines Mikrowellenresonators, in den etwa 20 W Leistung bei 2.45 GHz eingekoppelt werden. Die notwendige Kühlung des Glasröhrchens erfolgt durch Preßluft. Bei einem Druck von etwa 0.6 mbar läßt sich im Glasröhrchen eine rote Gasentladung zünden.

Mit Hilfe eines Taschenspektrometers können die sichtbaren Balmer-Linien beobachtet werden. Bei zu hohem Druck in der Gasentladung, unzureichender Kühlung oder verschmutztem Röhrchen ist ein breiter, durch H₂-Molekülbanden verursachter Hintergrund zu erkennen, die Farbe der Gasentladung wird etwas bläulicher und der Dissoziationsgrad der H₂-Moleküle sinkt. Bei ordnungsgemäßen Betrieb werden mit diesem Typ von Gasentladung Dissoziationsgrade um 90% erreicht.⁸⁶ Nach einigen Betriebstagen entsteht im Glasröhrchen ein brauner Belag, der sich kaum entfernen läßt. Zur Wiederherstellung des vollen Dissoziationsgrades muß das Röhrchen ausgetauscht werden.

Dieser Wasserstoff wird anschließend über Teflonröhrchen in eine erste Vakuumkammer geführt. Teflon stellt eines der besten Materialien für den Transport von atomarem Wasserstoff dar.⁸⁶ Es wurde hier eine Rekombination von unter 30% auf dem Weg zur Vakuumkammer abgeschätzt.

Diese Kammer wird durch eine Turbomolekularpumpe (Leybold Turbovac 360 V, Saugleistung für H_2 : 330 l/s) auf einen Druck von etwa $1 \cdot 10^{-4}$ mbar bei eingeschaltetem Wasserstoffzufluß evakuiert. Aus Dissoziationsgrad, Rekombinationsgrad in der Düse, Pumpenleistung sowie dem Druck in der Vakuumkammer läßt sich ein Fluß der Wasserstoffatome von $1 \cdot 10^{18}/s$ abschätzen. Der gemessene Druck in der Kammer wird nahezu vollständig durch H_2 -Molekülen verursacht, die hier aus dem atomaren Wasserstoff nach einigen Stößen entstanden sind. Um Schäden durch einen geringen Anteil nicht rekombinierter Wasserstoffatome am Öl der Turbomolekularpumpe zu verhindern, werden die auf der Niederdruckseite befindlichen Lager mit einem sogenannten Sperrgasstrom aus Stickstoff gespült. Das Mengenverhältnis von Stickstoff zu Wasserstoff beträgt etwa 6:1.

Die anschließende Anregung von atomarem Wasserstoff in den metastabilen 2S Zustand erfolgt durch Elektronenbeschuß: $H + e^- \rightarrow H^* + e^-$. Der Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses erreicht bei einer Elektronenenergie von 11.6 eV sein Maximum von $0.17\pi a_0^2$ und fällt zu höheren Energien langsam ab; die Schwellenenergie liegt bei 10.2 eV. Durch den Impulsübertrag der Elektronen werden die Wasserstoffatome auf die Laserstrahlachse gelenkt. Der mittlere Ablenkungswinkel ergibt sich aus dem Impulserhaltungssatz für thermische Wasserstoff- und Deuteriumatome zu 150° bzw. 220° . Der Einfachheit halber wird hier für beide Isotope der gleiche Einstrahlwinkel von etwa 200° verwendet. Die Streuung des erzeugten metastabilen Strahls liegt im Bereich von 100° .

Der verwendete Aufbau zur Elektronenstoßanregung von atomarem Wasserstoff ist in Abbildung 3.8 gezeigt; die Konstruktion orientiert sich an Biraben et al.⁸⁸ Elektronen werden von einem 0.3 mm dickem Wolframglühdraht emittiert und durch eine mittlere Beschleunigungsspannung von $U_K = 13.2$ V beschleunigt.

Da die metastabilen Atome aufgrund des nahegelegenen 2P Zustands sehr leicht durch elektrische Felder zerstört werden können, erfolgt die

Anregung sowie der anschließende Transport dieser Atome in einem Drahtkäfig aus Edelstahl. Wegen der Hitze des nur etwa 0.5 mm entfernten Glühdrahts bestehen die 5 untersten Drähte des Käfigs aus Wolfram. Der Kathodenstrom erreicht mit 14 mA seine Sättigung bei 8.2 A Heizstrom. Bei höheren Strömen steigt der Kathodenstrom (ebenso die Metastabilenproduktion) nicht weiter an, da dann aufgrund von Raumladungseffekten nicht mehr alle Elektronen vom Glühdraht abgesaugt werden können. Die Wasserstoffatome werden über eine Teflondüse von 3 mm Durchmesser auf die Elektronenkanone geleitet. Die Position der Düse kann auf optimale Effizienz der Erzeugung von metastabilen Atomen eingestellt werden.

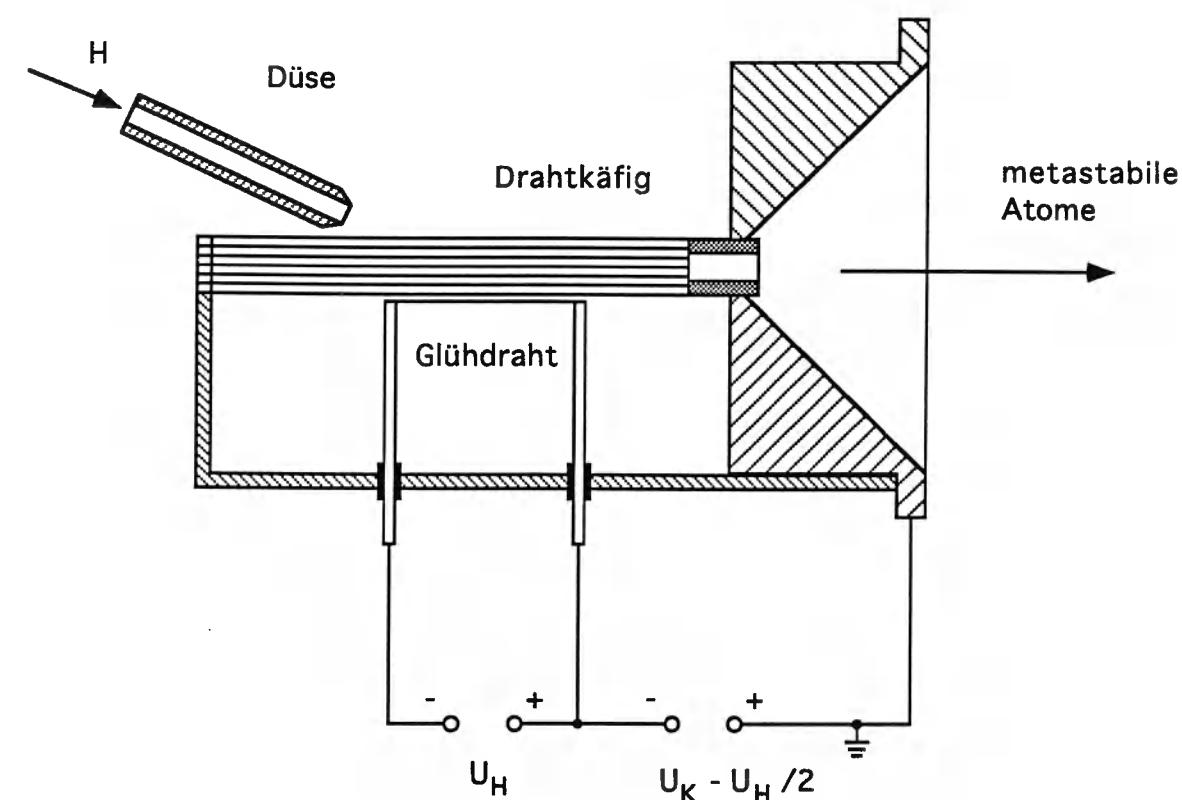


Abbildung 3.8: Die Elektronenkanone zur Anregung der Wasserstoffatome in den metastabilen 2S Zustand. U_K bezeichnet die Beschleunigungsspannung, U_H ($=3V$) die Heizspannung des Glühdrahts.

Die angeregten Atome verlassen die erste Vakuumkammer durch eine Blende von 4 mm Durchmesser und erreichen eine zweite Vakuumkammer, in der sie auf einer Wechselwirkungslänge von 33 cm kollinear mit dem Laserstrahl laufen, bis sie hinter einer zweiten Blende von 2.5 mm Durchmesser detektiert werden. Die zweite Vakuumkammer wird mittels einer Turbomolekularpumpe derselben Bauart wie die der ersten Kammer evakuiert, wegen der weit geringeren Gaslast beträgt der Druck hier jedoch $8 \cdot 10^{-6}$ mbar. Differentielles Pumpen ist notwendig, um einerseits einen hohen Fluß von Wasserstoffatomen, andererseits einen für Atomstrahlbedingungen ausreichend niedrigen Druck zu erreichen. Die Wechselwirkungszone zwischen den beiden Blenden ist gegen elektrische und magnetische Felder mit Hilfe einer doppelten μ -Metallröhre abgeschirmt, auf die innen eine einige μm dicke elektrisch leitende Graphitschicht aufgesprüht wurde.

Die Detektion der metastabilen Atome erfolgt unmittelbar hinter der zweiten Blende. Abbildung 3.9 zeigt den verwendeten Channeltrondetektor. Ein elektrisches Feld von etwa 50 V/cm wird durch 2 Drähte erzeugt, die entgegengesetzt gepolt sind (± 12 V gegen Masse), um im Fernfeld elektrisch neutral zu erscheinen. Dieses Quenchfeld mischt den 2S mit dem 2P Zustand, das Atom zerfällt unter Emission eines Lyman- α Photons. Dieses Photon kann durch zwei Channeltrons (CEM 4039, Fa. Galileo) detektiert werden, bei denen die Innenflächen der Trichter mit einer etwa $0.16 \mu\text{m}$ dicken aufgedampften Schicht aus Kaliumjodid versehen sind. Die Quanteneffizienz der beschichteten Channeltrons für Lyman- α Strahlung beträgt etwa 20-40%.⁸⁹ Der Trichter des Channeltrons wird auf eine negative Vorspannung von -70 V gelegt, um zu verhindern, daß freie Elektronen aus der Elektronenkanone Störpulse auslösen können. Ein Netz von etwa 0.5 mm Maschenweite sowie ein Metallgehäuse schirmen die Vorspannung sowie die Hochspannung (+3 kV) des Channeltrons nach außen hin ab. Die Gesamtquanteneffizienz des Detektors beträgt so über 10%.³¹ Dieser im Vergleich zu Detektoren mit Photomultipliern sehr hohe Wert wird aufgrund des großen detektierbaren Raumwinkels erreicht.

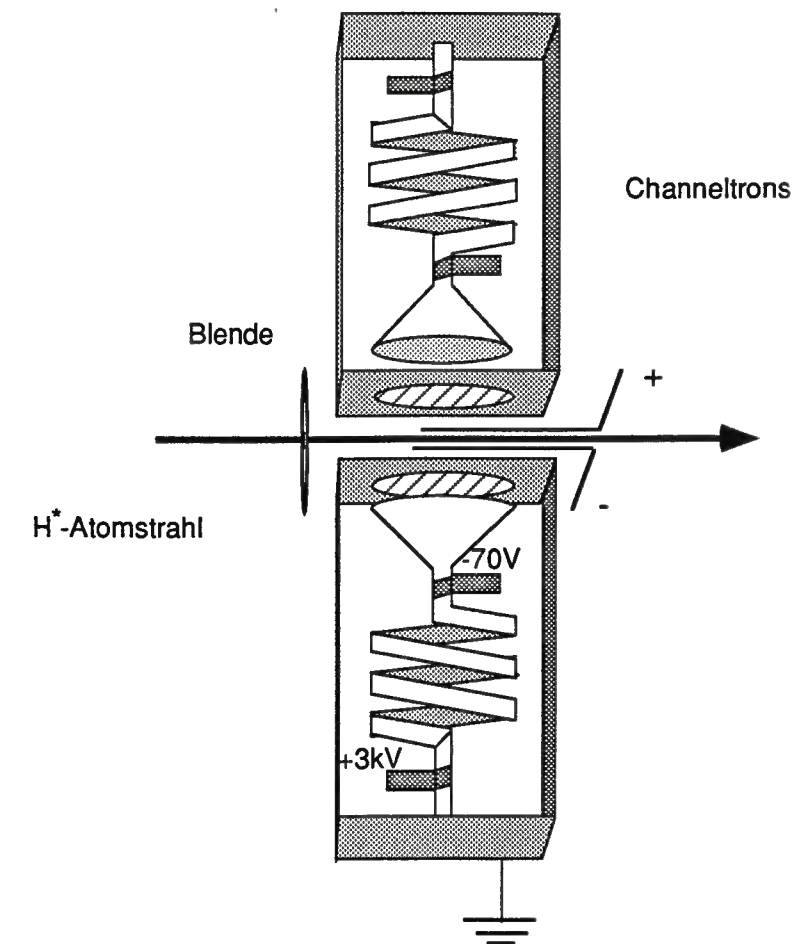


Abbildung 3.9: Detektor für metastabile Wasserstoffatome.

Im Experiment wird die Zählrate zunächst 1/2 Sekunde mit eingeschalteter Quenchspannung, danach die gleiche Zeit mit ausgeschalteter Quenchspannung aufgenommen. Durch Subtraktion dieser Zählraten voneinander soll ein kleiner quenchfeldunabhängiger Untergrund unterdrückt werden, der nicht von metastabilen Atomen, sondern von Lyman- α Photonen verursacht wird, die durch Besetzung des kurzlebigen 2P Zustands sowie - ab 11.5 eV Anregungsenergie - durch Fluoreszenz von Wasserstoffmolekülen in der Elektronenkanone erzeugt werden.⁵

3.3.2 Der metastabile Atomstrahl

Zur genauen Untersuchung der Erzeugung eines metastabilen Atomstrahls wurde unter anderem die Abhängigkeit der detektierten Metastabilenrate von der Beschleunigungsspannung der Elektronen aufgenommen. Wie Abbildung 3.10 zeigt, werden unterhalb einer Schwellenenergie von etwa 10 eV keine metastabilen Atome erzeugt, dies stimmt mit der Anregungsenergie des 2S Zustands von 10.2 eV in etwa überein.

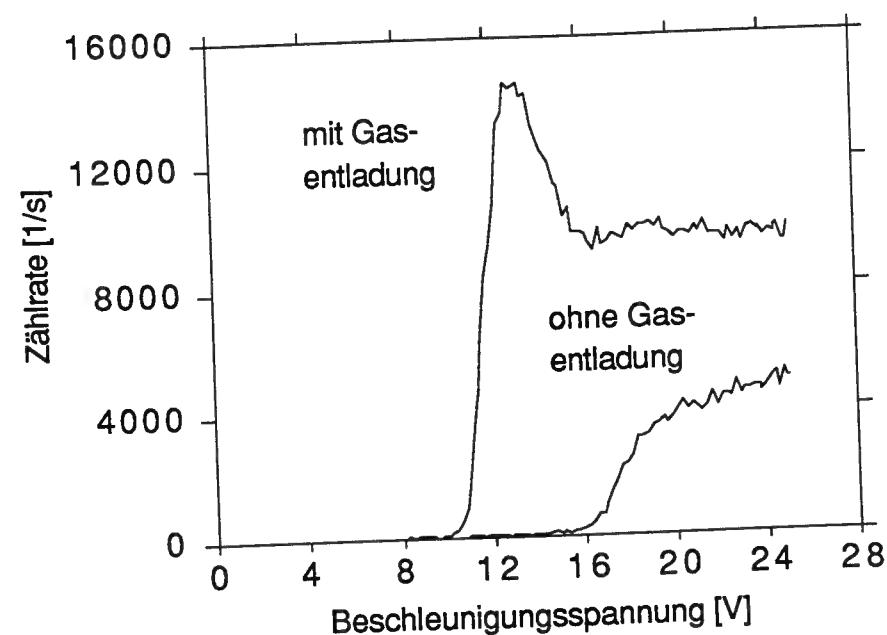


Abbildung 3.10: Die Zahl der detektierten metastabilen Atome als Funktion der Beschleunigungsspannung U_k .

Wie man erkennt, ist die Erzeugung von metastabilen Wasserstoffatomen durch direkte Elektronenstoßanregung von molekularem Wasserstoff - bei ausgeschalteter Gasentladung - durch Prozesse: $H_2 + e^- \rightarrow H^* + H + e^-$ ebenfalls möglich. Die Schwellenenergie dieses Prozesses ist mit etwa 15 eV höher,⁵ da zusätzlich noch die Bindungsenergie von H_2 überwunden werden muß. Die Emission von angeregten metastabilen Atomen erfolgt hier isotrop. Nachdem die Gasentladung sowie die Notwendigkeit des differentiellen Pumpens wegfällt, ist dieser Prozeß technisch einfacher.

Dennoch wird diese Art der Erzeugung von metastabilen Atomen hier nicht angewandt, da die mittlere Geschwindigkeit des resultierenden Atomstrahls mit etwa 7000 m/s wesentlich höher als bei einer zweistufigen Anregung ist (etwa 3000 m/s), welches zu einer kürzeren Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld führen würde. Außerdem ist wegen der erwähnten Isotropie die Effizienz geringer. Die Hintergrundzählrate ähnlich hoch wie die Zahl der produzierten metastabilen Atome, da aufgrund der nötigen höheren Beschleunigungsspannung - neben eines stärkeren Untergrunds von Lyman- α Photonen - zusätzlich noch H_2^+ Ionen produziert werden können (ab 15.4 V).⁹⁰

Bei allen folgenden Messungen wird die Elektronenkanone bei eingeschalteter Gasentladung sowie bei der Beschleunigungsspannung maximaler Effizienz des Anregungsprozesses von 13.2 V betrieben. Für die Differenz zwischen dem beobachteten Maximum der Zählrate und dem erwarteten Maximum bei 11.6 V bieten sich folgende Erklärungsmöglichkeiten an. Am Glühdraht fällt eine Spannung von etwa 3 V ab, in Abbildung 3.10 ist jedoch die mittlere Spannung des Glühdrahts aufgetragen. Den wesentlichsten Einfluß dürfte jedoch das Raumladungspotential der Elektronen haben. Die Raumladung der Elektronen führt (siehe Abbildung 3.11) zu einer Potentialabsenkung im Inneren der Anregungszone, welche die Elektronen bremst.

Unter Annahme eines örtlich homogenen Elektronenstroms im Drahtkäfig läßt sich die Potentialabsenkung für kleine Ströme analytisch in einem zweidimensionalen Modell näherungsweise berechnen.⁹¹ Die beobachtete Potentialabsenkung von 1.6 V läßt sich so mit einer Stromdichte von 0.3 mA/cm² erklären. Diese Stromdichte steht etwa im Einklang mit dem Strom von ca. 1 mA, der an einer in Abbildung 3.8 nicht gezeigten versuchsweise angebrachten positiv geladenen (+100V) oberhalb des Drahtkäfigs angebrachten Anode gemessen werden konnte.

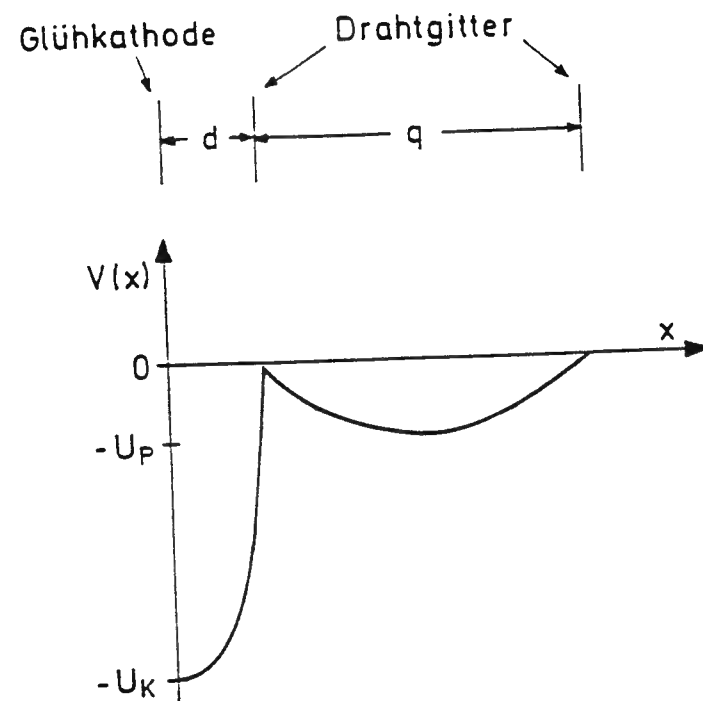


Abbildung 3.11: Qualitativer Verlauf des Potentials in der Elektronenkanone. Aufgrund der Raumladung der Elektronen ergibt sich eine Absenkung im Drahtkäfig und zwischen Glühdraht und Käfig.

Um die Tatsache einer Potentialabsenkung im Innern des Drahtkäfigs experimentell zu überprüfen, wurde versuchsweise der Glühdraht mit einem geringeren Heizstrom betrieben. Hier sank die Beschleunigungsspannung, bei der die größte Metastabilenproduktion beobachtet werden konnte, auf einen Wert nahe des erwarteten Maximums von 11.6 V; doch verringerte sich die absolute Produktionsrate.

Der Effekt der Potentialabsenkung begrenzt in zweierlei Hinsicht die Zahl der produzierten metastabilen Atome: Zwischen Glühdraht und Drahtkäfig begrenzen Raumladungseffekte die Zahl der Elektronen, die durch die Beschleunigungsspannung in Richtung des Käfigs abgesaugt werden können. Diesem ließe sich durch Verringerung des Abstands zwischen Glühdraht und Käfig, oder durch eine größere, möglicherweise indirekt beheizte Kathode abhelfen. Eine nur schwer zu überwindende Begrenzung der Effizienz erfolgt jedoch höchstwahrscheinlich durch die Potential-

absenkung im Inneren des Drahtkäfigs. Eine Potentialabsenkung in der Größenordnung von 1 V verursacht am Rande des Drahtkäfigs (siehe Abbildung 3.11) ein elektrisches Feld, welches dort erzeugte metastabile Atome zerstören kann. Dadurch wird der Durchmesser der ersten Blende scheinbar kleiner. Für diese Tatsache gibt es in diesem Aufbau (siehe Kapitel 4.5) sowie im Experiment von Biraben und Mitarbeitern^{28,88} deutliche Hinweise. Die experimentellen Resultate lassen sich besser erklären, wenn ein kleinerer, effektiver Blendendurchmesser als die geometrische Dimension von 4 mm angenommen wird.

Um die Anregungseffizienz durch eine bessere Kollimation des Elektronenstroms zu erhöhen,⁵ wurde versuchsweise ein magnetisches Feld longitudinal zum Elektronenfluß angelegt. So war ein knapp achtprozentiger Anstieg der Zählrate bei einem Magnetfeld von 13 Gauß zu beobachten, bei höheren Magnetfeldern nahm die Zählrate wieder stark ab. Stärkere Magnetfelder brachten bei geringeren Heizströmen noch befriedigende Resultate, es konnte unter anderem aber auch Bistabilität beobachtet werden. Dies ist ein Zeichen für ein stark raumladungsbegrenztes Verhalten des Elektronenstroms.⁹² Die Beobachtungen legen nahe, daß eine weitere Erhöhung der Metastabilenrate durch eine größere Elektronenstromdichte kaum möglich ist. Auf das Anlegen eines Magnetfeldes wurde in Anbetracht der geringen Verbesserung verzichtet. Sicherlich läßt sich die beobachtete Metastabilenrate dagegen noch durch einen größeren Fluß an atomarem Wasserstoff erhöhen. Hierzu wäre allerdings eine größere Pumpleistung der Vakuumpumpen notwendig.

Eine Abschätzung der Effizienz der Anregungswahrscheinlichkeit w der Wasserstoffatome in den metastabilen Zustand durch Elektronenbeschuß ist wie folgt möglich. Mit σ als dem Wirkungsquerschnitt, v_{el} als der Geschwindigkeit der Elektronen, $j = n_{el}e \cdot v$ als deren Stromdichte, θ als dem Einschußwinkel der Wasserstoffatome, $v_{at} \approx 3000$ m/s als deren Geschwindigkeit vor dem Stoß und $d = 4$ mm als dem Blendendurchmesser, erhält man⁸⁸:

$$w = \frac{d}{v_{at} \sin \theta} \sigma_{nel} v_{el}$$

$$= \frac{d \cdot j}{v_{at} \cdot e \cdot \sin \theta} \sigma.$$

Es ergibt sich eine Anregungswahrscheinlichkeit von $w = 1.1 \cdot 10^{-7}$. Um die zu erwartende Zählrate bestimmen zu können, muß die Divergenz des produzierten metastabilen Atomstrahls bekannt sein. Unter der Annahme, daß nur der Impuls des Elektrons nach dem Stoß, welches noch eine kinetische Energie von etwa $11.6 \text{ eV} - 10.2 \text{ eV} = 1.4 \text{ eV}$ besitzt, zur Divergenz des auslaufenden metastabilen Atomstrahls beiträgt, ergibt eine einfache Abschätzung einen Wert von $\pm 7^\circ$. Da jedoch die Wasserstoffatome vor dem Stoß sowohl eine Winkel- als auch eine Geschwindigkeitsverteilung besitzen, ist dieser Wert für die Divergenz eher zu gering. Eine numerische Abschätzung von Garreau⁹³ ergab einen Wert von etwa $\pm 13^\circ$, eine Messung von C. Zimmermann³¹ mit einer drehbaren, jedoch anders konstruierten Elektronenkanone, lieferte das Resultat von $\pm 7^\circ$. Der Raumwinkel des metastabilen Strahls ergibt sich mit einer nun angenommenen Divergenz von $\pm 10^\circ$ zu etwa 0.1 sr . Dies muß mit dem vom Detektor erfaßten Raumwinkel von $4.5 \cdot 10^{-5} \text{ sr}$ verglichen werden. Es läßt sich, unter Berücksichtigung einer Detektoreffizienz von 10%, folgende Zählrate abschätzen:

$$N_{th} = 1 \cdot 10^{18} / \text{s} \cdot 1.1 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4.5 \cdot 10^{-5} \text{ sr}}{0.1 \text{ sr}} \cdot 0.1$$

$$= 5 \cdot 10^6 / \text{s}.$$

Die experimentelle Zählrate von etwa 30000/s ist um einen Faktor 170 geringer, ähnliche Diskrepanzen zu den experimentellen Zählraten wurden auch in Experimenten anderer Autoren beobachtet.^{5,88}

Es kommen folgende Ursachen in Betracht:

- Die Dissoziation in atomaren Wasserstoff ist geringer als angenommen, oder die Rekombination im Teflonrohr ist höher als angenommen.

- Aufgrund der Divergenz des Wasserstoffstrahls aus der Düse erreichen nicht alle Atome die Anregungszone in der Elektronenkanone.
- Elektrische Felder am Rande des Drahtkäfigs der Elektronenkanone zerstören einen Anteil der metastabilen Atome.
- Wegen des nicht monoenergetischen Elektronenstrahls und der Potentialabsenkung im Drahtkäfig wird der maximale Stoßquerschnitt von $0.17 \pi a_0^2$ nicht für alle Atome erreicht.
- Eine Reduktion der Zählrate kann durch Stöße der metastabilen Atome mit dem Restgas erfolgen. Der Stoßquerschnitt von metastabilem Wasserstoff mit H_2 beträgt etwa $1.4 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$.⁹⁴ Hieraus errechnet sich bei einem Druck von 10^{-4} mbar in der ersten Vakuumkammer und einer Flugstrecke von 4 cm eine Signalreduktion von etwa 13%, in der zweiten Vakuumkammer ergibt sich bei $p = 8 \cdot 10^{-6} \text{ mbar}$ und einer Wechselwirkungslänge von 33 cm eine weitere Signalreduktion um etwa 10%. Diese Werte stellen jedoch nur Abschätzungen dar.

3.3.3 Geschwindigkeitsmessung des Atomstrahls

Die Geschwindigkeit des metastabilen Atomstrahls kann durch Anregung des Doppler-verbreiterten 2S-4P Einphotonenübergangs gemessen werden. Das benötigte Licht bei 486 nm wird durch den blauen Farbstofflaser des 1S-2S Spektrometers erzeugt, auf etwa 1 mW abgeschwächt und anstelle des infraroten Lichts kollinear zum metastabilen Atomstrahl eingestrahlt. Um das Problem einer Absolutfrequenzmessung sowie den Effekt von Linienverschiebungen durch den dynamischen Stark-Effekt zu umgehen, wird mit Hilfe eines Rückspiegels eine Stehwelle blauen Lichts erzeugt. Während der Messung wird, neben der Metastabilenrate, zur Eichung der Frequenzachse die Transmission des hochstabilen Referenzresonators sowie zur Kontrolle die eines kleinen Fabry-Perot Resonators (FPA-1, Fa. Spectra Physics) mit einer freien Spektralbreite von 7.5 GHz aufgenommen.

Die beobachteten Anregungsspektren für Wasserstoff und Deuterium sind in Abbildung 3.12 gezeigt. Die durch das Laserfeld in den 4P Zustand angeregten Atome zerfallen sehr schnell, da dieses Niveau mit einer Lebensdauer von 12 ns^{13} nicht mehr metastabil ist, und zwar zumeist in den 1S Grundzustand.

Die zwei beobachteten Minima des Metastabilen Signals werden durch Anregung aus der hin- und rücklaufenden optischen Welle verursacht. Die Doppler-Breite des Übergangs beträgt etwa 5 GHz und 3 GHz für Wasserstoff bzw. Deuterium. Die unverschobene Anregungswellenlänge liegt ohne Berücksichtigung des dynamischen Stark-Effekts genau zwischen diesen Minima bei etwa 486.265 nm und 486.133 nm.

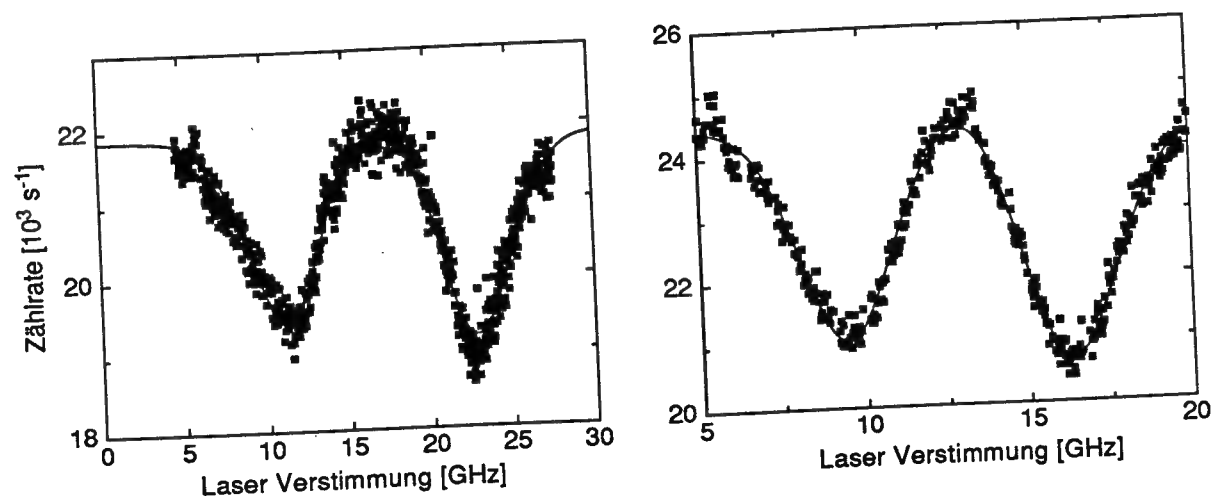


Abbildung 3.12: Anregungsspektren des Doppler-verbreiterten 2S-4P Übergangs von Wasserstoff (links) und Deuterium (rechts) in einer Stehwelle.

Allein durch Anregung von Atomen aus der Geschwindigkeitsklasse $\Delta v = c (\gamma_{\text{nat}}/f)$, mit γ_{nat} als der natürlichen Linienbreite des 2S-4P Übergangs von 12.8 MHz, lassen sich die beobachteten Signalabnahmen von etwa 13% und 15% nicht erklären, da die gesamte Doppler-Breite der Übergänge einige GHz beträgt. Das im Vergleich zur Sättigungsintensität des Einphotonenübergangs sehr intensive Lichtfeld bewirkt jedoch eine

starke Sättigungsverbreiterung, welche ebenfalls in der Größenordnung von GHz liegt. Die beobachtete Signalabnahme erklärt sich in etwa aus dem Quotienten von Sättigungsverbreiterung und Doppler-Verbreiterung.

Für die Geschwindigkeitsverteilung im metastabilen Atomstrahl wurde eine Verteilung von $f(v) \propto v^4 \exp(-(v/v_0)^2)$ angenommen.⁹⁵ Gegenüber thermischen Atomstrahlen tritt ein zusätzlicher Faktor v auf, der sich aus der Anregungswahrscheinlichkeit der metastabilen Atome in der Elektronenkanone ($\propto 1/v$) und einer für große Atomstrahlgeschwindigkeiten abnehmenden Winkeldispersion (ergibt einen Faktor v^2) erklären läßt. Die experimentellen Spektren wurden mit Hilfe eines Levenberg-Marquardt Verfahrens⁹⁶ nach der Methode der kleinsten Quadrate an die in Anhang C gezeigte Funktion angepaßt. So ließ sich die Geschwindigkeit des metastabilen Atomstrahls bestimmen. Es ergab sich in einer ersten Meßreihe (1991) für v_0 ein Wert von 2295(100) m/s, in einer zweiten Meßreihe (1992) ein Wert von 1990(100) m/s für Wasserstoff und 1160(100) m/s für Deuterium. Diese Geschwindigkeiten wurden für die Bestimmung des Doppler-Effekts zweiter Ordnung und der berechneten Linienprofile jeweils eingesetzt. Die Ursache des Unterschieds der Geschwindigkeiten für Wasserstoff zwischen beiden Meßreihen ist noch nicht völlig geklärt; der Einfluß auf das Endresultat ist jedoch nur sehr gering, siehe Kapitel 5.1. Die wahrscheinliche Ursache ist, daß der genaue Winkel der Wasserstoffdüse in der Elektronenkanone nach erforderlichem Aus- und Wiedereinbau nicht immer reproduzierbar den Wert von 20° erreichte. So änderte sich die Kinematik des Anregungsprozesses leicht, und jeweils etwas unterschiedliche Geschwindigkeitsklassen der Wasserstoffatome wurden auf die Laserachse gelenkt. Da für Wasserstoff und Deuterium der gleiche Stoßwinkel verwendet wird, läßt sich so auch die Abweichung des Quotienten der Geschwindigkeiten beider Isotope von etwa 1.7 vom erwarteten Wert $\sqrt{2} \approx 1.41$ erklären. Durch die Variation der Beschleunigungsspannung vom optimalen Wert (13.2 V) konnte aufgrund ähnlicher Effekte eine Variation der Geschwindigkeit v_0 in Wasserstoff von 91 m/s pro Volt Spannungsänderung beobachtet werden.

3.3.4 Anregungsresonator

Der größte Anteil der Leistung des Titan-Saphir Lasers wird über eine Linse ($f=750$ mm) in den Stehwellenresonator der Atomstahlapparatur eingekoppelt (siehe Abbildung 3.7). Dieser Resonator besteht aus einem gekrümmten Einkoppler ($R=-1000$ mm, Reflektivität 99.4%) und einem planen Hochreflektor (Reflektivität $>99.9\%$) auf einem Piezokristall in 710 mm Abstand, welche sich außerhalb des Vakuums befinden. Das Licht kann durch zwei Quarzfenster ("fused silica") im Brewster-Winkel in die Vakuumapparatur eindringen. Die Finesse des Resonators läßt sich wegen ihres hohen Wertes nur schwer messen, sie beträgt etwa 1000 bei einer freien Spektralbreite von etwa 200 MHz; dies entspricht einer Linienbreite von 200 kHz.

Eine Regelschleife stabilisiert den Resonator auf die Frequenz des Titan-Saphir Lasers. Das Fehlersignal wird mit Hilfe eines polarisationssensitiven Verfahrens nach Hänsch und Couillaud erzeugt.⁹⁷ Dazu wird die Polarisation des eingestrahnten Lichts gegen die Vorzugspolarisation der Brewster-Fenster leicht verkippt. Die zu den Brewster-Fenstern senkrechte Komponente wird wegen ihrer hohen Verluste nicht in den Resonator eingekoppelt, sondern am Einkoppelspiegel ohne Phasenverschiebung reflektiert. Sie dient als Phasenreferenz zu der Polarisation in Richtung der Brewster-Fenster. Falls der Resonator sich leicht außerhalb des Maximums der Resonanz befindet, wird die eingekoppelte Polarisation mit einer Phasenverschiebung ungleich Null teilweise reflektiert; dies führt zu einer zirkularen Polarisation des reflektierten Lichts. In Resonanz ist das reflektierte Licht jedoch linear polarisiert. Eine Kombination aus $\lambda/4$ -Plättchen, Polarisationsstrahlteiler und zweier Photodioden zerlegt das reflektierte Licht in zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Komponenten und gibt Abweichungen von der linearen Polarisation als Fehlersignal aus. Dieses Signal wird integriert und über einen Hochspannungsverstärker dem Piezokristall zugeführt. Wiederum wird eine Stabilisierungsschaltung nach Bloomfield⁸¹ verwendet, die jedoch bei Fourier-Frequenzen zwischen etwa 100 Hz und 1.5 kHz anstelle eines $1/f$ einen $1/f^2$ Frequenzgang besitzt.

Im geregelten Zustand wird die Laserleistung auf maximal etwa 50 W pro Richtung im Resonator überhöht. Dies entspricht bei einem mittleren Strahldurchmesser von 1 mm einer Leistungsdichte von etwa 6400 W/cm^2 . Diese hohe Leistungsdichte ist zur Beobachtung der 2S-4S und 2S-4D Resonanzen mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis notwendig, da eine Abnahme der 2S Zählrate auf Resonanz detektiert wird, also eine Sättigung der Zweiphotonenübergänge notwendig ist.

Im geregelten Zustand betragen die Leistungsfluktuationen im Anregungsresonator etwa 5%, sofern die Laserfrequenz mit Hilfe des Piezokristall und AOM1 auf den stabilen Referenzresonator geregelt wird. Bei unstabilisiertem Laser, ebenso bei Stabilisierung nur mit Hilfe des Piezos im Laser, betragen die Intensitätsfluktuationen etwa 30% der maximalen Leistung. Dieser hohe Wert läßt sich durch Laserfrequenzfluktuationen hoher Fourier-Frequenz (>10 kHz) erklären, die die Laserlinienbreite auf einen Wert vergrößern, welche der Linienbreite des Überhöhungsresonators ähnelt. Das Piezoelement des Überhöhungsresonators kann, ähnlich wie das des Lasers, diese hohen Rauschfrequenzen nicht kompensieren. Es zeigt sich, daß jedoch der akustooptischen Modulator diese schnellen Frequenzfluktuation weitgehend unterdrücken kann.

Ein zunächst auftretendes Problem betraf die Brewster-Fenster im Resonator. Anfangs wurden zwei sehr dicke (jeweils 9 mm) Quarzfenster verwendet. Es zeigte sich, daß die Leistung im Resonator auf etwa 30 W im geregelten Zustand zusammenbrach. Außerdem traten bei dieser Leistung starke Intensitätsfluktuationen auf. Wurde versuchsweise nur ein Brewster-Fenster im Resonator belassen, zeigten sich diese Effekte überraschenderweise erst etwa bei der doppelten Leistung. Die beobachteten Erscheinungen lassen sich jedoch höchstwahrscheinlich durch eine Aufheizung der Substrate aufgrund der Absorption von Quarz (etwa 1 ppm/mm für den sichtbaren und nahen infraroten Bereich⁹⁸) erklären. Die resultierende Brechungsindexänderung bewirkt Selbstfokussierung des Laserstrahls, der Resonator dejustiert sich und es kann nur noch sehr viel weniger Laserleistung eingekoppelt werden. Es treten Fluktuationen der

Laserleistung sowie möglicherweise Chaos und Bistabilität auf. Eine quantitative Analyse zeigt, daß durch die Aufheizung des Substrats eine optische Weglängendifferenz zwischen der Strahlachse und dem $1/e^2$ Punkt des Laserstrahls erzeugt wird, welche proportional zu dem Quotienten β/κ ($\approx 10^{-5}$ für Quarz) mit $\beta = dn/dT$ als der Temperaturabhängigkeit des Brechungsindizes und κ als dem Wärmeleitungskoeffizienten, jedoch nicht abhängig vom Strahldurchmesser ist⁹⁸:

$$\delta s \approx 1.3 \frac{\beta}{4\pi\kappa} P_{\text{abs}}.$$

Mit einer in den Substraten absorbierten Leistung P_{abs} von etwa 1 mW pro Umlauf bei 30 W Lichtleistung berechnet sich die resultierende optische Weglängendifferenz zu etwa $\lambda/100$. Die maximal mögliche Leistung im Resonator läßt sich mit den von Winkler et al.⁹⁸ angegebenen Formeln zu etwa 500 W abschätzen. Zur Erklärung der großen Differenz zu dem experimentellen Wert kann in Betracht kommen, daß die Absorption der Quarzfenster aufgrund eines erhöhten Wassergehalts größer als angenommen ist. Geeignete Fenster aus wasserfreierem Quarz "Infrasil" standen hier nicht zur Verfügung; andere "Suprasil"-Substrate ähnlicher Dicke zeigten keine Verbesserung der maximal möglichen Leistung.

Da die maximal mögliche Leistung umgekehrt proportional zur Dicke der Fenster ist, wurde daraufhin ein sehr dünnes, aber kleines Brewster-Fenster eines Argon-Ionen Lasers ($d = 1$ mm) sowie auf der Seite der Elektronenkanone ein größeres, etwas dickeres ($d = 5$ mm) verwendet. Dieses Fenster kann leichter von Rückständen befreit werden, die sich aufgrund der Glühdrahtemissionen im Laufe der Zeit bilden. Mit der beschriebenen Modifikation konnte bei der erreichbaren Laserleistung kein Zusammenbruch der Leistung mehr beobachtet werden.

Für kommende Messungen ließe sich das vorhandene 2S-4S Spektrometer durch Verwendung größerer Spiegelradien des Überhöhungsresonators, welches zu einem größeren optischen Strahldurchmesser führen würde,

weiter verbessern und eine längere Wechselwirkungszeit und somit eine Anregung mit einer geringeren dynamischen Stark-Verschiebung erreichen. Für einen deutlich größeren Strahldurchmesser müßte allerdings entweder die absolute Leistung im Anregungsresonator weiter gesteigert, oder der 2S-4S Übergang nicht mehr über die Abnahme des metastabilen Signals, sondern über die blaue 4S-2P Fluoreszenzstrahlung detektiert werden. Letztere Detektionsmethode wäre technisch sehr viel aufwendiger als die bisherige Methode. Sie würde aber trotz einer geringeren Quanteneffizienz voraussichtlich zu einem besseren Signal- zu Rausch-Verhältnis bei kleinen Lichtleistungen und damit zu niedrigeren Fehlergrenzen führen, da der große Anteil der nicht angeregten metastabilen Atome nicht mehr zum statistischen Rauschen des Signals beitragen würde.

Für einen solchen Detektor wurden hier bereits Vorversuche unternommen. Es erscheint möglich etwa 4 Prozent Nachweiseffizienz auf einer Wechselwirkungslänge von 15 cm über den gesamten Raumwinkel des Atomstrahls zu erreichen.⁹⁹ Ob es möglich ist, das spektral breite Streulicht des Glühdrahts durch Blenden und schmalbandige Interferenzfilter - welche allerdings die genannte Quanteneffizienz verringern würden - vom erforderlichen Photomultiplier fernzuhalten, sollte erst in einem weiteren Vorversuch geklärt werden.

3.4 Frequenzvergleich

Zur Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung wird das Schwebungssignal zwischen dem frequenzverdoppelten infraroten Licht des Titan-Saphir Lasers und dem blauen Licht des 1S-2S Spektrometers auf einer schnellen Photodiode beobachtet (siehe Abbildung 3.13). Dieses Signal wird verstärkt und die genaue Frequenz durch einen Frequenzzähler sowie einen Radiofrequenz-Spektrumanalysator bestimmt.

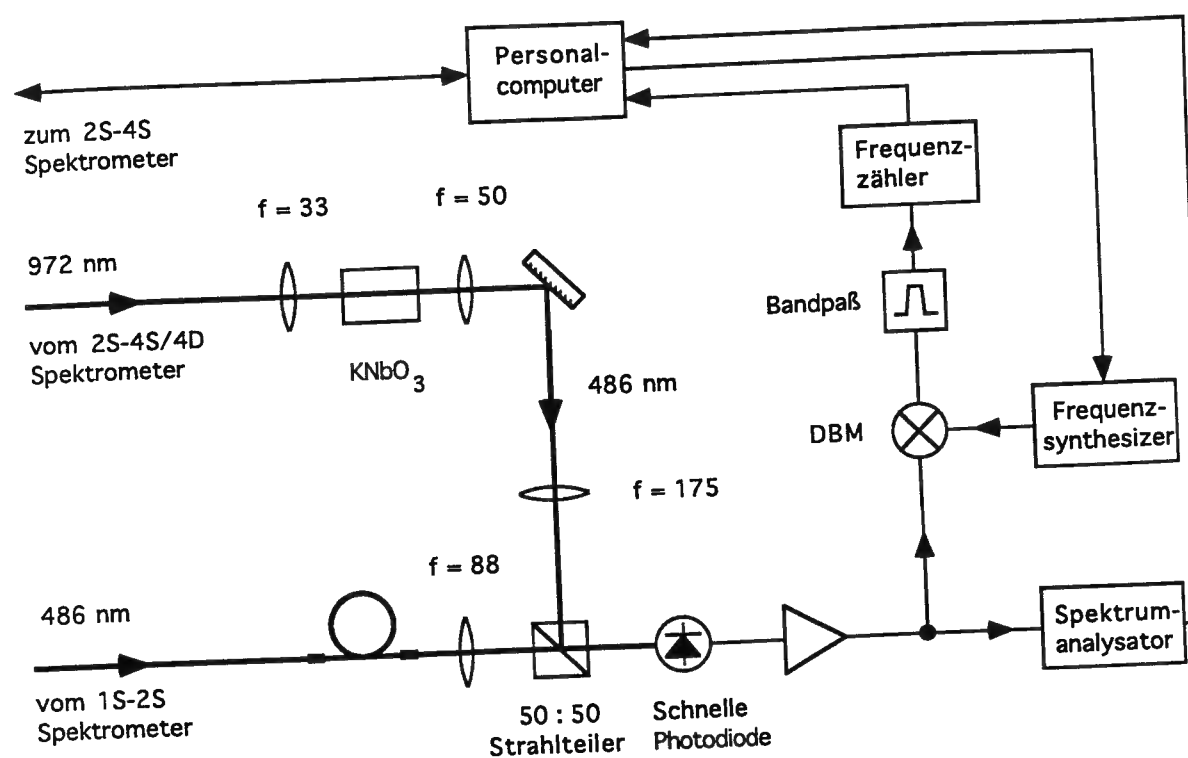


Abbildung 3.13: Experimenteller Aufbau zum Frequenzvergleich der Übergänge 1S-2S mit 2S-4S/4D.

Etwa 10% des Lichts des Titan-Saphir Lasers werden hinter dem akusto-optischen Modulator (AOM1 in Abbildung 3.2) abgezweigt und über eine Linse in einen nichtlinearen KNbO_3 -Kristall zur Frequenzverdopplung fokussiert.¹⁰⁰ Die Phasenanpassung erfolgt durch Ausnutzung der unterschiedlichen Temperaturabhängigkeiten der Brechungsindizes. Bei einer Temperatur von -19.5°C stimmt der Brechungsindex des außerordentlichen Strahls der Fundamentalen (972.53 nm) genau mit dem des ordentlichen Strahls der zweiten Harmonischen im 90° -Einfall zur optischen Achse überein. Zum Frequenzvergleich von Deuteriumübergängen (Fundamentale: 972.26 nm) mußte die Temperatur auf etwa -21°C verringert werden.

Der Kristall wird in einer kleinen, in Abbildung 3.13 nicht gezeigten, Vakuumkammer ($p=10^{-2}$ mbar) betrieben, da sonst Wasser auf der Oberfläche

des gekühlten Kristalls kondensieren würde. Bei einer Kristalllänge von 4.6 mm wird optimale Verdopplungseffizienz bei einem Strahlradius der Fundamentalen von $11\text{ }\mu\text{m}$ erreicht.¹⁰¹ Der einfacheren Konstruktion halber wurde hier jedoch eine Brennweite der fokussierenden Linse von 33 mm anstatt der optimalen 17 mm gewählt,¹⁰² es ergibt sich ein Strahlradius von $21\text{ }\mu\text{m}$ im Kristall und ein leichter Effizienzverlust.

So werden bei 70 mW Eingangsleistung (infrarot) etwa $8\text{ }\mu\text{W}$ blaues Licht bei 486 nm erzeugt. Dies wird über zwei Linsen und einen 50:50 Strahlteiler auf eine schnelle Photodiode (Antel AR-S2, Durchmesser der aktiven Fläche $60\text{ }\mu\text{m}$) fokussiert. Etwa 1 mW des blauen Lichts vom 1S-2S Spektrometer wird ebenfalls über den Strahlteiler auf die Photodiode fokussiert. Die Justage des schwachen frequenzverdoppelten infraroten Lichts auf die Photodiode erfolgt, indem es mit Hilfe eines in Abbildung 3.13 nicht gezeigten Choppers periodisch mit 2 kHz unterbrochen wird. Der Photodiodenstrom kann nun phasensensitiv durch einen Lock-in Verstärker nachgewiesen werden. Anschließend wird der Chopper aus dem Strahlengang entfernt und das stärkere Licht des blauen Lasers so justiert, daß es kollinear zum verdoppelten Licht ist und gleichzeitig ein starker Photostrom der Photodiode gemessen werden kann. Das erhaltene Schwebungssignal wird um 56 dB verstärkt und kann zunächst auf einem Spektrumanalysator beobachtet werden. Es ergibt sich ein Schwebungssignal von etwa 4.8 GHz für den Vergleich von 1S-2S mit 2S-4S und von etwa 6.5 GHz für 1S-2S mit 2S-4D_{5/2}. Das Signal- zu Rausch-Verhältnis des Schwebungssignals beträgt etwa 25 db bei 100 kHz Bandbreite.

Die Frequenz des Schwebungssignals wird ermittelt, indem der höchste Punkt des Schwebungssignals auf dem Spektrumanalysator bestimmt wird. Im statistischen Mittel ergibt sich so eine genaue Frequenzmessung. Der Spektrumanalysator (HP 70900A) ist in der Phase stabilisiert auf einen Rubidiumfrequenzstandard (Fa. Rhode und Schwarz, XSRM und XKE 2), der zur Kompensation von Langzeitdrifts noch auf ein Funksignal der PTB geregelt wird (Frequenzgenauigkeit $> 10^{-11}$). Ein zusätzlicher, größerer Meßfehler wird jedoch durch die Frequenzfilter im Spektrumanalysator

verursacht.⁸² Dieser Fehler ist vom Hersteller zu kleiner als 1% des Frequenzanalysebereiches spezifiziert; mit Hilfe eines externen Oszillators wurde jedoch ein Wert von weniger als 0.4% gemessen. Bei einem Analysebereich von 0.5 MHz während der Datenaufnahme ergibt sich so ein Frequenzfehler von unter 2 kHz bei 486 nm.

Zur Kontrolle wurde die Frequenz des Schwebungssignals zusätzlich mit Hilfe eines Frequenzzählers bestimmt. Der von uns verwendete Mikrowellenzähler (Fa. Advantest, TR 5214) benötigt ein Eingangssignal, bei dem die Leistung des Trägers deutlich oberhalb der über einen Analysebereich von etwa 500 MHz integrierten Rauschleistung liegt.

Daher ist es hier erforderlich, das Schwebungssignal sehr schmalbandig mit einer Bandbreite von etwa 1 MHz zu filtern. Filter der geforderten Schmalbandigkeit sind im Mikrowellenbereich jedoch nicht ohne weiteres verfügbar. Daher mußte das Schwebungssignal mit Hilfe eines ebenfalls auf den Rubidiumstandard stabilisierten Frequenzsynthesizers zunächst auf eine deutlich niedrigere Radiofrequenz heruntergemischt werden. Per Computersteuerung wurde die Frequenz des Synthesizers während der Messung so eingestellt, daß die erwartete Frequenz am Zähler stets etwa dem Maximum der Filtertransmission von 19 MHz entsprach. Hinter dem Bandpaß ergab sich so ein Signal- zu Rausch-Verhältnis von etwa 13 db. Durch sorgfältige Einstellung der Amplitude des elektrischen Signals mittels Abschwächen konnte ein einwandfreier Betrieb des Zählers erreicht werden. Für zukünftigen Messungen sollte sich durch Verwendung einer schnellen Avalanche-Photodiode mit intrinsischer Verstärkung des Photostroms eine Verbesserung des Signal- zu Rausch-Verhältnisses erreichen lassen.

Der Vergleich der Schwebungsfrequenzmessungen von Zähler und Spektrumanalysator ergab sehr zufriedenstellende Resultate, die Abweichungen der gemittelten Schwebungsfrequenzen zeigten keine Systematik und unterschieden sich um maximal 4 kHz (siehe Kapitel 4.1).

Die Steuerung des 2S-4S/4D Spektrometers sowie die Datenaufnahme zur späteren Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung erfolgte mittels eines weiteren Personalcomputers. Er stellte die Frequenz des stabilisierten infraroten Lasers über die Treiberfrequenz des akustooptischen Modulators (AOM2) ein, nahm die Zählrate des Metastabilen Signals auf, die durch Spektrumanalysator und Frequenzzähler gemessenen Schwebungsfrequenzen, die Leistung im Anregungsresonator und kontrollierte die Stabilisierung des infraroten Lasers durch Beobachtung der Transmission des stabilen Referenzresonators. Eine Computersteckkarte (DASH-16, Fa. Metrabyte) enthielt die zur Steuerung und Datenaufnahme notwendigen Digital-Analog- sowie Analog-Digital-Wandler und zählte die verstärkten und aufgearbeiteten Channeltronpulse.

4. Messungen und Auswertung

In diesem Kapitel soll die Aufnahme und die Auswertung der Meßdaten beschrieben werden, mit denen später eine Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung durchgeführt wird.

Die Frequenz des blauen Lasers wird auf das Maximum der Zählrate des 1S-2S Übergangs geregelt, diejenige des infraroten Lasers jedoch mehrfach über die atomaren 2S-4S und 2S-4D Resonanzen variiert. Hierbei wird kontinuierlich die Schwebungsfrequenz des verdoppelten infraroten Lichts mit dem blauen Licht des Farbstofflasers aufgenommen. Nach der Mitteilung von etwa 20-40 der auf diese Weise erhaltenen 2S-4S und 2S-4D Einzelspektren ergeben sich Spektren mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis. Die gleichzeitig registrierte Schwebungsfrequenz ermöglicht eine genaue Frequenzzeichnung. An diese experimentellen Spektren werden berechnete Linienformen angepaßt, welche die Beiträge aller möglichen atomaren Trajektorien zum Signal berücksichtigen. So können Linienverschiebungen durch den dynamischen Stark-Effekt korrigiert werden. Durch Aufnahme von Spektren verschiedener Leistung und Extrapolation der erhaltenen Mittenfrequenz zu Leistung Null lassen sich verbleibende Unsicherheiten minimieren. Eine anschließend durchgeführte genaue Untersuchung überprüft die Qualität der Berechnungen und liefert eine Abschätzung für die verbleibenden Unsicherheiten. Es ergibt sich ein präziser Vergleich der atomaren 1S-2S mit den 2S-4S und 2S-4D Übergangsfrequenzen.

4.1 Meßverfahren

Die Aufnahme der 2S-4S und 2S-4D Spektren mit Hilfe des auf den stabilen Referenzresonators geregelten Lasers und der Frequenzvergleich mit 1S-2S dient, wie erwähnt, der Messung der 1S Lamb-Verschiebung. Während dieser Messung wird die Frequenz des blauen Lasers über seine zweite Harmonische auf den 1S-2S Übergang geregelt. Hierzu wird, mittels

eines Personalcomputers, das 1S-2S Signal zuerst etwa eine halbe Linienbreite oberhalb der Resonanz, dann eine halbe Linienbreite unterhalb der Resonanz aufgenommen. Die Differenz beider Zählraten wird mit einem konstanten Faktor multipliziert und zur momentanen Frequenz des Lasers addiert. So kann der blaue Laser auf das Maximum des 1S-2S Übergangs geregelt werden. Die Schwankungen der Laserfrequenz bei dieser Regelung liegen im Bereich der sehr geringen Linienbreite dieses Übergangs (bei Raumtemperatur: 30 kHz bei 486 nm), während der langen Meßzeit mitteln sich diese Schwankungen jedoch sehr gut heraus. Die größte Unsicherheit des 1S-2S Spektrometers von etwa 3 kHz bei 486 nm ergibt sich durch die Unsicherheit bei der Abschätzung des Doppler-Effekts 2. Ordnung aus der Asymmetrie des Spektrums. Für eine genauere Beschreibung siehe Ref. 31 und 33.

Der infrarote Laser nimmt während der Messung 2S-4S bzw. 2S-4D Spektren auf; hierbei wird die Schwebung mit dem auf den 1S-2S Übergang geregelten Laser kontinuierlich mitgeschrieben. Wegen der wesentlich größeren Linienbreiten der 2S-4S und 2S-4D Übergänge muß hier die genaue Linienform aufgenommen und anschließend interpretiert werden. Der auf den extrem scharfen 1S-2S Übergang geregelte blaue Laser dient während dieser Messung als sehr präzise Frequenzreferenz für den infraroten Laser.

Da die Metastabilenrate langsamen Fluktuationen auf der Zeitskala von Minuten unterliegt (siehe auch Abbildung 4.4), ist es extrem wichtig, bei der Aufnahme von Spektren über das Linienprofil so oft wie möglich zu mitteln. In dieser Hinsicht ideal wäre die Aufnahme abwechselnd jeweils eines Meßpunktes auf und anschließend neben der Resonanz; einem solchen Meßverfahren ist hier jedoch eine Grenze gesetzt, da die Stabilisierung des Titan-Saphir Lasers bei Frequenzschrittweiten von größer als etwa einer halben Linienbreite des stabilen Referenzresonators (150 kHz) nicht mehr zuverlässig arbeitete. Mit der Zeitspanne von etwa 30 ms, welche die Einstellung einer neuen Frequenz am Synthesizer des akustooptischen Modulators (AOM 2) kostet, ergibt sich eine maximal mögliche

Frequenzverstimmgeschwindigkeit des Lasers. Zudem sollte durch Weiterstellen des Lasers auch nicht zuviel Meßzeit verloren gehen.

Aus diesen Überlegungen ergab sich der im folgenden beschriebene Meßverlauf. Das aufzunehmende Spektrum wurde in 100 (2S-4S) beziehungsweise 200 (2S-4D) Meßpunkte unterschiedlicher Frequenz unterteilt. Bei jedem Meßpunkt wurde die Zählrate zunächst ohne, dann mit Quenchspannung jeweils 1/2 Sekunde lang aufgenommen. Während dieser Zeit konnte die Schwebungsfrequenz mit Hilfe von Spektrumanalysator und Frequenzzähler bestimmt werden. Anschließend wurde der Laser 4 Frequenzpunkte weiter gestellt und der nächste Meßpunkt aufgenommen. Die nächsten 3 Teilspektren berücksichtigen die ausgelassenen Punkte. Nach zwei vorwärts und zwei rückwärts aufgenommenen derartigen Spektren sind somit alle Frequenzpunkte einmal berührt worden. Insgesamt werden jeweils 40 (2S-4S) bzw. 24 (2S-4D) Teilspektren aufgenommen. Bei jedem Meßpunkt werden die Frequenz des akustooptischen Modulators, die Zählrate mit und ohne angelegter Quenchspannung, die Zeit, die gemessene Leistung im Überhöhungsresonator sowie - zur Kontrolle der Laserstabilisierung - die Transmission des stabilen Referenzresonators registriert. Solche jeweils etwa 20 Minuten dauernden Meßreihen werden für verschiedene Lichtleistungen innerhalb eines Meßtages wiederholt, nach Möglichkeit in alternierender Reihenfolge der Leistung.

Die für die Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung notwendigen Daten wurden in zwei Meßperioden aufgenommen, zwischen denen mehrere kleinere Verbesserungen der Apparatur erfolgten. Im September/Okttober 1991 wurden eine erste Meßreihe durchgeführt, deren wichtigste Ergebnisse bereits veröffentlicht wurden.³⁹ In der zweiten Reihe von Experimenten im Februar 1992 wurden neben Wasserstoff- auch Deuteriumspektren aufgenommen. In dieser Meßperiode ergab sich durch Verbesserungen der Stabilisierungselektronik des Titan-Saphir Lasers eine von 50 auf 10 kHz reduzierte Linienbreite. Die Zählrate der metastabilen Atome mit ausgeschalteter Quenchspannung konnte, unter anderem durch vollständigere

Graphitbeschichtung im Detektor, verringert werden (siehe Kapitel 4.4). Außerdem wurde die Messung des 1S-2S Übergangs anstatt bei Raumtemperatur bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs durchgeführt.

Zur Auswertung der Meßdaten muß zunächst die langsame Drift des Referenzresonators des infraroten Lasers über die gemessene Schwebungsfrequenz kompensiert werden. Hierzu wird die Schwebungsfrequenz $f_{\text{BEAT}}(t)$ abzüglich der vierfachen Treiberfrequenz des akustooptischen Modulators $f_{\text{AOM}}(t)$, der den infraroten Laser verstimmt (AOM 2), für Zähler und Spektrumanalysator gegen die Zeit aufgetragen. Da dieser Modulator im doppelten Durchgang betrieben wird, sowie die Messung der Schwebungsfrequenz mit dem frequenzverdoppelten infraroten Licht erfolgt, kann auf diese Weise die Drift des Referenzresonators als Funktion der Zeit dargestellt werden; Abbildung 4.1 zeigt ein Beispiel einer solchen Meßkurve. Die Resonatordrift wurde hier an eine Parabel als Funktion der Zeit mit Hilfe von nichtlinearer Regression⁹⁶ angepaßt:

$$f_{\text{BMA}}(t) := f_{\text{BEAT}}(t) - 4 \cdot f_{\text{AOM}}(t) \\ \cong a + b \cdot t + c \cdot t^2 .$$

Einige in der zweiten Meßperiode aufgenommene Daten zeigten jedoch eine stärkere Drift (etwa 4 anstatt 1 kHz/min), da die Temperaturstabilisierung des Referenzresonators wegen der zu diesem Zeitpunkt zu hohen Labortemperatur größere Schwankungen zeigte. Diese Daten wurden mit Polynomen bis zur 5. Ordnung in der Zeit angepaßt. Nachdem eine alternative stückweise Anpassung mit quadratischen Polynomen eine Abweichung der zu Leistung Null extrapolierten Schwebungsfrequenz von nur 0.5 kHz bei 486 nm brachte, wird angenommen, daß dies keine wesentlichen Auswirkungen auf die Genauigkeit hat, sofern das 1S-2S Spektrometer in Resonanz ist und die Schwebung mitgeschrieben wird.

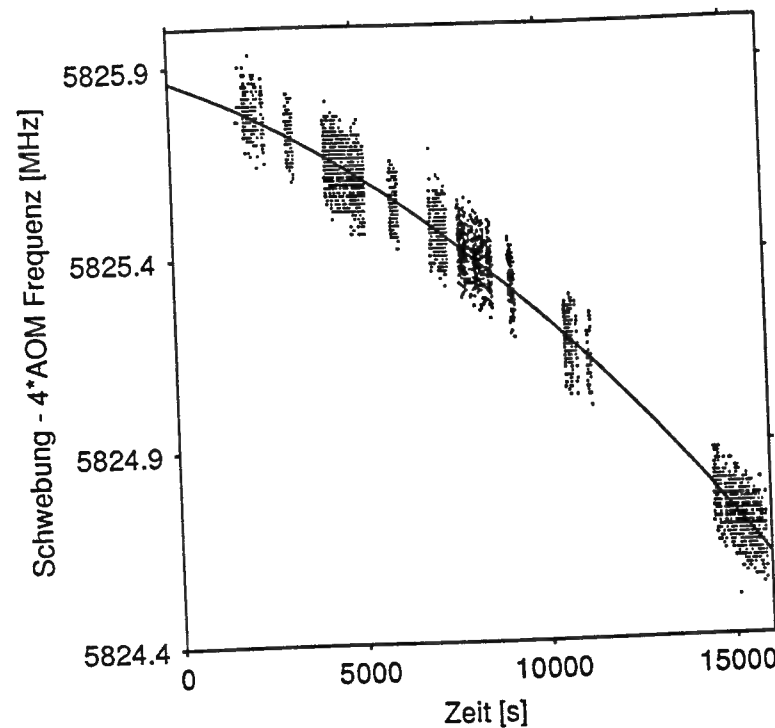


Abbildung 4.1: Die Drift des Referenzresonators als Funktion der Zeit, näheres siehe Text.

Zur weiteren Auswertung benutzen wir nun die durch das Polynom approximierte Schwebungsfrequenz $f(t)$ für jeden Meßpunkt:

$$f(t) := a + b \cdot t + c \cdot t^2 + 4 \cdot f_{\text{AOM}}(t) .$$

Dies geschieht aus folgenden zwei Gründen: Zunächst können so auch kurze Meßabschnitte mit zur Auswertung verwendet werden, in denen der blaue Laser - aufgrund der Vibrationen der sich etwa alle 10 Minuten kurz einschaltenden Kryopumpe des 1S-2S Spektrometers - aus der Stabilisierung gesprungen war. Zweitens spielen so Fluktuationen in der Frequenz des blauen Lasers bei der Stabilisierung auf die 1S-2S Linie keine Rolle. Dieses Verfahren wurde sowohl mit Spektrumanalysator als auch mit Frequenzzähler unabhängig voneinander durchgeführt. Es ergab sich eine maximale Abweichung von 4 kHz bei 486 nm, was wir als Maß für die Genauigkeit der Bestimmung des Schwebungssignals interpretierten.

Im nächsten Auswertungsschritt werden die um die Renonator drift korrigierten Datenpunkte wiederum in 100 bzw. 200 Frequenzintervalle unterteilt und über alle Meßpunkte, deren Frequenz in ein Intervall fällt, gemittelt. Meßpunkte, bei denen die Laserstabilisierung oder die Stabilisierung des Überhöhungsresonators ausfiel, werden nicht berücksichtigt. Dies läßt sich anhand der geringeren Transmission von Referenz- oder Überhöhungsresonator nachträglich feststellen. Für jede etwa 20 Minuten dauernde Messung ergibt die Mittelung über die Einzelspektren ein 2S-4S oder 2S-4D_{5/2} Spektrum, wie sie weiter unten gezeigt werden.

4.2 Experimentelle Spektren

Typische 2S-4S und 2S-4D_{5/2} Spektren für Wasserstoff sind in Abbildung 4.2 gezeigt, die entsprechenden Resultate für Deuterium in Abbildung 4.3. Der durch Elektronenbeschuß erzeugte Fluß von metastabilen Atomen wird am Detektor nachgewiesen. Ist das mit dem Atomstrahl kollineare infrarote Licht bei 972 nm in Resonanz, werden Atome durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 4S oder 4D Zustand angeregt. Diese Atome sind nicht mehr metastabil. Sie zerfallen schnell über einen P-Zwischenzustand mit 95% Wahrscheinlichkeit in den 1S-Grundzustand, bevor sie den Detektor erreichen. Die Zählrate am Detektor nimmt daher ab, wenn Resonanz vorliegt. Die maximale Signalabnahme beträgt etwa 5% für den 2S-4S Übergang und 20% für 2S-4D. Für Atome, die direkt auf der Laserstrahlachse laufen, sind die Übergänge stark gesättigt.

In den Abbildungen ist auf der Frequenzachse die gemessene Schwebungsfrequenz mit dem auf den 1S-2S Übergang geregelten blauen Laser aufgetragen. Nach genauer Bestimmung der unverschobenen Mittenfrequenz der Spektren kann hieraus die Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung erfolgen.

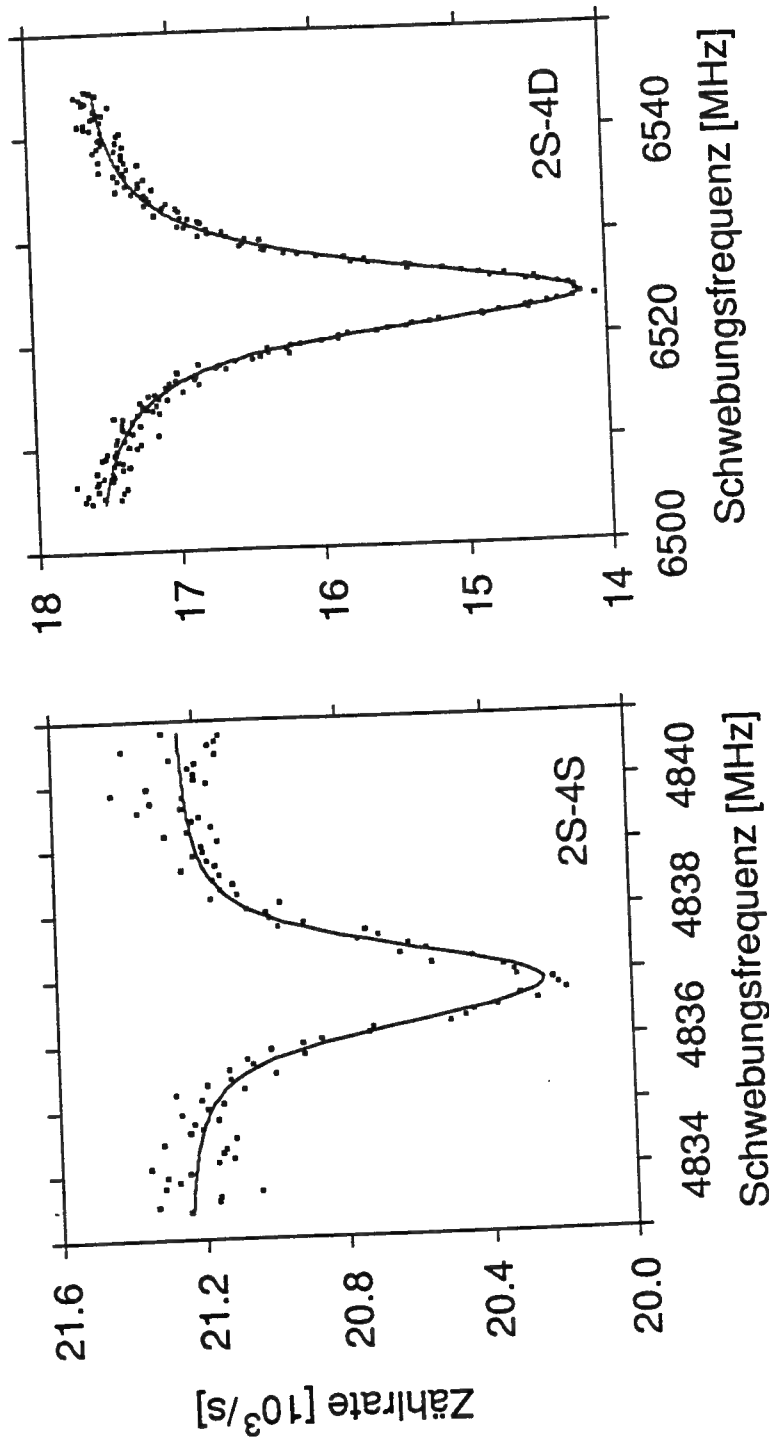


Abbildung 4.2: Wasserstoff Zweiphotonenspektren des $2S_{1/2}(F=1) - 4S_{1/2}(F=1)$ (links, Lichtleistung $P \approx 40$ W) und $2S_{1/2}(F=1) - 4D_{5/2}$ (rechts, $P \approx 25$ W) Übergangs. Die angegebene Schwebungsfrequenz wurde mit dem auf den $1S_{1/2}(F=1) - 2S_{1/2}(F=1)$ Übergang geregelten blauen Laser gemessen.

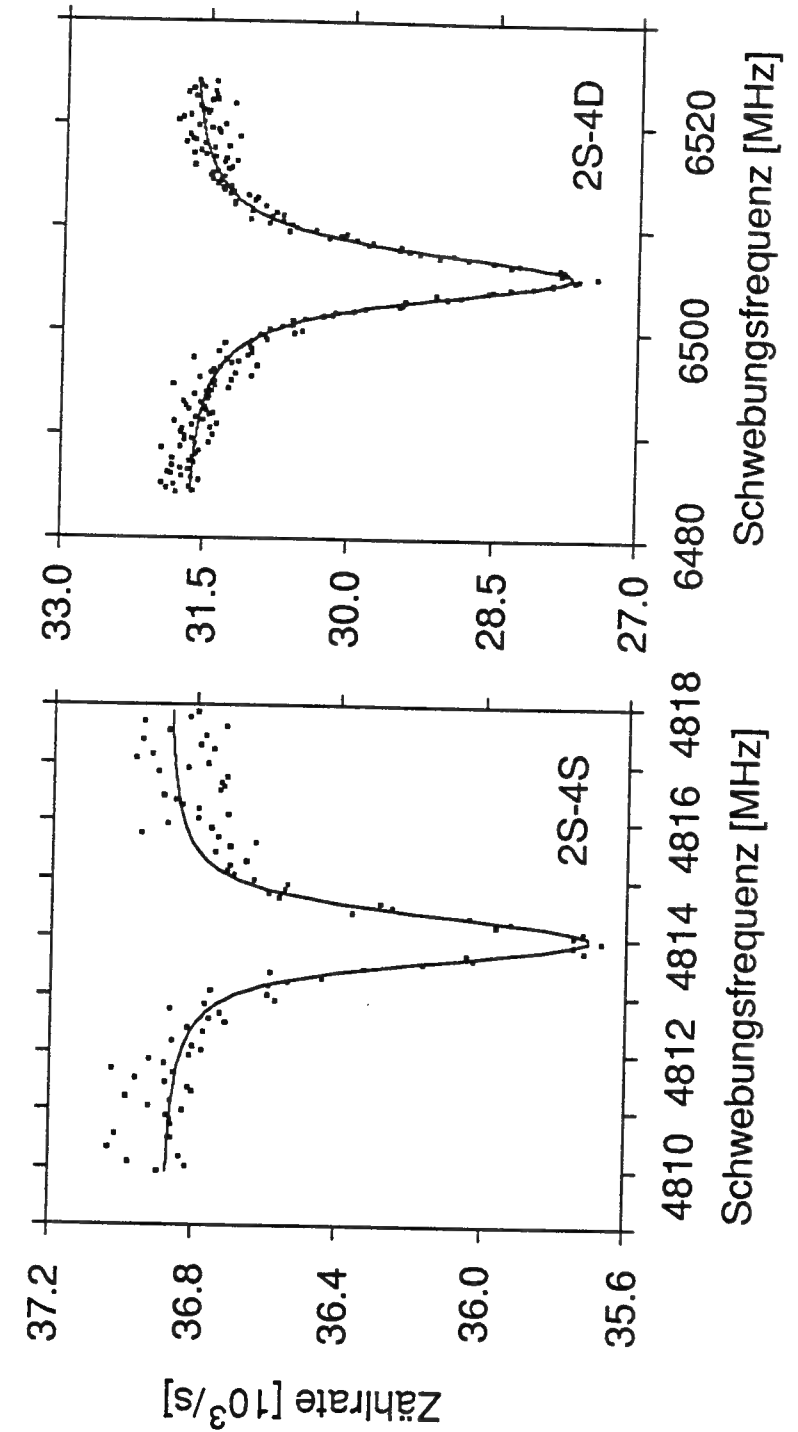


Abbildung 4.3: Deuterium Zweiphotonenspektren des $2S_{1/2}(F=3/2) - 4S_{1/2}(F=3/2)$ (links, Lichtleistung $P \approx 20$ W) und $2S_{1/2}(F=3/2) - 4D_{5/2}$ (rechts, $P \approx 12$ W) Übergangs. Die angegebene Schwebungsfrequenz wurde mit dem auf den $1S_{1/2}(F=3/2) - 2S_{1/2}(F=3/2)$ Übergang geregelten blauen Laser gemessen.

Die beobachteten Linienbreiten der Übergänge betragen etwa 1.5 MHz beziehungsweise 7 MHz, entsprechend einer Güte von $4 \cdot 10^8$ und $1 \cdot 10^8$ für den $2S-4S$ und $2S-4D_{5/2}$ Übergang. Dies muß mit der natürlichen Linienbreite von 0.69 und 4.4 MHz verglichen werden. Die zusätzliche Verbreiterung läßt sich hauptsächlich auf Sättigungsverbreiterung und Frequenzverschiebungen durch den dynamischen Stark-Effekt zurückführen, welches aufgrund der inhomogenen Lichtintensität auch zu einer Verbreiterung führt. Diese Verbreiterungseffekte werden weiter unten genauer diskutiert. Für kleinere Leistungen nimmt die beobachtete Linienbreite ab, allerdings wird das Signal- zu Rausch-Verhältnis auch schlechter. Das Signal- zu Rausch-Verhältnis beträgt für die in Abbildung 4.2 gezeigten Spektren etwa 1:13 ($2S-4S$) bzw. 1:40 ($2S-4D_{5/2}$) nach etwa 20 Minuten Meßzeit. Bei einer Meßzeit pro Punkt von 5 bzw. 3 Sekunden erwartet man nach der Poisson-Statistik ein Signal- zu Rausch-Verhältnis von etwa 1:14 beziehungsweise 1:43. Diese gute Übereinstimmung zeigt, daß keine größeren zusätzlichen Rauschquellen eine Rolle spielen.

An die gemessenen Spektren können sowohl Lorentz-Kurven als auch berechnete Linienprofile angepaßt werden. In Abbildung 4.2 und 4.3 sind die Spektren mit ihren angepaßten berechneten Linienprofilen gezeigt. Diese Linienprofile werden im nächsten Kapitel genauer diskutiert. Da die Spektren sehr schwach asymmetrisch sind, ist eine Anpassung von Lorentz-Profilen zwar noch möglich, aber weniger exakt. Für die von Biraben et al.²⁷ gemessenen $2S-nS$ und $2S-nD$ ($n > 8$) Spektren gelingt wegen der großen Asymmetrie eine Anpassung mit Lorentz-Kurven jedoch nicht.

Alternativ lassen sich die atomaren Linien auch mittels des auf den Hilfsreferenzresonator stabilisierten Lasers beobachten. Der Vorteil einer solchen Messung ist der erzielbare größere Durchstimmbereich des Titan-Saphir Lasers, so daß unter anderem die Feinstrukturaufspaltung des $4D$ Zustand untersucht werden kann. Um den Laser über die freie Spektralbreite seines Resonators von 250 MHz hinaus in der Frequenz abzustimmen, muß der Kippwinkel des dicken Etalons im Laserresonator von Hand entsprechend der Laserfrequenz verändert werden.

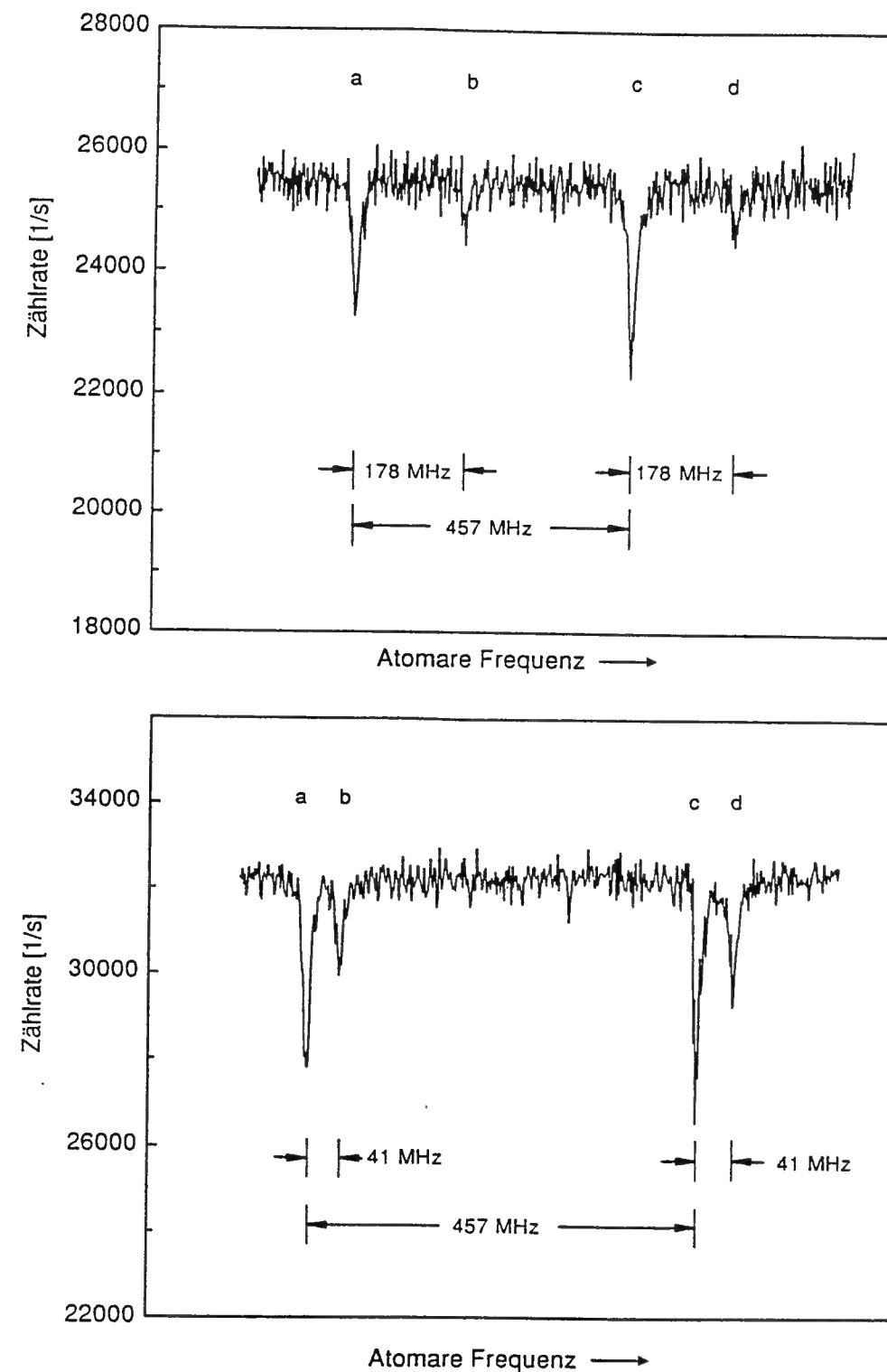


Abbildung 4.4: Spektren des $2S-4D$ Übergangs, die mit dem auf den Hilfsresonator stabilisierten Laser aufgenommen wurden in Wasserstoff (oben) und Deuterium (unten).

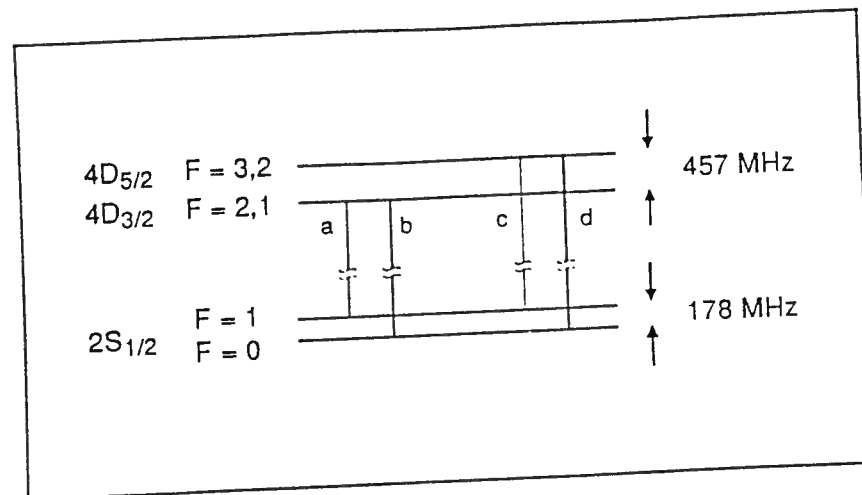


Abbildung 4.5: Ausschnitt aus dem Termschema von Wasserstoff (2S-4D Übergang). Die kleinen Buchstaben beziehen sich auf die in Abbildung 4.4 (oben) gezeigten entsprechenden Übergänge.

Abbildung 4.4 zeigt so erhaltene 2S-4D Spektren in Wasserstoff und in Deuterium; die gesamte Meßzeit betrug jeweils etwa 15 Minuten. Man erkennt deutlich die Feinstrukturaufspaltung des angeregten 4D Zustands sowie die Hyperfeinstrukturaufspaltung des unteren 2S Niveaus. Die Hyperfeinstrukturaufspaltung der angeregten 4D Zustände (in Wasserstoff 1.1 MHz: $4D_{5/2}$ und 1.8 MHz: $4D_{3/2}$) liegt innerhalb der natürlichen Linienbreite von 4.4 MHz. In Abbildung 4.5 ist ein vereinfachtes Anregungsschema des 2S-4D Übergangs in Wasserstoff gezeigt.

Zu einer Aufnahme rauschfreier Spektren eignet sich dieser Referenzresonator jedoch kaum, da seine große Drift von einigen MHz/min längere Meßzeiten unmöglich macht. Präzisere Messungen konnten daher nur mit Hilfe des stabilen Referenzresonators durchgeführt werden. Außerdem wurde für die Messung an 2S-4D Übergängen meist nur der stärkste Übergang $2S(F=1)-4D_{5/2}$ untersucht, da hier das beste Signal zu Rausch-Verhältnis zu erwarten war. Zur Beobachtung der schwächeren und schmäleren 2S-4S Übergänge war dieser Resonator nicht geeignet.

4.3 Berechnung der erwarteten Linienprofile

Eine Berechnung der erwarteten Linienprofile der Doppler-freien Zweiphotonenübergänge 2S-4S und 2S-4D in diesem Aufbau ermöglicht nach Anpassung an die experimentellen Spektren eine genaue Bestimmung der jeweiligen atomaren Übergangsfrequenz. Die auftretende Verschiebung der Übergangsfrequenz aufgrund des dynamischen Stark-Effekts wird korrigiert. Der Grundgedanke hierbei ist, daß sich aus der gemessenen Linientiefe die effektive Lichtleistung, die auf das Atom wirkt, errechnen läßt. So kann die Verschiebung durch den dynamischen Stark-Effekt und damit die unverschobene Linienposition bestimmt werden.

Mögliche atomare Trajektorien durch die Wechselwirkungsregion mit dem Lichtfeld sind in Abbildung 4.6 schematisch dargestellt. Mit der in Kapitel 2.2 angegebenen Übergangsrate und der Verschiebung der Übergangsfrequenz aufgrund des dynamischen Stark-Effekts kann der Beitrag jeder einzelnen möglichen atomaren Trajektorie zum Signal berechnet werden. Eine atomare Trajektorie ist bestimmt durch den Eintrittspunkt (r_1, θ_1) auf der ersten Blende und den Austrittspunkt (r_2, θ_2) auf der zweiten Blende nach einer Wechselwirkungszone der Länge $L=330$ mm.

Das Atom erfährt, in Abhängigkeit von seiner longitudinalen Position z : $0 \leq z \leq L$ eine Laserintensität I , die durch den Abstand $r(z)$ zur Achse gegeben ist:

$$I(z) = I_0 \exp\left(-2\left(\frac{r(z)}{w(z)}\right)^2\right).$$

Der von seiner longitudinalen Position abhängige Radius des Laserstrahls $w(z)$ ergibt sich unter Beachtung der Gesetze der Gaußschen Strahlenoptik¹⁰³ mit den verwendeten Spiegelradien ($R_1=1000$ mm, $R_2=\infty$ im Abstand von 710 mm. Der Abstand zwischen erster Blende und dem gekrümmten Einkoppelspiegel beträgt 240 mm).

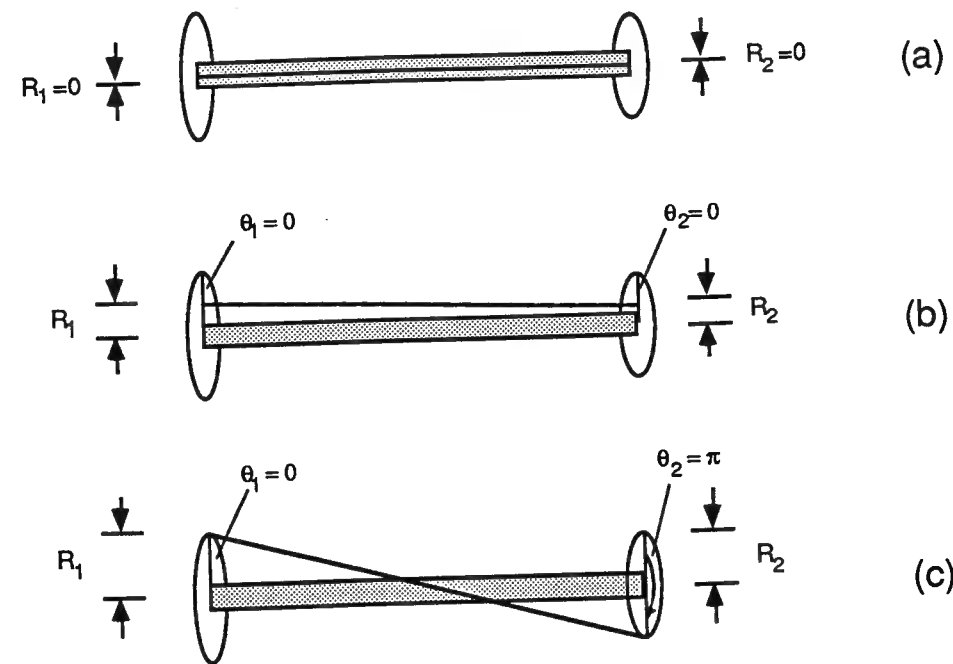


Abbildung 4.6: Beispiele für mögliche atomare Trajektorien durch das Lichtfeld (vergleiche Tabelle 4.1).

Fall	Ein- und Austrittspunkt des Atoms	Anregung	Dynamische Stark-Verschiebung
a	$r_1=r_2=0$	groß	groß
b	$r_1=R_1/2; r_2=R_2/2; \theta_1=\theta_2=0$	klein	klein
c	$r_1=R_1; r_2=R_2; \theta_1=0; \theta_2=\pi$	klein	mittel

Tabelle 4.1: Qualitative Angaben für das Maß von Anregung und dynamischer Stark-Verschiebung der in Abbildung 4.6 gezeigten atomaren Trajektorien durch das Lichtfeld.

In Abbildung 4.6 sowie Tabelle 4.1 sind als Beispiele drei verschiedene atomare Trajektorien gezeigt, die unterschiedlich durch das Lichtfeld verlaufen und dementsprechend unterschiedliche Anregung und dynamische Stark-Verschiebung erfahren. Ihre resultierenden Resonanzfrequenzen sind gegeneinander durch den unterschiedlichen dynamischen Stark-Effekt verschieden weit verschoben; der Beitrag zum Signal entspricht der jeweiligen Anregung. Das Gesamtsignal setzt sich aus der Summe der Beiträge aller möglichen atomaren Trajektorien zusammen. Es ergibt sich eine Verschiebung und Verbreiterung der atomaren Linie, zudem wird die Linienform asymmetrisch.

Für ein metastabiles Atom der Geschwindigkeit v ist die Wahrscheinlichkeit, daß es durch Doppler-freie Zweiphotonenübergänge in den 4S oder 4D Zustand angeregt wurde gegeben durch²⁸ (ω_{if} : Übergangsfrequenz, ω : Laserfrequenz, $\Omega = 2\omega - \omega_{if}$):

$$S(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = 1 - \exp \left(- \frac{1}{v} \int_0^L \frac{k_A \Gamma I^2(z)}{(\Omega - c_{1s} \cdot I(z))^2 + (\Gamma/2)^2} dz \right).$$

mit:

$$k_A = \left(\frac{4\pi a_0^2}{mc^2 \alpha} \right)^2 |\gamma|^2$$

Diese Formel für die Übergänge 2S-4S und 2S-4D muß jedoch, wie bereits in Kapitel 2.2 erläutert, aufgrund der Fein- und Hyperfeinstruktur der Niveaus sowie Repopulationseffekten des 2S Zustands leicht modifiziert werden. Es ergibt sich folgender Ausdruck für die Abnahme der Besetzung des 2S Zustands für einen Übergang ausgehend von 2S(F=1):

$$S(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = \left(1 - \frac{p_0}{1-p_1} \right) C_{HFS} \left(1 - \exp \left(- \frac{1}{v} \int_0^L \frac{C_{FS}(1-p_1) k_A \Gamma I^2(z)}{(\Omega - c_{1s} \cdot I(z))^2 + (\Gamma/2)^2} dz \right) \right).$$

Die Konstanten p_1 und p_0 beschreiben Effekte des optischen Pumpens unter Beachtung der Hyperfeinstruktur und sind in Tabelle 4.2 für die hier betrachteten Übergänge angegeben. Für Deuterium muß p_0 und p_1 durch $p_{1/2}$ und $p_{3/2}$ für einen Übergang ausgehend von $2S(F=3/2)$ ersetzt werden.

Übergang	Wasserstoff: $2S(F=1)$		Deuterium: $2S(F=3/2)$	
	$\frac{p_0}{C_p}$	$\frac{p_1}{C_p}$	$\frac{p_{1/2}}{C_p}$	$\frac{p_{3/2}}{C_p}$
2S-4S	4/27	23/27	16/81	65/81
2S-4D _{5/2}	2/15	13/15	8/45	37/45

Tabelle 4.2: Konstanten des optischen Pumpens bei Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur^{28,73}. Hier gibt C_p (≈ 0.05) die Rückpumpwahrscheinlichkeit in den 2S Zustand an.

Da der Atomstahl eine Geschwindigkeitsverteilung besitzt, müßte korrekterweise nicht nur über alle Trajektorien, sondern auch über die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Atome integriert werden. Für kleine Lichtintensitäten läßt sich die Exponentialfunktion entwickeln und das Geschwindigkeitsintegral vom Ortsintegral separieren. Aus Gründen der hohen hierfür benötigten Rechenzeit wurde die Integration über die atomaren Geschwindigkeiten jedoch nicht ausgeführt. Die Berechnung wurde statt dessen mit einer mittleren inversen Geschwindigkeit $v_{IM} = \langle 1/v \rangle^{-1}$ durchgeführt:

$$v_{IM} = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} v_0.$$

In Falle höherer Lichtintensitäten stellt dies eine Näherung dar.²⁸

Außerdem muß der Doppler-Effekt zweiter Ordnung betrachtet werden, der die Linienmitten als Funktion der atomaren Geschwindigkeit ver-

schiebt. Der Term $\Omega - c_{1S} \cdot I(z)$ in der Anregungsfunktion sollte daher um den Ausdruck $+\omega_{fi} v^2/2c^2$ ergänzt werden. Da die Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung aber wesentlich kleiner als die natürliche Linienbreite ist, wird sie bei der Berechnung der Linienformen nicht berücksichtigt. Näherungsweise kann die resultierende Verschiebung Δf_d mit einer Anregungsrate proportional zu $1/v$ und einer Geschwindigkeitsverteilung $f(v) \propto v^4 \exp(-v^2/v_0^2)$ durch folgendes Integral berechnet werden:

$$\begin{aligned} \Delta f_d &= \frac{f_{if}}{2c^2} \int_0^\infty v^5 \exp(-v^2/v_0^2) dv / \int_0^\infty v^3 \exp(-v^2/v_0^2) dv \\ &= f_{if} \frac{v_0^2}{c^2}. \end{aligned}$$

Es ergibt sich eine mittlere Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung von etwa 30 kHz bei Wasserstoff sowie 10 kHz bei Deuterium bei 486 nm (siehe Kapitel 3.3.3). Die Linienverbreiterung aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung liegt in derselben Größenordnung. Der Einfluß der Sättigung des Übergangs auf diese Näherung wurde von Garreau et al.²⁸ an einem Beispiel durch Vergleich mit dem Resultat einer exakten Rechnung untersucht. Es ergab sich ein Fehler in der Frequenz von einigen 10^{-13} , welcher wegen des kleinen Wertes vernachlässigt werden darf.

Die beobachtete Abnahme des Metastabilen Signals ist gegeben durch das Integral über die möglichen atomaren Trajektorien:

$$S_t = \frac{1}{\pi R_1^2} \frac{1}{\pi R_2^2} \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{2\pi} d\theta_2 S(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2).$$

Wir nehmen hier eine gleichmäßige Verteilung der Anfangs- und Endpunkte auf beiden Blenden an; jedoch wird, wie weiter unten beschrieben, für die erste Blende ein kleinerer, effektiver als der geometrische Radius angenommen. Aufgrund der Symmetrie läßt sich dieses Problem auf drei Integrationen reduzieren. Die numerischen Rechnungen wurden von L.

Julien an der École Normale Supérieure in Paris für unsere Apparatur durchgeführt.

Die Resultate der berechneten Linienformen sind für den 2S-4S Übergang in Wasserstoff bei verschiedenen Leistungen in Abbildung 4.7 gezeigt. Wie man erkennt, wird mit zunehmender Leistung die Linie etwas verschoben und verbreitert. In Abbildung 4.8 ist für die Übergänge 2S-4S und 2S-4D_{5/2} die berechnete Verschiebung der Linienmitte gegen die Leistung aufgetragen. Es zeigt sich, daß vor allem für die stärkeren 2S-4D Übergänge wegen der höheren Sättigung die effektive dynamische Stark-Verschiebung bei höheren Leistungen zunehmend nichtlinear zur Anregungsleistung wird. Dieser Befund wird weiter unten noch genauer diskutiert.

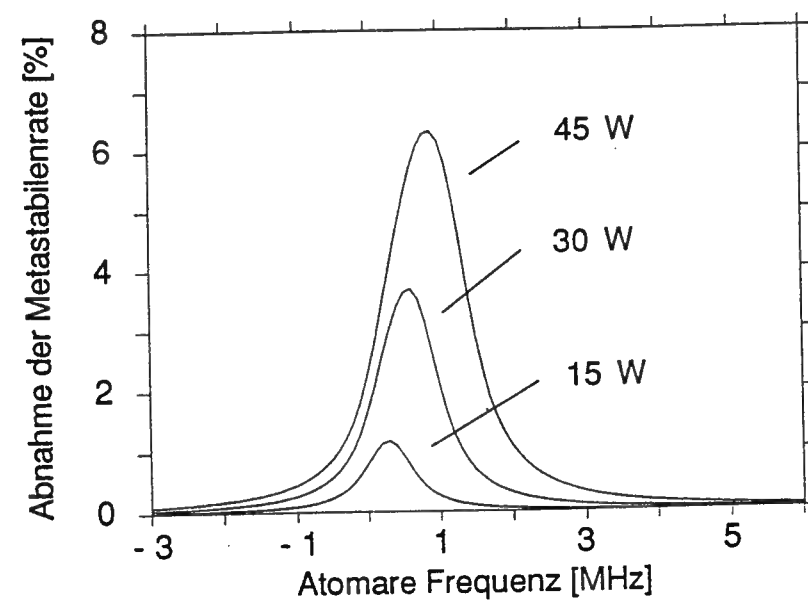


Abbildung 4.7: Theoretische Linienprofile bei verschiedenen Laserleistungen für den 2S-4S Übergang in Wasserstoff.

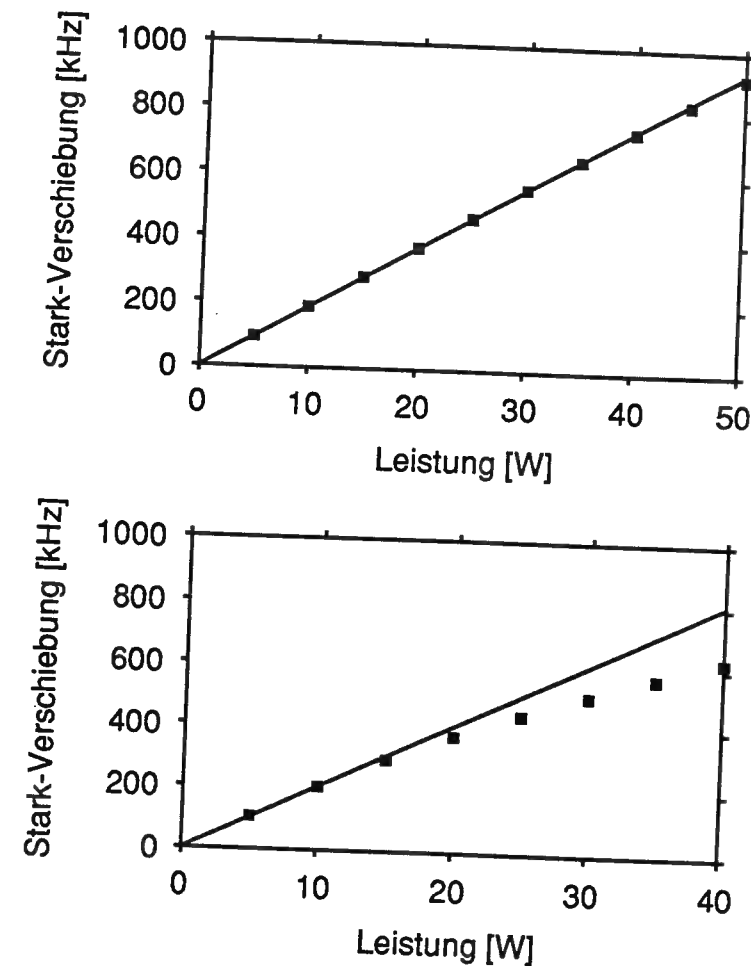


Abbildung 4.8: Theoretische dynamische Stark-Verschiebung der Linienmitte als Funktion der Leistung (•) für 2S-4S (oben) und 2S-4D_{5/2} (unten). Die durchgezogenen Linien zeigen den Verlauf ohne Berücksichtigung der Sättigung.

4.4 Anpassungsverfahren an die experimentellen Spektren

Die berechneten Linienprofile werden mit einer zusätzlichen Gaußschen Verbreiterung gefaltet. So können bei der Berechnung der Linienprofile vernachlässigte Verbreiterungseffekte, wie Frequenz- und Amplitudenfluktuationen des Lasers oder elektrische und magnetische Streufelder, im Falle des 4D_{5/2} Zustands zusätzlich noch die Hyperfeinstrukturaufspaltung, berücksichtigt werden. Die Anpassung der Kurven an die experimen-

tellen Spektren erfolgte mit einem Levenberg-Marquart Algorithmus, der die mittlere quadratische Abweichung minimiert.⁹⁶ Die zur Anpassung der Kurven benutzten Parameter waren die unverschobene Mittenfrequenz der Übergänge, der metastabile Fluß ohne Licht, die Lichtleistung sowie die Gaußsche Verbreiterung.

Wegen der zur Berechnung der theoretischen Linienprofile benötigten hohen Rechenleistung, ist es nicht möglich, während der Anpassungsprozedur für jeden Iterationsschritt das vierdimensionale Anregungsintegral über die Atomtrajektorien (siehe Kapitel 4.3) für alle Frequenzstützpunkte zu lösen. Es wurde statt dessen wie folgt vorgegangen: L. Julien aus Paris berechnete mit Daten unserer Apparatur die Linienformen als Funktion der Frequenz in Schritten zu 100 kHz (2S-4S) oder 500 kHz (2S-4D) sowie der Leistung in Schritten zu 5 W. Zwischen diesen Stützpunkten wurde quadratisch in der Frequenz und kubisch in der Leistung interpoliert. Die Qualität der Interpolation konnte durch versuchsweise Verdopplung des Stützpunktabstands in der Leistung auf 10 W zu kleiner 0.1% der Anregungswahrscheinlichkeit abgeschätzt werden.

Zuvor müssen jedoch von der am Detektor nachgewiesenen Zählrate diejenigen Pulse abgezogen werden, die nicht von metastabilen Atomen, sondern hauptsächlich von Lyman- α Photonen aus der Elektronenkanone verursacht werden. Da diese Dunkelpulsrate D nicht direkt gemessen werden konnte, muß sie rechnerisch ermittelt werden. Ein kleines, unbeabsichtigtes, elektrisches Feld im Detektor zerstört auch ohne angelegte Quenchspannung einen Bruchteil der metastabilen Atome N . Dieser Bruchteil x ließ sich abschätzen, indem die durch Zweiphotonenübergänge verursachte Sättigung $S(f)$ der Zählrate bei angelegter Quenchspannung $Z_M(f)$ mit derjenigen ohne diese Spannung $Z_0(f)$ verglichen wurde.

Es gilt für alle Frequenzen f (siehe Abbildung 4.9):

$$\begin{aligned} N(1-S(f)) + D &= Z_M(f) \\ x \cdot N(1-S(f)) + D &= Z_0(f) \end{aligned}$$

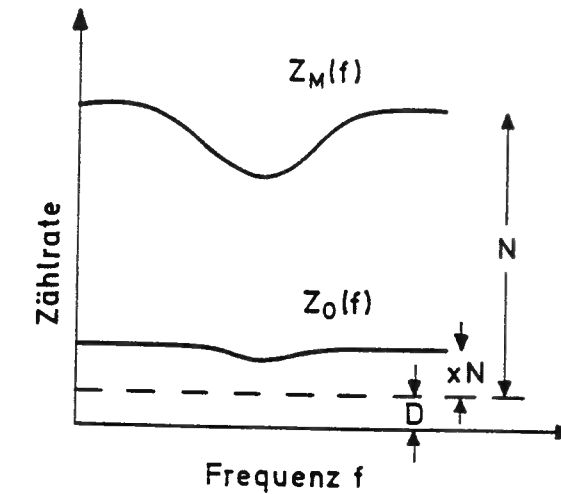


Abbildung 4.9: Die Zählraten mit und ohne angelegte Quenchspannung als Funktion der Frequenz (vergleiche Text).

Es ergibt sich durch Elimination der frequenzabhängigen durch Zweiphotonenübergänge verursachten Sättigung $S(f)$:

$$D(1-x) = Z_0(f) - x \cdot Z_M(f)$$

Die Größe $Z_0(f) - x \cdot Z_M(f)$ sollte daher unabhängig von der Laserfrequenz sein. Durch Variation des Parameters x wird versucht, die Größe $Z_0(f) - x \cdot Z_M(f)$ möglichst gut mit einer konstanten Funktion C zu approximieren. Dies geschieht nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung χ^2 mittels eines Regressionsverfahrens, welches wie folgt berechnet wurde:

$$\chi^2 = \sum_i (C - (Z_0(f_i) - x \cdot Z_M(f_i)))^2.$$

Durch Ableiten von χ^2 nach x und C ergibt sich:

$$x = \frac{\sum_i (Z_M(f_i) - \bar{Z}_M) \cdot (Z_0(f_i) - \bar{Z}_0)}{\sum_i (Z_M(f_i) - \bar{Z}_M)^2},$$

$$C = \bar{Z}_O - x \cdot \bar{Z}_M.$$

Die Dunkelpulsrate berechnet sich zu $D = C/(1 - x)$. Der Mittelwert beträgt (abgesehen von einigen Ausreißern für kleine Leistungen) sowohl für Wasserstoff als auch für Deuterium etwa 1800/s.

In einer ersten Meßperiode lag der so abgeschätzte Bruchteil x der Zählrate, der auch ohne angelegte Quenchspannung detektiert wird, noch etwa bei 25%. Später wurde, durch Entfernung der isolierenden Halterungen der Quenchdrähte aus der Nähe des Detektionsbereiches sowie vollständiger Beschichtung dieser Drähte mit Graphit dieser Bruchteil x auf etwa 5% des Flusses reduziert. Die Tatsache, daß sich in beiden Fällen aus der Rechnung trotz der großen Variation in x bis auf etwa 10% die gleiche Dunkelpulsrate ergibt, bestätigt die Methode dieser Abschätzung.

Diese Rechnung berücksichtigt nicht die Geschwindigkeitsverteilung der Atome. Sie stellt daher nur eine Näherung dar. Wie später aber gezeigt wird, ist eine genauere Bestimmung der Dunkelpulsrate jedoch für das Endresultat nicht entscheidend. Die kleine Abhängigkeit des Endresultats von diesem Parameter wird, neben anderen Größen, in dem systematischen Fehler für die Linienform berücksichtigt.

4.5 Analyse der Anpassungen

4.5.1 Anpassungen für verschiedene Lichtleistungen

Die angepaßten Linienformen wurden der besseren Übersicht halber bereits in Abbildung 4.2 und 4.3 in die experimentellen Spektren eingezeichnet. Wie zu erkennen ist, ergibt sich eine gute Beschreibung der gemessenen Spektren.

Um nun überprüfen zu können, inwieweit sich die Verschiebung der Mittenfrequenz infolge des dynamischen Stark-Effekts durch die angewandten Rechenverfahren korrigieren läßt, wurden Spektren für ver-

schiedene Laserleistungen aufgenommen. Abbildung 4.10 zeigt als Beispiel 2S-4S Spektren mit den angepaßten Linienprofilen jeweils einmal für eine kleine sowie für eine größere Lichtleistung.

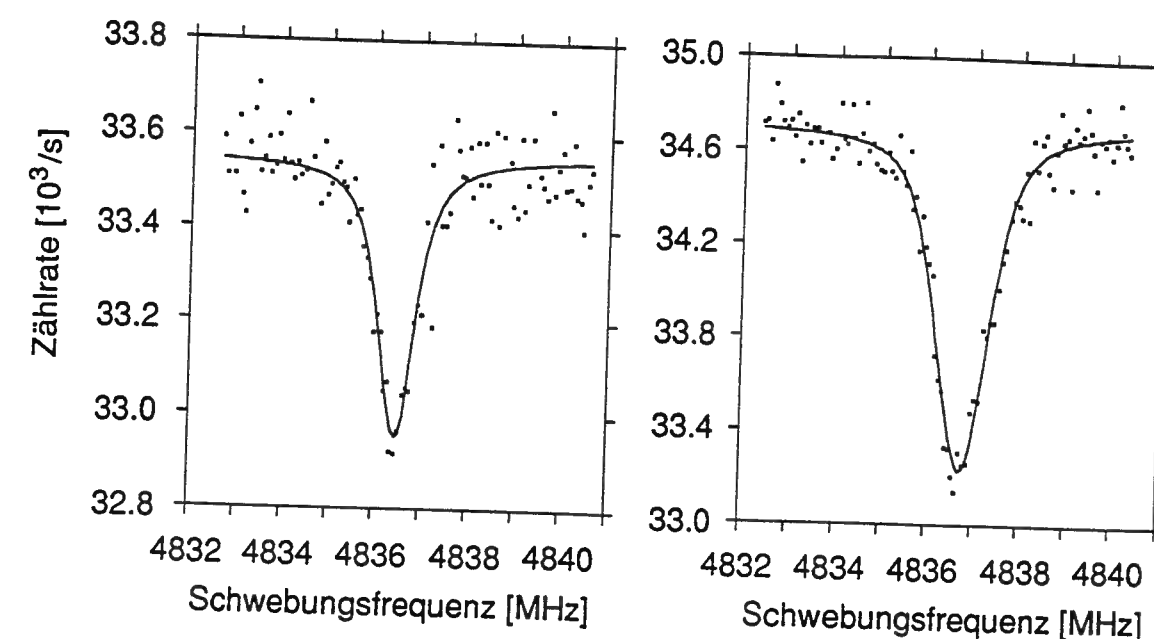


Abbildung 4.10: $2S_{1/2}(F=1)-4S_{1/2}(F=1)$ Zweiphotonenspektrum für unterschiedliche Lichtleistungen: $P \approx 18\text{ W}$ (links) und $P \approx 35\text{ W}$ (rechts).

Die Anpassungsprozedur liefert für jedes Spektrum eine um die dynamische Stark-Verschiebung korrigierte Mittenfrequenz der Linie. Durch den Endspiegel des Überhöhungsresonators wird etwas Licht transmittiert, welches mit einer Photodiode beobachtet wird und ein Maß für die Leistung im Resonator darstellt. In Abbildung 4.11 (untere Kurve) ist die berechnete Mittenfrequenz des 2S-4S Übergangs als Funktion des Photodiodensignals für alle Spektren eines Meßtages aufgetragen. Die obere Kurve zeigt zum Vergleich die Verschiebung der Linienmitte als Funktion der Leistung. Zu deren Bestimmung wurden die experimentellen Spektren an Lorentz-Kurven angepaßt. Man erkennt hier eine Verschiebung von etwa 600 kHz aufgrund des dynamischen Stark-Effekts bei maximaler Leistung (etwa 50 Watt). Durch Extrapolation der Linienmitte zu Leistung

Null kann in erster Näherung die unverschobene Übergangsfrequenz gefunden werden.

Durch Anpassung der Spektren mit berechneten Linienformen läßt sich, wie die untere Kurve zeigt, die dynamische Stark-Verschiebung weitgehend korrigieren. Es zeigt sich jedoch, daß diese Verschiebung leicht überkompensiert wurde. Es ist auch hier eine Abhängigkeit der Mittenfrequenz von der Leistung vorhanden, die jedoch wesentlich kleiner ist und ein anderes Vorzeichen besitzt. Die vom Programm ermittelte dynamische Stark-Verschiebung ist hier zu groß.

Die Steigung der Extrapolationsgeraden ist stark abhängig von dem für die Rechnung angenommenen Radius der Blenden, welche den Atomstrahl kollimieren. Wie sich zeigte, führte eine Wahl für den Radius der ersten Blende von $R_1=1.25$ mm (erster Datensatz) bzw. bei dem zweiten Datensatz von $R_1=1.75$ mm dazu, daß die Steigung der Extrapolationsgeraden im Rahmen der Fehlergrenzen gleich Null, die berechnete Mittenfrequenz also unabhängig von der Laserleistung ist. Ein kleinerer effektiver Radius der ersten Blende als der geometrische von 2 mm läßt sich durch die beobachtete Potentialabsenkung aufgrund der Raumladungseffekte in der Elektronenkanone (siehe Kapitel 3.3) gut verstehen. Er bewirkt, daß bei den Berechnungen der Linienprofile die zur Anpassung der Spektren nötige Anregung bereits bei geringeren berechneten Laserleistungen erreicht wird. Der Überlapp zwischen Atomstrahl und dem Lichtstrahl, der einen kleineren Durchmesser als der Atomstrahl besitzt, verbessert sich und damit erhöht sich die mittlere Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld. Das Programm errechnet nun eine geringere effektive Laserleistung; der dynamische Stark-Effekt wird nicht mehr überkompensiert.

Der Wert des effektiven Durchmessers der ersten Blende ist noch mit einer gewissen Unsicherheit behaftet. Durch Extrapolation der berechneten Mittenfrequenzen zur Leistung Null lassen sich kleine verbleibende Abhängigkeiten der Mittenfrequenz von der Leistung berücksichtigen.

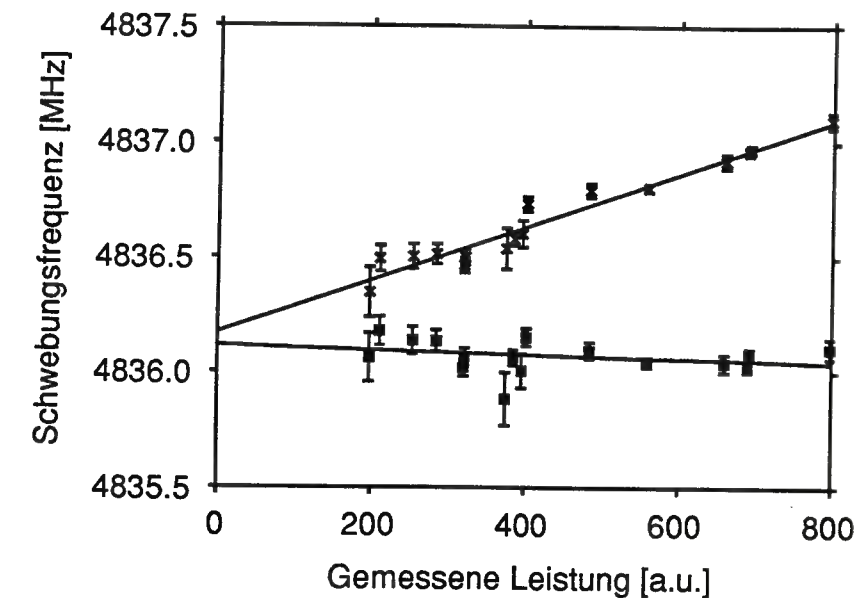


Abbildung 4.11: Abhängigkeit der berechneten Mittenfrequenz (■) für einen Blendendurchmesser von 4 mm sowie der Mitte der Linien (x) von der Leistung.

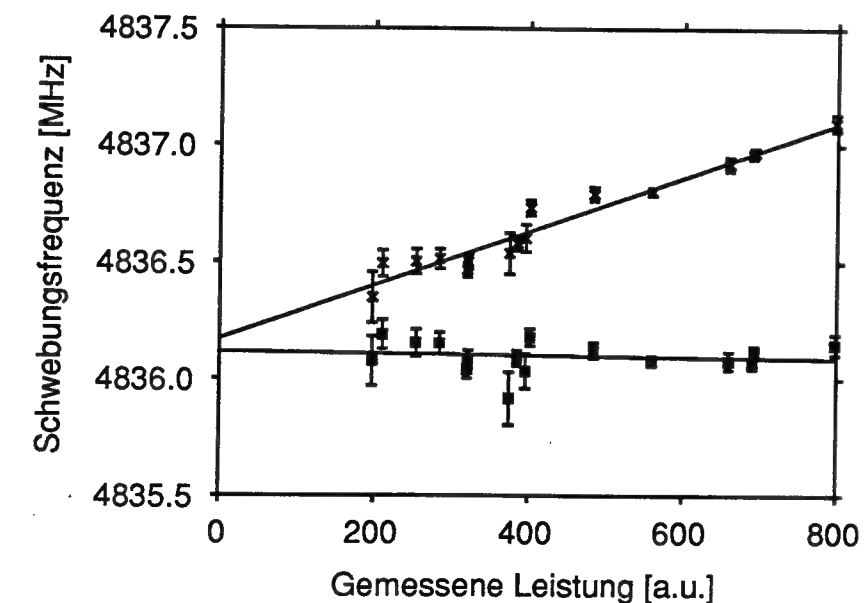


Abbildung 4.12: Abhängigkeit der berechneten Mittenfrequenz (■) für einen Blendendurchmesser von 2.5 mm sowie der Mitte der Linien (x) von der Leistung.

Es zeigt sich, daß die Steigung der Extrapolationsgeraden bei Variation des effektiven Durchmessers der ersten Blende stark variiert, der zu Leistung Null extrapolierte Wert verändert sich jedoch nur sehr wenig (siehe Kapitel 4.5.4). Die verbleibende Unsicherheit im Durchmesser der ersten Blende wird bei der Abschätzung der systematischen Fehler berücksichtigt.

Der zu Leistung Null extrapolierte Wert der berechneten Mittenfrequenzen zeigt gegenüber der entsprechend extrapolierten, durch Anpassung an Lorentz-Kurven gefundenen Linienmitten eine Differenz von (Mittelwert aller Messungen) 19 kHz für 2S-4S beziehungsweise 123 kHz für 2S-4D bei 486 nm. Diese Differenz wird dadurch verursacht, daß für höhere Laserleistungen die dynamische Stark-Verschiebung nicht mehr völlig linear mit der Leistung ansteigt, sondern abzuflachen beginnt (siehe auch Abbildung 4.8 und 4.9). Atome, die direkt auf der Laserstrahlachse laufen, sind schon in einem starken Maße durch 2S-4S/4D Übergänge angeregt worden und anschließend über einen P-Zwischenzustand in den 1S Grundzustand zerfallen; sie tragen daher nicht mehr zum Signal bei. Diese Sättigungserscheinung des dynamischen Stark-Effekts ist daher in besonderem Maße bei den stärkeren 2S-4D Übergängen zu beobachten. Es zeigt sich somit, daß vor allem für diese stärkeren Übergänge die durch Sättigungseffekte verursachte leichte Nichtlinearität der effektiven dynamischen Stark-Verschiebung berücksichtigt werden muß.

4.5.2 Bestimmung der tatsächlichen Lichtleistung

Aus der Anpassung der berechneten Linienprofile an die experimentellen Spektren ergibt sich neben der korrigierten Mittenfrequenz auch die Lichtleistung im Resonator. Diese sollte identisch mit der tatsächlichen Leistung sein, welche sich experimentell jedoch nur schwer mit ausreichender Genauigkeit messen läßt. Die Proportionalität der berechneten zur tatsächlichen Lichtleistung im Resonator läßt sich hingegen sehr gut mit Hilfe des gemessenen Photodiodensignals überprüfen.

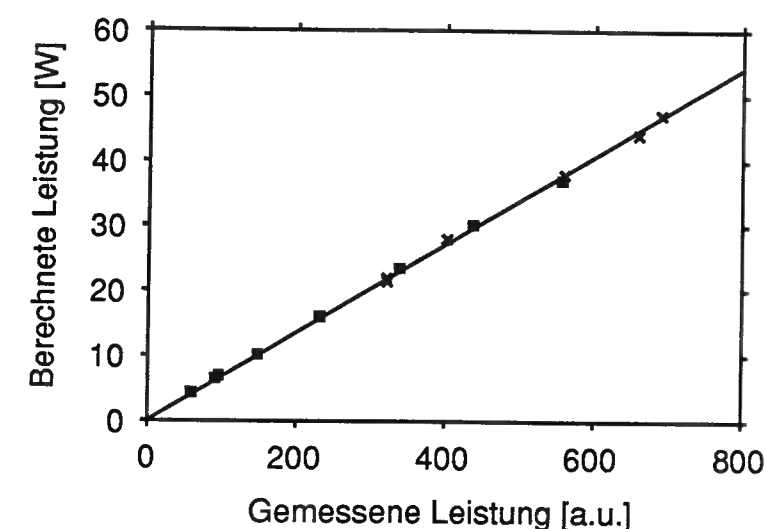


Abbildung 4.13: Abhängigkeit der berechneten Lichtleistung von dem gemessenen Photodiodensignal für 2S-4S (x) und 2S-4D_{5/2} (■).

In Abbildung 4.13 ist für 2S-4S und 2S-4D_{5/2} Spektren die berechnete Lichtleistung als Funktion des Photodiodensignals gezeigt. Man erkennt, daß diese in guter Proportionalität zueinander stehen. Zudem stimmt auch die Proportionalitätskonstante für die 2S-4S mit denen der 2S-4D Spektren im Rahmen der Fehlergrenzen überein. Diese Resultate stellen einen guten Test der Anpassungsprozedur dar.

Eine leichte systematische Nichtlinearität zeigt jedoch die Grenzen des Anpassungsverfahrens an die berechneten Linienformen infolge der durchgeführten erforderlichen Näherungen. Alle Extrapolationen der berechneten Mittenfrequenz zu Leistung Null wurden daher je einmal als Funktion der berechneten Lichtleistung sowie des gemessenen Photodiodensignals ausgeführt. Zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung wurde der Mittelwert dieser Resultate benutzt. Die Abweichungen zwischen den erhaltenen Werten liefern einen Beitrag zum systematischen Fehler der Anpassungsprozedur (siehe Kapitel 4.5.4).

4.5.3 Linienbreiten

Experimentell gemessene Linienbreiten der 2S-4S und 2S-4D_{5/2} Übergänge im Vergleich zu den sich aus den Berechnungen ergebenden Linienbreiten sind in Abbildung 4.14 als Funktion der Laserleistung gezeigt. Bei diesen Rechnungen sind Verbreiterungen durch Sättigung der Übergänge sowie durch die an verschiedenen Orten unterschiedlich starke dynamische Stark-Verschiebung bereits berücksichtigt. Da die experimentellen leicht oberhalb der durchgezeichneten, berechneten Linienbreiten liegen, zeigt es sich, daß zusätzliche Verbreiterungsmechanismen auftreten. Diese werden in den Anpassungen durch Faltung der theoretischen Linienprofile mit einer Gauß-Funktion berücksichtigt. Die zusätzliche Verbreiterung der Übergänge dürfte vor allem auf folgende Effekte zurückzuführen sein, vergleiche Kapitel 2.3:

- Fluktuation der Laserfrequenz: Die Linienbreite des Titan-Saphir Lasers sowie die Reproduzierbarkeit und Genauigkeit beim Einstellen der Laserfrequenz gehen hier ein. Dieser Punkt dürfte vor allem für die leicht über den berechneten liegenden experimentellen Linienbreiten verantwortlich sein.

- Fluktuationen der Leistung im Überhöhungs-Resonator: Da die dynamische Stark-Verschiebung leistungsabhängig ist, bewirken Fluktuationen der Lichtleistung eine Verbreiterung der Spektren. Aus einer Leistungsfluktuation von 5% läßt sich eine Verbreiterung von etwa 50 kHz bei 486 nm abschätzen.

- Magnetische Felder: Sie bewirken infolge des Zeeman-Effekts eine Aufspaltung des 4D-Zustands in einzelne Unterniveaus. Dies führt in erster Näherung jedoch nur zu einer Verbreiterung der beobachteten 2S-4D Übergänge. Magnetische Felder werden in diesem Aufbau durch eine μ -Metallröhre abgeschirmt. Auf 4/5 der Wechselwirkungslänge konnte eine Reduktion des Erdmagnetfeldes auf weniger als 10 mGauß mittels einer

Förster-Magnetfeldsonde beobachtet werden, welches einer Verbreiterung der 2S-4D Resonanzen um etwa 100 kHz entspricht.

Andere Effekte, wie die Durchflugszeitverbreiterung, Stark-Effekt durch elektrische Streufelder, Photoionisation⁹³ sowie Druckverbreiterung liefern nur geringe Beiträge zur Verbreiterung der atomaren Resonanzen.

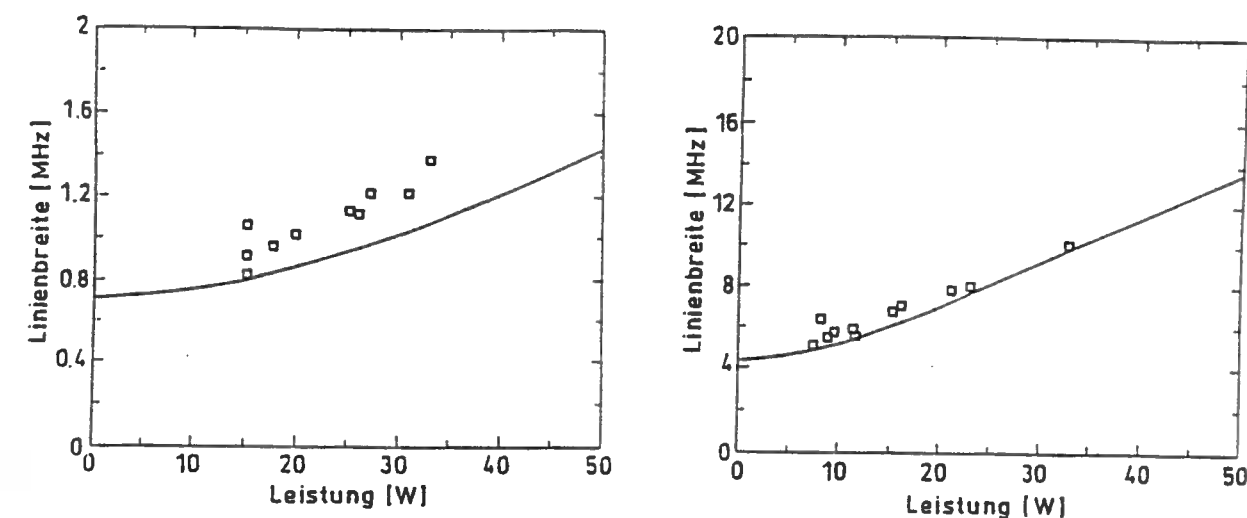


Abbildung 4.14: Abhängigkeit der experimentellen und unter Berücksichtigung von Sättigungs- und dynamischer Stark-Verbreiterung erwarteter Linienbreiten bei 486 nm (durchgezogene Linien) von der Lichtleistung für die Übergänge 2S-4S (links) und 2S-4D_{5/2} (rechts) in Wasserstoff.

4.5.4 Diskussion der Extrapolationen zu Leistung Null

Die Extrapolationen der berechneten Mittenfrequenz zur Leistung Null sollen nun zusammengefaßt und diskutiert werden. Zur Bestimmung der exakten Schwebungsfrequenzen 1S-2S gegen 2S-4S/4D wurden die Extrapolationen zur Leistung Null für jeden Meßtag einzeln vorgenommen. Auf diese Weise konnten Unsicherheiten bei der Leistungsbestimmung mittels Photodiode aufgrund etwas unterschiedlicher Justage von Laser und Photodiode vermieden werden.

Nachdem einige experimentelle Parameter der benutzten Apparatur nur innerhalb gewisser Fehlergrenzen ermittelt werden konnten, soll hier die Einfluß der drei wesentlichsten unsicheren Größen auf das Meßresultat untersucht werden.

Da die Dunkelpulsrate nicht genau bekannt war, wurde eine Anpassung der Spektren sowohl mit der in Kapitel 4.4 abgeschätzten Dunkelpulsrate von 1800/s als auch mit einer solchen von Null vorgenommen. Die Differenz zwischen den zu Leistung Null extrapolierten berechneten Schwebungsfrequenzen ist in Tabelle 4.3 aufgetragen. Man erkennt, daß die Abhängigkeit des Resultats von der Dunkelpulsrate kleiner als 1/10 des statistischen Fehlers für die 2S-4S und 2S-4D Daten ist. Da für die Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff die durch Anregung beider Übergänge erhaltenen Resultate gemittelt werden, liegt die verbleibende Differenz der Resultate bei 0.3 kHz, entsprechend 1/50 des statistischen Fehlers.

Eine zusätzlich probeweise durchgeführte Berechnung unter Annahme einer höheren Dunkelpulsrate von beispielsweise 3000/s führte bei größeren Laserleistungen für die stärkeren 2S-4D_{5/2} Übergänge zu einer deutlich erkennbaren schlechteren Übereinstimmung zwischen den theoretischen Linienprofilen und den experimentellen Spektren. Dieses zeigt, daß die tatsächliche Dunkelpulsrate wahrscheinlich nicht wesentlich über dem abgeschätzten Wert von 1800/s liegt. Bei den angepaßten Spektren mit angenommenen Dunkelpulsraten zwischen etwa 0 und 1800 /s konnte kein signifikanter Unterschied in der Qualität der Übereinstimmung zwischen berechneter und experimenteller Linienform festgestellt werden.

Um Unsicherheiten in der Bestimmung des effektiven Radius der ersten Atomstrahlblende abschätzen zu können, wurde unter Annahme der Radien von $R_1=1.25$ mm bzw. $R_1=1.75$ mm (siehe Kapitel 4.5.1) die zu Leistung Null extrapolierte Schwebungsfrequenz ermittelt und die

Differenz in Tabelle 4.3 aufgetragen. Es ergibt sich eine Variation von maximal 10% des statistischen Fehlers.

Die Extrapolationen der Schwebungsfrequenz zur Leistung Null wurden einerseits unter Verwendung des Photodiodensignals, andererseits unter Verwendung der berechneten Laserleistung durchgeführt. Wie in der dritten Zeile dieser Tabelle gezeigt, ist die Differenz der erhaltenen Resultate kleiner als 25% des statistischen Fehlers.

	2S-4S (kHz)	2S-4D (kHz)
Varierte Parameter:		
(1) Dunkelpulse: 0 <--> 1800	1.9	-2.2
(2) Blende R_1 : 1.25 <--> 1.75 mm	0.2	-2.2
(3) Extrapol.: ber. <--> exp. Leistung	5.8	1.2
Summe der Beträge	7.9	6.6
Statistische Ungenauigkeit	22.3	22.1

Tabelle 4.3 : Abhängigkeit der Resultate (91 und 92 Daten) der zu Leistung Null extrapolierten Schwebungsfrequenz von experimentellen Parametern in Wasserstoff sowie zum Vergleich die statistische Ungenauigkeit (vergleiche Text).

Die arithmetische Summe der Beträge aller Abweichungen liegt bei 7.9 kHz (2S-4S) bzw. 6.6 kHz (2S-4D) in Wasserstoff bei 486 nm, entsprechend $1.2 \cdot 10^{-11}$ der Übergangsfrequenz. Dies stellt unsere Abschätzung der systematischen Fehlerquellen durch die Unsicherheit der Linienform dar. Die systematischen Fehler der Linienform wurden für die Messungen an Deuterium entsprechend abgeschätzt, siehe folgendes Kapitel.

Es zeigte sich, daß die Fehlergrenzen in der Geschwindigkeit des metastabilen Atomstrahls einer Verschiebung der extrapolierten Schwebungs-

frequenz von unter 1 kHz entsprechen; diese Änderungen wirken zudem der Änderung durch den Doppler-Effekt zweiter Ordnung entgegen.

Die Streuung der Resultate einzelner Meßtage liegt nicht höher als der statistische Fehler. Dies stellt einen guten Test dafür dar, daß keine wesentlichen zusätzlichen Fehlerquellen auftreten. Aus den Mittelwerten der Resultate wird im nächsten Kapitel die 1S Lamb-Verschiebung berechnet.

5. Resultate

Aus dem Vergleich der Übergangsfrequenzen 2S-4S/4D und 1/4 (1S-2S) in Wasserstoff und Deuterium läßt sich die 1S Lamb-Verschiebung dieser Isotope sowie einige weitere wichtige Größen ermitteln.

5.1 Korrekturen der Meßdaten

Die experimentell bestimmten Meßdaten müssen zunächst einigen Korrekturen unterworfen werden. In Kapitel 2.3 wurde eine vollständigere Aufzählung möglicher Ursachen für Verschiebungen und Verbreiterungen der atomaren Linien gegeben. Hier sind nur diejenigen Korrekturen aufgeführt, die in Hinblick auf die experimentellen Fehlergrenzen berücksichtigt werden müssen. Die Unsicherheiten der Korrekturen sind in Tabelle 5.1 zusammengefaßt.

• Linienform

Die systematischen Fehler der Linienform wurden im vorangegangenen Kapitel ausführlich diskutiert. Der in Tabelle 5.1 angegebene Wert gibt eine Abschätzung dafür an, bis zu welchem Maße sich Verschiebungen der atomaren Übergangsfrequenz durch das starke Lichtfeld korrigieren lassen. Die Werte für Deuterium ergeben sich analog zu den hier diskutierten an Wasserstoff. Für den Übergang 2S-4S an Deuterium ist die so abgeschätzte systematische Unsicherheit deutlich größer, was sich vermutlich auf die geringere Anzahl aufgenommener Spektren zurückführen läßt.

• Stark-Effekt

Elektrische Streufelder in der Anregungszone werden durch Graphitbeschichtung in der Apparatur weitgehend vermieden. Die Bestimmung

der verbleibenden elektrischen Streufelder ist sehr schwierig. Für eine ähnliche metastabilen Atomstrahlapparatur⁸⁸ wurden durch Anregung der Übergänge 2S-20D Streufelder zu kleiner als 2 mV/cm abgeschätzt. In einer ersten Version dieses Aufbaus, die noch mittels Diffusionspumpen evakuiert, deren Ölrückstände potentiell eine Quelle starker elektrischer Streufelder sind, wurden Feldstärken von 30 mV/cm gemessen. Die in Tabelle 5.1 angegebenen Werte ergeben sich aus einem angenommenen Feld von 50 mV/cm und stellen eine obere Abschätzung möglicher Linienverschiebung durch elektrische Streufelder dar.

• Drift des Referenzresonators

Die langsame Drift des Referenzresonators für den infraroten Laser wird während der Aufnahme durch Beobachtung der Schwebungsfrequenz des verdoppelten Lichts mit dem auf den 1S-2S Übergang geregelten blauen Laser korrigiert (siehe Kapitel 4.1). Die Unsicherheit dieser Methode berechnet sich aus den unabhängigen Spektrumanalysator- und Zählermessungen zu 4 kHz.

• Doppler-Effekt zweiter Ordnung

Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung verschiebt die beobachteten Übergangsfrequenzen aufgrund der relativistischen Zeitdilatation.

Aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung des 1S Atomstrahls im 1S-2S Spektrometer bewirkt der Doppler-Effekt zweiter Ordnung eine Verschiebung sowie Verbreiterung des beobachteten Spektrums. Der Wert der Verschiebung des Linienmaximums kann unter Annahme einer Maxwell-schen Geschwindigkeitsverteilung der Atome aus der beobachteten Asymmetrie der Linie berechnet werden. Die Unsicherheit dieses Wertes liefert den größten Beitrag zum Fehler der 1S-2S Übergangsfrequenz. In der ersten Meßperiode wurde der Atomstrahl bei Raumtemperatur

betrieben, in der zweiten Meßperiode bei 80 Kelvin. Für die Doppler-Verschiebung 2. Ordnung der 1S-2S Übergangsfrequenz bei 486 nm ergibt sich eine Korrektur von +16(3) kHz beziehungsweise +5.4 (3.0) kHz in Wasserstoff, sowie +3.7(3) kHz bei Deuterium und 80 Kelvin.^{33,34} Für die erforderlichen Korrekturen der beobachteten Schwebungsfrequenz (2S-4S/4D) - (1S-2S) ergeben sich die entsprechenden negativen Werte.

Die Geschwindigkeit des metastabilen Atomstrahls ließ sich durch Anregung des Doppler-verbreiterten 2S-4P Übergangs messen. Mit den in Kapitel 3.3.3 angegebenen Werten für die Atomstrahlgeschwindigkeit ergibt sich als Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung des 2S-4S/4D Übergangs (siehe Kapitel 4.3) für die erste Meßperiode eine Korrektur von +36.1(5.0) kHz, für die zweite Meßperiode ein Wert von +27.1(5.0) kHz an Wasserstoff und eine Korrektur von +9.2(3.0) kHz in Deuterium bei 486 nm.

	Wasserstoff		Deuterium	
	2S _{1/2} -4S _{1/2} [kHz]	2S _{1/2} -4D _{5/2} [kHz]	2S _{1/2} -4S _{1/2} [kHz]	2S _{1/2} -4D _{5/2} [kHz]
Statistisch	22	22	65	40
Linienform	8	6	35	6
Stat. Stark-Effekt	2	3	2	3
Resonatordrift	4	4	4	4
Doppler-Effekt				
2. Ordnung:				
1S-2S	3	3	3	3
2S-4S/4D	5	5	3	3
Summe	25	24	74	41

Tabelle 5.1: Statistische Fehler sowie Unsicherheiten der Korrekturen der Schwebungsfrequenzen (1 σ).

5.2 Bestimmung der Lamb-Verschiebung

Aus dem Wert der korrigierten Schwebungsfrequenz Δ kann, wie in Kapitel 2.1 diskutiert, die 1S Lamb-Verschiebung gemäß folgender Formel bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\Delta &= \Delta_{\text{HFS}} + (E_{4\text{S},4\text{D}} - E_{2\text{S}}) - \frac{1}{4} (E_{2\text{S}} - E_{1\text{S}}) \\ &= \Delta_{\text{DC}} + \Delta_{\text{RM}} + \Delta_{\text{HFS}} + \frac{1}{4} \cdot L_{1\text{S}} - \frac{5}{4} \cdot L_{2\text{S}} + L_{4\text{S},4\text{D}}.\end{aligned}$$

Hier bezeichnet L die Lamb-Verschiebung des entsprechenden Zustands, Δ_{DC} und Δ_{RM} die Beiträge der Dirac-Coulomb und reduzierten Massen-Energie sowie Δ_{HFS} die Beiträge der Hyperfeinstruktur zur Schwebungsfrequenz. Zunächst werden die Beiträge der Hyperfeinstruktur subtrahiert, es ergibt sich der experimentelle Wert für das Energieintervall $(E_{4\text{S},4\text{D}} - E_{2\text{S}}) - 1/4 (E_{2\text{S}} - E_{1\text{S}})$.

Anschließend werden die Beiträge der Dirac-Coulomb und reduzierten Massen Energie von diesem Energieintervall abgezogen. Wie es das einfache Bohrsche Atommodell nahelegt, skaliert der größte Anteil dieser Energiegrößen wie $1/n^2$ mit der Hauptquantenzahl n und gleicht sich daher zu Null aus. Aufgrund von Abweichungen der Feinstruktur sowie reduzierter Massenkorrekturen höherer Ordnung gibt es Abweichungen von dem einfachen Skalierungsgesetz. Es ist eine Korrektur erforderlich, die im Vergleich zu den optischen Frequenzen jedoch sehr klein und zudem gut bekannt ist. Es ergeben sich die in Tabelle 5.2 und 5.3 angeführten Werte der Größe $\Delta_{\text{LS}} = 1/4 \cdot L_{1\text{S}} - 5/4 \cdot L_{2\text{S}} + L_{4\text{S},4\text{D}}$.

	$2\text{S}_{1/2}-4\text{S}_{1/2}$ [MHz]	$2\text{S}_{1/2}-4\text{D}_{5/2}$ [MHz]
Korrigierte Schwebungsfreq.	4836.157(25)	6523.653(24)
Hyperfeinstruktur Δ_{HFS}	-38.837(3)	-33.511(0)
$(E_{4\text{S},4\text{D}}-E_{2\text{S}})-1/4(E_{2\text{S}}-E_{1\text{S}})$	4797.320(25)	6490.142(24)
$\Delta_{\text{DC}}+\Delta_{\text{RM}}$	-3928.707(0)	-5752.645(1)
$1/4 L_{1\text{S}} - 5/4 L_{2\text{S}} + L_{4\text{S},4\text{D}}$	868.613(25)	737.497(24)
$5/4 (L_{2\text{S}_{1/2}} - L_{2\text{P}_{1/2}})^{\text{a}}$	1322.306(11)	1322.306(11)
$5/4 L_{2\text{P}_{1/2}} - L_{4\text{S},4\text{D}}$	-147.722(3)	-16.581(3)
$1/4 L_{1\text{S}}$ Lamb-Verschiebung	2043.197(28)	2043.222(27)

^aExperimentelle $2\text{S}_{1/2}-2\text{P}_{1/2}$ Lamb-Verschiebung⁷.

Tabelle 5.2: Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff.

	$2\text{S}_{1/2}-4\text{S}_{1/2}$ [MHz]	$2\text{S}_{1/2}-4\text{D}_{5/2}$ [MHz]
Korrigierte Schwebungsfreq.	4813.607(74)	6505.138(41)
Hyperfeinstruktur Δ_{HFS}	-11.935(1)	-10.298(0)
$(E_{4\text{S},4\text{D}}-E_{2\text{S}})-1/4(E_{2\text{S}}-E_{1\text{S}})$	4801.672(74)	6494.840(41)
$\Delta_{\text{DC}}+\Delta_{\text{RM}}$	-3931.867(0)	-5756.301(1)
$1/4 L_{1\text{S}} - 5/4 L_{2\text{S}} + L_{4\text{S},4\text{D}}$	869.805(74)	738.539(41)
$5/4 L_{2\text{S}_{1/2}} - L_{4\text{S},4\text{D}}$	1176.167(15)	1307.482(15)
$1/4 L_{1\text{S}}$ Lamb-Verschiebung	2045.972(76)	2046.021(44)

Tabelle 5.3: Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium.

	$\frac{1}{4} L_{1S} - \frac{5}{4} L_{2S} + L_{4S}$ [MHz]	$\frac{1}{4} L_{1S} - \frac{5}{4} L_{2S} + L_{4D5/2}$ [MHz]
WASSERSTOFF:		
Experiment	868.613(25)	737.497(24)
Theorie:		
$r_p=0.805(11) \text{ fm}^8$	868.637(7)	737.495(7)
$r_p=0.862(12) \text{ fm}^{23}$	868.653(7)	737.509(7)
DEUTERIUM:		
Experiment	869.805(74)	738.539(41)
Theorie:		
$r_d=2.116(12) \text{ fm}^{24}$	869.860(11)	738.543(10)

Tabelle 5.4: Vergleich der experimentellen Werte der Größe $\Delta_{LS} = 1/4 L_{1S} - 5/4 L_{2S} + L_{4S,4D}$ in Wasserstoff und Deuterium mit den theoretisch erwarteten Werten unter Annahme zweier unterschiedlicher Ladungsradien des Protons bzw. des Deuteronenladungsradius, siehe Kapitel 2.1.3.

Für zukünftige, noch genauere Messungen, erscheint es sinnvoll, den gemessenen Wert von $1/4 L_{1S} - 5/4 L_{2S} + L_{4S,4D}$ direkt den Voraussagen der Theorie gegenüberzustellen. Ein Vergleich der vorliegenden Resultate mit den berechneten Größen ist in Tabelle 5.4 gezeigt. In Wasserstoff ergibt sich unter Annahme des kleineren Wertes⁸ für den Protonenladungsradius r_p eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Unter Annahme des größeren Wertes²³ für r_p wird die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment geringer. Für Deuterium zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen theoretischem und experimentellem Wert.

Da quantenelektrodynamische Korrekturen und Kerngrößeneffekte näherungsweise wie $1/n^3$ mit der Hauptquantenzahl n skalieren, zeigt der 1S Zustand in Wasserstoff die größte Lamb-Verschiebung. Mit Hilfe der durch Radiofrequenzmethoden genau gemessenen, kleineren 2S-2P Lamb-

Verschiebung und den berechneten Werten der noch kleineren und genau bekannten Lamb-Verschiebungen der 2P, 4S und 4D Zustände (siehe Kapitel 2.1.3) kann in Wasserstoff eine präzise Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung erfolgen; wie in Tabelle 5.2 und 5.5 gezeigt. Für das 2S-2P Intervall verwenden wir die Radiofrequenz-Messung von Lundeen und Pipkin⁷ zu $L_{2S_{1/2}-2P_{1/2}} = 1057.845(9) \text{ MHz}$.

Es ergibt sich ein Wert von 8172.84(9) MHz für die 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff, welches das gewichtete Mittel der Frequenzvergleiche des 1S-2S mit den 2S-4S und 2S-4D Übergängen darstellt. Die Präzision des erhaltenen Resultats übersteigt mit einer Genauigkeit von $1.1 \cdot 10^{-5}$ diejenige von vorangegangenen Experimenten^{21,22} etwa um eine Größenordnung. Das Resultat steht wiederum in guter Übereinstimmung zum berechneten Wert von 8172.94(6) MHz, wenn wir den von Hand et al.⁸ gemessenen Wert des Protonenladungsradius von $r_p = 0.805(11) \text{ fm}$ annehmen. Eine neuere Messung des Protonenladungsradius von Simon et al.²³ hingegen unterscheidet sich von dieser Messung um 6 Standardabweichungen ($r_p = 0.862(12) \text{ fm}$). Der theoretische Wert für die 1S Lamb-Verschiebung erhöht sich unter Annahme der neueren Messung um 150 kHz, die Übereinstimmung von Theorie und Experiment wird geringer. Abbildung 5.1 zeigt einen Vergleich des erhaltenen Resultats für Wasserstoff mit denen zweier vorangegangener Experimente sowie mit den theoretischen Vorhersagen, die sich unter Annahme der zwei unterschiedlichen Ladungsradien des Protons errechnen. Zum Vergleich ist in Abbildung 5.2 das Resultat der Radiofrequenzmessung von Lundeen und Pipkin⁷ sowie der theoretischen Werte der $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung in Wasserstoff dargestellt. Zusammen mit ähnlich genauen Messungen der $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ Lamb-Verschiebung durch Radiofrequenzmethoden und Bestimmung der Asymmetrie der Lyman- α Zerfallsstrahlung des 2S Zustands im elektrischen Feld¹² (an He^+) stellt die hier beschriebene Messung der 1S Lamb-Verschiebung einen der besten Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System dar.

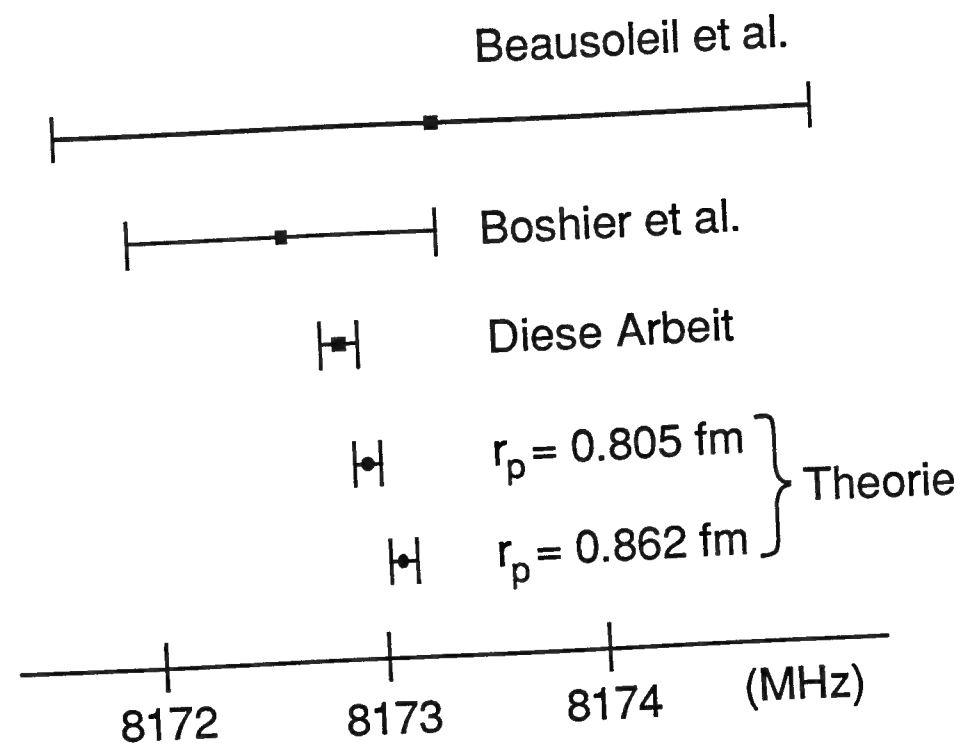


Abbildung 5.1: Vergleich der hier gemessenen 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff mit anderen experimentellen Resultaten^{21,22} und mit den theoretischen Vorhersagen unter Annahme zweier verschiedener Protonladungsradien.^{8,23}

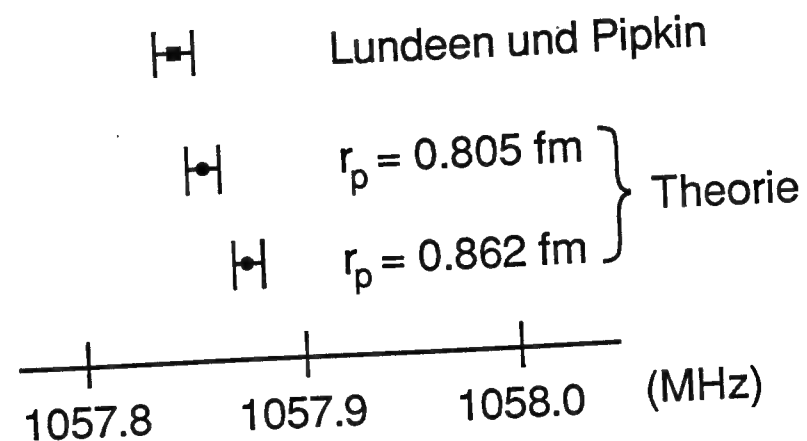


Abbildung 5.2: Vergleich einer Messung der 2S_{1/2}-2P_{1/2} Lamb-Verschiebung in Wasserstoff⁷ mit den theoretischen Vorhersagen unter Annahme zweier verschiedener Protonladungsradien.^{8,23}

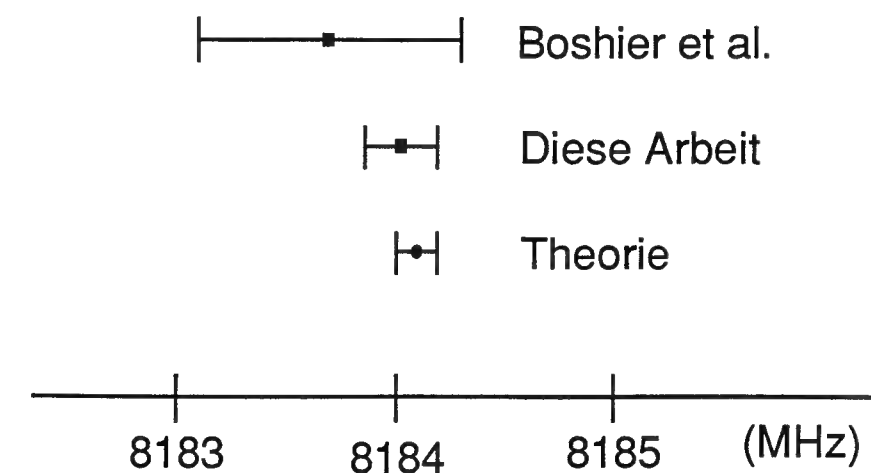


Abbildung 5.3: Vergleich der hier gemessenen 1S Lamb-Verschiebung in Deuterium mit einem anderen experimentellen Resultat²² und mit der theoretischen Vorhersage ($r_d = 2.116 \text{ fm}$ ²⁴).

Für Deuterium ist analog eine Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung unter Berücksichtigung der theoretischen Werte für die Lamb-Verschiebung der Zustände 2S, 4S und 4D möglich, wie in Tabelle 5.3 und 5.5 dargestellt. Es ergibt sich ein Wert von 8184.03(16) MHz, welcher mit der theoretischen Vorhersage von 8184.10(9) MHz gut übereinstimmt. Abbildung 5.3 zeigt einen Vergleich des erhaltenen Resultats mit dem theoretischen Wert sowie mit einer älteren, weniger genauen Messung. Die vorliegende Messung stellt mit einer Präzision von $2 \cdot 10^{-5}$ die derzeit genaueste Bestimmung einer Lamb-Verschiebung an Deuterium dar. Die bislang genaueste Messung der 2S-2P Lamb-Verschiebung an Deuterium mit Radiofrequenzmethoden von Cosens et al.¹⁰⁴ erreichte mit L₂S_{1/2}-2P_{1/2} = 1059.24(6) MHz eine Präzision von $6 \cdot 10^{-5}$.

Fehlerbeiträge für die 1S Lamb-Verschiebung (1σ)		
	Wasserstoff	Deuterium
	[kHz]	[kHz]
Statistischer Fehler	63	137
Linienform	27	56
Statischer Stark-Effekt	10	10
Resonatordrift	16	16
Doppler-Effekt 2. Ord.:		
1S-2S	9	9
2S-4S/4D	20	12
Hyperfeinstruktur, α , m_e/m_p	8	4
Exp. 2S _{1/2} -2P _{1/2} Lamb-Verschiebung ^a	45	
Theor. Lamb-Verschiebungen	11 ^b	60 ^c
Summe	88	162

^aRef. 7.

^bL2P_{1/2}, L4S_{1/2} und L4D_{5/2}.

^cL2S_{1/2}, L4S_{1/2} und L4D_{5/2}.

Tabelle 5.5: Fehlerbeiträge zur 1S Lamb-Verschiebung in Wasserstoff und Deuterium.

Eine andere Meßgröße ergibt sich durch Betrachtung der Differenz zwischen den beiden Schwebungsfrequenzen des 1S-2S Übergangs mit 2S-4S und 2S-4D_{5/2}, welches eine Bestimmung des Energieintervalls 4S-4D_{5/2} ermöglicht. Da die Lamb-Verschiebung des 4D_{5/2} Zustands sehr klein und gut bekannt ist, kann die 4S Lamb-Verschiebung ermittelt werden. Es ergeben sich die Resultate von 131.65(4) MHz und 131.80(8) MHz in Wasserstoff und Deuterium, in Übereinstimmung mit den unter Berücksichtigung der gemessenen Kernladungsradien^{8,24} erwarteten Werten von 131.678(1) MHz und 131.852(1) MHz. Der Wert für Wasserstoff stimmt auch mit weniger genauen Radiofrequenzmessungen^{105,106} gut überein. Die vorliegende Bestimmung stellt, unseres Wissens, die erste optische Messung der 4S Lamb-Verschiebung an Wasserstoff und Deuterium dar.

5.3 Isotopieverschiebungsmessungen

Der Vergleich der gemessenen kleinen Energieintervalle ($E_{4S,4D}-E_{2S}$)- $1/4(E_{2S}-E_{1S})$ zwischen Wasserstoff und Deuterium ermöglicht eine Bestimmung der Differenz der quadratischen Kernladungsradien der Isotope. Ebenso wie bei der Bestimmung der 1S Lamb-Verschiebung wird hier die Tatsache ausgenutzt, daß Terme der Dirac-Coulomb und reduzierten Massen Energie sich bei dieser Frequenzkombination nahezu vollständig herausheben, da sie wie $1/n^2$ mit der Hauptquantenzahl n skalieren. Da außerdem die Quantenelektrodynamik für beide Isotope - bis auf gut bekannte reduzierte Massenkorrekturen - identische Beiträge liefert, ist die verbleibende Unsicherheit des theoretisch erwarteten Wertes der Isotopieverschiebung von ($E_{4S,4D}-E_{2S}$)- $1/4(E_{2S}-E_{1S})$ im wesentlichen durch die Differenz der quadratischen Ladungsradien in Wasserstoff und Deuterium gegeben, wie schon in Kapitel 2.1.5 diskutiert. Mit den Differenzen der in Tabelle 5.2 und 5.3 gezeigten experimentellen Werte für ($E_{4S,4D}-E_{2S}$)- $1/4(E_{2S}-E_{1S})$ läßt sich $r_d^2-r_p^2$ zu 3.74(27) fm² im gewichteten Mittelwert bestimmen (siehe auch Tabelle 5.6). Dieses Resultat stimmt mit dem sich aus den von Ericson et al.²⁴ und Hand et al.⁸ angegebenen Kernladungsradien ergebenden entsprechenden Wert von 3.86(5) fm gut überein.

In Verbindung mit der gemessenen Isotopieverschiebung des 1S-2S Übergangs kann zusätzlich eine Bestimmung des Quotienten von Elektronen- und Protonenmasse erfolgen. Die Isotopieverschiebung des 1S-2S Übergangs wurde mit Hilfe eines schnellen elektrooptischen Modulators vermessen.³⁵⁻³⁷ Er erlaubt eine präzise Bestimmung der großen Differenz der 1S-2S Übergangsfrequenzen zwischen Wasserstoff und Deuterium von etwa 168 GHz bei 486 nm, welche allein durch eine schnelle Photodiode nur schwer zu überbrücken wäre. Im Rahmen dieser Arbeit konnten mit dem von R. Kallenbach et al. konstruierten Modulator erstmals Seitenbänder eines blauen Lasers beobachtet werden. Hierzu mußte der erforderliche nichtlineare Modulatorkristall gegen einen LiTaO₃-Kristall ausgetauscht werden, der unempfindlicher gegen starke Brechungsindex-

änderungen durch den photorefraktiven Effekt war. F. Schmidt-Kaler konnte dann zusammen mit D. Leibfried, der den Modulator weiter verbesserte, die Isotopieverschiebung des 1S-2S Übergangs zwischen Wasserstoff und Deuterium erstmals mit Radiofrequenzgenauigkeit bestimmen. Es ergab sich der Wert von $S_{H-D}(1S-2S) = 670994.339(23)$ MHz.^{33,34}

Berechnung aus der Isotopieverschiebung von:			
	$(2S-4S/4D) - \frac{1}{4}(1S-2S)$	$(2S-4S/4D) - \frac{1}{8}(1S-2S)$	$(2S-4S/4D)$
	$r_d^2 - r_p^2$	m_e/m_p	m_e/m_p (*)
$2S_{1/2}-4S_{1/2}$	3.66(46) fm	1836.1532(17)	1836.1525(9)
$2S_{1/2}-4D_{5/2}$	3.79(33) fm	1836.1527(11)	1836.1528(5)
Mittelwert	3.74(27) fm	1836.1529(9)	1836.1527(4)

(*) Hier wird zur Bestimmung von m_e/m_p zusätzlich das durch Beschleunigerexperimente gewonnene Resultat für $r_d^2 - r_p^2$ benötigt.^{8,24}

Tabelle 5.6 : Berechnung der Größen $r_d^2 - r_p^2$ und m_e/m_p aus den experimentellen Isotopieverschiebungen zwischen Wasserstoff und Deuterium der Übergänge 1S-2S und 2S-4S/4D.

Aus der Kombination der Isotopieverschiebung des Energieintervalls $(E_{4S,4D} - E_{2S}) - 1/4(E_{2S} - E_{1S})$ mit der des 1S-2S Übergangs ergibt sich die Isotopieverschiebung von $(E_{4S,4D} - E_{2S}) - 1/8(E_{2S} - E_{1S})$. Der Wert dieses Energieintervalls ist unabhängig von den Kernladungsradien, da die Korrektur durch den endlichen Kernladungsradius wie $1/n^3$ mit der Hauptquantenzahl n skaliert. Aus der Isotopieverschiebung dieser Größe läßt sich der Quotient von Elektronen- und Protonenmasse bestimmen. Aus den Isotopieverschiebungen der Größen $(E_{4S} - E_{2S}) - 1/8(E_{2S} - E_{1S})$ und $(E_{4D} - E_{2S}) - 1/8(E_{2S} - E_{1S})$ ergibt sich im gewichteten Mittelwert das Resultat

$m_e/m_p = 1836.1529(9)$, welches mit dem von Van Dyck et al.⁴³ durch Methoden der Massenspektrometrie gemessenen, präziseren Wert $m_e/m_p = 1836.152701(37)$ gut übereinstimmt (siehe Tabelle 5.6).

Solange die Meßgenauigkeit von $(E_{4S,4D} - E_{2S}) - 1/8(E_{2S} - E_{1S})$ noch solchermaßen begrenzt bleibt, ist mit den gemessenen Daten jedoch auch eine genauere Bestimmung von m_e/m_p möglich. Aus der gemessenen Isotopieverschiebung des Energieintervalls $(E_{4S,4D} - E_{2S}) - 1/4(E_{2S} - E_{1S})$ zusammen mit der des 1S-2S Übergangs läßt sich die Isotopieverschiebung der 2S-4S und 2S-4D Übergänge berechnen. In Kombination mit den durch Beschleunigerexperimente gemessenen Proton- und Deuteronenladungsradien wird eine weitere Bestimmung von m_e/m_p möglich. Die gemessene Isotopieverschiebung der 2S-4S und 2S-4D Übergänge führt im gewichteten Mittelwert zu dem Resultat von $m_e/m_p = 1836.1527(4)$, welches wiederum mit dem präzisen Wert von Van Dyck et al. übereinstimmt. Gegenüber dem oben hergeleiteten Wert ergibt sich eine Steigerung der Präzision um den Faktor zwei.

Durch zukünftige, noch genauere optische Messungen erscheint jedoch eine Bestimmung von m_e/m_p mit weiter verbesserter Präzision möglich. Die derzeitige Meßgenauigkeit in m_e/m_p limitiert eine mögliche Verbesserung der Präzision der Bestimmung der Rydberg-Konstanten auf einen Wert von $1.1 \cdot 10^{-11}$. Nach einer möglichen Steigerung der Meßgenauigkeit in m_e/m_p wäre in Kombination mit noch präziseren Messungen der Lamb-Verschiebung durch eine Absolutfrequenzmessung - mit Hilfe einer Frequenzkette,^{45,46} die eine indirekte Anbindung an den Cäsiumstandard ermöglicht - eine Bestimmung der Rydberg-Konstanten mit einer Präzision von besser als 10^{-11} möglich.

6. Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit konnte mittels eines direkten Frequenzvergleiches der Doppler-freien Zweiphotonenübergänge $1S-2S$ mit $2S-4S$ und $2S-4D$ in Wasserstoff und in Deuterium die $1S$ Lamb-Verschiebung um etwa eine Größenordnung genauer als bisher bestimmt werden. So wurde erstmals mittels einer optischen Methode die Präzision von Radiofrequenzmessungen der $2S$ Lamb-Verschiebung in Wasserstoff erreicht (10^{-5}). Damit stellt die vorliegende Messung einen der besten Tests der Quantenelektrodynamik an einem gebundenen System dar. In Deuterium konnte mit der erhaltenen Präzision der $1S$ Lamb-Verschiebung die genaueste Bestimmung einer Lamb-Verschiebung an diesem Isotop erreicht werden. Die Resultate stimmen mit den theoretischen Werten für beide Isotope im Rahmen der Fehlergrenzen überein.

In Kombination mit einer Absolutmessung der $1S-2S$ Übergangsfrequenz ließ sich mit dem vorliegenden Resultat für die $1S$ Lamb-Verschiebung die Bestimmung der Rydberg-Konstanten auf eine Genauigkeit von $3.8 \cdot 10^{-11}$ verbessern.^{45,46}

Die Meßgenauigkeit des vorhandenen $2S-4S$ Spektrometers läßt sich in Zukunft durch Verwendung eines größeren optischen Strahldurchmessers sowie möglicherweise durch Detektion des Signals über die $4S-2P$ Fluoreszenz um etwa eine halbe Größenordnung weiter steigern. Diese beiden Varianten und ihre technischen Schwierigkeiten sind in Kapitel 3.3 diskutiert.

Nach dem in der vorliegenden Arbeit angewandten Meßprinzip dürfte sich die Meßgenauigkeit noch deutlich weiter steigern lassen. Hierzu sollte der durch Elektronenstoß angeregte metastabile Atomstrahl durch einen optisch angeregten ersetzt werden. Anders als bei Anregung durch Elektronenstoß kann so ein Strahl metastabiler Wasserstoffatome erzeugt werden, der eine Temperatur von nur wenigen Kelvin besitzt. Der $1S-2S$ und der $2S-4S$ Übergang können so in einer Apparatur beobachtet werden.

Es erscheint eine Steigerung der Meßgenauigkeit um etwa eine Größenordnung möglich.

Ferner kann die Anregung von Übergängen $2S-nS$ ($n > 4$) zu höherer Hauptquantenzahl n mit geringerer natürlicher Linienbreite in Betracht gezogen werden. Hier erfordert der zur Messung der $1S$ Lamb-Verschiebung benötigte Frequenzvergleich mit dem $1S-2S$ Übergang jedoch den Aufbau optischer Teilerstufen.¹⁰⁷ Da Energieverschiebungen durch elektrische Felder wie n^7 mit der Hauptquantenzahl steigen, müssen Streufelder bei derartigen Messungen sehr gut abgeschirmt werden.

Eine vielversprechende Möglichkeit liegt in der Kombination der $1S-2S$ mit den $2S-8S$ Übergängen in aufeinanderfolgenden Anregungen von Atomen eines Atomstrahls. Da die für den $2S-8S$ Übergang notwendigen metastabilen Atome durch optische Anregung erzeugt werden, ist hier keine Elektronenkanone erforderlich, so daß sich elektrische Streufelder in hohem Maße vermeiden lassen. Die natürliche Linienbreite dieses Übergangs beträgt nur 144 kHz. Eine solche Auflösung sollte sich bei einem kalten Atomstrahl aufgrund der geringeren notwendigen Leistungsdichte und somit kleinerer Verbreiterung durch den dynamischen Stark-Effekt tatsächlich in etwa erreichen lassen. So ist neben einer hohen Auflösung zusätzlich der Vorteil gegeben, daß der zur vollständigen Aufnahme des Spektrums notwendige Durchstimmbereich geringer ist als beim $2S-4S$ Übergang. Damit dürfte es leichter gelingen, infrarotes Licht zur Anregung des $2S-8S$ und ultraviolettes Licht zur Anregung des $1S-2S$ Übergangs in einem Resonator hoher Finesse gleichzeitig resonant zu halten. Darüber hinaus würde der Frequenzvergleich beider Übergänge am Wasserstoffatom zur Bestimmung der $1S$ Lamb-Verschiebung nur zwei optische Teilerstufen benötigen.

Die Größe des Protonenladungsradius kann aus einer Messung der Lamb-Verschiebung an myonischen Atomen deutlich präziser als bisher bestimmt werden. Entsprechende Vorarbeiten hierzu sind, wie erwähnt, bereits im Gange.⁴⁴ Mittels kürzlich begonnener theoretischer

Berechnungen⁵⁹ unter Einsatz von Computerprogrammen, welche symbolische Berechnungen sehr umfangreicher analytischer Ausdrücke ermöglichen, dürfte sich die Unsicherheit des theoretischen Werts für die Lamb-Verschiebung noch weiter stark verringern lassen. So sollte in Zukunft ein optischer Test der Quantenelektrodynamik an einem gebundenem System mit noch weiter erhöhter Genauigkeit möglich sein.

Eine interessante Alternative in der Anwendung der Metastabilen Atomstrahlapparatur besteht in ihrem Ausbau zu einem Atominterferometer.¹⁰⁸ In einer Ramsey-Anordnung des Lichtfelds könnten Raman-Übergänge zwischen unterschiedlichen Hyperfeinniveaus der metastabilen Atome induziert werden.¹⁰⁹ Durch die Benutzung stimulierter Raman-Übergänge würde die Bandbreite des verwendeten Lasers und der dynamische Stark-Effekt keine Verbreiterung oder Verschiebung der beobachteten Übergänge bewirken. So kann eine Rückstoßaufspaltung des Hyperfeinübergangs zwischen dem $F=0$ und $F=1$ Niveau von etwa 7 MHz (bei 486 nm) mit einer durchflugszeitbegrenzten Linienbreite im kHz-Bereich erreicht werden. Eine präzise Bestimmung von m_p/h erscheint möglich, welches einen großen Schritt in Richtung eines atomaren Massenstandards darstellen würde. Zusammen mit der gemessenen Rydberg-Konstanten und m_e/m_p wäre zudem eine präzisere Bestimmung der Feinstrukturkonstanten möglich. Durch Verwendung lasergekühlter Wasserstoffatome oder möglicherweise sogar eines atomaren Springbrunnens⁷² ließe sich die Auflösung der Übergänge bis in den Hz-Bereich steigern.

Anhang A: Korrektur aufgrund der Hyperfeinstruktur des 4D Zustands

Die Hyperfeinstruktur (siehe Tabelle A.1 und A.2) des $4D_{5/2}$ Zustands in Wasserstoff und Deuterium liegt innerhalb der natürlichen Linienbreite von 4.4 MHz und kann deshalb in diesen Experimenten nicht aufgelöst werden. Die Hyperfeinstruktur des 2S Zustands hingegen läßt sich mit einer Aufspaltung von etwa 178 MHz und 41 MHz in Wasserstoff und Deuterium leicht auflösen. Bei der Anregung des $2S_{1/2}$ - $4D_{5/2}$ Zweiphotonenübergangs gehen wir daher von einem bestimmten Hyperfeinstrukturniveau F_i aus. Die Anregungsrate $2S_{1/2}(F=F_i)$ - $4D_{5/2}$ in jede der Hyperfeinkomponenten F_f des $4D_{5/2}$ -Endzustands ist nicht proportional zu seinem statistischen Gewicht, sondern zu folgendem Ausdruck^{28,110}:

$$(2F_f + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ F_i & F_f & I \end{array} \right\}^2.$$

Der Kernspin des Isotops wird hier mit I bezeichnet ($I=1/2$ für Wasserstoff und $I=1$ für Deuterium). Tabelle A.1 und A.2 zeigt die Anregungsrate in die einzelnen Hyperfeinkomponenten F_f des Endzustands für die Übergänge $2S_{1/2}(F=F_i)$ - $4D_{5/2}$ mit $F_i=1$ für Wasserstoff und $F_i=3/2$ in Deuterium. Es ergibt sich eine Verschiebung des Linienschwerpunkts von +222.0 kHz und +68.2 kHz in Wasserstoff und Deuterium.

F_f	relative Anregungsrate	Verschiebung vom Linienschwerpunkt (kHz)
2	2/9	-665.8
3	7/9	+475.6

Tabelle A.1: Relative Anregungsrate in die Hyperfeinkomponenten F_f des $4D_{5/2}$ Endzustands beim Übergang $2S(F=1)-4D_{5/2}$ in Wasserstoff und die Verschiebung der Komponenten vom Linienschwerpunkt.

F_f	relative Anregungsrate	Verschiebung vom Linienschwerpunkt (kHz)
3/2	1/15	-204.6
5/2	4/15	-58.5
7/2	10/15	+146.2

Tabelle A.2: Relative Anregungsrate in die Hyperfeinkomponenten F_f des $4D_{5/2}$ Endzustands beim Übergang $2S(F=3/2)-4D_{5/2}$ in Deuterium und die Verschiebung der Komponenten vom Linienschwerpunkt.

Anhang B: Energieniveaus einiger ausgewählter Zustände des Wasserstoffatoms

Tabelle B.1 zeigt die Energieniveaus der Zustände $1S_{1/2}$, $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$, $4S_{1/2}$, $4D_{3/2}$ und $4D_{5/2}$ in Wasserstoff und Deuterium ohne Beachtung der Hyperfeinstruktur. Es wurden die in Tabelle 2.1 gezeigten Naturkonstanten sowie die theoretischen Lamb-Verschiebungen der Zustände unter Annahme der von Hand et al.⁸ bzw. Ericson²⁴ angegebenen Protonen- und Deuteronenladungsradien verwendet (siehe Kapitel 2.1).

Zustand	Wasserstoff [MHz]	Deuterium [MHz]
$1S_{1/2}$	-3288086857.02(14)	-3288981521.90(15)
$2S_{1/2}$	-822025443.93(3)	-822249114.52(3)
$2P_{1/2}$	-822026501.78(3)	-822250173.77(3)
$4S_{1/2}$	-205505293.310(8)	-205561210.945(8)
$4D_{3/2}$	-205504057.547(8)	-205559974.985(8)
$4D_{5/2}$	-205503600.514(8)	-205559517.827(8)

Tabelle B.1: Theoretische Energieniveaus der Zustände $1S_{1/2}$, $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$, $4S_{1/2}$, $4D_{3/2}$ und $4D_{5/2}$ in Wasserstoff und Deuterium.

Anhang C: Anpassungsfunktion zur Geschwindigkeitsmessung

Die Geschwindigkeits des metastabilen Atomstrahls wurde durch Anregung des Doppler-verbreiterten 2S-4P Einphotonenübergangs in Wasserstoff und Deuterium bestimmt, wie Kapitel 3.3.3 erläutert. Für die am Detektor ohne eingestrahktes Licht nachgewiesene Zählrate wird eine lineare Drift als Funktion der Zeit zugelassen, da hier keine Mittelung der Zählraten über mehrere Einzelspektren erfolgte. Für die nachgewiesene Metastabilenrate in einer Stehwelle der optischen Frequenz $f = c/\lambda$ gilt:

$$N(f) = (N_0 + N_1 \cdot t) \cdot (1 - C_A \cdot f(v) - C_B / \sqrt{2} \cdot f(v'))$$

mit: $f(v) = v^4 \cdot \exp(-v/v_0)^2$; analog für $f(v')$.

$$v = \frac{c}{f} |f - f_0|,$$

$$v' = \frac{c}{f} |f - f_0 + \Delta f_{FS}|,$$

$$\begin{aligned} C_A &= C_{HIN} & \text{für } f - f_0 \geq 0, \\ &= C_{ZUR} & \text{für } f - f_0 < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_B &= C_{HIN} & \text{für } f - f_0 + \Delta f_{FS} \geq 0, \\ &= C_{ZUR} & \text{für } f - f_0 + \Delta f_{FS} < 0. \end{aligned}$$

Weitere Bezeichnungen:

$f(v)$: Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl,

f_0 : 2S_{1/2}-4P_{3/2} Übergangsfrequenz ohne Doppler-Verschiebung,

Δf_{FS} : 4P_{1/2}-4P_{3/2} Feinstrukturaufspaltung (≈ 1371 MHz),

C_{HIN} : Intensität des Übergangs aufgrund der hinlaufenden Lichtwelle,

C_{ZUR} : Intensität des Übergangs aufgrund der rücklaufenden Lichtwelle.

Zur Anpassung dieser Funktion an die experimentellen 2S-4P Spektren wurden die Parameter N_0 , N_1 , f_0 , v_0 , C_{HIN} und C_{ZUR} variiert.

Literaturverzeichnis

- (1) G. W. Series, in *The Hydrogen Atom*, G. F. Bassani, M. Inguscio, und T. W. Hänsch (Hrsg.) (Springer Verlag, Berlin, 1989).
- (2) W. V. Houston, Phys. Rev. **51**, 446 (1937).
- (3) R. C. Williams, Phys. Rev. **54**, 558 (1938).
- (4) J. W. Drinkwater, O. Richardson, und W. E. Williams, Proc. Roy. Soc. A **174**, 164 (1940).
- (5) W. E. Lamb und R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 (1947); W. E. Lamb und R. C. Retherford, Phys. Rev. **79**, 549 (1950); W. E. Lamb und R. C. Retherford, Phys. Rev. **81**, 222 (1951).
- (6) T. Kinoshita (Hrsg.), *Quantum Electrodynamics*, (World Scientific, Singapore, 1990).
- (7) S. R. Lundeen und F. M. Pipkin, Phys. Rev. Lett. **46**, 232 (1981).
- (8) L. N. Hand, D. G. Miller, und R. Wilson, Rev. Mod. Phys. **35**, 335 (1963).
- (9) S. Triebwasser, E. S. Dayhoff, und W. E. Lamb, Phys. Rev. **89**, 98 (1953).
- (10) V. G. Pal'chikov, Yu. L. Sokolov, und V. P. Yakovlev, Metrologia **21**, 99 (1985).
- (11) E. A. Hinds, in *The Spectrum of Atomic Hydrogen: Advances*, G. W. Series (Hrsg.) (World Scientific, Singapore, 1988).
- (12) A. van Wijngaarden, J. Kwela, und G. W. F. Drake, Phys. Rev. A **43**, 3325 (1991).
- (13) H. A. Bethe und E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms* (Plenum, New York, 1977).
- (14) T. W. Hänsch, S. A. Lee, R. Wallenstein, und C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **34**, 307 (1975).
- (15) G. Herzberg, Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A **234**, 516 (1956).
- (16) L. S. Vasilenko, V. P. Chebotayev, und A. V. Shishaev, JETP Lett. **12**, 113 (1970).
- (17) B. Cagnac, G. Grynberg, und F. Biraben, J. Phys. (Paris) **34**, 845 (1973).

- (18) T. W. Hänsch, I. S. Shahin, und A. L. Schawlow, Phys. Rev. Lett. **27**, 707 (1971).
- (19) S. A. Lee, R. Wallenstein, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **35**, 1262 (1975).
- (20) C. Wieman und T. W. Hänsch, Phys. Rev. A **22**, 192 (1980).
- (21) R. G. Beausoleil, D. H. McIntyre, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Couillaud, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. A **35**, 4878 (1987).
- (22) M. G. Boshier, P. E. G. Baird, C. J. Foot, E. A. Hinds, M. D. Plimmer, D. N. Stacey, J. B. Swan, D. A. Tate, D. M. Warrington, und G. K. Woodgate, Phys. Rev. A **40**, 6169 (1989).
- (23) G. G. Simon, Ch. Schmitt, F. Borkowski, und V. H. Walther, Nucl. Phys. A **333**, 381 (1980).
- (24) T. E. O. Ericson, Nucl. Phys. A **416**, 281c (1984).
- (25) W. R. Johnson und G. Soff, At. Data Nucl. Data Tables **33**, 405 (1985).
- (26) P. Zhao, W. Lichten, H. P. Layer, und J. C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. **58**, 1293 (1987).
- (27) F. Biraben, J. C. Garreau, L. Julien, und M. Allegrini, Phys. Rev. Lett. **62**, 621 (1989).
- (28) J. C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, und F. Biraben, J. Phys. France **51**, 2263 (1990), 2275 (1990), 2293 (1990).
- (29) C. Zimmermann, R. Kallenbach, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **65**, 571 (1990).
- (30) C. Zimmermann, R. Kallenbach, W. Vassen, F. Schmidt-Kaler, M. Weitz, D. Leibfried, und T. W. Hänsch, in *Proceedings of the Twelfth International Conference on Atomic Physics* (American Institute of Physics, New York, 1991).
- (31) C. Zimmermann, Dissertation, LMU-München (1990, unveröffentlicht).
- (32) R. Kallenbach, Dissertation, LMU-München (1990, unveröffentlicht).
- (33) F. Schmidt-Kaler, Dissertation, LMU-München (1992, unveröffentlicht).
- (34) F. Schmidt-Kaler et al., zu veröffentlichen.

- (35) R. Kallenbach, B. Scheumann, C. Zimmermann, D. Meschede, und T. W. Hänsch, Appl. Phys. Lett. **54**, 1622 (1989).
- (36) D. Leibfried, Diplomarbeit, LMU-München (1991, unveröffentlicht).
- (37) D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler, M. Weitz, und T. W. Hänsch, Appl. Phys. B, im Druck.
- (38) W. Vassen, C. Zimmermann, R. Kallenbach, und T. W. Hänsch, Opt. Commun. **75**, 435 (1990).
- (39) M. Weitz, F. Schmidt-Kaler, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **68**, 1120 (1992).
- (40) M. Weitz, F. Schmidt-Kaler, C. Zimmermann, D. Leibfried, und T. W. Hänsch, in *International Conference on Quantum Electronics Technical Digest*, Vol. 9 (1992).
- (41) M. Weitz et al., zu veröffentlichen.
- (42) C. D. Thomson, G. H. Woodman, C. J. Foot, P. Hannaford, D. N. Stacey, und G. K. Woodgate, J. Phys. B **25**, L1 (1992).
- (43) R. S. Van Dyck, Jr., F. L. Moore, D. L. Farnham, und P. B. Schwinberg, Bull. Am. Phys. Soc. **31**, 244 (1986).
- (44) D. Taqqu, Paul Scherer Institut, Villingen, Schweiz, private Mitteilung.
- (45) T. Andreae, W. König, D. Meschede, R. Wynands, und T. W. Hänsch, Verhandlungen der DPG (1992), S. 1396.
- (46) T. Andreae, W. König, R. Wynands, D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler, C. Zimmermann, D. Meschede, und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **69**, 1923 (1992).
- (47) E. R. Cohen und B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **59**, 1121 (1987).
- (48) P. J. Mohr, Phys. Rev. Lett. **34**, 1050 (1975);
- (49) R. G. Beausoleil, Dissertation, Stanford University, USA (1986, unveröffentlicht).
- (50) G. W. Ericson, J. Phys. Chem. Ref. Data **6**, 831 (1977).
- (51) J. R. Sapirstein und D. R. Yennie, in *Quantum Electrodynamics*, T. Kinoshita (Hrsg.) (World Scientific, Singapore, 1990).
- (52) T. A. Welton, Phys. Rev. **74**, 1157 (1948).
- (53) C. Itzykson und J. - B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980).
- (54) S. E. Haywood und J. D. Morgan, Phys. Rev. A **32**, 3179 (1985).

- (55) S. Klarsfeld und A. Maquet, Phys. Lett. **43B**, 201 (1973).
- (56) J. R. Sapirstein, Phys. Rev. Lett. **47**, 1723 (1981).
- (57) P. J. Mohr, Phys. Rev. A **44**, R4089 (1991); P. J. Mohr, private Mitteilung.
- (58) G. W. Ericson, private Mitteilung.
- (59) K. Pachucki, akzeptiert zur Veröffentlichung bei Phys. Rev. A; K. Pachucki, private Mitteilung.
- (60) D. R. Yennie, private Mitteilung von J. R. Sapirstein.
- (61) G. Bhatt und H. Grotch, Phys. Rev. Lett. **58**, 471 (1987).
- (62) M. Doncheski, H. Grotch, und G. W. Ericson, Phys. Rev. A **43**, 2152 (1991).
- (63) D. Frèrejacque, D. Benaksas, und D. Drickey, Phys. Rev. **141**, 1308 (1966).
- (64) J. J. Murphy, Y. M. Shin, und D. M. Skopik, Phys. Rev. C **9**, 2125 (1974).
- (65) Th. Meissner und K. Goeke, Nucl. Phys. A **524**, 719 (1991).
- (66) H. Hellwig, R. F. C. Vessot, M. W. Levine, P. W. Zizewitz, D. W. Allan, and D. J. Glaze, IEEE Trans. Instrum. Meas. **IM-19**, 200 (1970); L. Essen, R. W. Donaldson, M. J. Bangham, and E. G. Hope, Nature **229**, 110 (1971).
- (67) D. J. Wineland und N. F. Ramsey, Phys. Rev. A **5**, 821 (1972); N. F. Ramsey, in *Quantum Electrodynamics*, T. Kinoshita (Hrsg.) (World Scientific, Singapore, 1990).
- (68) J. W. Heberle, H. A. Reich, und P. Kusch, Phys. Rev. **101**, 612 (1956).
- (69) H. A. Reich, J. W. Heberle, und P. Kusch, Phys. Rev. **104**, 1585 (1956).
- (70) P. Zhao, Dissertation, Yale University, USA (1986, unveröffentlicht).
- (71) F. Bassani, J. J. Forney, und A. Quattropani, Phys. Rev. Lett. **39**, 1070 (1977).
- (72) R. G. Beausoleil und T. W. Hänsch, Phys. Rev. A **33**, 1661 (1986).
- (73) L. Julien, private Mitteilung.
- (74) D. Kleppner, in *The Hydrogen Atom*, G. F. Bassani, M. Inguscio, und T. W. Hänsch (Hrsg.) (Springer Verlag, Berlin, 1989).

- (75) R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, und H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- (76) D. H. McIntyre, W. M. Fairbanks, Jr., S. A. Lee, T. W. Hänsch, und E. Riis, Phys. Rev. A **41**, 4632 (1990).
- (77) Herstellerangabe, Fa. Coherent, Palo Alto CA., USA.
- (78) P. F. Moulton, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 125 (1986).
- (79) P. A. Schultz, IEEE J. Quant. Electr. **24**, 1039 (1988).
- (80) O. Föllinger, *Regelungstechnik* (AEG-Telefunken, Berlin, 1980).
- (81) L. A. Bloomfield, Dissertation, Stanford University, USA (1983, unveröffentlicht).
- (82) J. L. Hall, private Mitteilung.
- (83) J. L. Hall und T. W. Hänsch, Opt. Lett. **9**, 502 (1984).
- (84) G. Camy, D. Pinaud, N. Courtier, und H. C. Chuan, Rev. Phys. Appl. **17**, 357 (1982).
- (85) J. L. Hall, in *Proceedings of the International Conference on Lasers*, P. R. China (Hrsg.) (Wiley, New York, 1983).
- (86) J. T. M. Walraven und I. F. Silvera, Rev. Sci. Instrum. **53**, 1167 (1982).
- (87) W. E. Kauppila, W. R. Ott, und W. L. Fite, Phys. Rev. A **1**, 1099 (1970).
- (88) F. Biraben, J. C. Garreau, L. Julien, und M. Allegrini, Rev. Sci. Instrum. **61**, 1468 (1990).
- (89) W. H. Wing, Appl. Opt. **18**, 2346 (1979).
- (90) W. Bleakney, Phys. Rev. **35**, 1180 (1930).
- (91) A. Huber, M. Weitz, und T. W. Hänsch, unveröffentlicht.
- (92) H. Rothe und W. Klein, *Hochvakuum-Elektronenröhren* (Akadem. Verlagsgesellschaft, Frankfurt, 1955).
- (93) J. C. Garreau, Dissertation, Université Paris 6, Frankreich (1989, unveröffentlicht).
- (94) H. Weissmann, W. Hartmann, und D. S. Burch, Z. Phys. D **7**, 119 (1987).
- (95) R. T. Robiscoe und T. W. Shyn, Phys. Rev. Lett. **24**, 559 (1970).
- (96) P. R. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* (McGrawHill, New York, 1969).
- (97) T. W. Hänsch und B. Couillaud, Opt. Commun. **35**, 441 (1980).

- (98) W. Winkler, K. Danzmann, A. Rüdiger, und R. Schilling, *Phys. Rev. A* **44**, 7022 (1991).
- (99) M. Sigl, F-Praktikum, LMU-München (1991, unveröffentlicht).
- (100) J. - C. Baumert, J. Hoffnagle, und P. Günter, in *Proceedings of the 1984 European Conference on Optics, Optical Systems and Applications*, SPIE **492**, 374 (1985).
- (101) G. D. Boyd und D. A. Kleinman, *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968).
- (102) W. Vassen, private Mitteilung.
- (103) H. Kogelnik und T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966).
- (104) B. L. Cosens, *Phys. Rev.* **173**, 49 (1968); siehe auch B. N. Taylor, W. H. Parker, und D. N. Langenberg, *Rev. Mod. Phys.* **41**, 375 (1969).
- (105) C. W. Fabjan, F. M. Pipkin, und M. Silverman, *Phys. Rev. Lett.* **26**, 347 (1971).
- (106) R. A. Brown und F. M. Pipkin, *Ann. Phys. (N. Y.)* **80**, 479 (1973).
- (107) H. R. Telle, D. Meschede, und T. W. Hänsch, *Opt. Lett.* **15**, 532 (1990); R. Wynands, T. Mukai, und T. W. Hänsch, zu veröffentlichen.
- (108) Ch. J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989); Ch. J. Bordé, in *Advances in Laser Spectroscopy*, F. T. Arecchi, F. Strumia, und H. Walther (Hrsg.) (Plenum, New York, 1983).
- (109) M. Kasevich und S. Chu, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
- (110) I. I. Sobelman, *Atomic Spectra and Radiative Transitions* (Springer, Berlin, 1979).

Danksagung

Herrn Professor T. W. Hänsch gilt mein ganz besonderer Dank für die Möglichkeit, an einem hochinteressanten Grundlagenexperiment der Physik mitarbeiten zu können. Ihm verdanke ich zahlreiche Anregungen, tatkräftige Unterstützung sowie ausgezeichnete Arbeitsbedingungen in seiner Abteilung am Max-Planck-Institut für Quantenoptik.

Für ihre Hilfe zu Beginn der Arbeiten und viele spätere, lehrreiche Diskussionen und Ratschläge bedanke ich mich bei Claus Zimmermann, Wim Vassen und Reinald Kallenbach.

Ferdinand Schmidt-Kaler danke ich für die hervorragende Zusammenarbeit während der Messungen. Dietrich Leibfried sowie in den letzten Monaten auch Andreas Huber und Stefan Zimmermann haben mich bei den Arbeiten sehr unterstützt.

Lucile Julien und Francois Biraben von der École Normale Supérieure aus Paris bin ich für die Berechnung der Linienprofile dankbar.

Bei Wolfgang Simon und Helmut Mader bedanke ich mich für die prompte und kompetente technische Unterstützung.

Allen übrigen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle ebenfalls herzlich gedankt. Insbesondere möchte ich die Diskussionen mit Antoine Weis erwähnen.



