

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Höchstaflösende Laserspektroskopie  
der 1S-2S-Zweiphotonenresonanz am Wasserstoffatomstrahl

Reinald Kallenbach

---

MPQ 151

März 1990

**MPQ-Report**  
**151**

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Höchstauflösende Laserspektroskopie  
der 1S-2S-Zweiphotonenresonanz am Wasserstoffatomstrahl

Reinald Kallenbach

Max-Planck-Institut  
für Quantenoptik  
**BIBLIOTHEK**

Ludwig-Prandtl-Str. 10  
D-8046 Garching  
Tel.-Nr.: (089) 32905-148

Dieser MPQ-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt  
Alle Rechte vorbehalten

This MPQ-report has been printed as author's manuscript  
All rights reserved

Max-Planck-Institut für Quantenoptik  
8046 GARCHING bei MÜNCHEN, Bundesrepublik Deutschland

## Abstraktum

Neue Techniken der höchstauflösenden Laserspektroskopie am atomaren Wasserstoff wurden entwickelt. Zum ersten Mal konnte die Zweiphotonenresonanz des 1S-2S-Überganges an einem Wasserstoffatomstrahl beobachtet werden. Die Linienbreite der Resonanz betrug 500 kHz bei 486 nm. Damit konnte gegenüber früheren Arbeiten die Auflösung dieser Resonanz um eine Größenordnung gesteigert werden. Im Zuge dieses Experiments wurde bei 486 nm ein Farbstofflaser auf 1 Hz Linienbreite relativ zu einem Referenzresonator stabilisiert. In einem zweiten injektionsstabilisierten Farbstofflaser wurden mit interner Frequenzverdoppelung 30 mW ultravioletter Strahlung bei der für die Zweiphotonenspektroskopie notwendigen Wellenlänge von 243 nm erzeugt. So ergab sich ein Rekordwert in der Kombination von hoher Leistung durchstimmbarer ultravioletter Strahlung und extremer Stabilität. Ferner wurde ein elektrooptischer Modulator für höchste Frequenzen entwickelt. Zur Zeit des ersten erfolgreichen Tests bei 72 GHz handelte es sich um die höchste Modulationsfrequenz. Der Modulator soll zur Messung der Isotopenverschiebung zu Deuterium dienen. Er soll auch in einer Frequenzkette eingesetzt werden, die zum Vergleich sichtbarer optischer Frequenzen mit Radiofrequenzstandards aufgebaut wird.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Startbedingungen geschaffen für Experimente der höchstauflösenden Laserspektroskopie, mit denen die Grenzen der Quantenelektrodynamik vermessen und Fundamentalkonstanten bestimmt werden sollen.

## Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
1.1	Aufgabenstellungen der Promotionsarbeiten	9
1.2	Energieniveaus des Wasserstoffatoms	13
1.2.1	Dirac-Coulomb-Energieniveaus	14
1.2.2	Reduzierte-Masse-Korrektur	14
1.2.3	Hyperfeinstruktur	15
1.2.4	Lamb-Verschiebung	16
1.3	Ziele zukünftiger Experimente	18
2.	Atomstrahlapparatur für kalten Wasserstoff	19
2.1	Kalter atomarer Wasserstoff	21
2.1.1	Mikrowellendissoziation	22
2.1.2	Transport von atomarem Wasserstoff	22
2.1.3	Der Kühlfinger	24
2.2	Anregungsrate und Linienbreite des 1S-2S-Zweiphotonen- Überganges im Wasserstoffatomstrahl	25
3.	Frequenzstabiler Farbstofflaser bei 486 nm	27
3.1	Überblick	27
3.2	Prinzip der Stabilisierung	28
3.3	Experimenteller Aufbau der Stabilisierung	30
3.3.1	Der Ringlaser	30
3.3.2	Glasfaser, AOM, EOM	31
3.3.3	Referenzresonator	32
3.3.4	Frequenzdiskriminator	35
3.3.5	Frequenzgang der Regelelektronik	40
3.3.6	Ergebnisse der Frequenzstabilisierung	45
3.3.7	Abstimmen des Farbstofflasers auf die Wasserstofffrequenz	47
4.	Injektionsstabilisieren eines Farbstofflasers mit Anwendung auf effiziente Frequenzverdoppelung	51
4.1	Theorie des Injektionsstabilisierens des Frequenzverdoppelungslasers	53
4.1.1	Theorie des Injizierens	55
4.1.2	Theorie des Frequenzverdoppelns im Ringlaserresonator	58

4.2	Experimentelle Ergebnisse	61
4.2.1	Injektionsstabilisierung	61
4.2.2	Frequenzverdoppelung	62
5.	Elektrooptische Modulation im Mikrowellenbereich	64
5.1	Phasenmodulation einer optischen Welle	65
5.2	Elektrooptische Seitenbanderzeugung bei 72 GHz	68
5.2.1	Prinzip der Modulation	69
5.2.2	Experimentelle Ergebnisse	74
5.2.3	Theorie für den Modulationsindex $\delta$	75
6.	Beobachtung der 1S-2S-Zweiphotonenresonanz	79
7.	Zusammenfassung	82
	Anhang A: Anregungsrate und Linienform des 1S-2S-Zweiphotonen-Überganges im Wasserstoffatomstrahl	84
	Anhang B: Charakterisierung von Frequenzstabilität Allan-Varianz Linienbreite	89 90 93
	Anhang C: Schaltplan der FM-Elektronik	98
	Literaturverzeichnis	

## 1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit Methoden der höchstauflösenden Laserspektroskopie am atomaren Wasserstoff. Neue Experimentiertechniken werden vorgestellt, die dazu dienen sollen, hochpräzise Informationen zur Nachprüfung der theoretischen Grundlagen der Physik aus den Wasserstoffspektren zu gewinnen. Das einfachste der stabilen Atome ist dafür besonders interessant, da genaueste theoretische Vorhersagen gemacht werden können.

Das Engagement, das Wasserstoffatom zu spektroskopieren, ist nun seit fast hundert Jahren ungebrochen<sup>1</sup>. Balmers Formel für die Wellenlängen der sichtbaren Linien und die Entdeckung des Wasserstoffkerns durch Rutherford inspirierte 1913 Bohr zum Quantenmodell des Wasserstoffatoms. Die Entwicklung der Quantenmechanik in den zwanziger Jahren durch Schrödinger, Heisenberg und Born klärte nicht nur die Energieniveaustuktur des Wasserstoffatoms, sondern auch das Verhalten des Bahndrehimpulses des Elektrons. Die Feinstruktur, 1892 von Michelson an der Balmer- $\alpha$ -Linie bei 656.3 nm entdeckt, konnte 1928 von Dirac mit einer selbstkonsistenten relativistischen Formulierung der Quantenmechanik unter Einbeziehung des Elektronenspins beschrieben werden. Damals schien das Wasserstoffspektrum vollständig geklärt zu sein.

1947 entdeckten Lamb und Retherford mit Mikrowellenspektroskopie eine Verschiebung von rund 1000 MHz des  $2P_{1/2}$ -Niveaus gegen das  $2S_{1/2}$ -Niveau. Diese Niveaus sollten nach Diracs Theorie entartet sein. Die relativistische Formulierung der Quantenelektrodynamik (QED) von Feynman, Schwinger und Tomonaga konnte hier mit erstaunlicher Genauigkeit wiederum für Aufklärung sorgen. Die jüngsten Meßwerte für die  $2S_{1/2}$ - $2P_{1/2}$ -Lambverschiebung sind 1057.845(9) MHz von Lundeen und Pipkin<sup>2</sup> und 1057.851 4(19) MHz von Pal'chikov, Sokolov und Yakovlov<sup>3</sup> in guter Übereinstimmung mit dem zuletzt berechneten Wert von 1057.854(11) MHz<sup>4,5</sup>. Die Präzision dieser Messungen ist wesentlich begrenzt durch die Lebensdauer von 1.6 ns der 2P-Zustände.

Heute wetteifern Lasertechnik und Theorie der Quantenelektrodynamik um maximale Genauigkeit. Bislang konnte keine Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment gefunden werden. Die Promotionsarbeit von Claus Zimmermann<sup>6</sup>

und die vorliegende Arbeit stehen am Beginn des Vorhabens, die Theorie um Größenordnungen exakter zu testen, als alle bisherigen Experimente vermochten. Sollten die theoretischen Grundlagen stimmen, so lassen sich aus dem Wasserstoffatom (siehe Energieniveauschema Fig. 1.1) neue Werte für fundamentale Konstanten bestimmen, wie die Rydbergkonstante, die Elektronmasse und der Ladungsradius des Protons.

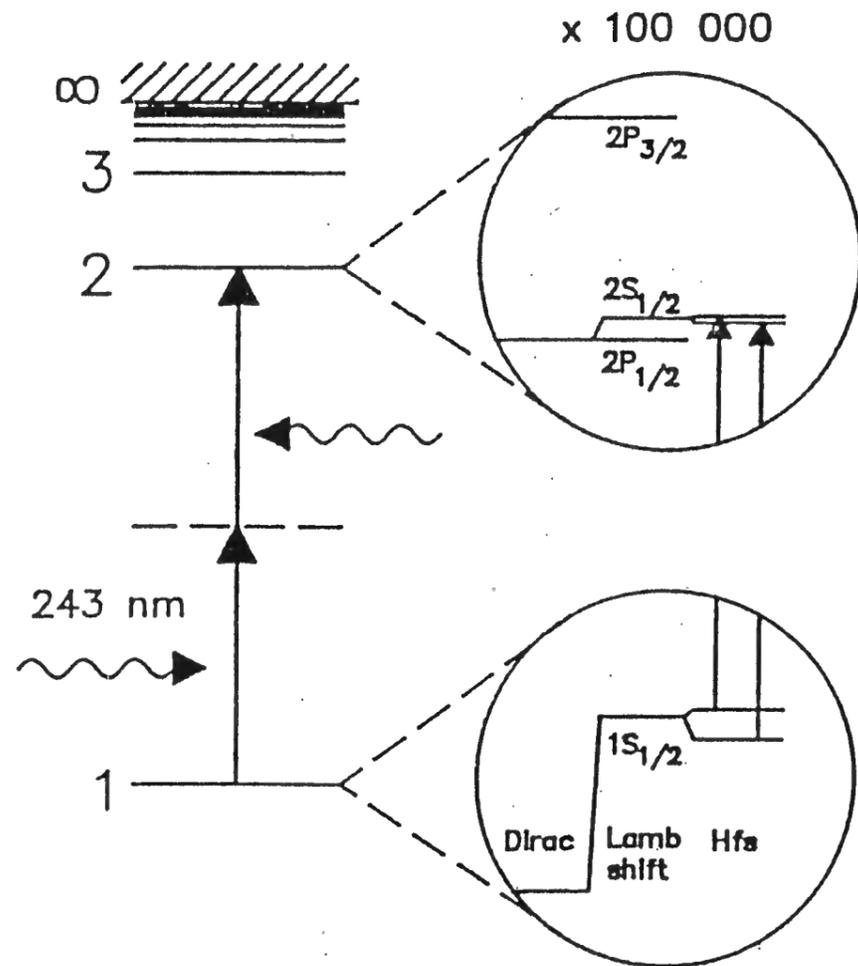


Fig. 1.1: Energieniveauschema des Wasserstoffatoms

Das wichtigste Instrument zur Untersuchung der Wasserstoffenergieniveaus ist die dopplerfreie Spektroskopie geworden. Sie wurde möglich in den siebziger Jahren mit der Entwicklung der durchstimmbaren schmalbandigen Farbstofflaser und durch die Zweiphotonenspektroskopie und Sättigungsspektroskopie. Fig. 1.2 zeigt ein Sättigungsspektrum der Balmer- $\alpha$ -Linie<sup>7</sup>, das direkt die quantenelektrodynamische Korrektur der Lage der Energieniveaus, die sogenannte Lambverschiebung, nachweist. Sättigungsspektroskopie dieser Linie ist inzwischen auch mit frequenzstabilen Laserdioden möglich.

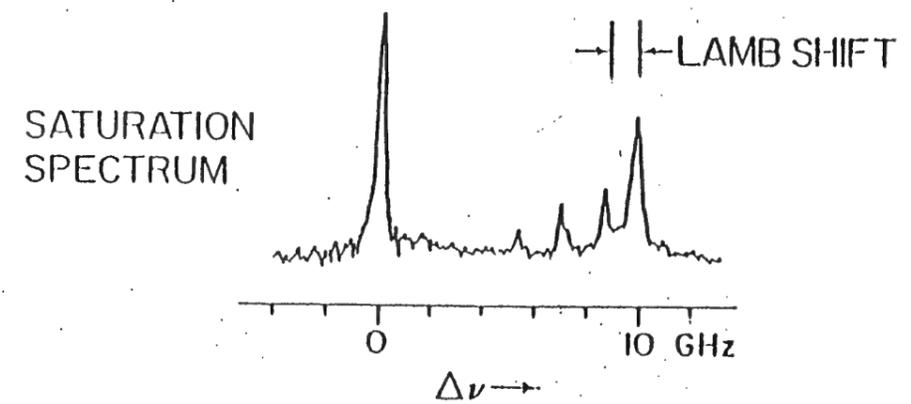


Fig. 1.2: Sättigungsspektrum der Balmer- $\alpha$ -Linie<sup>7</sup>

Zweiphotonenspektroskopie am 1S-2S-Übergang mit kontinuierlichen Lasern wurde erstmals an der Stanford Universität von Beausoleil und McIntyre unter Prof. Hänsch durchgeführt<sup>7,8,9,10</sup> (Fig. 1.3). Dabei wurde die Lambverschiebung des 1S-Grundzustandes, mit 8173 MHz die größte im Wasserstoffatom, mit einem relativen Fehler von  $2 \cdot 10^{-4}$  gemessen unter der Voraussetzung eines Werts für die Rydbergkonstante, der von Zhao in Yale mit Spektroskopie am 2S-4P-Übergang bestimmt wurde<sup>11</sup>, und des sehr exakt bekannten Werts für die 2S-Lambverschiebung<sup>2,3</sup>. Die besten theoretischen Berechnungen für die 1S-Lambverschiebung sind momentan um eine Größenordnung genauer<sup>12</sup>.

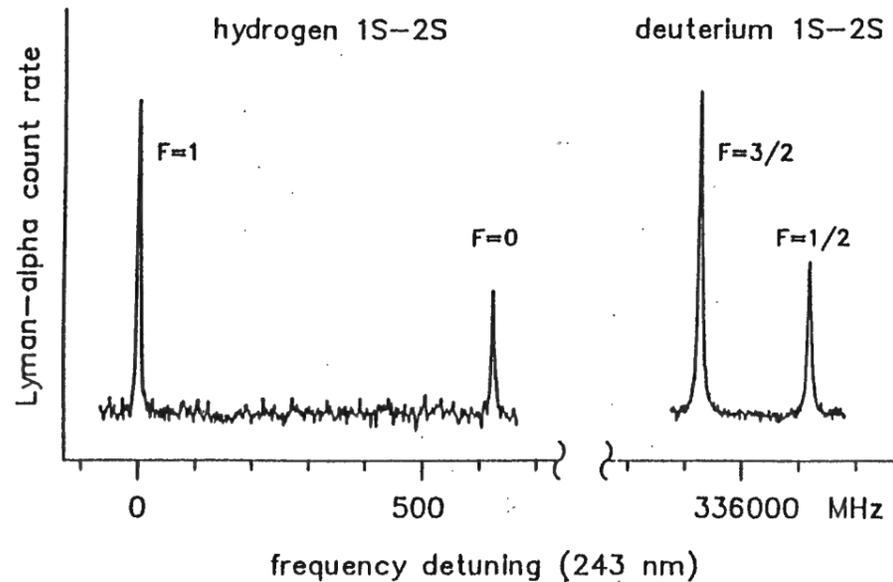


Fig. 1.3: Zweiphotonenresonanzen bei 243 nm am 1S-2S-Übergang<sup>7</sup>

Die 1S-2S-Übergangsfrequenz wurde absolut mit Hilfe des von A. Ferguson auf  $2 \cdot 10^{-9}$  kalibrierten  $^{130}\text{Te}_2$ -Standards bei 486 nm<sup>13</sup> gemessen. Die für Zweiphotonenspektroskopie notwendige Leistung von einigen mW bei 243 nm wurde erzeugt durch Summenfrequenzmischung der Strahlung eines Farbstofflasers bei 790 nm und eines Argonionenlasers bei 351 nm in einem KDP-Kristall<sup>14</sup>. Die wenigen nW aus der Frequenzverdoppelung des Lichts des 486 nm-Farbstofflasers in einem Harnstoffkristall genügten, um mit einem Photomultiplermischsignal bei 243 nm die Frequenz im Ultravioletten (UV) zu eichen.

Die Verifikation der Stanford-Ergebnisse erfolgte in Oxford von Boshier et al.<sup>15</sup>, die den seit einigen Jahren erhältlichen Barium- $\beta$ -Borat-Kristall (BBO) verwendeten, um direkt aus einem 486 nm-Farbstofflaser durch Frequenzverdoppelung hohe Leistung bei 243 nm zu erzielen.

Die Gruppe um Biraben in Paris beobachtete Zweiphotonenübergänge vom 2S-Niveau zum 8D- oder 10D-Niveau mit 778 nm- bzw. 760 nm-Strahlung<sup>16,17</sup>. Sie determinierten damit die Rydbergkonstante im wesentlichen mit der Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-10}$  des besten optischen Frequenzstandards, des  $\text{I}_2$ -stabilisierten Helium-Neon-Lasers bei 633 nm.

Einen Überblick über die Messungen der Rydbergkonstante der verschiedenen Experimente gibt Fig. 1.4. Neben dem g-Faktor des Elektrons ist die Rydbergkonstante die am besten bekannte Fundamentalkonstante.

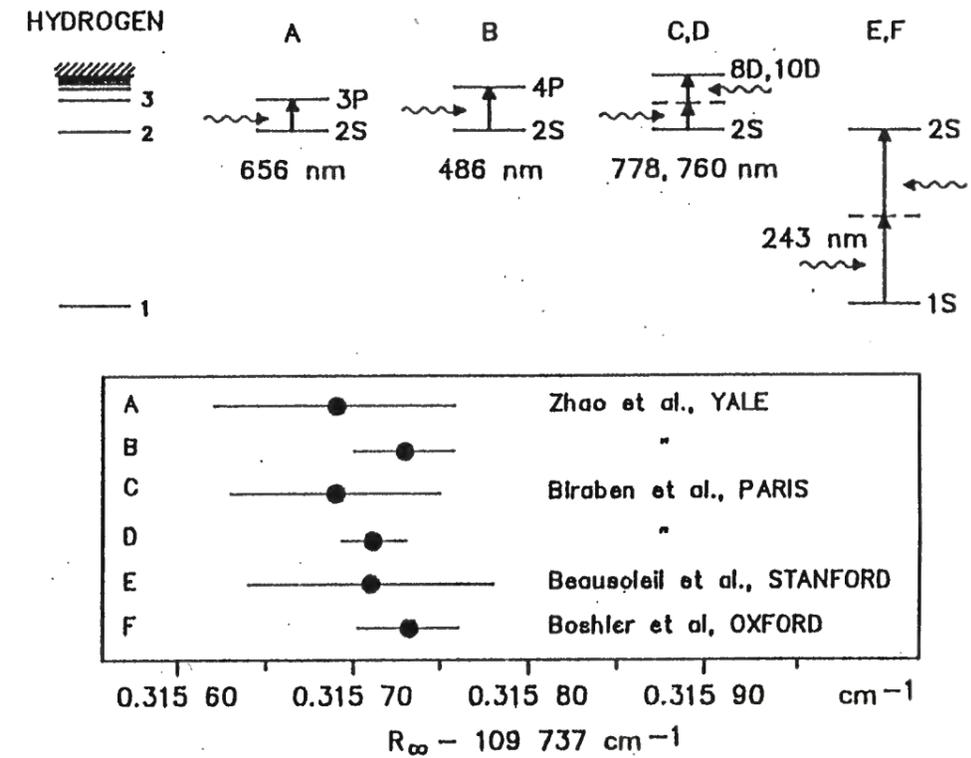


Fig. 1.4: Aktuelle Messungen der Rydbergkonstanten.

Messpunkte A und B sind hergeleitet aus der Wellenlänge der Balmer- $\alpha$ -<sup>18</sup> oder Balmer- $\beta$ -Linie<sup>11</sup>. C und D stammen von Messungen der Übergänge 2S-8..12S<sup>16,17</sup>. E und F ergaben sich aus Experimenten am 1S-2S-Übergang<sup>7,15</sup>.

Inzwischen erreichen Laser, wie z.B. auch der in der vorliegenden Arbeit stabilisierte Farbstofflaser bei 486 nm<sup>19,20</sup>, intrinsische Stabilitäten bis in den Hertzbereich. Leider haben die meisten Übergänge im Wasserstoffatom viel größere natürliche Linienbreiten, so daß das Hauptaugenmerk auf den 1S-2S-Zweiphotonenübergang<sup>21,22,23</sup> gerichtet ist, der eine natürliche Breite

von 1 Hz hat. Um optische Frequenzstandards ausreichender Präzision, die erst noch entwickelt und vermessen werden müssen, zu umgehen, liegt zur Bestimmung der Grundzustands-Lambverschiebung eine Frequenzvergleichsmessung mit dem 2S-4S-Zweiphotonenübergang bei 972 nm mit einem Ti-Sapphir-Laser<sup>24</sup> nahe. Der 2S-4S-Übergang bei 972 nm hat eine noch akzeptable Linienbreite von rund 1 MHz. Mit sorgfältiger Spektroskopie sollte sich diese Linie bis in den kHz-Bereich vermessen lassen. Da die Lambverschiebung mit  $n^{-3}$  ( $n$ : Hauptquantenzahl) skaliert, geht der Fehler derjenigen des 4S-Zustandes relativ wenig in die Messung für das 1S-Niveau ein. Die 2S-Verschiebung ist sehr genau bekannt<sup>2,3</sup>.

Ein entsprechendes Experiment wird am Max-Planck-Institut für Quantenoptik vorbereitet<sup>25</sup>. Die Promotionsarbeit von Claus Zimmermann<sup>6</sup> und die vorliegende Arbeit beschäftigen sich hauptsächlich mit der Entwicklung einer monochromatischen Ultraviolettquelle zur Zweiphotonenspektroskopie am 1S-2S-Übergang mit 243 nm-Strahlung, die aus kohärentem Licht bei 486 nm<sup>19,20</sup> mit Hilfe eines BBO-Kristalls zur Frequenzverdoppelung<sup>26</sup> erzeugt wird, und mit dem Aufbau einer Wasserstoffatomstrahlapparatur<sup>27,28</sup>. Wim Vassen übernimmt den Aufbau der Optik bei 972 nm. Der erste entscheidende Schritt dieses Experimentes ist gelungen. Mit einer Linienbreite von 500 kHz konnte die Zweiphotonenresonanz des 1S-2S-Überganges an einem Wasserstoffatomstrahl bei Raumtemperatur beobachtet werden (Fig. 1.5). Damit wurde nicht nur ein Rekordwert in der Auflösung 1S-2S-Linie erreicht, sondern auch gleich der Schlüssel gegeben zu weiteren Wasserstoffatomstrahlexperimenten, die alle metastabilen Wasserstoff im 2S-Zustand benötigen. Die 2S-Besetzungszahl im Volumen des optischen Strahls ist bei dieser 243 nm-Anregung höher als die bei Elektronenstoßanregung.

Beim durchgeführten Experiment mußten neue Techniken der Frequenzstabilisierung und nichtlinearen Optik entwickelt werden. Auch eine neue Meßapparatur wurde entworfen. Alle bisherigen laserspektroskopischen Experimente wurden an Wasserstoff-Helium-Gaszellen bei Raumtemperatur

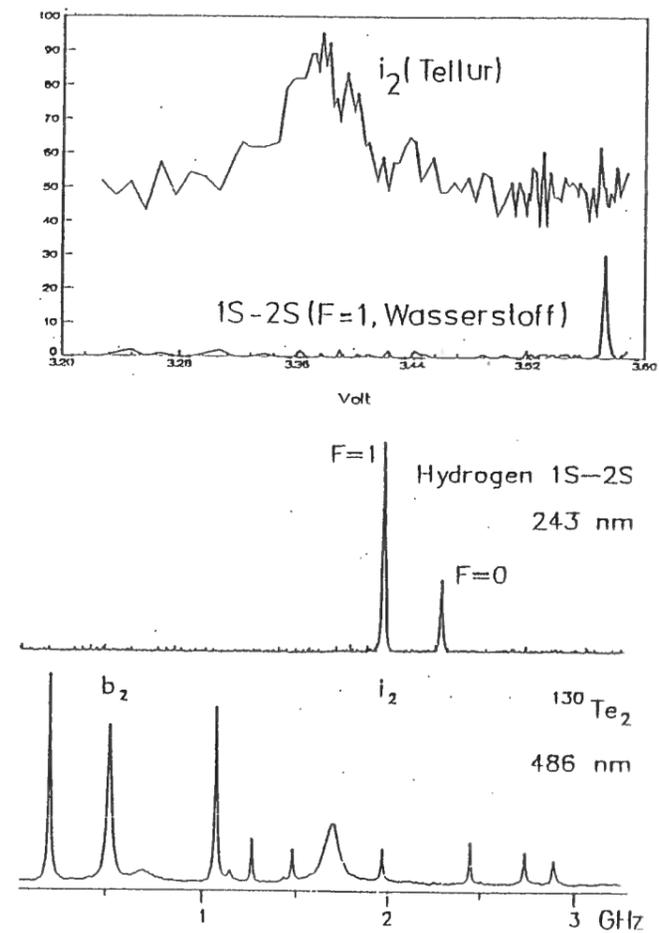


Fig. 1.5: Zweiphotonenresonanz des 1S-2S-Überganges, gemessen an einem Wasserstoffatomstrahl (oberes Spektrum). Die Breite der 1S-2S-Resonanz ist etwa 500 kHz. Zum Vergleich werden vom Stanford-Experiment ein <sup>130</sup>Te<sub>2</sub>-Sättigungsspektrum und die 1S-2S-Resonanzen mit typischen Linienbreiten von 10 MHz gezeigt.

durchgeführt. Diese Zellen hatten den Nachteil, je nach Druck und Heliumanteil Energieniveaushiftungen und Lebensdauerverkürzungen zu verursachen. Z.B. hatten die mit gepulsten Lasern aufgenommenen 1S-2S-Spektren von Wieman Linienbreiten von 100 MHz<sup>23</sup>. Immerhin konnte damit die Isotopenverschiebung von Wasserstoff zu Deuterium genügend

präzise gemessen werden, um die relativistische Korrektur zum Kernrückstoßeffekt nachzuweisen. Und immerhin wurden auch die Stanford-Spektren (Fig. 1.3) mit ihren etwa 10 MHz breiten Linien an einer Gaszelle aufgenommen. Beim Streben nach höherer Auflösung ist aber schon jegliche Messung bei Raumtemperatur problematisch. Bei den aufgrund der geringen Masse sehr hohen thermischen Geschwindigkeiten der Wasserstoffatome beträgt die relativistische Zeitdilatation der gegen das Labor bewegten Atome im Mittel schon 70 kHz.

So wird nun ein Experiment aufgebaut, bei dem die zentrale Idee darin besteht, Spektroskopie an einem kalten Wasserstoffatomstrahl durchzuführen<sup>27,28</sup>, bei der optischer Strahl und Atomstrahl kollinear verlaufen (Fig. 1.6)<sup>25</sup>. Damit sollen viele Probleme der bisherigen Experimente gelöst werden:

Kalte Atome haben geringen Dopplereffekt zweiter Ordnung, also geringe relativistische Zeitdilatation. Ebenso haben sie eine sehr lange Wechselwirkungszeit mit einer kollinear verlaufenden optischen Mode, was zum einen die Anregungswahrscheinlichkeit erhöht und zum anderen die Transitzeitverbreiterung reduziert. Die höhere Anregungswahrscheinlichkeit ermöglicht eine geringere Dichte, womit Effekte wie Druckverbreiterung und Quenchen der Niveaus eliminiert werden.

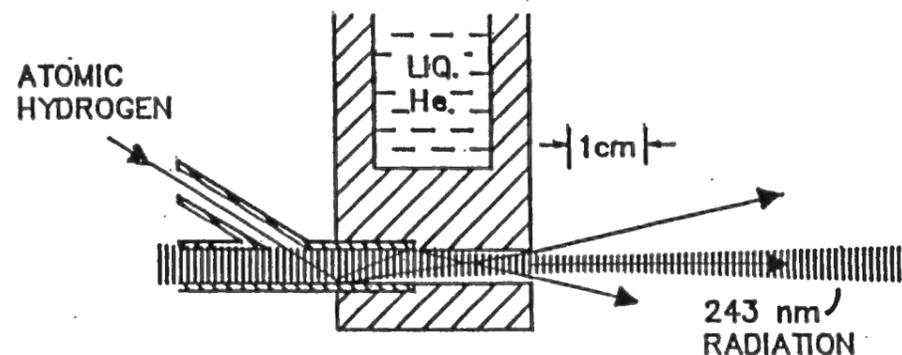


Fig. 1.6: Prinzip eines Atomstrahl-experiments bei der Temperatur des flüssigen Heliums<sup>25</sup>

### 1.1 Aufgabenstellungen der Promotionsarbeiten

Die Arbeit von Claus Zimmermann und die vorliegende Arbeit hatten beide die Beobachtung einer hochaufgelösten Zweiphotonenresonanz am Wasserstoffatomstrahl zum Ziel.

Dabei wurden folgende Schwerpunkte gesetzt:

Claus Zimmermann beschäftigte sich überwiegend mit der Frequenzverdoppelung und mit dem Innenleben der Wasserstoffatomstrahlapparatur, insbesondere mit Lyman- $\alpha$ -Detektoren hoher Quantenausbeute.

Meine Arbeit befaßt sich mit einem hochstabilen Farbstofflaser<sup>19,20</sup> und mit effizienter Frequenzverdoppelung in einem injektionsstabilisierten Farbstofflaser<sup>29,30,31</sup>. Ferner wurde ein elektrooptischer Modulator für höchste Frequenzen entwickelt und bei 72 GHz getestet<sup>32</sup>.

Im einzelnen konzentrierte sich Claus Zimmermann zunächst auf die Methode der doppeltresonanten Frequenzverdoppelung in BBO<sup>26</sup>. In einem externen Resonator werden sowohl die 300 mW Leistung aus dem 486 nm-Farbstofflaser als auch die 243 nm-Mode resonant überhöht. Die UV-Ausgangsleistung ist dann nicht nur proportional zum Quadrat der Fundamentalleistung, sondern auch zur schon vorhandenen zirkulierenden UV-Leistung. Durch den Resonator wird dabei nur die TEM<sub>00</sub>-UV-Mode unterstützt, was von großem Vorteil ist, da der Phasenanpassungswinkel 54° beträgt und im einfachen Durchlauf eine astigmatische UV-Mode entsteht. Leider erlitten die Antireflexbeschichtungen der dafür verwendeten BBO-Kristalle Schäden bei Leistungen ab einigen mW bei 243 nm. Da die fundamentale und die zweite harmonische Welle in der Polarisation senkrecht stehen ist ein Brewster-geschnittener Kristall nicht geeignet. So konnte die sehr elegante und theoretisch sehr effiziente Methode nicht die erwarteten 20 mW Leistung bei 243 nm erbringen. Ebenso verhielt es sich mit einem Aufbau, in dem nur die Grundwelle resonant überhöht wurde. Die beschichteten Kristalle können nicht mehr als einige mW emittieren und die Brewster-Kristalle haben zu hohe Oberflächenverluste. Die Finesse des Verdopplungsresonators war mit den Brewster-Kristallen auf recht geringe Werte von etwa 70 begrenzt. Wenige mW UV-Strahlung aus der Verdoppelung sind in jedem Fall ausreichend, wenn man sie problemlos mit Spiegeln in der Vakuumapparatur überhöhen kann. Nun zeigte sich allerdings, daß die UV-Spiegel im Vakuum aus noch nicht

ganz geklärten Gründen nur maximal 10 mW zirkulierender Leistung bei üblichen konfokalen Parametern eines Resonators tolerierten. Im ersten erfolgreichen Durchlauf wurden daher mit einem Photomultiplier nur 30 Lyman- $\alpha$ -Photonen in 0.1 s beobachtet bei einem Rauschen von etwa ein bis zwei Photonen in 0.1 s. Das Rauschen konnte nur auf so geringe Werte gedrückt werden durch Modulieren der UV-Leistung bei 7 kHz und des Quenchfeldes bei 10 Hz. Dies würde in einem künftigen Experiment an einem kalten Wasserstoffatomstrahl die Auflösung begrenzen.

So wurde der Versuch unternommen, einen zweiten Farbstofflaser per Injektion auf einen ersten hochstabilen Farbstofflaser zu stabilisieren und als aktiven Resonator mit hoher zirkulierender Fundamentalleistung zu verwenden. Ohne Etalons, aber mit BBO-Brewster-Kristall konnte in der vorliegenden Arbeit 30 mW kontinuierlicher UV-Strahlung aus etwa 22 W zirkulierender Fundamentalleistung erzeugt werden<sup>33</sup>. Der injektionsstabilisierte Laser folgt aufgrund einer Phasenregeltechnik dem ersten Laser praktisch exakt. Der erste Laser ist bis auf 1 Hz mit einem FM-Verfahren auf einen Referenzresonator stabilisiert<sup>20</sup>. Der Referenzresonator ist seismisch und thermisch isoliert und hat eine Driftrate von maximal 100 Hz/s. So konnte in dieser Arbeit ein Weltrekord in der Kombination von hoher UV-Leistung mit hoher Stabilität erzielt werden. Leider war auch hier die Freude nicht ungetrübt. Die Fokussierung für maximale UV-Leistung ist offenbar beträchtlich stärker, als die Theorie verlangt. So entsteht eine sehr astigmatische Mode, die zudem noch Interferenzminima enthält<sup>34</sup>. Diese Mode läßt sich nur mit Mühe zu etwa 40% in einen weiteren Resonator einkoppeln. Außerdem tolerieren die UV-Spiegel offenbar tatsächlich nur eine bestimmte maximale Strahlungsdichte in Vakuum, so daß die Erhöhung der eingekoppelten Leistung bei diesem Aufbau keinen Vorteil brachte. Die Verwendung von Brewsterfenstern und Resonatorspiegeln an Luft zeitigte ebenso Probleme. Quartzbrewsterfenster zeigen große Degradation beim Abpumpen. Ein Test von  $\text{CaF}_2$ -Fenstern steht noch aus. Zweiphotonenspektroskopie ohne UV-Resonator durchzuführen, ist sehr schwierig, da man hin- und rücklaufende Welle sehr präzise aufeinander justieren muß.

Für die schon erwähnte Messung bei Raumtemperatur entwickelte Claus Zimmermann<sup>6</sup> einen Atomstrahl Aufbau. Er optimierte Lyman- $\alpha$ -Detektoren zu

hoher Quantenausbeute. Mit Hilfe einer Elektronenkanone<sup>35</sup> gelang ihm, metastabilen Wasserstoff zu erzeugen, womit er die Wirkung des Quenchfeldes, die Effizienz des Detektors und Störeffekte wie Ionenerzeugung testen konnte. Zwei kaliumjodidbeschichtete Channeltrons<sup>36</sup> erfassen nun fast den ganzen Raumwinkel und haben eine Quantenausbeute von mindestens mehreren Prozent. Sowohl für die UV-Resonatoranordnung mit 10 mW zirkulierender Leistung, als auch für die Anordnung, die die hohe UV-Leistung aus dem zweiten Farbstofflaser verwendet, sind theoretisch Zählraten von mindestens 1000/s zu erwarten.

Die Versuche in der vorliegenden Arbeit, Messungen bei 10 K durchzuführen, sind bislang daran gescheitert, daß sich keine hohe Quelldichte von sehr kalten Wasserstoffatomen direkt im UV-Strahl erzeugen läßt.

Zur Zeit noch etwas abgetrennt vom Wasserstoffexperiment steht in der vorliegenden Arbeit die Entwicklung eines elektrooptischen Modulators für höchste Frequenzen. Zur Zeit des ersten erfolgreichen Tests bei 72 GHz handelte es sich um die höchste elektrooptische Modulationsfrequenz. Mit diesem Modulator sollen Isotopenverschiebungsmessungen durchgeführt oder große Differenzfrequenzen im Projekt der Frequenzkette von Radiofrequenzstandards zur Lyman- $\alpha$ -Frequenz bestimmt werden<sup>37,38</sup>.

Die beiden Arbeiten stehen im Umfeld von weiteren Experimenten, die sich vor allem auf die letztendlich mögliche Auflösung des 1S-2S-Überganges von 1 Hz konzentrieren. So ist geplant, kalten atomaren Wasserstoff in eine Falle einzufangen und mit etwa 100 Lyman- $\alpha$ -Photonen pro Atom zu kühlen<sup>39</sup> (Fig. 1.7).

Weiter ist geplant, optische Frequenzen mit der Präzision des Cäsium-Standards bei 9 GHz zu messen. Einen eleganten Vorschlag dafür zeigt Fig. 1.8<sup>38</sup>.

Nach einer Besprechung der Theorie des Wasserstoffatoms soll eine genauere Erläuterung der Ziele dieser Experimente folgen.

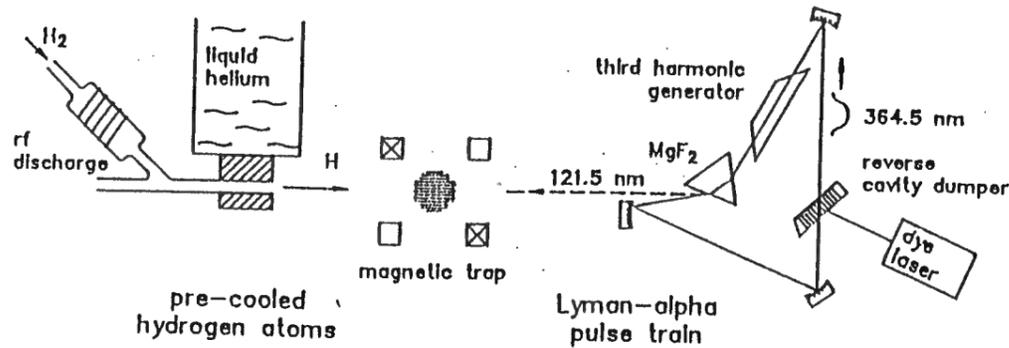


Fig. 1.7: Konzept einer Apparatur mit Wasserstoffmagnetfalle

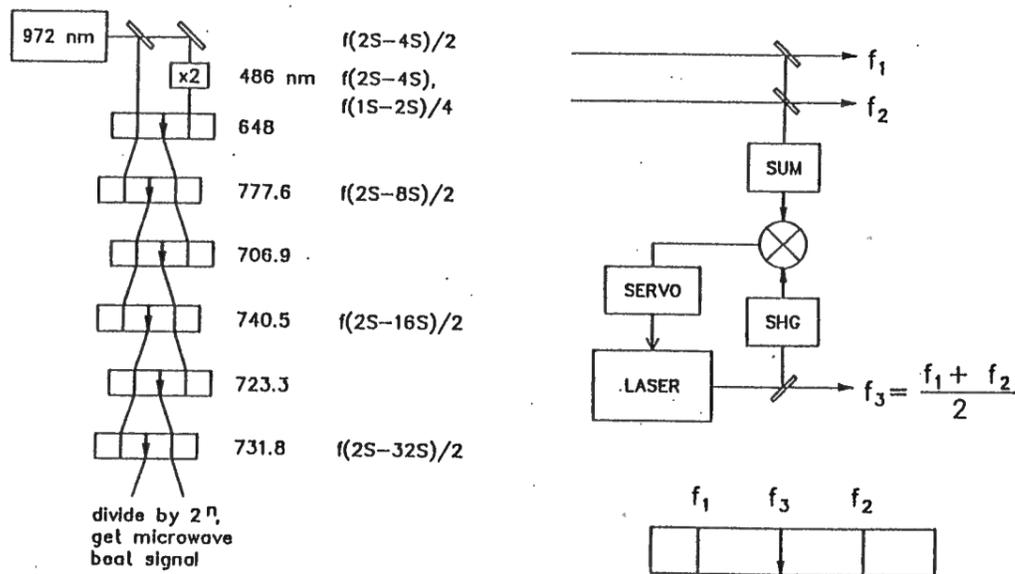


Fig. 1.8: Wasserstofffrequenzmetrologie mit Ti:Sapphir-Laser, Farbstofflaser und Laserdioden

### 1.2 Die Energieniveaus des Wasserstoffatoms

Das Wasserstoffatom ist ein sehr einfaches gebundenes System, Proton und Elektron, das sehr präzise theoretisch berechnet werden kann und ebenso präzise Spektroskopie ermöglicht.

Zur Berechnung der Energieniveaus im Wasserstoffatom geht man aus von der Diracgleichung, der zentralen Gleichung der relativistischen Quantenmechanik. Sie kann ein Teilchen mit reduzierter Masse im Coulombpotential beschreiben und erlaubt eine geschlossene Darstellung von Energieeigenwerten und Wellenfunktionen. Sie behandelt jedoch nicht Kernrückstoßeffekte und ist nur in erster Quantisierung formuliert.

Für das physikalische Weltbild von besonderem Interesse sind die quantenelektrodynamischen (QED) Korrekturen, die sogenannten Lambverschiebungen, deren Messung bislang den genauesten Einblick in die Grundlagen der Atomphysik erlaubt haben. Bei der QED stellt sich unter anderem die Frage, ob die unendlichen Terme bei der Massenrenormierung nicht doch ein Zeichen der Unvollständigkeit der Theorie sind.

Nach dem momentanen Stand können die Energieniveaus durch folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$E(n, J, L, F, I) = E_{DC}(n, J) + E_{RM}(n, J) + E_{HFS}(J, L, F, I) + E_{LS}(n, J, L). \quad (1.1)$$

Mit  $n$  ist die Hauptquantenzahl bezeichnet, mit  $J$  der Gesamtdrehimpuls des Elektrons, mit  $L$  der Bahndrehimpuls des Elektrons, mit  $F$  der Gesamtspin des Atoms und mit  $I$  der Kernspin. Die Dirac-Coulomb-Energie  $E_{DC}$  kann nach relativistischer Quantentheorie analytisch berechnet werden,  $E_{RM}$  gibt relativistische Rückstoßkorrekturen aufgrund der endlichen Masse des Protons an,  $E_{HFS}$  ist die Energieaufspaltung durch die Kopplung von Elektron- und Kernspin, und  $E_{LS}$  ist die Lamb-Verschiebung. Die einzelnen Terme sollen im folgenden genauer erläutert werden.

### 1.2.1 Dirac-Coulomb-Energieniveaus

Die Dirac-Coulomb-Energieniveaus sind gegeben durch

$$E_{DC}(n, J) = - \frac{2Z^2}{N(N+n+\gamma-k)} cR_\infty, \quad (1.2)$$

wobei  $\hbar c R_\infty = \frac{1}{2} \alpha^2 m_e c^2$ ,  $k = J + \frac{1}{2}$ ,  $\gamma = \sqrt{k^2 - (Z\alpha)^2}$ ,  $N = \sqrt{n^2 - (2n-k)(k-\gamma)}$ ,  $Z$  ist die Kernladung,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\hbar$  die Planck'sche Konstante,  $m_e$  die Elektronenmasse und  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante,  $\alpha = e^2/\hbar c$ , mit  $e$  als Elementarladung.

Diese Terme sind wesentlich bestimmt durch die Rydbergkonstante  $R_\infty$ . Einige neuere Meßwerte für  $R_\infty$  sind nochmals in Tabelle 1.1 aufgelistet.

Experiment	Übergang	$R_\infty - 10973731 \text{ m}^{-1}$
Stanford <sup>7</sup>	1S-2S	0.571(7)
Paris <sup>16,17</sup>	2S-8D, 2S-10D	0.571(2)
Yale-NBS <sup>11</sup>	2S-4P	0.573(3)
Oxford <sup>15</sup>	1S-2S	0.573(3)

Tabelle 1.1: Aktuelle Werte für die Rydbergkonstante.

### 1.2.2 Reduzierte-Masse-Korrektur

Die Reduzierte-Masse-Korrektur<sup>40</sup> beträgt in führender Ordnung

$$E_{RM}(n, J) = - \frac{m_e}{m_e + m_p} \left[ 1 - \left( \frac{m_p}{m_e + m_p} \right)^2 \left( \frac{Z\alpha}{(2n)^2} \right) \right] E_{DC}(n, J). \quad (1.3)$$

Hierbei ist  $m_p$  die Kernmasse bzw. die Protonenmasse. Der erste Term in Gleichung 1.3 schließt nicht nur die reduzierte Masse bzw. den Kernrückstoß in die nichtrelativistischen Schrödinger-Energieniveaus ein, sondern auch die entsprechende Korrektur zur relativistischen Feinstruktur. Dieser Term

beschreibt ein Dirac-Elektron der Masse  $m_e m_p / (m_e + m_p)$  im Feld eines unendlich schweren Kerns. Leider ist nicht möglich, eine Zweiteilchen-Diracgleichung zu konstruieren, indem man einfach zwei Einteilchen-Dirac-Hamiltonoperatoren addiert ähnlich wie in der nichtrelativistischen Quantenmechanik. Daher rührt der zweite Term, der eine zusätzliche relativistische Kernrückstoßkorrektur beschreibt. Von vielen Autoren<sup>21,22,23,40</sup> wird dieser zweite Term schon der Lamb-Verschiebung zugerechnet. Er beschreibt aber keine QED-Korrektur und skaliert mit  $n^{-4}$  statt mit  $n^{-3}$ . So folgen wir hier der Konvention von Johnson und Soff<sup>41</sup> und rechnen ihn nicht der Lambverschiebung zu.

### 1.2.3 Hyperfeinstruktur

Die Hyperfeinenergie<sup>42</sup> ist

$$E_{HFS}(n, L, F, I) = \frac{(Z\alpha)^2 Z g_p m_e}{n^3 m_p} (1+\gamma) c R_\infty \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{J(J+1)(2L+1)}. \quad (1.4)$$

Mit  $g_p$  wird das anomale magnetische Moment des Protons bezeichnet. Der Term  $\gamma = a_e + b + \epsilon + \delta$ <sup>43</sup> beinhaltet die Korrekturen  $a_e$  wegen des anomalen magnetischen Moments des freien Elektrons<sup>44</sup>,  $b$  aufgrund relativistischer Strahlungskorrekturen, berechnet von Breit<sup>45</sup>,  $\epsilon$  aufgrund von Strahlungskorrekturen, die nicht in  $a_e$  enthalten sind<sup>46</sup>, und  $\delta$  wegen Kernrückstoß- und Kernstruktureffekten. Letztere hängen ab vom Kernformfaktor und der Polarisierbarkeit des Protons. Dies sind alles keine sehr genau bekannten Größen. Die momentanen Berechnungen von Kinoshita<sup>44</sup> sagen im 1S-Grundzustand eine Hyperfeinstrukturfrequenz von 1 420 403.444(1278) kHz voraus. Der experimentelle Meßwert, einer der präzisesten der Physik, beträgt 1 420 405.751 766 7(9) kHz<sup>47,48</sup>. Bedauerlicherweise sagt dieser Wert nichts aus über die Richtigkeit der QED und ermöglicht auch keine Bestimmung einer Fundamentalkonstanten.

### 1.2.4 Lamb-Verschiebung

Die Lambverschiebung ist eine Energieverschiebung aufgrund der Wechselwirkung des Elektrons mit dem quantisierten Strahlungsfeld. Sie kann numerisch berechnet werden aus einer Vielzahl von Feynman-Graphen<sup>41</sup>. Daraus ergibt sich

$$E_{LS}(n, J, L) = \frac{2}{\pi\alpha} \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} cR_\infty F(Z\alpha). \quad (1.5)$$

$F(Z\alpha)$  hängt insbesondere von  $L$  ab und untergliedert sich in Beiträge unterschiedlicher Effekte, die in Tabelle 1.2 aufgliedert werden.

Selbstenergie <sup>41,49-54</sup>	10.31680(10)
Vakuumpolarisation <sup>41,55</sup>	-0.26438
höhere QED-Terme <sup>41</sup>	0.00125(1)
Strahlungsrückstoß <sup>41</sup>	-0.01573
strahlungsfreier Rückstoß <sup>41</sup>	0.00297(3)
endliche Kerngröße <sup>56</sup>	0.00125(3)
insgesamt	10.04216(11)

Tabelle 1.2: Beiträge zu  $F(Z\alpha)$  für  $n = 1$ , also für den  $1S_{1/2}$ -Zustand

Die Lambverschiebung skaliert mit  $n^{-3}$ , da sie im wesentlichen proportional ist zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kernort. Mit endlicher Kerngröße ist der rms-Ladungsradius  $r_p$  des Kerns gemeint<sup>57</sup>. Durch die Rückstoßterme in  $F(Z\alpha)$  geht das Massenverhältnis  $m_e/m_p$  ein<sup>58</sup>. Selbstverständlich sind auch  $c$ <sup>59</sup>,  $\alpha$ <sup>60</sup> und  $R_\infty$  bestimmende Größen der Lambverschiebung. Alle die genannten Konstanten sind nur mit einer begrenzten Genauigkeit vermessen. Die hier vorausgesetzten Fundamentalkonstanten sind in Tabelle 1.3 aufgeführt.

Referenz	Konstante	Wert
59	$c$	299 792 458 m/s
60	$\alpha$	1/137.035 989 5(61)
61	$m_p/m_e$	1 836.152 701(37)
60	$r_p$	0.805(11) fm

Tabelle 1.3: Aktuelle Werte für Fundamentalkonstanten

Das führt zu einer Ungenauigkeit in der Vorhersage ebenso wie die höheren quantenelektrodynamischen Terme, die numerisch mit sehr großem Aufwand zu berechnen sind.

Die Fehler der Vorhersage nach dem momentanen Stand werden in Tabelle 1.4 gezeigt.

35 kHz	Einphotonenselbstenergie
50 kHz	nicht berechnete höhere Terme
30 kHz	$m_e/m_p$
50 kHz	rms-Ladungsradius des Protons
500 kHz	$R_\infty$

Tabelle 1.4: Fehlergrenzen für Terme in der Lamb-Verschiebung des  $1S_{1/2}$ -Grundzustandes

### 1.3 Ziele künftiger Experimente<sup>28</sup>

Künftige Experimente können zum einen darauf abzielen, durch Messungen von Frequenzverhältnissen im Wasserstoffatom die quantenelektrodynamischen Korrekturen zu isolieren, um die Richtigkeit dieser sehr exakten Theorie zu prüfen.

Zum anderen kann man Vergleichsmessungen an verschiedenen Isotopen durchführen. Aus den Isotopenverschiebungen  $\Delta f$  lassen sich die Kerngrößenunterschiede bestimmen. Aus den absoluten Frequenzen erhält man das Massenverhältnis  $m_e/m_p$  und die Rydbergkonstante  $R_\infty$ .

Die genannten Größen gehen in die theoretische Vorhersage für die Lambverschiebung ein. So könnte die Einphotonenselbstenergie sehr präzise gemessen werden bei genauerer Berechnung höherer QED-Terme unter der Annahme, die QED sei richtig.

Interessant ist auch der Vergleich mit wasserstoffähnlichen Systemen wie Helium<sup>+</sup>, Positronium ( $e^+e^-$ ), Myonium ( $\mu^+e^-$ ) und Antiwasserstoff.

Bei Helium<sup>+</sup> könnten Effekte der Kernladungsverteilung und die Skalierung mit der Kernmasse und -ladung studiert werden.

Bei Positronium entfallen die hadronischen Einflüsse. Leider ist Positronium instabil und kann nicht mit der selben Auflösung spektroskopiert werden wie das Wasserstoffatom. In der QED müssen außerdem Annihilationsterme berücksichtigt werden. Theoretisch ebenfalls von großer Bedeutung ist die Tatsache, daß das System Positronium nicht näherungsweise durch einen Einteilchenformalismus dargestellt werden kann. Es handelt sich hier um ein rein relativistisches Zweikörperproblem.

Etwas einfacher sind die Verhältnisse beim Myonium wegen der hohen Masse des Myons  $m_\mu = 207 m_e$ . Die Lebensdauer von 2.2  $\mu\text{sec}$  sollte Messungen mit einer Präzision von 100 kHz zulassen.

Experimente am Antiwasserstoff erlauben eine Überprüfung der Symmetrie von Materie und Antimaterie.

### 2. Atomstrahlapparatur für kalten Wasserstoff

Wie in der Einleitung schon erwähnt wurde, soll eine experimentelle Anordnung zur Spektroskopie atomaren Wasserstoffs gefunden werden, bei der eine lange Wechselwirkungsdauer zwischen optischem Strahlungsfeld und den Atomen erzielt wird. Dies hat zum Vorteil, daß die Durchflugsverbreiterung und der Dopplereffekt zweiter Ordnung reduziert werden und außerdem die Anregungswahrscheinlichkeit eines einzelnen Atoms steigt. Eine lange Wechselwirkungszeit läßt sich am besten mit langsamen Atomen erreichen. Gehen wir aus vom Dopplereffekt zweiter Ordnung, welcher mit  $\langle v^2 \rangle / c^2$  skaliert, und fordern für diesen eine Reduktion auf etwa 3 kHz, was eine Spektroskopie mit einer Auflösung von  $10^{-12}$  ermöglicht, so erhalten wir eine typische Atomgeschwindigkeit von 300 m/s. Das entspricht der mittleren thermischen Geschwindigkeit  $v_0 = \sqrt{2kT/m}$  (k: Boltzmann-Konstante, T: Temperatur, m: Wasserstoffatommasse) von Wasserstoffatomen bei  $T = 10$  K. Nehmen wir diese Geschwindigkeit an, so muß die Wechselwirkungslänge etwa 10 cm betragen, damit die Durchflugsverbreiterung ebenfalls auf 3 kHz verringert wird. Das ist eine typische Länge für einen optischen Resonator. Fliegen kalte Wasserstoffatome auf der Achse der optischen Mode von 243-nm-Strahlung mit einer mittleren Geschwindigkeit von 300 m/s, so könnte diese Auflösung erreicht werden, falls andere Störeffekte wie Druckverbreiterung und statische Restfelder hinreichend eliminiert werden.

Das Erdmagnetfeld z.B. verschiebt nur die  $M_F = 0$ -Komponente ( $M_F$ : magnetische Quantenzahl) der 1S-2S-Linie um rund 300 Hz. Die  $|M_F| = 1$ -Komponenten bleiben in erster Ordnung ungestört<sup>61</sup>. Eine möglichst saubere Apparatur und gutes Vakuum ist erforderlich für geringe elektrostatische Felder. Die statische Starkverschiebung beträgt 1,8 kHz bei 243 nm für Restfelder von 1 V/cm<sup>62</sup>. Auch die UV-Strahlungsdichte hat einen Einfluß auf die beteiligten Energieniveaus. Bei einer Strahltaile von 100  $\mu\text{m}$  führt eine zirkulierende Leistung von etwa 100 mW zu einer 1S-2S-Linienverschiebung bei 243 nm von 1 kHz. Etwa gleich stark ist der Effekt der Photoionisation des 2S-Zustandes<sup>63</sup>.

Die Druckverbreiterung des kalten Wasserstoffs ist 1 kHz bei etwa  $10^{-3}$  Torr<sup>63</sup>. Alle sich daraus ergebenden Bedingungen für die Apparatur können durchaus erfüllt werden. Das Hauptproblem besteht allerdings darin, die kalten Wasserstoffatome in großer Zahl auf der optischen Achse fliegen zu lassen. Der erste Ansatz (Fig. 1.6) zeigt bei genauer Analyse, daß der überwiegende Teil der Atome nur unter sehr stumpfen Winkeln den UV-Strahl quert. Das liegt einfach daran, daß nur auf den Wänden der gezeigten Röhre Startpunkte für Flugbahnen sind und der UV-Strahl je nach Anordnung einen mehr oder minder kleinen Durchmesser hat im Vergleich zum Wasserstoffakkommodator (Kühlröhrchen). Die mittlere freie Weglänge beträgt einige Meter, so daß Stöße im Gas nur wenige Atome auf die rechte Bahn bringen. Für spätere Experimente werden verschiedene Lösungen erwogen wie z.B. die Verwendung von Ablenkmagneten oder Pufferedeltgasen mit hoher Atommasse (Krypton). Eine hohe Quelldichte von kalten Atomen direkt im Strahldurchmesser könnte auch durch gekühlte Spiegel oder Brewsterfenster erreicht werden. Leider bildet sich bei Heliumtemperatur eine Schicht von adsorbiertem molekularem Wasserstoff auf den optischen Elementen. Als erster Schritt wurde daher eine Apparatur aufgebaut, die ein Brewsterfenster bei Raumtemperatur oder der Temperatur des flüssigen Stickstoffs verwendet. An einem Atomstrahl bei Raumtemperatur wurde von uns bereits eine Linienbreite von .. kHz beobachtet.

In den folgenden beiden Abschnitten wird daher getrennt die Kühlung von Wasserstoffatomen und eine Lösung für höchstauflösende Spektroskopie bei Raumtemperatur beschrieben. In letzterem Kapitel und in Anhang A wird insbesondere die Linienform und die Anregungsrate des 1S-2S-Zweiphotonenüberganges für einen speziellen Aufbau hergeleitet. Je nach Form der Realisierung sind diese Rechnungen auch für einen kalten Atomstrahl relevant.

### 2.1 Kalter atomarer Wasserstoff

Eine Quelle kalten atomaren Wasserstoffs wurde entwickelt nach dem Vorbild von Walraven<sup>27</sup> und Hershcovitch<sup>28</sup> (Fig. 2.1). Molekularer Wasserstoff wird in resonant überhöhter Mikrowellenstrahlung bei 2.45 GHz zu atomarem Wasserstoff dissoziiert. Über eine Strecke von 20 cm durchläuft der atomare Wasserstoff ein Teflonrohr mit einem Innendurchmesser von 3 mm, um möglichst rekombinationsfrei zu einem mit flüssigem Stickstoff gekühlten Schild zu gelangen. Der atomare Wasserstoff thermalisiert bis dorthin auf etwa 80 K. Bis zu dieser Temperatur ist Teflon sehr gut geeignet, atomaren Wasserstoff zu transportieren. Zwischen 20 K und 80 K haben alle bekannten Materialien hohe Wasserstoffrekombination zur Folge. Daher wird nach dem Vorbild einer Apparatur von Hershcovitch dieser Temperaturbereich mittels eines 0.3 mm breiten Spalts einfach übersprungen. In einem Aluminiumkühlfinger thermalisiert der atomare Wasserstoff auf 10 K. Die Temperatur des Kühlfingers kann geregelt werden.

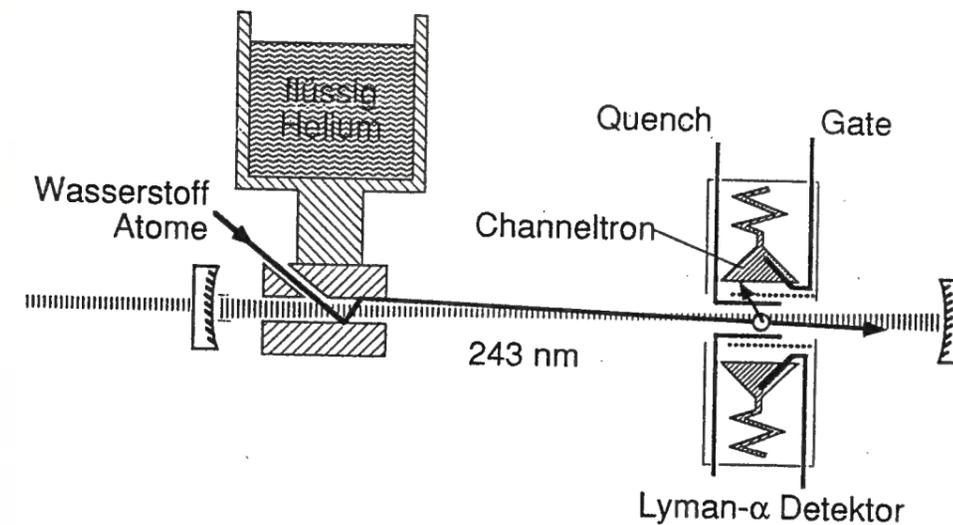


Fig. 2.1: Kalter Wasserstoffatomstrahl

### 2.1.1 Mikrowellendissoziation

In einem koaxialen Resonator werden maximal 50 W Mikrowellenleistung bei der Frequenz 2.45 GHz überhört. Im Inneren des Koaxialresonators verläuft eine Pyrexröhre mit 6 mm Innendurchmesser. Am Ende des Resonators befindet sich eine Restriktion der Röhre auf eine Querschnittsfläche von wenigen Quadratmillimetern. Der Druck des Wasserstoffs in dieser Röhre wird auf maximal 5 Torr eingestellt. Der molekulare Wasserstoff entstammt einer ordinären Gasflasche und erreicht hohe Reinheit, indem er durch die Wand einer geheizten Palladiumröhre diffundiert. Für Wasserstoff sind die Diffusionspotentialschwellen mit Abstand am niedrigsten. Für die Dissoziation ist offenbar die Verweildauer der Moleküle im Mikrowellenfeld ausschlaggebend. So kann zur Erhöhung der Flußrate aus der Entladung bei festem Röhrendurchmesser die Restriktion nicht beliebig geöffnet werden. Ca.  $5 \cdot 10^{17}$  Wasserstoffatome pro Sekunde können maximal erzeugt werden. Die Qualität der Mikrowellendissoziation läßt sich an der mehr oder minder rötlichen Farbe ablesen, die von der Balmer- $\alpha$ -Linie des Wasserstoffatoms stammt, oder aus der Analyse eines Massenspektrometers (Balzers) bestimmen.

### 2.1.2 Transport von atomarem Wasserstoff<sup>27</sup>

Wir betrachten eine lange Röhre, d.h., die Länge  $\ell$  ist groß im Vergleich zum Innenradius  $r$ . Am einen Ende sei ein Wasserstofffluß  $\Phi_{in}$  bei einer Dichte  $n_0$  und am anderen Ende ein Fluß  $\Phi_{out}$  und im Modellfall ideales Vakuum. Die Röhrenachse sei  $z$ . Für viskositätsfreien Fluß gilt

$$\Phi(z) = -\pi r^2 D_{Kn} \frac{dn(z)}{dz}, \quad (2.1)$$

wobei  $n(z)$  die Atomdichte bedeutet und  $D_{Kn}$  ist die Knudsenkonstante  $D_{Kn} = 2/3 r \langle v \rangle$  für eine mittlere Atomgeschwindigkeit  $\langle v \rangle$ . Der Fluß  $\Phi(z)$  verhält sich phänomenologisch nach der Gleichung

$$\frac{d\Phi(z)}{dz} = -\pi r^2 K_V n^3 - 2\pi r K_{S2} n^2 - 2\pi r K_{S1} n \quad (2.2)$$

Die Terme beschreiben Volumenrekombination mit der Konstante  $K_V$  und Oberflächenrekombination erster und zweiter Ordnung mit den Konstanten  $K_{S1}$  und  $K_{S2}$ . Mit den Randbedingungen  $n(z=\ell) = 0$  und  $\Phi(z=0) = \Phi_{in}$ , unter Vernachlässigung sowohl von Volumenrekombination als auch von Oberflächenrekombination 2. Ordnung erhält man mit  $K_{S1} = 1/4 \gamma \langle v \rangle$  die Lösung der Differentialgleichung

$$n(z) = \frac{n_0}{\sqrt{2\gamma N}} \frac{\sinh \left[ \sqrt{2\gamma N} \left( 1 - \frac{z}{\ell} \right) \right]}{\cosh[\sqrt{2\gamma N}]}, \quad (2.3)$$

wobei  $N = 3/8 (\ell/r)^2$ . Weiter ist  $\Phi(\ell)/\Phi_{in} = 1/\cosh[\sqrt{2\gamma N}]$ . Für verlustfreien Transport sollte gelten  $\gamma N \ll 1$ .  $\gamma$  beträgt für Teflon  $2 \cdot 10^{-5}$ . Für  $r = 3$  mm folgt  $\ell \ll 500$  mm. Oben wurde die Volumenrekombination vernachlässigt. Für Teflon ist  $K_V = 1.2 \cdot 10^{-32} \text{ cm}^6 \text{ atom}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Aus  $r K_V n^3 / 2 \ll K_{S1} n$  folgt  $n \ll \sqrt{\gamma \langle v \rangle / 2r K_V} = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . In der Gasentladung herrscht ein Druck von 5 Torr bei 500 K. Dies entspricht  $n = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Die Öffnung zur Teflonröhre hat einige  $0.1 \text{ mm}^2$  Fläche, die Teflonröhre hat einen Querschnitt von  $7 \text{ mm}^2$ . Also ist  $n_0 < 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und daher Volumenrekombination noch nicht dominierend. Für die Mikrowellendissoziation standen Pyrexröhrchen mit unterschiedlichen Restriktionen zur Auswahl. Bei zu großen Öffnungen verschlechterte sich die Effizienz der Dissoziation, was am sichtbaren Spektrum der Entladung abgelesen werden konnte. Dies rührt vermutlich von der geringen Verweildauer der Wasserstoffmoleküle im Mikrowellenfeld. Der am Massenspektrometer in der Apparatur gemessene Dissoziationsgrad verschlechterte sich bei großen Öffnungen ebenfalls. Hierfür kann allerdings auch noch die einsetzende Volumenrekombination eine Rolle spielen. Ein typisches Massenspektrum zeigt Fig. 2.2.

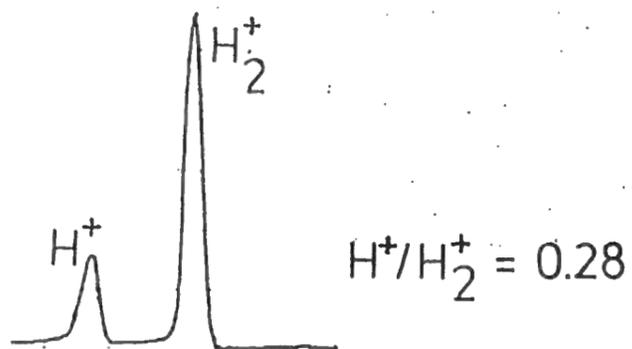


Fig. 2.2: Massenspektrum einer Wasserstoffdissoziation ohne nachfolgende Kühlung

### 2.1.3 Der Kühlfinger

Der atomare Wasserstoff soll auf möglichst niedrige Temperatur gekühlt werden<sup>27</sup>. Dazu bietet sich als einfachste Version die Thermalisierung durch ein Röhrchen der Länge  $\ell$  und des Radius  $r$  in einem Kühlfinger eines Flüssigheliumkryostaten an. Das Material, mit welchem der atomare Wasserstoff in Kontakt tritt, sollte eine geringe Rekombinationsrate aufweisen und gleichzeitig stark inelastische Stöße erlauben. Inelastische Stöße ermöglicht z.B. ein Film von adsorbiertem molekularem Wasserstoff auf Teflon oder Aluminium. Leider ist die Adsorptionsenergie von atomarem Wasserstoff auf diesem Film sehr hoch,  $\epsilon_a = k \cdot 38K$  ( $k$ : Boltzmannkonstante). Daher muß man darauf achten, den Akkomodator möglichst so kurz zu halten, daß  $N = 3/8 (\ell/r)^2 \ll 1/\gamma$ , wobei  $\gamma$  die Rekombinationswahrscheinlichkeit bei einem Stoß ist. Nehmen wir  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  an, so ergibt sich mit  $\gamma = 4K_{S_2} n / \langle v \rangle$  ein  $1/\gamma$  von 250. Wählen wir  $\ell = 20 \text{ mm}$  und  $r = 2 \text{ mm}$ , so ist  $N = 38$ . Dies ist erheblich kleiner als 250. Mit dem von uns verwendeten Aluminiumkühlfinger, der auf eine Temperatur von 10 K geregelt war, erreichten wir etwa den gleichen Dissoziationsgrad wie bei Raumtemperatur.

### 2.2 Anregungsrate und Linienbreite des 1S-2S-Zweiphotonen-Überganges im Wasserstoffatomstrahl

Wir betrachten die Wechselwirkung einer optischen Gaußmode kohärenter Strahlung bei 243 nm mit einem Wasserstoffatomstrahl. Eine möglichst lange Anregungszeit soll erreicht werden, indem Wasserstoffatome möglichst nahe der optischen Achse mit möglichst niedriger Geschwindigkeit parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes fliegen (Fig. 2.3). An der zuerst realisierten Anordnung kann die Anregungsrate anschaulich erklärt werden. Im Anhang A werden präzise Rechnungen durchgeführt.

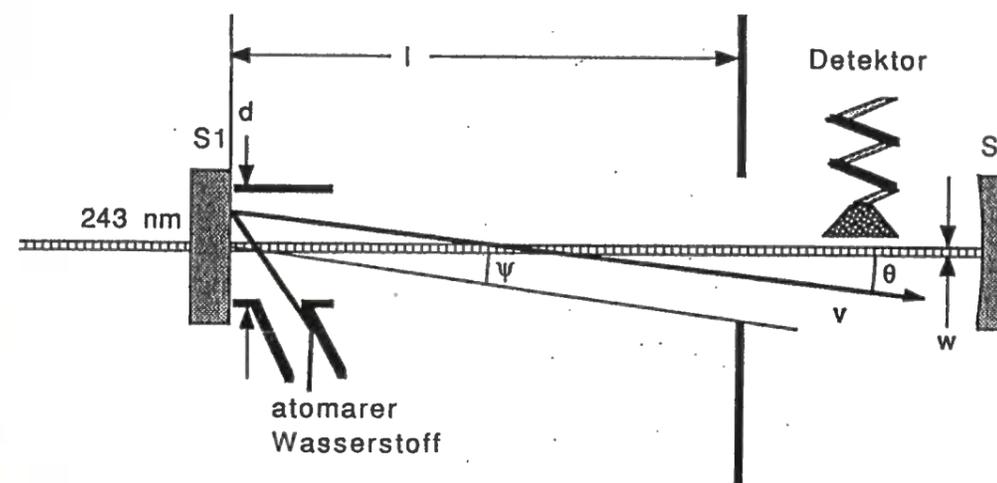


Fig. 2.3: Atomstrahlparameter:  
 Länge der Wechselwirkungszone  $\ell = 100 \text{ mm}$ ,  
 Ausdehnung der Quelle  $d = 1 \text{ mm}$ ,  
 UV-Strahldurchmesser  $w = 100 \mu\text{m}$  (wird als konstant genähert),  
 zirkulierende UV-Leistung  $P = 10 \text{ mW}$ ,  
 mittlere thermische Atomgeschwindigkeit  $v_0 = 3000 \text{ m/s}$

Betrachten wir Fig. 2.3. Aus einem Teflonrohr treten Wasserstoffatome aus und werden von dem UV-Spiegel S1 in alle Richtungen reflektiert. Die "Quelle" des Atomstrahls habe einen Radius  $d$ . Damit ist die Ausdehnung der Fläche auf

dem Spiegel gemeint, von der die Mehrzahl der Atome emittiert wird. Der Gauß'sche UV-Strahl habe im Mittel einen Radius  $w$ . Beim Detektor dominieren die Atome im Signal, die im UV-Strahl fliegen, da die Anregungsrate  $R_a$  in erster Näherung proportional zur Wechselwirkungszeit im Quadrat geht. Dies ergibt einen Faktor  $(\ell/v_0)^2$ . Atome, die den UV-Strahl senkrecht traversieren, haben geringen Anteil. Ihre Anregungsrate ist proportional zu  $(w/v_0)^2$ . Die Zahl der Atome, die von einer punktförmigen Quelle in den UV-Strahlquerschnitt vor dem Detektor gelangen, ist  $dN(\text{Quelle})/dt w^2/2\ell^2$ . Die endliche Ausdehnung  $d$  der Quelle führt zu einem zusätzlichen Faktor  $w^2/d^2$ . Dies ist der Anteil der Atome, die senkrecht zum Spiegel in den UV-Strahl emittiert werden. Die Anregungsrate ist auch proportional zum Quadrat der Intensität  $I$  der UV-Strahlung, also zu  $|D_{ab}I|^2$  mit  $D_{ab} = 4.63 \text{ cm}^2/\text{J}^{64}$ .

Insgesamt erhalten wir als Anregungsrate

$$R_a = \frac{dN(\text{Quelle})}{dt} \frac{w^4}{d^2 v_0^2} (D_{ab} I)^2 \quad (2.4)$$

Setzen wir  $I = P/\pi w^2$  ( $P$ : zirkulierende UV-Leistung), so erhalten wir

$$R_a = \frac{dN(\text{Quelle})}{dt} \frac{(D_{ab} P)^2}{d^2 v_0^2} \quad (2.5)$$

Mit  $5 \cdot 10^{17}$  Atomen pro Sekunde als  $dN(\text{Quelle})/dt$  und 10 mW zirkulierender UV-Leistung  $P$  erhält man bei Raumtemperatur ( $v_0 = 3000 \text{ m/s}$ ) eine Anregungsrate von  $5 \cdot 10^4$  pro Sekunde vor dem Detektor. Die Linienbreite ist dominiert von der longitudinalen Transitzeit  $\ell/v_0$ . Eine Auflösung von rund 30 kHz bei 486 nm sollte also durchaus bei Raumtemperatur schon möglich sein. Eine annähernd gleich große Verbreiterung ist bei Raumtemperatur vom Dopplereffekt zweiter Ordnung zu erwarten, der für ein einzelnes Atom mit  $v^2/c^2$  geht ( $v$ : Atomgeschwindigkeit).

### 3. Frequenzstabiler Farbstofflaser bei 486 nm

Die Frequenzstabilisierung eines kommerziellen Ringfarbstofflasers bei 486 nm wird im folgenden beschrieben. Dieser Laser wird mit Coumarin-480 betrieben und von einem Kryptonionenlaser bei 413/415 nm gepumpt. Als schnelles Stellelement dient ein interner elektrooptischer Modulator. Das Fehlersignal für den Regelkreis wird mit einem elektrooptischen Heterodynverfahren nach dem Prinzip von Pound<sup>65</sup>, J. Hall und Drever<sup>66,67</sup> erzeugt. Mit einer Regelbandbreite von 5 MHz wird die Kurzzeitstabilität in den kHz-Bereich reduziert. Der Laser folgt der Resonanzfrequenz einer Referenzkavität mit 1 Hz Linienbreite.

Das frequenzverdoppelte Licht dieses Lasers dient zur höchstauflösenden Zweiphotonenspektroskopie bei 243 nm am 1S-2S-Übergang von atomarem Wasserstoff.

#### 3.1 Überblick

Die Linienbreite in bisherigen kontinuierlichen 1S-2S-Experimenten war begrenzt auf etwa 1 MHz, der typischen Linienbreite kommerzieller Farbstofflasersysteme. In einem der Experimente<sup>7</sup> wurde 243-nm-Strahlung erzeugt durch Summenfrequenzmischung des Lichtes eines Argonionenlasers und eines 790 nm-Farbstofflasers in einem KDP-Kristall. Seit einiger Zeit ist es nun möglich, effiziente Frequenzverdoppelung von 486 nm-Strahlung eines Coumarin-480-Farbstofflasers in  $\beta$ -Barium-Borat durchzuführen, um einige mW Strahlung bei 243 nm zu erhalten<sup>15,26</sup>. Verwendung nur eines Lasers vereinfacht das Problem einer präzisen Frequenzmessung des Überganges. Die Frequenz dieses Lasers wurde auf einen Referenzresonator stabilisiert, da bei 486 nm bisher keine atomaren oder molekularen Übergänge als genügend stabile und reproduzierbare Referenz bereit stehen. Die Standardabweichung des Frequenzfehlers des Lasers im Vergleich zum Referenzresonator konnte auf Werte unter 1 Hz reduziert werden für Meßzeiten von etwa 300 ms. Die Absolutstabilität des Lasers wird bestimmt durch den Referenzresonator. Vergleichbare Resonatoren<sup>68</sup> erreichen eine mechanische Stabilität, die einer optischen Linienbreite von etwa 1 kHz entspricht. Die typische Drift des Resonators betrug weniger als 100 Hz/s. Vermutlich rührt diese Drift vor allem

vom Kleber, durch den die Spiegel auf den Zerodurstäben haften. Vergleichbare Resultate konnten bisher nur erzielt werden mit Farbstofflasern im roten und gelben Spektralbereich<sup>66,67,69</sup>. Stabilisierung im blauen Spektralbereich wurde als schwierig erachtet, da ein interner elektrooptischer Modulator (EOM) verwendet wird, um die schnellen Farbstoffstrahlfluktuationen auszuregulieren, deren Fourier-Rauschspektrum bis ca. 3 MHz reicht<sup>70,71</sup>. Viele elektrooptische Materialien absorbieren blaues Licht oder erfahren "optical damage", wie z.B. LiNbO<sub>3</sub>. Einsatz solcher Modulatoren innerhalb des Laserresonators ist insbesondere schwierig bei Lasern mit hoher Schwelle. Jedoch konnte gezeigt werden, daß mit kommerziellen EOM hoher Transmission sehr zufriedenstellende Ergebnisse erreicht werden können.

### 3.2 Prinzip der Stabilisierung

Der Laser wird stabilisiert mit einer Phasenmodulations-seitenbandtechnik<sup>65,66,67,69</sup>, die von Pound<sup>65</sup> für Mikrowellenoszillatoren entwickelt und zuerst von J. Hall<sup>66</sup> auf Farbstofflaser angewendet wurde. In dieser Technik wird ein Teil des Laserlichts extern phasenmoduliert mit einer Frequenz, die erheblich größer ist als die Linienbreite des optischen Resonators, der als Frequenzdiskriminator dient. Ist die Laserträgerfrequenz nahe einer Resonanz des Referenzresonators, werden die um viele Resonatorlinienbreiten vom Träger entfernten Seitenbänder gemäß dem Verhalten der Airyfunktion vollständig reflektiert und geben die Phasenreferenz für die Demodulation des optischen Signals auf einer Photodiode. Der reflektierte optische Träger wird phasenverschoben aufgrund der Dispersion des Resonators. Demodulation des Photodiodensignals mit der um 90° verschobenen Referenz mittels eines elektronischen Phasendetektors ergibt ein dispersives Signal, das näherungsweise dargestellt werden kann als der Imaginärteil einer Lorentzfunktion<sup>72</sup>

$$g(\Delta) = \frac{\Delta(\Delta - i\Gamma)}{\sqrt{R}(\Delta^2 + \Gamma^2)} \quad (3.1)$$

wobei  $\Delta/2\pi = \Delta\nu$  die Frequenzverschiebung des Lichts im Vergleich mit der

Resonatorfrequenz ist,  $\Gamma/2\pi$  ist die Resonatorlinienbreite und R ist die Spiegelreflektivität unter der Annahme zweier gleicher verlustfreier Spiegel. Dieses Signal ist in Fig. 3.4 dargestellt.

Für Rauschfrequenzen oberhalb der Resonatorlinienbreite jedoch ist der Resonator nur sensibel für die Phasenfluktuationen des Laserlichts im Vergleich zur Phase des im Resonator gespeicherten Lichts. Das liegt an der durch die inverse Linienbreite charakterisierten Lebensdauer eines Photons im Resonator. Im Fourierspektrum betrachtet ist die vom Resonator ausgekoppelte Lichtphase in diesem Frequenzbereich konstant im Gegensatz zu dem Fall niedriger Rauschfrequenzen, da die vom Resonator ausgekoppelte Lichtphase in erster Näherung proportional ist zur Frequenzverschiebung des Laserlichts gegen die zentrale Resonanzfrequenz der Referenzkavität. Da sich die Rauschfrequenz als Ableitung der Rauschphase berechnet, fällt die Spannungsamplitude am Ausgang des Phasendetektors als Funktion der Rauschfrequenz f mit 1/f ab für  $f > \Gamma/2\pi$ . Für  $f < \Gamma/2\pi$  ergibt sich ein Proportionalverhalten. Das 1/f-Verhalten bestimmt die Regelschleife auch in der Nähe der Fourierfrequenz mit dem Verstärkungsbetrag von eins. Um Regelschwingungen zu vermeiden, sollte außer der 90°-Phasenverschiebung durch diese 1/f-Charakteristik keine weitere Phasenverschiebung in der Elektronik auftreten. Daher muß die Frequenzantwort der Regelektronik im praktischen Falle für ein bis zwei Dekaden unterhalb der Resonatorlinienbreite flach verlaufen. Genauere Erläuterungen werden in Kapitel 3.3.5 gegeben.

### 3.3 Experimenteller Aufbau der Stabilisierung

Ein Überblick über den experimentellen Aufbau der Stabilisierung ist in Fig. 3.1 gezeigt.

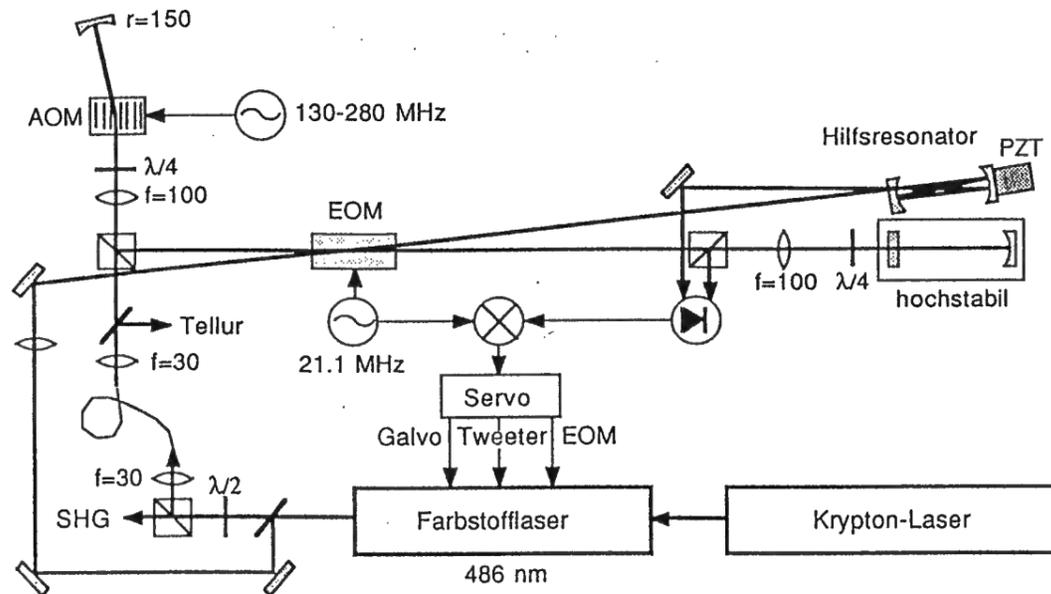


Fig. 3.1: Experimenteller Aufbau der Stabilisierung

#### 3.3.1 Der Ringlaser

Ein Coherent 699-21 Ringfarbstofflaser wird verwendet (Fig. 3.2). Das kommerzielle Farbstoffzirkulationssystem wurde ersetzt durch ein System von Radiant Dyes Chemies mit einem stabilen Düsenhalter und einem präzise justierbaren, sehr stabilen Pumpspiegelhalter. Die Schlitzbreite der Düse<sup>70</sup> ist justierbar und auf 200  $\mu\text{m}$  gesetzt. Der Farbstoffstrahl wird mit einem Druck von etwa 10 bis 11 bar betrieben. Um die Laserfrequenz schnell regeln zu können, haben wir einen für alle Freiheitsgrade justierbaren elektrooptischen Modulator in den Ringlaser eingebaut. Dieser EOM ist vom Typ Gsänger PM 25 mit Brewsterfenstern, bei dem der "walk-off" des außerordentlichen Strahls durch zwei gegenüberliegende Brewster-geschnittene ADP-Kristalle

egalisiert wird<sup>73</sup>. Die Ringlaserleistung bei 486 nm wird um etwa 6% reduziert durch Einfügen des Modulators. Die Ausgangsleistung des Lasers beträgt maximal etwa 500 mW mit 5 W Pumpleistung eines Kryptonionlasers bei 415 nm.

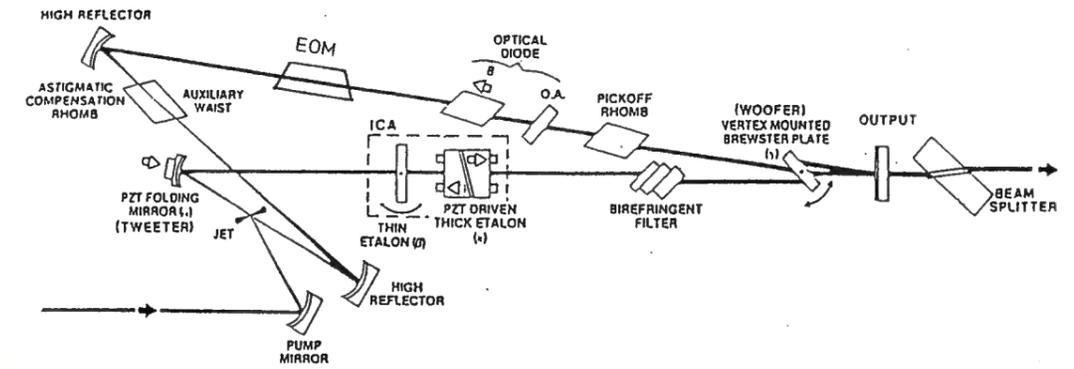


Fig. 3.2: Schema des Ringlasers

#### 3.3.2 Glasfaser, AOM, EOM

Etwa 50 mW der Laserleistung werden aus dem Strahlengang zum Verdopplungsresonator bzw. zweiten Farbstofflaser ausgekoppelt und über eine Glasfaser in die Nähe des Referenzresonators geführt. Die Glasfaser entledigt einen der Neujustage des gesamten Stabilisierungsaufbaus bei der ständig erfolgenden Justage des Lasersystems. Als besonders unzuverlässig hat sich der Kryptonionlaser erwiesen, der erst nach vielen Stunden seine Resonatorachse thermisch stabilisierte. Die Transmission des Glasfasersystems beträgt 30%, wobei schon die Ein- und Auskoppelobjektive 50% Verluste erzeugen. Etwa 8 mW werden nach der Glasfaser abgezweigt für die Sättigungsspektroskopie an  $^{130}\text{Te}_2$  und für das Wellenlängenmeter (Burleigh). Die restlichen 8 mW werden mittels einer 100 mm-Linse auf eine Strahltaile von ca. 60  $\mu\text{m}$  im Zentrum eines akustooptischen Modulators (AOM) fokussiert. Der zugehörige konfokale Parameter  $b$  beträgt 5 cm. Der gebeugte Strahl erster Ordnung wird von einem Spiegel mit 15 cm Oberflächenradius in den AOM zurückreflektiert

und dort zurückbeugt in die Achse des Strahls nullter Ordnung. Mit Hilfe eines  $\lambda/4$ -Plättchens und eines Polarisationsstrahlteilers kann der zweifach gebeugte Strahl aus der Achse nullter Ordnung unter  $90^\circ$  wieder ausgekoppelt werden und durch eine 150 mm-Linse modenangepaßt in den Referenzresonator eingekoppelt werden. Über den gesamten Durchstimmbereich des AOM bleibt diese Modenanpassung erhalten. Ohne Nachjustieren des AOM variiert die Leistung des zweifach gebeugten Strahls zwischen 20% und 40% der ursprünglichen Leistung. Bei jeder AOM-Frequenz jedoch kann dies auf 40% optimiert werden. Der AOM kann laut Spezifikation zwischen 150 und 250 MHz betrieben werden. Tatsächlich waren 130 bis 280 MHz möglich, im doppelten Durchgang also 260 bis 560 MHz, so daß der Laser über die gesamte FSR des Referenzresonators von etwa 300 MHz durchgestimmt werden kann, ohne daß man umjustieren muß auf die Beugung in die andere Richtung, d.h., in die -1. Ordnung, die zu tieferer Frequenz verschoben wird. Zwischen der Modenanpassungslinse und dem Referenzresonator wird der Strahl phasenmoduliert bei 21.1 MHz. Diese Modulationsfrequenz erlaubt eine hohe Regelbandbreite von mehreren MHz. Der EOM (Gsänger LM 0202, ADP-Kristalle) wird von einem Resonanztransformator angesteuert mit einem Modulationsindex von 0.3.

### 3.3.3 Referenzresonator

Der Resonator ist vom Laser optisch isoliert mit etwa 70 dB Unterdrückung durch den AOM. Die Anordnung mit Hilfe eines Polarisationsstrahlteilers und einer  $\lambda/4$ -Platte isoliert nochmals etwa 20 bis 30 dB. Außerdem wird nur 1% der Laserleistung zur Stabilisierung verwendet. Das bedeutet weitere 40 dB Unterdrückung. So ist der Laser sicherlich auf 100 dB entkoppelt vom Referenzresonator, was wesentliche Voraussetzung ist für eine Regelung im Subhertzbereich<sup>74</sup>.

Die Länge des Resonators beträgt 46 cm. Ein flacher Spiegel und ein Spiegel mit Radius 1m ergeben eine Finesse von etwa 3000 (siehe 3.3.5). Die freie Spektralbreite beträgt etwas mehr als 300 MHz und daher ist die Linienbreite des Resonators rund 100 kHz. Der mechanische Aufbau des Referenzresonators ist in Fig. 3.3 gezeigt.

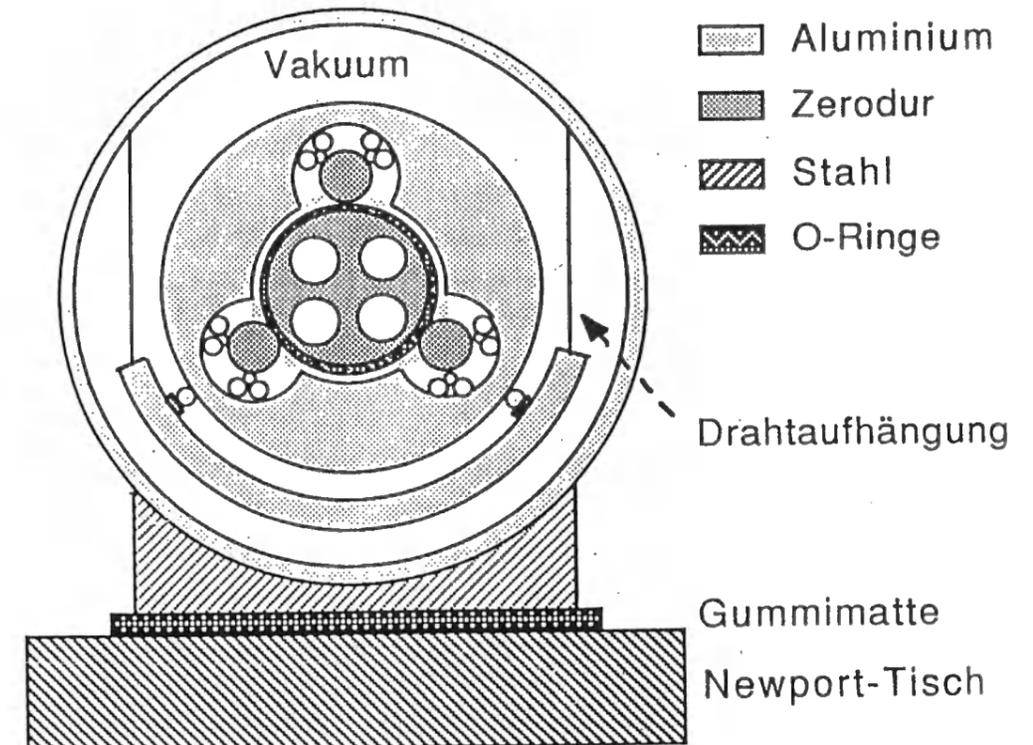


Fig. 3.3: Schema des Referenzresonators

Die Spiegel sind auf einem zentralen Zerodurstab mit Durchmesser 100 mm befestigt. In dem Zerodurstab befinden sich vier Bohrungen mit Durchmesser 15 mm. So ist es möglich, mehr als einen Laser zu stabilisieren. Der zentrale Zerodurstab ist mit zwei großen 100 mm-O-Ringen auf drei weiteren Zerodurstäben mit Durchmesser 40 mm gelagert. Die O-Ringe dienen zur Vibrationsisolation. Die äußeren Zerodurstäbe sind auf Stahlkugeln gelagert,

die auf je zwei Bolzen rollen können. So überträgt sich keine Wärmeausdehnung des umgebenden massiven Aluminiumzylinders auf die Zerodurkonstruktion. Dieser Zylinder ist auf in Gummi-O-Ringen gebetteten Kugeln in einer Wanne gelagert. Die Wanne hängt an fünf 70 cm langen und 0.75 mm dicken Stahldrähten, die ebenfalls zur akustischen und seismischen Isolation dienen. Ferner haben sie geringe Wärmeleitung wegen ihres kleinen Durchmessers. Die geringe Transmission mechanischer Störungen erklärt sich folgendermaßen: Die Ausbreitung longitudinaler Schallwellen im Draht erfolgt mit einer Geschwindigkeit  $v_1 = \sqrt{E/\rho}$  (E: Elastizitätsmodul,  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho$ : Dichte,  $\rho = 10^5 \text{ kg/m}^3$ ). Für transversale- und Torsionswellen gilt  $v_2 = \sqrt{\sigma/\rho}$  ( $\sigma$ : Torsionsmodul,  $\sigma = 0.8 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ). Es ergibt sich  $v_1 = 10 \text{ km/s}$  und  $v_2 = 5 \text{ km/s}$ . Nun gilt  $v \cdot 2d = 1/T$  (d: Drahtlänge,  $d = 70 \text{ cm}$ , T: Periodendauer einer resonanten Schwingung des Drahts). Damit ergeben sich Resonanzfrequenzen der Drähte oberhalb von etwa 1 kHz. Niedrigere Frequenzen werden stark gedämpft, sehr niedrige Frequenzen allerdings werden wieder quasistatisch übertragen. Wichtig für die geringe Linienbreite des Lasers sind nun vor allem die Frequenzen unterhalb von einigen kHz. Sie sind die Störfrequenzen, die im Labor auftreten und mit relativ hohem Modulationsindex das Frequenzspektrum des Lasers verbreitern (siehe Anhang B). Höhere Frequenzen werden auch noch recht gut gedämpft, da die Drähte zur Übertragung von akustischen Signalen auf den massiven Resonatoraufbau extrem fehlangepaßt sind. Die Gummi-O-Ringe tragen ebenfalls zur Unterdrückung von Störsignalen bei.

### 3.3.4 Frequenzdiskriminator

Wie schon erwähnt, mißt der Diskriminator die Phasendifferenz zwischen der optischen Trägerfrequenz  $\nu_0$  und den Seitenbandfrequenzen  $\nu_0 \pm \Omega/2\pi$  (Phasenmodulationsfrequenz  $\Omega/2\pi = 21.1 \text{ MHz}$ ). Wie ebenfalls schon angedeutet, muß man dabei zwei Fälle unterscheiden. Für Rauschfrequenzen höher als die Linienbreite des Referenzresonators detektiert man die Rauschphase, wohingegen für niedrigere Frequenzen die Phasendifferenz zwischen Träger und Seitenbändern proportional zum Frequenzfehler des Lasers gegen den Resonator ist. Dies rührt von der endlichen Speicherzeit eines Photons im Resonator  $t_p = -L/\ln R = 10 \mu\text{s}$  (L: Länge des Resonators,  $L = 46 \text{ cm}$ , R: Reflektivität der Spiegel  $R = 0.999$ , c: Lichtgeschwindigkeit). Für hohe Rauschfrequenzen dient der Resonator als Lokoszillator, d.h., als konstante Phasenreferenz. Die Information der schnellen Phasenfluktuationen des Lasers sind in den Seitenbändern enthalten. Diese gelangen ohne den Weg durch den Resonator direkt zur Photodiode und werden dort mit dem Träger gemischt, welcher mit quasi konstanter Phase aus dem Resonator ausgekoppelt wird. Da  $d\phi/dt = \omega$  gilt ( $\phi$ : Phase,  $\omega = 2\pi f$ : Kreisfrequenz), erhält man bei den Fouriertransformierten das Resultat, daß ein Phasenrauschdetektor den Frequenzfehler mit  $1/f$  multipliziert.

Im folgenden wird die Phasenverschiebung des optischen Trägers bei niedrigen Rauschfrequenzen und das daraus resultierende dispersive Signal beschrieben. Zunächst betrachten wir eine Lichtwelle der Amplitude  $A_0$  und des Wellenvektors  $k$ , die auf ein Interferometer falle, dessen Spiegel beide die Lichtamplitude mit  $\sqrt{R}$  reflektieren<sup>75</sup>. Dann schreibt sich die erste mit Phasensprung  $\pi$  reflektierte Teilwelle als  $A_1 = -\sqrt{R}A_0$ , die zweite Teilwelle, die einen Rundlauf im Resonator zurückgelegt hat, als  $A_2 = \sqrt{R}(1-R)\exp(i\delta)A_0$ , wobei  $\delta$  die von der effektiven Resonatorlänge  $L$  abhängige Phasenverschiebung ist:  $\delta = 2Lk$ ,  $k = \text{abs}(k)$ . Analog erhalten wir  $A_3 = \sqrt{R}^3(1-R)\exp(i2\delta)A_0$ . Insgesamt schreibt sich die reflektierte Welle A als

$$A = -\sqrt{R}A_0 + \sqrt{R}A_0(1-R) \sum_{m=2}^{\infty} \exp[i(m-1)\delta] R^{m-2} =$$

$$\begin{aligned}
 &= -\sqrt{R}A_0 \left[ 1 - (1-R)\exp(i\delta) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \exp(im\delta) R^m \right] = \\
 &= -\sqrt{R}A_0 + \sqrt{R}A_0 R_0 \exp(i\phi) \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

mit  $R_0 = \frac{1-R}{\sqrt{1-2R\cos\delta+R^2}}$ ,  $\phi = \text{atan}\left(\frac{\sin\delta}{\cos\delta-R}\right)$  und

$$\delta = 2\pi N + \frac{2\pi\Delta\nu}{\text{FSR}},$$

wobei N: natürliche Zahl,  $\Delta\nu$ : Abweichung der Laserfrequenz von der Resonatorfrequenz, FSR: freie Spektralbreite,  $\text{FSR} = c/2L$ .  
 Für kleine  $\Delta\nu$  ist  $\phi = 2\pi\Delta\nu/\text{FSR}(1-R)$ , also ist die Phase  $\phi$  proportional zum Frequenzfehler und die Steilheit des Signals proportional zur Finesse F des Resonators,  $F = \pi\sqrt{R}/(1-R)$ . In Gleichung 3.2 wurde der reflektierte Träger in zwei Terme untergliedert. Der erste beschreibt den Anteil ohne Phasenverschiebung, der zusammen mit den Seitenbändern bei der Demodulation auf der Photodiode einen reinen Gleichstrom erzeugt.  $A_0$  ist dabei  $J_0(M)$ , die Besselfunktion nullter Ordnung für einen Modulationsindex M. Der zweite Term mischt mit den Seitenbändern erster Ordnung zu einem elektrischen Signal bei der Modulationsfrequenz, dessen Amplitude proportional zum Frequenzfehler ist. Dies kann so gezeigt werden: Die einfallende phasenmodulierte Welle wird beschrieben durch

$$\exp[i2\pi\nu_0 t + iM\sin\Omega t] + \text{c.c.} = \exp(i2\pi\nu_0 t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(M) \exp[in\Omega t] + \text{c.c.} \quad (3.3)$$

mit  $J_n$  als Besselfunktionen n-ter Ordnung. Wir betrachten den Fall kleiner Resonatorlinienbreite im Vergleich zur Modulationsfrequenz. Dann müssen wir für Frequenzverschiebungen des Lasers gegen den Resonator in der Größenordnung der Resonatorlinienbreite im reflektierten Signal nur die Phasenverschiebung und Amplitude des Trägers berücksichtigen. So schreibt sich die reflektierte Welle  $A_R$  als

$$A_R = -\sqrt{R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(M) \exp(in\Omega t) - R_0 J_0 \exp(i\phi) \quad (3.4)$$

Bei der Demodulation auf einer Photodiode ergibt sich bei der Kreisfrequenz  $\Omega$  ein Strom

$$I = \frac{1}{8} (R R^* + R^* R) (\Omega) \frac{\eta e P_{\text{res}}}{h\nu_0}, \quad (3.5)$$

wobei  $P_{\text{res}}$  die in den Resonator eingekoppelte Lichtleistung ist und  $\eta$  die Quantenausbeute der Photodiode.

Die Frage stellt sich nun, auf welchen Bruchteil der Resonatorlinienbreite der Laser geregelt werden kann. Das Rauschen im Frequenzdiskriminator<sup>76</sup> wird bestimmt durch das Schrotrauschen aller auf die Photodiode treffenden Photonen, durch das thermische Rauschen der Elektronik und durch die Bandbreite des Filters  $\Delta f$  bei der Frequenz  $\Omega/2\pi$ . Das mittlere Quadrat des Stroms aufgrund des Schrotrauschens der Photonen auf der Photodiode  $i_{\text{SN}}^2$  ist gegeben durch

$$i_{\text{SN}}^2 = \frac{2e^2 \eta \Delta f P_0}{h\nu_0}. \quad (3.6)$$

Diese Formel erklärt sich recht einfach. N Photonen der Frequenz  $\nu_0$  fallen pro Sekunde auf die Photodiode,  $\eta N$  Photonen pro Sekunde erzeugen ein Ladungsträgerpaar, was zu einem Strom von  $2\eta dN/dt = 2\eta P_0/h\nu_0$  Elektronen führt. Das Poissonrauschen in der Stromamplitude ist gleich der Wurzel aus dieser Zahl multipliziert mit der Wurzel der Bandbreite  $\Delta f$  und der Elementarladung e. Man muß die Bandbreite berücksichtigen, da die Beobachtung einer Anzahl von Elektronen pro Sekunde einer Beobachtungsbandbreite von 1 Hz entspricht und nicht dem allgemeinen Fall einer Bandbreite  $\Delta f$ . Die Wurzel rührt daher, daß der Strom eine Amplitude und nicht eine Leistung darstellt.

Zum Schrotrauschen addiert sich das thermische Rauschen  $4kT\Delta f/R_D$  mit  $R_D$  als Widerstand des Detektors. Bei 50  $\Omega$ , 2 mW Lichtleistung und Raumtemperatur sind thermisches- und Schrotrauschen etwa gleich groß.

Summa summarum erhalten wir als Signal-Rausch-Verhältnis auf der Photodiode

$$\frac{S}{N} = \frac{\frac{1}{2} e^2 \eta^2 \left( \frac{P_{res}}{h\nu_0} \right)^2 \sin^2 \phi R_0^2 J_0^2(M) J_1^2(M)}{2e^2 \eta \left( \frac{P_0}{h\nu_0} \right) \Delta f + \left( \frac{4kT}{R_D} \right) \Delta f} \quad (3.7)$$

wobei  $P_{res} = P_0/2$  ein realistischer Wert ist. Die Laserstabilisierung ist nun begrenzt durch eine detektierbare Phase  $\phi_{min}$ , für die  $S/N = 1$  ist. Entwickelt man sowohl  $R_0$  als auch  $\phi$  in Potenzen von  $\delta$ , so erhält man  $R_0 = 1$  und  $\phi = F\delta/\pi$  in erster Ordnung für kleine  $\delta$ . Nun ist es nicht möglich, nur mit einem kommerziell auf etwa 1 MHz Linienbreite stabilisierten Laser die Finesse des Referenzresonators aus dem transmittierten Signal zu bestimmen, falls  $\Delta\nu$  kleiner ist als 1 MHz. Jedoch kann man aus dem phasenempfindlichen Dispersionssignal, das dann zur Laserregelung dient, die Reflektivität  $R$  der Spiegel bestimmen. Ist der Laser um mehrere Laserlinienbreiten von der Resonatorresonanz verstimmt, so variiert die Phase  $\phi$  mit der Laserfluktuation nur noch schwach, wohingegen der Absolutwert von  $\phi$  Aufschluß über den Resonator gibt.

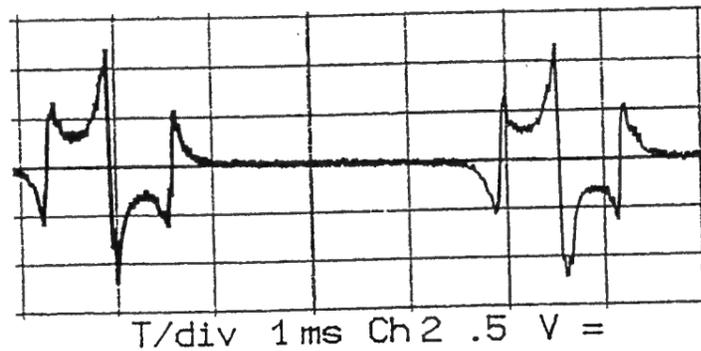


Fig. 3.4: Dispersives Signal vom Resonator CF 500 der Firma Burleigh

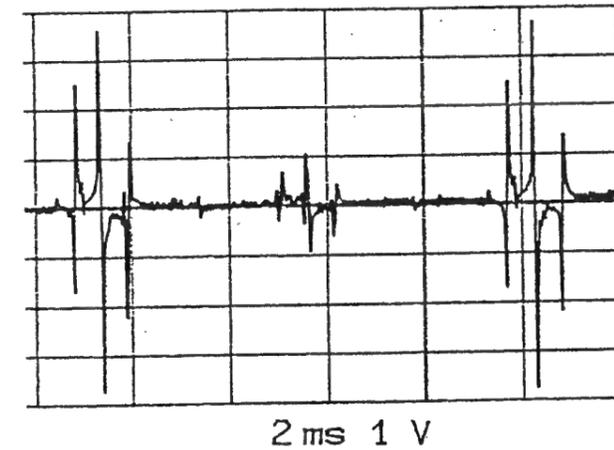


Fig. 3.5: Dispersives Signal vom hochstabilen Referenzresonator

In Fig 3.4 ist als Beispiel die Dispersionskurve eines kommerziellen Resonators (Burleigh CF 500) gezeigt, der laut Spezifikation eine Linienbreite von ca. 1 MHz hat. Zwischen Trägerresonanz und Seitenbandresonanz geht das Signal nur wenig zurück. Bei der Kurve für den Eigenbauresonator (Fig. 3.5) hingegen erreicht die Diskriminatorspannung zwischen den Seitenbandsignalen  $R_{\pm 1}$  und dem Trägersignal  $R_0$  fast wieder das Nullniveau. Man kann aus diesem Dispersionssignal eine Resonatorlinienbreite  $\Delta\nu = 100$  kHz abschätzen. Die Finesse  $F$  beträgt also rund 3000. Setzt man dies in (3.7) ein mit  $\eta = 1$ ,  $P_0 = 5$  mW,  $\Delta f = 5$  MHz und  $J_0^2(0.3)J_1^2(0.3) = 3 \cdot 10^{-2}$ , so erhält man eine schrotrauschbegrenzte rms-Linienbreite<sup>77</sup> des Lasers von 10 Hz in einer Bandbreite von 5 MHz. "rms" bedeutet hier einfach das integrierte Rauschen über 5 MHz. Bei Schrotrauschen, also näherungsweise weißem Rauschen, ist die zugehörige spektrale Rauschdichte<sup>77</sup> (siehe auch Anhang B) konstant  $6 \cdot 10^{-3}$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Nun beträgt die Rauschzahl des ersten Vorverstärkers 2 dB, die des zweiten etwa 10 dB und die des schnellen Operationsverstärkers etwa 1 dB. Das ergibt ca. 0.1 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  am Diskriminator. Tatsächlich gemessen wurden 0.2 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

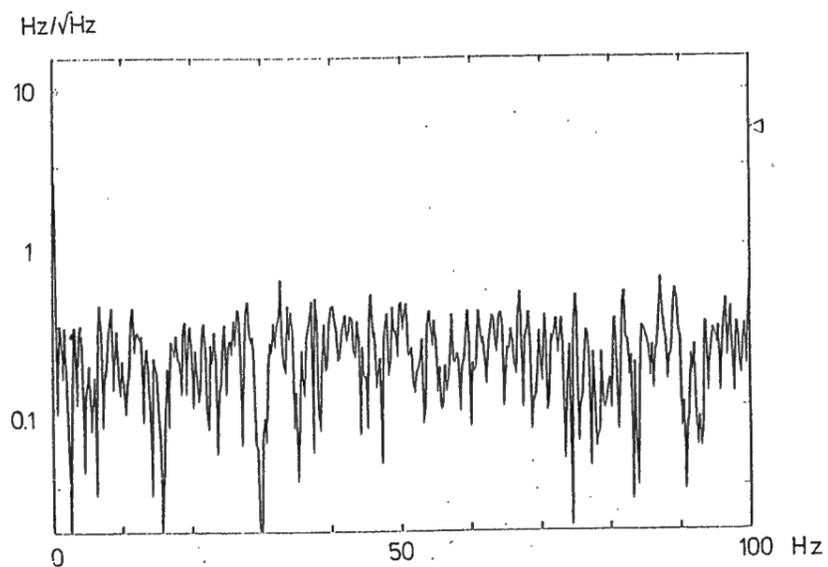


Fig. 3.6: Rauschen des Diskriminators bei offener Regelschleife

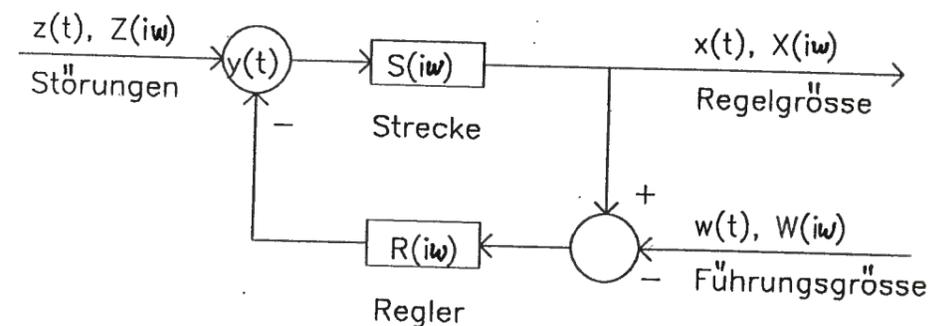
Die Rauschzahl der für die Linienbreite ausschlaggebenden niederfrequenten Stellelektronik ist ausreichend, um die Rauschdichte unter  $0.5 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  zu halten. Die zugehörige Linienbreite für die spektrale Verteilung der Laserintensität ist knapp  $1 \text{ Hz}$  (siehe Anhang B).

### 3.3.5 Frequenzgang der Regelelektronik

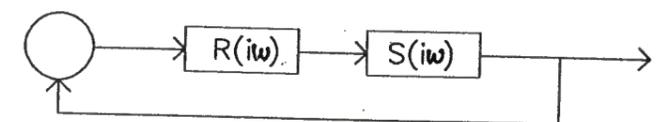
Bevor eine konkrete Elektronikschaltung vorgestellt wird, soll die Theorie einer Regelschleife erläutert werden<sup>78</sup>. Der allgemeine Fall einer Regelung ist in Fig. 3.7 dargestellt.

Die zu regelnde Größe sei  $x(t)$ , die Störungen greifen an am Punkt  $y(t)$ . Die Regelstrecke  $S$  beinhaltet alle systembedingten Übertragungsfunktionen, in unserem Falle die der Stellelemente Brewsterplatte, Piezospiegel und elektrooptischer Modulator. Gegen diese Stellelemente greifen Frequenzstörungen an, mechanische und akustische und vor allem sehr schnelle Farbstoffstrahldickefluktuationen. Die Stellelemente sind hier im wesentlichen linear, d.h., ihr Frequenzhub ist proportional zu einer angelegten elektronischen Spannung.

a) Regelsystem im allgemeinen Fall



b) Eigenstabilität



c) Führungsverhalten

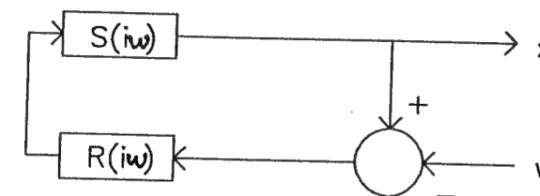


Fig. 3.7: Allgemeines Regelsystem

Der Zusammenhang zwischen  $x(t)$  und  $y(t)$  kann im Kleinsignalbereich durch eine lineare Differentialgleichung beschrieben werden:

$$a_n \left( \frac{d^n x(t)}{dt^n} \right) + \dots + a_0 x(t) = b_0 y(t) + \dots + b_m \left( \frac{d^m y(t)}{dt^m} \right) \quad (m \leq n). \quad (3.8)$$

Alle Differentiationen können nach Laplace-Transformation in Multiplikationen der komplexen Frequenzvariablen  $s$  übersetzt werden. So ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_0 + \dots + b_m s^m}{a_0 + \dots + a_n s^n} = \frac{Z(s)}{N(s)} \quad (3.9)$$

Sie ist die Laplacetransformierte der Impulsantwortfunktion  $g(t)$ . Beschreiben wir das Verhalten der Regelung mit den Laplacetransformierten  $R(s)$  für den Regler und  $S(s)$  für die Strecke, so erhalten wir  $X(s) = Z(s) S(s)/(1+S(s)R(s))$  als Auswirkung von Störungen  $Z$  auf die Größe  $X$  und  $X(s) = W(s) S(s)R(s)/(1+S(s)R(s))$  für die Führungsgröße  $W$ . Als notwendige Bedingung für die Stabilität des Regelkreises muß gelten, daß  $F(s) := S(s)R(s) = 1$ , also  $F(s)+1 = 0$ .  $F(s)+1$  ist das charakteristische Polynom für die geschlossene Regelschleife. Die Wurzeln sind die komplexen Eigenfrequenzen des Systems. Ihr Realteil muß kleiner null sein für stabile Lösungen, d.h., in der komplexen rechten Bildhalbebene der Funktion  $F(s)+1$  dürfen keine Nullstellen sein. Nun kann man den Cauchy'schen Integralsatz zu Hilfe nehmen. Bildet  $F(s)+1$  regulär ein Gebiet ab, das von der Kurve  $C$  umschlossen ist, so gilt für die Bildkurve in der komplexen Bildebene, daß der Nullpunkt so oft im mathematisch positiven Sinn umschlungen wird, wie die Zahl der Nullstellen weniger der Zahl von Singularitäten. Als umschließende Kurve für  $Q(s) := F(s)+1$  wählen wir die imaginäre Achse  $i\omega$  mit  $\omega$  als Kreisfrequenz, welche den Frequenzgang parametrisiert, und einen sehr großen Halbkreis in der rechten Halbebene. Da  $F(s)$  eine physikalische Übertragungsfunktion ist, bildet  $Q(s)$  den sehr großen Halbkreis im Limes auf den Punkt  $(1,0i)$  der Bildebene ab. So ist also die durch  $-\infty < \omega < \infty$  parametrisierte und im mathematisch negativen Sinn verlaufende Bildkurve  $Q(i\omega)$  geschlossen und für sie gilt, daß die Zahl der rechtsseitigen Nullstellen gleich der Zahl der rechtsseitigen Pole weniger der Zahl der mathematisch positiven Umschlingungen des Bildnullpunktes ist. Für Stabilität dürfen keine rechtsseitigen Nullstellen auftreten. Daher muß die Zahl der Umschlingungen des Bildnullpunktes gleich der Zahl der rechtsseitigen Pole sein. In unserem Falle hat  $F(s)$  keine rechtsseitigen Pole und darf daher als Bildkurve nicht den Punkt  $(-1,0i)$  umschließen. Dies alles wird anschaulich deutlich in Fig. 3.10, wo die sogenannte Frequenzortskurve  $F(i\omega)$  unseres Regelkreises aufgezeichnet ist. Anzumerken ist, daß das Nyquisttheorem sehr steile Frequenzgänge mit großen Phasenverschiebungen zuläßt, jedoch nicht bei  $|F(i\omega)|=1$ , wie sich aus der Geometrie der Bildkurve  $F(i\omega)$  leicht ablesen läßt. Dort ist die Phasenverschiebung in der Regel  $90^\circ$  und in der Praxis lassen sich meistens nur Frequenzgänge realisieren, die das  $1/f$ -Verhalten über mindestens eine Dekade zu niedrigeren Regelfrequenzen hin beibehalten. Doch

nun zur Realisierung des Farbstofflaserregelkreises (Fig. 3.8).

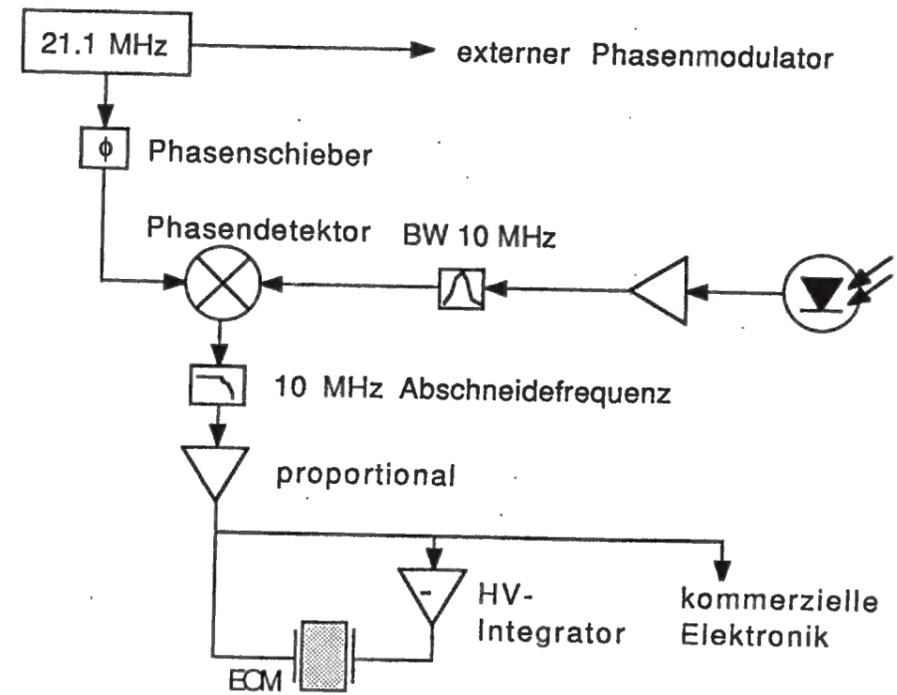


Fig. 3.8: Blockschaltbild der Regelelektronik

Der Frequenzfehler in Form des dispersiven Signals liegt am Eingang des schnellen Operationsverstärkers BB 3554 an, der das IF-Signal des Phasendetektors RPD-1 (MCL) verstärkt (siehe auch Anhang C). Direkt am IF-Ausgang befindet sich ein  $\pi$ -Filter mit Bandbreite DC bis 5 MHz zur Unterdrückung der Modulationsfrequenz von 21.1 MHz. Im Frequenzbereich 100 kHz bis 5 MHz dominiert dieses schnelle Proportionalglied die Regelverstärkung. Der Ausgang ist direkt an eine der Intracavity-EOM-Elektroden angeschlossen. Das Proportionalverhalten des schnellen Zweiges ist notwendig, um das schon erläuterte  $1/f$ -Verhalten des Diskriminators zu kompensieren. Bei der Transitfrequenz, d.h., bei der Frequenz mit Regelverstärkung 1, sollte die Phasenverschiebung, wie oben erklärt, in der Servoschleife nicht größer als  $90^\circ$  sein, um Regelschwingungen zu vermeiden.  $90^\circ$  Phasenverschiebung ergeben sich nun schon durch die  $1/f$ -Antwort des Frequenzdiskriminators bei hohen Regelfrequenzen, so daß der schnelle

Operationsverstärker keine zusätzliche Phasenverzögerung verursachen darf. Bei etwa 100 kHz, also in der Nähe der Resonatorlinienbreite übernimmt der als Integrator geschaltete Hochspannungsverstärker BB 3584 die Regelung. Durch einen Widerstand parallel zum Rückkopplungskondensator ist er auf eine Verstärkung von 300 begrenzt. Bei 3 kHz wird die kommerzielle Coherent Control Box aktiv. Über einen Tektronix AM 502-Vorverstärker wird das Fehlersignal auf Platine 1A9 am Fehlersummutationspunkt eingespeist. Das Fehlersignal des kommerziellen Diskriminators wird bei Regelung auf den Eigenbauresonator nicht verwendet. Am AM 502 wird der 3 dB Punkt des Verstärkertiefpasses auf 300 Hz gesetzt. So erreicht man in Kombination mit dem Frequenzgang der Control Box -18 dB/Oktave im Bereich 10 Hz bis 3 kHz, was essentiell ist für die sehr hohe Regelverstärkung von  $10^9$  bei niedrigen Frequenzen und damit für die minimale Laserlinienbreite. Der Frequenzgang der geschlossenen Regelschleife ist sowohl im Bodediagramm (Fig. 3.9) als auch im Frequenzortsdiaagramm (Fig. 3.10) dargestellt.

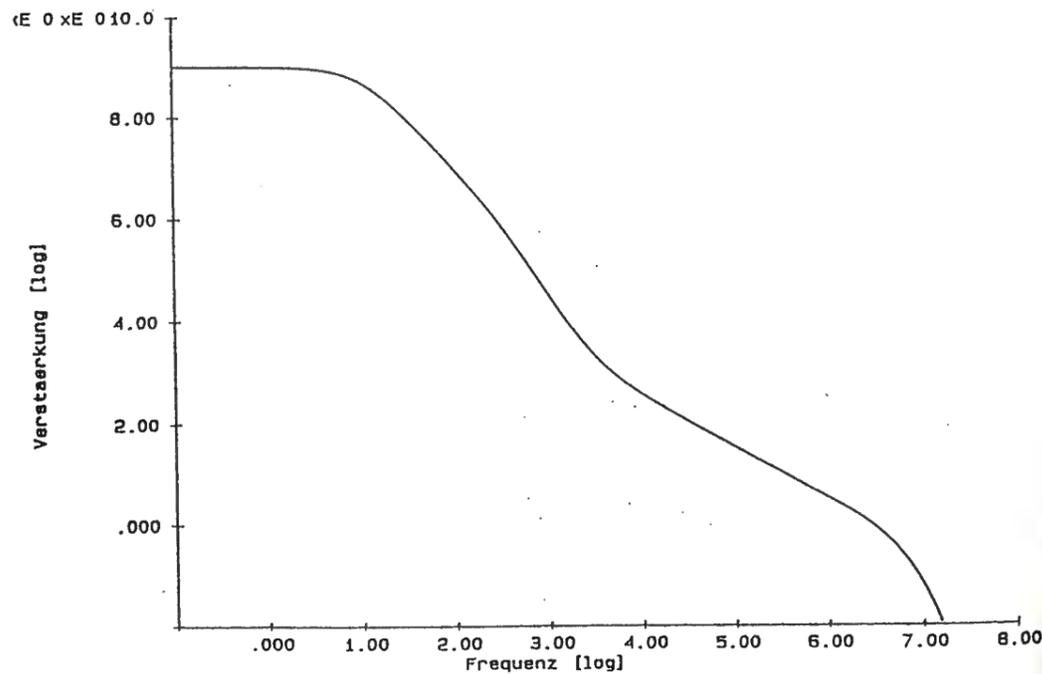


Fig. 3.9: Bodediagramm des Frequenzgangs der Regelelektronik

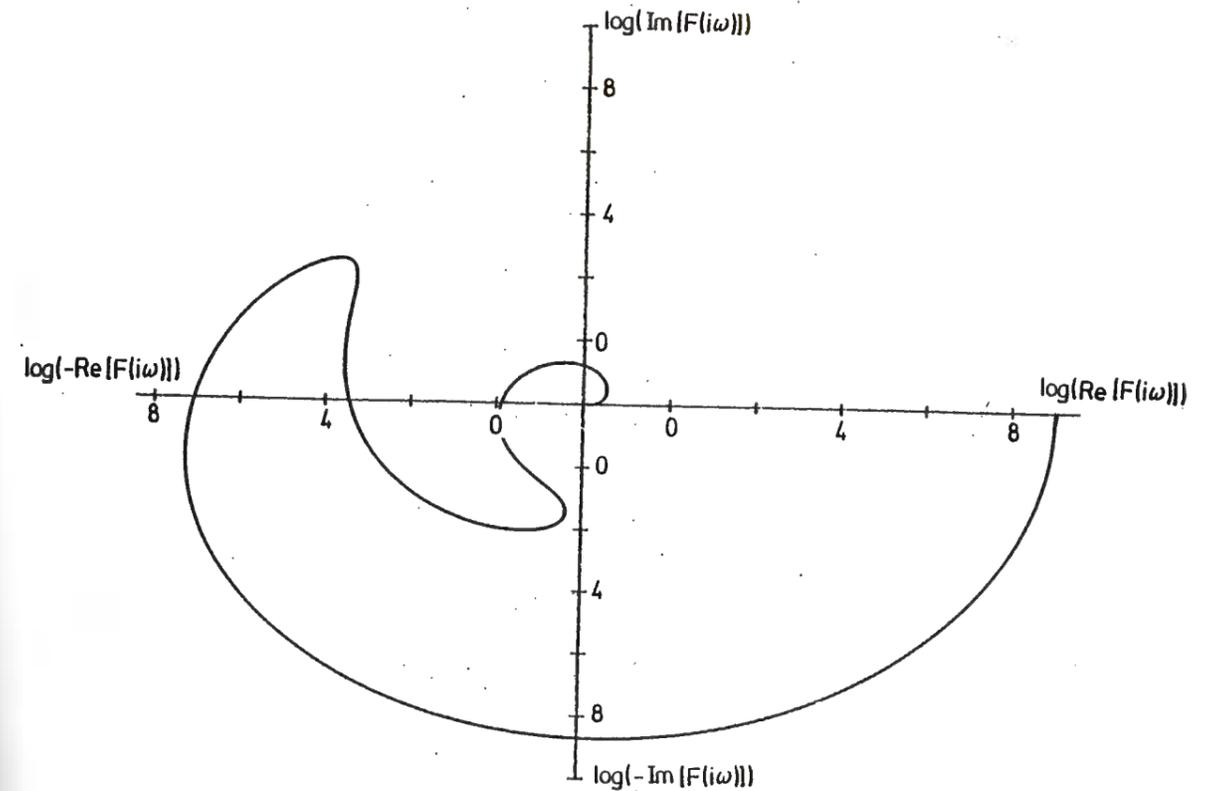


Fig. 3.10: Frequenzortskurve des Frequenzgangs der Regelelektronik

### 3.3.6 Ergebnisse der Frequenzstabilisierung

Die spektrale Rauschdichte des Fehlersignals am Monitor des geschlossenen Regelkreises ist in Fig. 3.11 gezeigt. Sie wurde mit einem Fast-Fourier-Transformer (FFT) der Firma Ono Sokki berechnet aus dem zeitlichen Verlauf des Fehlersignals.

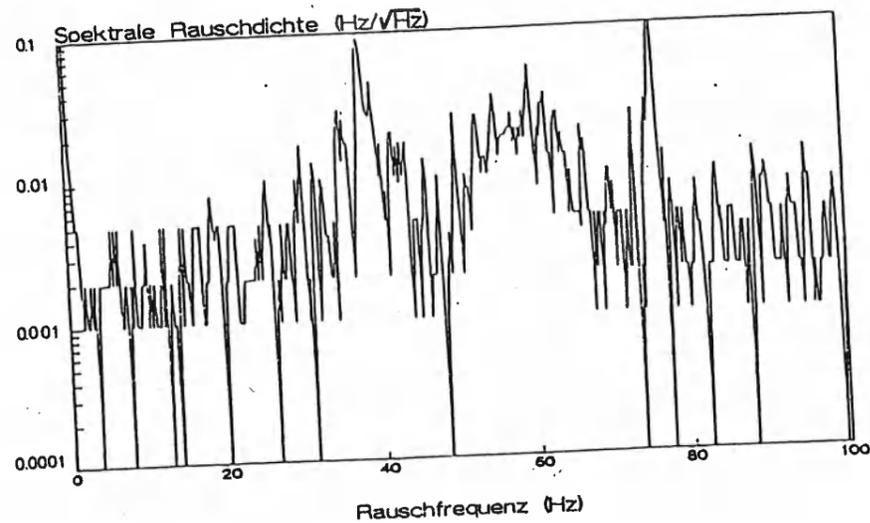


Fig. 3.11: Rauschspektrum mit geschlossener Regelschleife

Die Rauschdichte des geschlossenen Regelkreises liegt unter der des offenen. Um eine Aussage über die Qualität der Regelung zu machen, muß man also das Rauschen der offenen Schleife heranziehen (Fig. 3.6). Dieses Rauschen begrenzt nämlich die Regelung. Sieht man in der geschlossenen Schleife am Monitor weniger Rauschen, so bedeutet das nur, daß die Regelelektronik auf der Laserfrequenz ein Rauschen erzeugt, das das Elektronikrauschen kompensiert. Der Laser kann also nur genau so gut frequenzgeregelt werden, wie das Eigenrauschen des Frequenzdiskriminators. Also beträgt die Laserlinienbreite im Vergleich zum Referenzresonator<sup>77,79</sup> (siehe Anhang B)

$$\Delta\nu_{L,R} = 1 \text{ Hz.}$$

Die Standardabweichung des Frequenzfehlers (Quadratwurzel der Allan-Varianz<sup>80</sup>, siehe Anhang B) in Abhängigkeit von der Meßzeit  $\tau$  ist in Fig. 3.12 gezeigt.

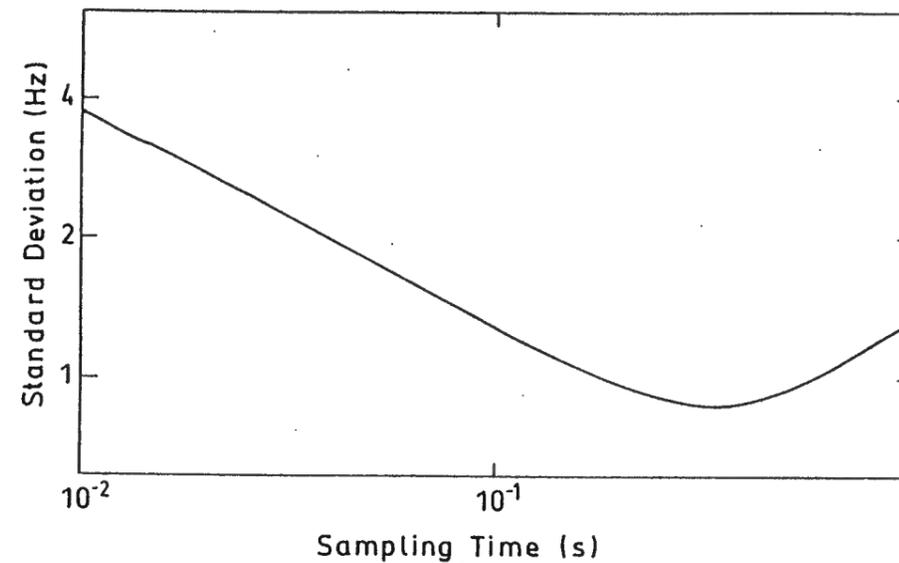


Fig. 3.12: Allan-Varianz

### 3.3.7 Abstimmen des Farbstofflasers auf die Wasserstofffrequenz

Um den Laser mit etwa MHz-Präzision in die Nähe der Wasserstofffrequenz zu setzen, führen wir Sättigungsspektroskopie an einer <sup>130</sup>Te<sub>2</sub>-Zelle durch. Der Aufbau ist in Fig. 3.13 gezeigt<sup>81</sup>.



Laser mit Hilfe eines Wellenlängenmeters und der kommerziellen Stabilisierung auf  $0.486270 \mu\text{m}$  gesetzt. Dann wird elektrisch umgeschaltet auf die Radiofrequenzregelung auf den Resonator CF-500. Dieser Resonator verursacht eine optische Linienbreite des Lasers von rund 500 kHz, ist also vollkommen ausreichend für die Tellurspektroskopie. Mittels eines Spiegels auf einer Piezokeramik kann die optische Frequenz um 1.5 GHz durchgestimmt werden für ein Tellurspektrum (Fig. 3.15).

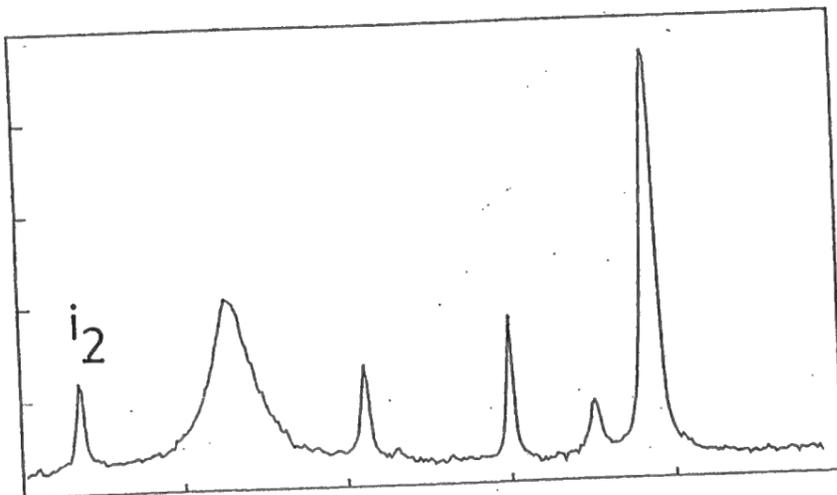


Fig. 3.15: Tellursättigungsspektrum

An der richtigen Stelle hält man an, um optisch überzuspringen auf die Regelung auf den Eigenbauresonator, der sehr viel stabiler ist als der Burleigh-Resonator. Optisch umschalten heißt, daß das reflektierte Licht des Eigenbauresonators auf die RF-Photodiode eingestrahlt wird statt des reflektierten Lichts des CF-500. Bei Öffnen des optischen Weges des Eigenbauresonators springt die Regelung wegen der dafür höheren Verstärkung um, auch wenn das Licht des Burleigh-Resonators noch nicht ausgeblendet ist. Dieses kann dann in aller Ruhe geblockt werden, um jedwede Störung während des Wasserstoff-Scan zu vermeiden. Mit dem in Kapitel 3.3.2 in Zusammenhang mit der Farbstofflaserstabilisierung beschriebenen AOM, der mit Frequenzen zwischen 130 und 280 MHz betrieben wird, kann dann mit hoher Auflösung über die Wasserstofflinie gefahren werden.

#### 4. Injektionsstabilisieren eines Farbstofflasers mit Anwendung auf effiziente Frequenzverdoppelung

In einem externen passiven Resonator wurden ca. 200-300 mW des Ringfarbstofflasers resonant überhöht, um eine hohe Leistungsdichte in einem BBO-Kristall zu erreichen. Dabei zeigte sich, daß die zirkulierende Leistung im passiven Resonator auf 3 W und die UV-Ausgangsleistung auf 2 mW begrenzt waren. Dies entspricht nicht dem theoretischen Limit. Verantwortlich dafür sind UV-induzierte Defekte der Antireflexbeschichtungen des Kristalls der Firma Inrad. Die Antireflexbeschichtungen tolerieren im kontinuierlichen Betrieb bei der für die Frequenzverdoppelung notwendigen Fokussierung nur wenige mW bei 243 nm. Bei Durchfahren der Resonanz des passiven Resonators mit Hilfe eines Spiegels auf einer Piezokeramik konnten größere Leistungsspitzen erzielt werden. In einem Versuchsaufbau mit einem 488 nm-Argonionenlaser als Quelle und einem Brewster-geschnittenen BBO-Kristall konnten bei 4 W eingekoppelter Leistung 50 mW UV erzeugt werden.

Dies motivierte, einen solchen BBO-Kristall in einen zweiten Ringlaser einzubauen, welcher sehr hohe zirkulierende interne Strahlungsdichte hat. Baut man die frequenzselektiven Etalons im Ringresonator aus und bestimmt seine Frequenz durch Einkoppeln des Lichtes des hochstabilen Lasers<sup>29,30,31</sup>, so kann unter Wahrung der Frequenzstabilität sehr hohe interne Leistung erzielt werden. Couillaud erreichte im Coherent Forschungslabor 23 mW<sup>83</sup> in der Nähe von 243 nm mit einem BBO-Kristall, der sich im Hilfsfokus des Ringlasers (Fig. 4.1) befand. In der vorliegenden Arbeit konnten 30 mW kontinuierliche und höchst monochromatische 243 nm-Strahlung erzeugt werden. Eine Verbesserung ist noch möglich, indem die ideale Kristalllänge für den typischen konfokalen Parameter  $b$  im Hilfsfokus gewählt wird. Dieses typische  $b$  beträgt 30 mm. Zum Einsatz kam ein BBO-Kristall mit 9 mm Länge, also einer optischen Länge von 15 mm. Die Theorie (siehe 4.2) fordert  $l_{\text{opt}}/b = 1.2$ . Daher muß man zum Optimieren der UV-Leistung von der typischen Spiegelabstandjustage abweichen, was auch den Strahlradius im Farbstoffstrahl beeinflusst. Der BBO-Kristall ist aus der Gruppe Wallenstein, Hannover, entliehen. Dort wurde eine Konversion von  $k_{\text{eff}} = 0.09 \text{ mW/W}^2$  aus der

Fundamentalleistung eines Argonionenlasers in die zweite Harmonische erzielt<sup>84</sup>. In unserem Experiment konnte eine zirkulierende Fundamentalleistung von 22 W erreicht werden. Daraus ergaben sich 30 mW UV-Strahlung, was ungefähr dem Koeffizienten  $k_{eff}$  entspricht. Diese 30 mW UV-Strahlung haben die Frequenzstabilität des hochstabilen Farbstofflasers. So konnte ein Rekordwert in der Kombination von hoher UV-Leistung und Frequenzstabilität erzielt werden.

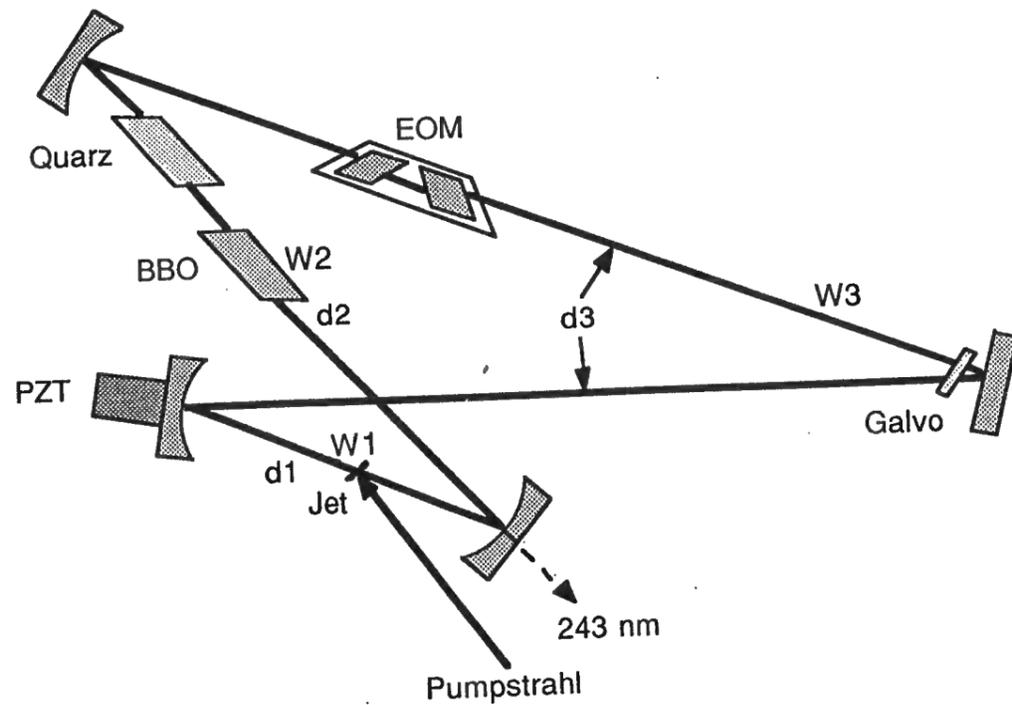


Fig. 4.1: Ringlaserresonator mit BBO-Kristall. Die Größen W1, W2 und W3 entsprechen  $w_{01}$ ,  $w_{02}$  und  $w_{03}$  im Text.

Eine andere Möglichkeit, die UV-Leistung zu steigern, besteht darin, den zweiten Ringlaser als Verstärker bei 486 nm zu betreiben und mit hoher Einkoppleistung den passiven Resonator mit einem Brewster-geschnittenen BBO-Kristall zu verwenden. Ohne Etalons kann bis zu 1 W Ausgangsleistung des Farbstofflasers erzielt werden. Mit dem Brewster-geschliffenen Kristall konnte eine Finesse des passiven Resonators von 70 justiert werden. Daraus ergeben sich bei guter Einkopplung auch 20 W zirkulierender Leistung. Der

Vorteil des passiven Resonators besteht darin, daß seine Spiegelradien und -abstände auf den optimalen konfokalen Parameter abgestimmt werden können. Nachteilig auf die Stabilität der UV-Strahlung könnte sich der notwendige dritte Regelkreis zum Stabilisieren des externen Resonators auswirken. Ferner ist im Ringlaserresonator kommerziell das Problem des Astigmatismus gelöst durch eine Brewsterplatte, die nur geringfügig gedreht werden muß bei Einbau des BBO-Kristalls.

Die elegantere Version des Verdoppelns im Ringlaser wurde letztendlich mit mehr Intensität bearbeitet.

#### 4.1 Theorie des Injektionsstabilisierens des Frequenzverdoppelungslasers

Die Theorie und die experimentellen Ergebnisse des Injektionsstabilisierens mit Rhodamin 6G-Farbstofflasern sind in der Arbeit von Moers<sup>85</sup> und in einigen Publikationen dargestellt<sup>29,30,31</sup>. Das Prinzip zeigt Fig. 4.2.

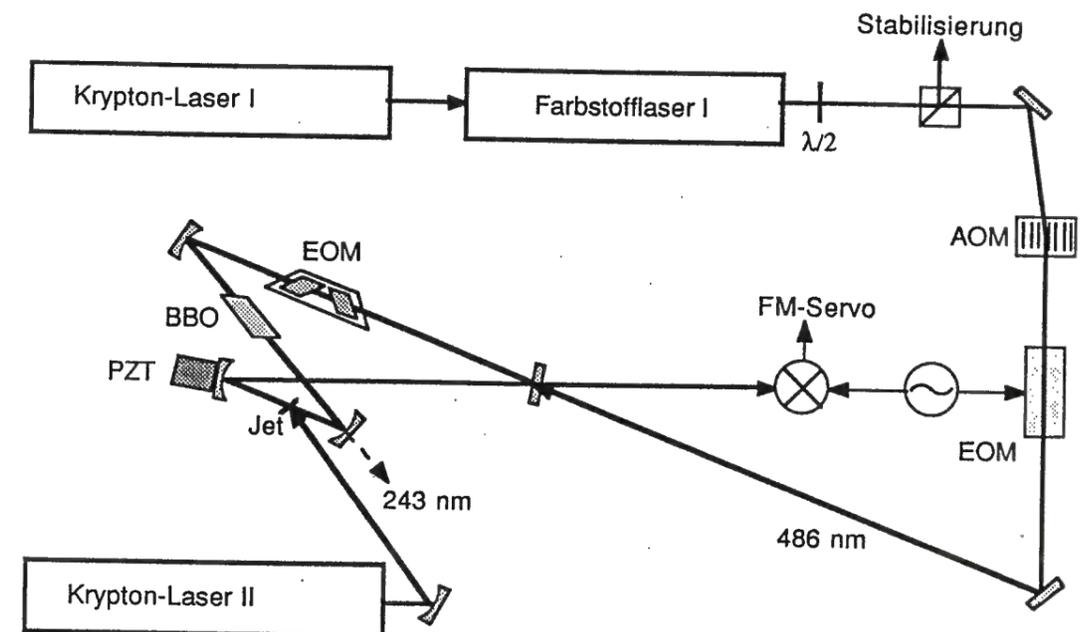


Fig. 4.2: Aufbau zum Injektionsstabilisieren eines Ringlasers II auf einen hochstabilen Coumarin 480-Ringlaser I

Interessant am Injizieren ist eine neue Form des Schwellverhaltens des Lasers. Frei läuft der Farbstofflaser II auf einer nicht stabilisierten Frequenz  $\nu_1$  mit der internen zirkulierenden Intensität  $I_1$ . Wird in den Laser die stabilisierte externe Frequenz  $\nu_i$  der Intensität  $I_{inj}$  eingekoppelt, so können bei niedriger injizierter Leistung zwei Frequenzen  $\nu_i$  und  $\nu_1$  gleichzeitig oberhalb der Laserschwelle koexistieren. Das ist ganz verschieden von den gewohnten Eigenschaften eines freioszillierenden Lasers, bei dem zu einer Zeit nur eine Mode anschwingen kann. Im injektionsstabilisierten Fall genügt erst eine bestimmte Schwellintensität  $I_{inj,th}$  der externen Frequenz  $\nu_i$ , um im Laser allein zu dominieren. Die Leistung der externen Frequenz beansprucht dann beim Prozeß der induzierten Emission im gepumpten Farbstoff die ganze Inversion für sich. Die Strahlung des Lasers I wird dabei resonant überhöht wie bei einem aktiven Resonator, der außer den Verlusten  $W = 1 - V$  und der Reflektivität  $R$  des Koppelspiegels auch noch eine Verstärkung  $G$  durch den Farbstoffstrahl aufweist. Die zirkulierende Intensität  $I_1$  der Frequenz  $\nu_1$  hängt von der injizierten Intensität  $I_{inj}$  ab gemäß der Beziehung

$$I_1 = I_{inj} \frac{1-R}{(1-\sqrt{RGV})^2} \quad (4.1).$$

Hier muß berücksichtigt werden, daß die Verstärkung nichtlinear ist und wiederum von der injizierten Intensität  $I_{inj}$  abhängt. Die Injektionsschwelle wird bestimmt von der Differenz der Verstärkung bei  $\nu_i$  und  $\nu_1$ , sowie von  $R$  und insbesondere von den Verlusten  $W$  im Ringresonator. Daher erhöht sich durch Einfügen des BBO-Kristalls die Injektionsschwelle so weit, daß sie mit dem Laser I je nach Betriebszeit des Coumarin 480-Farbstoffs nur geringfügig überschritten wird. Der Laser II hat freilaufend 15 W zirkulierende Leistung und injektionsstabilisiert maximal 22 W. Daraus ergeben sich die 30 mW UV-Leistung.

Um sicherzustellen, daß der Laser II die Resonanzbedingung für die Frequenz  $\nu_i$  erfüllt, wird ein ähnlicher FM-Regelkreis wie für Laser I verwendet. In diesem Falle ist allerdings der Diskriminator ein Phasendiskriminator, obwohl der elektronische Aufbau identisch ist. Der Laser II folgt dem Laser I exakt. Dies liegt daran, daß der Laser I der Oszillator ist, der die Frequenz vorgibt. Der Laser II kann anschaulich verglichen werden mit einem passiven elektronischen Bauelement (wenngleich Laser II als aktiver optischer Resonator

betrachtet wird), das die Amplitude und die Phase der eingestrahlten Frequenz ändert. Im optischen wird die Phasenverschiebung erzeugt durch die Änderung der Resonanzbedingung. Genau diese Phasenverschiebung erscheint als Spannungssignal am Phasendetektor und wird auf die Stellelemente des Lasers II gegeben, die auch wiederum im Gegensatz zum Fall des Lasers I als Phasenstellelemente fungieren. Die Fluktuationen des Laserresonators II äußern sich lediglich in Form von Amplitudenrauschen. Dieses erzeugt in der Leistungsverteilungsfunktion des Oszillators in Abhängigkeit von der Frequenzabweichung von der Mittenfrequenz nur einen breiten Hügel, auf dessen Gipfel eine scharfe Nadel sitzt, die von der Phasenstabilisierung rührt. Beim Laser I sind die Verhältnisse deshalb anders, da der Laser I auf das passive Element geregelt wird und nicht umgekehrt. So ist die Phasenverschiebung des vom passiven Resonator ausgekoppelten Lichts proportional zur Frequenzdifferenz zwischen der Resonanzfrequenz des passiven Resonators und der Laserfrequenz. Die Laserstellelemente sind dann Frequenzstellelemente.

Zwischen Laser I und Laser II wurde ein Mischsignal beobachtet, das wegen der Auflösung des elektronischen Spektrumsanalysators eine Breite von 200 Hz hatte.

#### 4.1.1 Theorie des Injizierens

Für die Verhältnisse im Farbstofflaser ist die Verstärkung  $G$  entscheidend. Sie zeigt Sättigungsverhalten mit dem Sättigungsparameter  $I_S$  und ist daher von der Intensität  $I(z)$  abhängig.  $z$  sei die optische Strahlachse im Farbstoffstrahl der Dicke  $L$ . Die Differentialgleichung  $dI/dz = \alpha(z)I(z)$  kann für Verstärkungen nahe bei  $G = 1$  näherungsweise gelöst werden durch  $I = I_0 \exp(\alpha z)$  oder  $G = \exp(\alpha L)$ .  $G \gg 1$  gilt für genügend hohe Intensitäten, da für die Verstärkung pro Strecke  $\alpha = \alpha_0 / (1 + I/I_S) = \alpha_0 I_S / I$  gilt und daher  $\exp(\alpha L) = 1 + \alpha_0 L I_S / I$ . In der Abhandlung von Moers über das Injizieren bei Farbstofflasern werden die Tripletverluste berücksichtigt. Allerdings werden sie beim Berechnen der Injektionsschwelle wieder vernachlässigt. Deshalb beschränken wir uns hier darauf, Tripletverluste bei Intensitäten  $I_1$  oberhalb dieser Schwelle einzuführen, da sie letztendlich die Laserleistung begrenzen gemäß der Formel

$G = 1 + \alpha_0 L I_s / I - \zeta_1 L$  ( $\zeta_1$ : Tripletverluste pro Strecke für die Frequenz  $\nu_1$ ).  
Betrachten wir aber zunächst ein Singulettzweiniveausystem mit  $N_0$  Molekülen im Grundzustand,  $N_1$  Molekülen im angeregten Zustand und  $N = N_0 + N_1$ . Die folgende Ratengleichung gilt im stationären Fall:

$$0 = \frac{dN_1}{dt} = N_0(\sigma_p J_p + \sigma_{0i} J_i + \sigma_{0l} J_l) - N_1(\sigma_i J_i + \sigma_l J_l) \quad (4.2)$$

mit den Größen:

$J_p, J_i, J_l$ : Photonenfluß bei Pump-, Injektions- und freier Laserfrequenz

$\sigma_p, \sigma_{0i}, \sigma_{0l}$ : Absorptionsquerschnitte für Singulettübergänge

$\sigma_i, \sigma_l$ : Querschnitt der stimulierten Emission für das Singulettssystem.

Im nichstationären Fall unter Berücksichtigung von jeweils nur einer Frequenz  $\nu_k$  ( $k=i, l$ ) erhält man aus der Lösung der zeitabhängigen Größen  $N_1(t)$  und  $J_k(t)$  die Sättigungsparameter  $J_{sk} = \sigma_p J_p / \sigma'_k$  mit  $\sigma'_k = \sigma_{0k} + \sigma_k$ . Verwendet man diese in Gleichung 4.2, so ist

$$\frac{N_1}{N} = \frac{1 + \frac{\sigma_{0i} J_i}{\sigma_p J_p} + \frac{\sigma_{0l} J_l}{\sigma_p J_p}}{1 + \frac{J_i}{J_{si}} + \frac{J_l}{J_{sl}}} \quad (4.3)$$

Für die Verstärkung  $\alpha_i$  der Frequenz  $\nu_i$  gilt:

$$\alpha_i = \sigma'_i N_1 - \sigma_{0i} N = \frac{\sigma'_i}{\sigma_i} \alpha_1 + \left( \frac{\sigma'_{0i}}{\sigma'_i} \sigma_{0i} - \sigma_{0i} \right) N =: \frac{J_{sl}}{J_{si}} \alpha_1 + \frac{D}{L}, \quad (4.4)$$

wobei hier mit  $D$  gleich die Differenz der Verstärkungen pro Strecke eingeführt wurde. Andererseits kann man berechnen:

$$\alpha_i = \left( \sigma'_i \frac{N_1}{N} - \sigma_{0i} \right) N = \frac{\alpha_{0i} + N \left( \sigma_{0l} \frac{J_{sl}}{J_{si}} - \sigma_{0i} \right) \frac{J_l}{J_{sl}}}{1 + \frac{J_i}{J_{si}} + \frac{J_l}{J_{sl}}} \quad (4.5)$$

mit  $\alpha_{0i} = \sigma_i N$ . Analog läßt sich  $\alpha_l$  darstellen.

Nun gilt für die Frequenz  $\nu_1$  die Selbstkonsistenzgleichung  $RVG_1 = 1$  oder  $\alpha_1 L = T + W$ , wobei  $T = 1 - R$ . Verwendet man dies in der Gleichung für  $\alpha_1$  und löst nach  $J_i$  auf, wobei nach Multiplikation mit  $L$  von den Intensitäten  $I_k$  anstelle der Photonenflüsse  $J_k$  gesprochen werden kann, so ergibt sich

$$I_1 = I_{si} \left[ \frac{\alpha_{0i}}{T+W} - 1 + \left( \frac{D}{T+W} - 1 \right) \frac{I_i}{I_{si}} \right] \quad (4.6)$$

Für  $I_i = 0$  erhält man die normale Farbstofflasergleichung. Da  $D/(T+W)$  kleiner ist als 1, gibt es eine Intensität  $I_{i,th}$ , bei der  $I_1 = 0$  gilt:

$$I_{i,th} = I_{si} \frac{\frac{\alpha_{0i}}{T+W} - 1}{1 - \frac{D}{T+W}} \quad (4.7)$$

Die einzukoppelnde Intensität ist

$$I_{inj,th} = \frac{1}{T} \frac{\alpha_{0i} - (T+W)}{T+W-D} \left[ 1 - \sqrt{RV \exp \left( \frac{I_{sl}(T+W)+D}{I_{si}} \right)} \right]^2 \quad (4.8)$$

Oberhalb dieser Schwelle ist  $G^* = 1 + \alpha_{0i} L I_{si} / I_i - \zeta_1 L$ . Setzt man das in Gleichung 4.1 ein und löst nach  $I_i$  auf, erhält man

$$I_i = I_{inj} T \frac{\left[ (1+RV(1-\zeta_1 L)) \mp 2 \sqrt{RV + \frac{M}{I_{inj} T}} \right] + M}{[1-RV(1-\zeta_1 L)]} \quad (4.9)$$

mit  $M = I_{si} \alpha_{0i} L R V [1-RV(1-\zeta_1 L)]$ .

#### 4.1.2 Theorie der Frequenzverdoppelung im Ringlaserresonator

Die Effizienz der optischen Frequenzverdoppelung geht quadratisch mit der Strahlungsdichte der Fundamentalwelle<sup>86,87</sup>. Im Ringlaserresonator befindet sich ein verstärkendes Medium, der Farbstoffstrahl, der eine hohe zirkulierende Strahlungsdichte ermöglicht. Ebenfalls entscheidend für diese ist die Fokussierung im Kristall, die durch den Parameter  $\xi = \ell/b$  beschrieben wird<sup>86,87</sup>.  $\ell$  ist die Kristalllänge und  $b$  der konfokale Parameter der Gaußmode. Intuitiv erwartet man bei phasengerechter Ausbreitung von Fundamental- und harmonischer Welle eine maximale Konversion in die harmonische Welle bei möglichst langen Kristallen. Nun beträgt jedoch der Phasenanpassungswinkel in BBO für 486 nm bei Raumtemperatur 54°. 90°-Phasenanpassung ist nicht möglich schon alleine aufgrund der Symmetrie des nichtlinearen Koeffizienten. Er koppelt keine Grundwelle mit ordentlicher Polarisation mit einer harmonischen Welle rein außerordentlicher Polarisation. So ist also der UV-Strahl gemischt ordentlich und außerordentlich polarisiert. Die Energie breitet sich daher in eine andere Richtung aus als die Phasenfronten. Die zweite Harmonische läuft mit einem Doppelbrechungswinkel  $\rho$  von 4° aus dem Fundamentalstrahl heraus. Der UV-Strahl wird astigmatisch, da über die ganze Fokallänge der Fundamentalen 243 nm-Strahlung erzeugt wird, die in einer Form ähnlich eines Papieres seitlich wegläuft ("walk off"). Die Details z.B. über die Kompensation des Astigmatismus der UV-Mode oder die theoretische Berechnung der resultierenden UV-Leistung sind in der Arbeit von Claus Zimmermann<sup>8</sup> zu lesen. Der für die Doppelbrechung ausschlaggebende Parameter lautet  $B = \rho \sqrt{\ell k_1} / 2$  ( $k_1$ : Betrag des Wellenvektors der Fundamentalen). Die optimale Fokussierung in Abhängigkeit von der Kristalllänge und der Doppelbrechung wird beschrieben durch die Funktion  $h_m(B, \xi)$  (Fig. 4.3). Der optimale konfokale Parameter muß nun irgendwo im Ringlaser eingestellt werden. Dazu betrachten wir nochmals die Resonatorkonfiguration<sup>88</sup> (Fig. 4.1). Auf der Strecke  $d_1$  befindet sich bei normaler Justage ein Fokus mit  $w_{01} = 20 \mu\text{m}$ . Dort wird der Farbstoffstrahl gepumpt. Auf der Strecke  $d_2$  ist  $w_{02} = 50 \mu\text{m}$  ("auxiliary waist", Hilfsfokus), und bei  $d_3$  ist  $w_{03} = 300 \mu\text{m}$ .

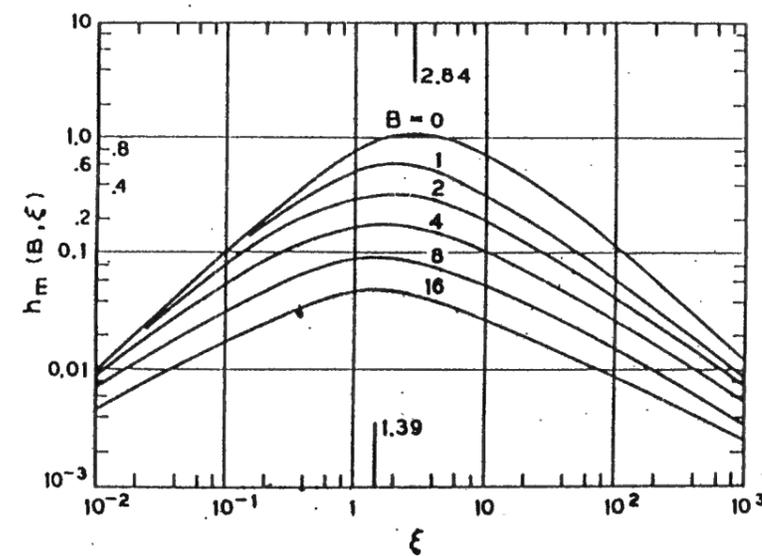


Fig. 4.3: Effizienz der Frequenzverdoppelung in Abhängigkeit von der Fokussierung und der Doppelbrechung<sup>86</sup>

Die hier verwendeten BBO-Kristalle haben Längen zwischen 9 und 10 mm. Dazu gehört ein Fokus von rund 30  $\mu\text{m}$ . Durch Placieren des Kristalls in den Hilfsfokus und Optimieren von  $w_{02}$  sollte effiziente Frequenzverdoppelung möglich sein. Um die Abhängigkeit der Foki  $w_{0i}$  von den Abständen  $d_i$  zu berechnen, verwenden wir die üblichen ABCD-Matrixgesetze<sup>88</sup>. Die Bedingung für Stabilität ist  $|(A+D)/2| \leq 1$ . Zur Berechnung der konfokalen Parameter benötigen wir den Parameter  $q$ , der definiert ist durch

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (4.10)$$

mit  $R$  als Phasenfrontenradius  $R(z) = z(1 + (\pi w_0^2 / \lambda z)^2)$ , und  $w^2(z) = w_0^2(1 + (\lambda z / \pi w_0^2)^2)$  als Strahlradius. Für ihn muß die Selbstkonsistenzgleichung gelten  $q = (Aq+B)/(Cq+D)$ . Daraus ergibt sich  $\text{Re}\{q\} = (A-D)/2C$  und  $(\text{Im}\{q\})^2 = -(A-D)^2/4C^2 - B/C$ . Aus diesen Gleichungen und durch Berechnen der Rundlaufmatrices für verschiedene Punkte im Ring lassen sich die Foki berechnen. Das Ergebnis zeigt Fig. 4.4.

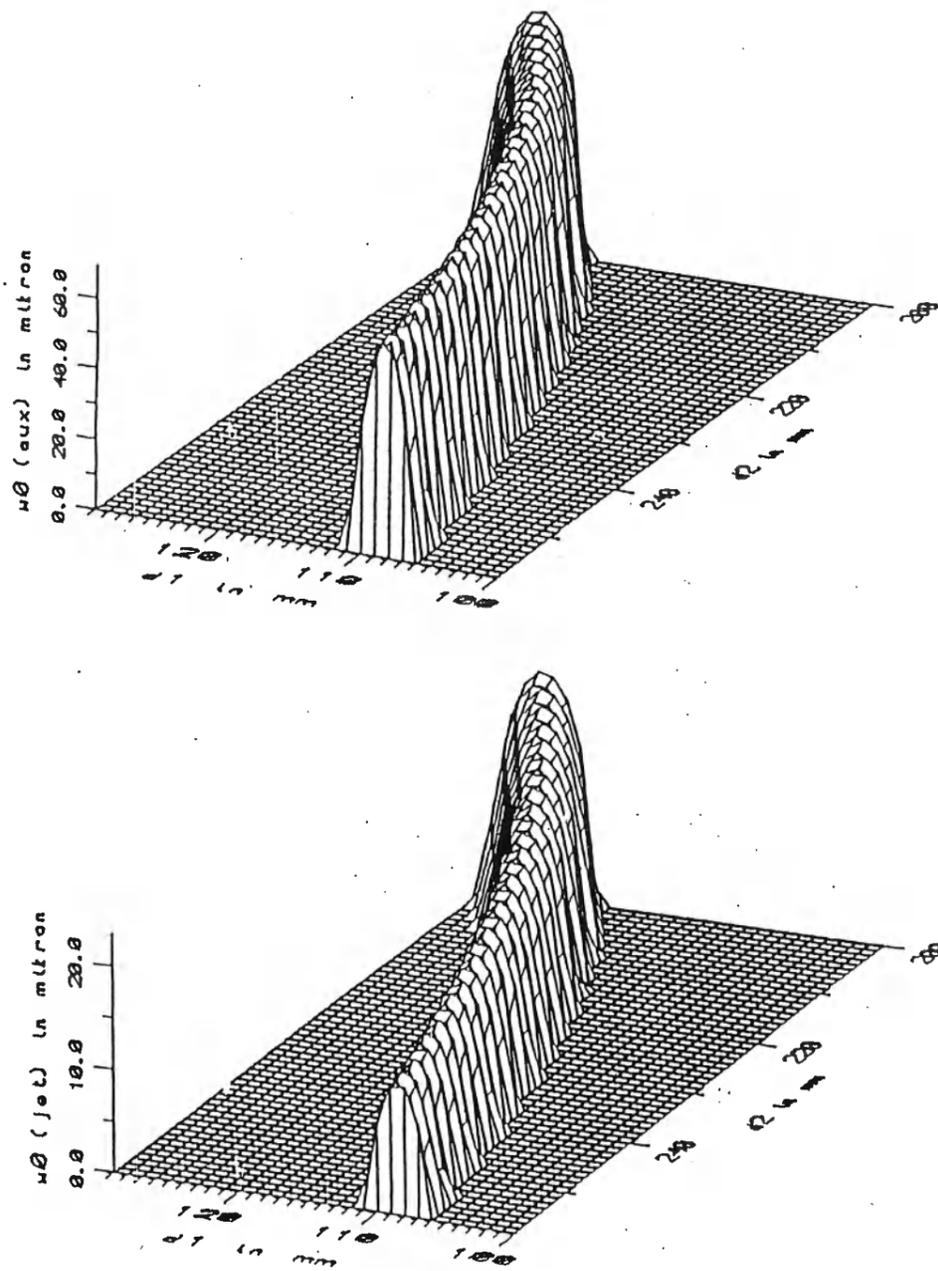


Fig. 4.4: Fokus im Farbstoffstrahl  $w_{01}$  [ $w_0(\text{jet})$ ] und Hilfsfokus  $w_{02}$  [ $w_0(\text{aux})$ ] in Abhängigkeit von den Spiegelabständen  $d_1$  und  $d_2$

## 4.2 Experimentelle Ergebnisse

### 4.2.1 Injektionsstabilisierung

Zur Verfügung stehen zwei Coherent CR 699-21 Ringlaser, wovon der eine mit der in Kapitel 3 beschriebenen FM-Technik stabilisiert ist. Der zweite Laser wird ohne Etalon betrieben, aber mit Brewsterplatte und EOM. Experimente mit einem 2%-Auskoppler und einem Hochreflektor wurden durchgeführt. Mit dem 2%-Auskoppler lag die Injektionsschwelle ohne BBO-Kristall bei 80 mW und die maximale zirkulierende Leistung im Resonator  $I_1$  betrug 65 W. Mit dem Hochreflektor konnte mit der nach Abzug der Lichtleistung für Stabilisierung und Tellurspektroskopie verbleibenden Leistung von etwa 200 mW des Lasers I nicht die Injektionsschwelle erreicht werden. Als der Laserresonator II mit dem zum Laser I analogen FM-Verfahren auf diesen geregelt wurde, oszillierten zwei Frequenzen  $\nu_1$  und  $\nu_2$ . Die Injektionsschwelle wurde also nicht überschritten. Insbesondere im Hinblick auf zusätzliche Verluste durch den BBO-Kristall wurden also alle weiteren Experimente mit dem 2%-Koppler durchgeführt. Mit eingefügtem BBO-Kristall entstanden 22 W zirkulierende Leistung. Da etwa 200 mW eingekoppelt werden, entspricht dies einer Finesse des aktiven Resonators von etwa 300. Diese Finesse ergibt sich aus 5.5% Verlusten  $W$  im Ringresonator, aus einer Verstärkung  $G = 1.04$  und aus der Koppelspiegelreflektivität  $R = 0.98$ . Der kommerzielle Koppelspiegel ist also glücklicherweise recht gut angepaßt an die Verluste im Resonator.

Ein Nebenaspekt des Injektionsregelns liegt darin, daß mit zwei Lasern ein Frequenzmischsignal aufgenommen werden kann und damit die Qualität der Regelung untersucht werden kann. Ein Photodiodenmischsignal bei 80 MHz ergab eine Linienbreite von 200 Hz (Fig. 4.5). Wie schon erwähnt, ist dieser Wert durch die Auflösung des elektronischen Spektrumsanalysators gegeben. Bei Phasenregelung beträgt die relative Linienbreite praktisch Null, sobald die Voraussetzung erfüllt wird, daß das integrierte Phasenrauschen außerhalb der Regelbandbreite kleiner als ein Radian ist.

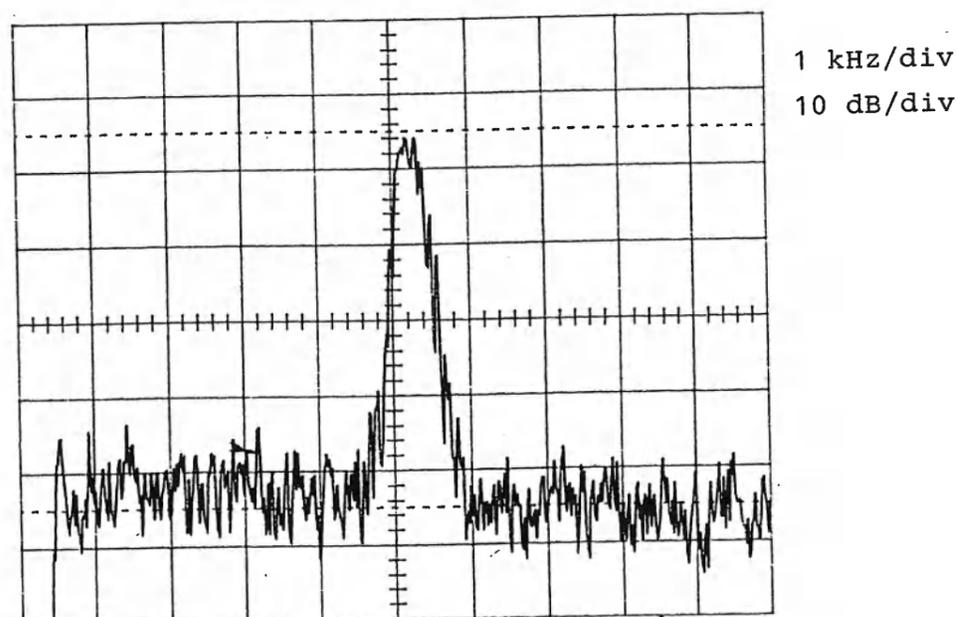


Fig. 4.5: Mischsignal bei 80 MHz von Laser I und Laser II

Zur Messung des Mischsignals wurde eine der beiden Laserfrequenzen mit einem AOM um 80 MHz verschoben, um das DC-Rauschen zu umgehen.

#### 4.2.2 Frequenzverdoppelung

Der BBO-Kristall wurde in einem L-förmigen Aluminiumhalter zusammen mit einem Kaltleiter befestigt. Der Kaltleiter erhöht bei 70° C sehr stark seinen Widerstand und kann so zur Temperaturregelung des BBO-Kristalls dienen. Der BBO-Kristall ist leicht hygroskopisch und kann durch Heizen auf diese Temperatur wasserfrei gehalten werden. Der L-förmige Halter ist an einem Justagehalter befestigt, der alle Euler'schen- und Translationsfreiheitsgrade hat. Der BBO-Kristall wurde am Hilfsfokus eingefügt. Sodann wurde der obere Faltspiegel verschoben, um die Änderung der optischen Weglänge durch den Kristall auszugleichen. Dann wurde durch Feinjustage der Spiegelabstände die freie Laserleistung optimiert und durch geringfügiges Drehen des kommerziellen Rhombus der durch den BBO-Kristall verursachte Astigmatismus kompensiert<sup>89</sup>. Zum Test wurde der Kristall auch einmal im

kollimierten Arm eingesetzt, um Verluste durch verbleibenden Astigmatismus oder durch Effekte zu hoher Leistungsdichte im Kristall auszuschließen. Mit beiden Kristallpositionen wurden ohne Stellelemente im Laser 280 mW freie Leistung pro Richtung ausgekoppelt. Dann erfolgte UV-Feinjustage mit Stellelementen unter Beobachtung der UV-Spitzen durch den injizierenden Laser I. Dies führte zum Endresultat der kontinuierlichen 30 mW bei 243 nm nach Inbetriebnahme der FM-Regelschleife.

### 5. Elektrooptische Modulation im Mikrowellenbereich

Zweierlei Motivationen führten zur Entwicklung einer elektrooptischen Modulationstechnik im Mikrowellenbereich.

Zum einen beinhaltet das Wasserstoffprojekt die Messung der Isotopenverschiebungen von Übergängen am atomaren Wasserstoff und Deuterium. Die Verschiebung der 1S-2S-Resonanz beträgt ca. 168 GHz bei 486 nm. Im blauen Spektralbereich sind kaum optoelektronische Elemente für so hohe Frequenzen kommerziell erhältlich und auch keine Publikationen bekannt.

Zum anderen bietet sich der Einsatz eines solchen Modulators auch in anderen Spektralbereichen an, um rauscharm sehr hohe optische Differenzfrequenzen zu messen. Man kann davon ausgehen, daß das Signal-Rausch-Verhältnis der Amplitude von Mischsignalen auf Hochfrequenzphotodioden (z.B. MIM-Diode) invers mit der Frequenz geht<sup>90</sup>. Die Linienbreite von mit Hilfe eines solchen Signals phasenstarr gekoppelten Laseroszillatoren geht quadratisch mit dieser Größe. Die Verwendung von 100 kHz statt 100 GHz Mischfrequenz birgt also drastische Vorteile. So entstand die Idee, hohe Differenzfrequenzen mit frequenzstabilen, aber vergleichsweise preisgünstigen Mikrowellenoszillatoren (z.B. IMPATT-Diode) aktiv als Seitenband auf eine Laserfrequenz aufzomodulieren und niederfrequente Mischsignale mit einer darauf zu stabilisierenden anderen Laserfrequenz mit Standarddetektortechnologie zu beobachten. Eine typische Anwendung wäre die Messung von 1.058 THz Differenzfrequenz bei 852 nm (Fig. 5.1) in einer Frequenzkette vom CH<sub>4</sub>-stabilisierten Helium-Neon-Laser zum Farbstofflaser bei 486 nm, mit dem die 1S-2S-Resonanzfrequenz gemessen werden soll. Eventuell könnte bei einer Modulationstechnik bei 100 GHz sogar ein so hoher Modulationsindex erreicht werden, daß nur zwei Laserdioden genügen, um niederfrequente Mischsignale zwischen Seitenbändern höherer Ordnung zu messen. Möglich wäre dies, wenn man beim entwickelten Modulatortyp (Fig. 5.2) nicht nur die Mikrowellenstrahlung resonant überhöht, sondern die effektive Wechselwirkungslänge der Felder erhöht durch einen optischen Resonator geeigneter FSR, der den optischen Strahl mehrmals mit richtiger Phasenlage durch das Hochfrequenzfeld schickt<sup>91</sup>.

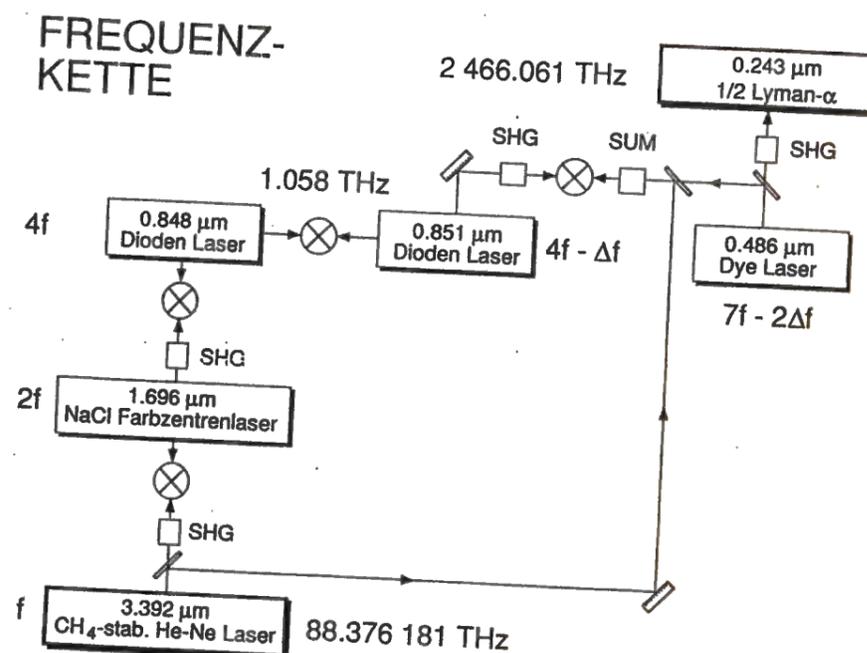


Fig. 5.1: Schema einer möglichen Frequenzkette

### 5.1 Phasenmodulation einer optischen Welle

In nichtlinearen Kristallen wie z.B. LiNbO<sub>3</sub> oder LiTaO<sub>3</sub> hängt der Tensor der dielektrischen Funktion  $\epsilon_{ij}(k, \omega)$  von der elektrischen Feldstärke  $E(K, \Omega)$  ab entsprechend der folgenden Beziehung:

$$\Delta \left[ \frac{1}{\epsilon} \right]_{ij}(k, \omega) = \sum_k r_{ij,k}(k, \omega, K, \Omega) E_k(K, \Omega) \quad (5.1)$$

$k, K$ : Wellenvektoren,  $\omega, \Omega$ : Kreisfrequenzen, im folgenden Großbuchstaben für die Mikrowelle und Kleinbuchstaben für die optische Welle.

Unter Vernachlässigung des Imaginärteils der dielektrischen Funktion ist

$$\left[ \frac{1}{\epsilon} \right]_{ij} = \left[ \frac{1}{n^2} \right]_{ij}, \quad (5.2)$$

wobei  $n$  der Brechungsindex ist. In der Literatur wird eine Indexkonvention verwendet, die dem Indexpaar  $ij$  einen einzelnen Index  $\ell$  zuordnet. Da der Tensor der dielektrischen Funktion symmetrisch ist, genügen sechs Ziffern für den Index  $\ell$ . 11 wird zu 1, 22 zu 2, 33 zu 3, 23 zu 4, 13 zu 5, 12 zu 6. Für  $\text{LiNbO}_3$ , ein nichtlinearer Kristall der 3m-Klasse, wurden die Koeffizienten  $r_{33} = 3.3 \cdot 10^{-11}$  m/V,  $r_{51} = 2 \cdot 10^{-11}$  m/V,  $r_{13} = 8 \cdot 10^{-12}$  m/V und  $r_{22} = 10^{-12}$  m/V gemessen. Diese Koeffizienten gelten für alle optischen Frequenzen  $\omega$  im Transmissionsbereich und für Radiofrequenzen  $\Omega$  von 65 MHz bis 7 THz. Für den optischen Brechungsindexellipsoid ergibt sich folgende Gleichung für optische Wellen mit  $x_3$ -Polarisation:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{n_o^2} + \frac{x_3^2}{n_e^2} + r_{33} E_3 x_3^2 = 1 \quad (5.3)$$

und daraus eine Änderung des Brechungsindex

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E_3 \quad (5.4)$$

Die Phase einer optischen Welle kann nun moduliert werden, indem man z. B. ein sinusförmiges Wechselfeld  $E_3$  anlegt und damit den Brechungsindex  $n$  sinusförmig variiert. Ist die Transitzeit  $\tau_w$  der optischen Welle durch den Kristall kurz im Vergleich zur Periodendauer  $2\pi/\Omega$  des Modulationsfeldes  $E_3$ , so ergibt sich die Phasenverschiebung  $\Delta\Phi(t)$  der optischen Welle durch

$$\Delta\Phi(t) = k\ell\Delta n(t) = -\frac{\pi\ell n_e^3 r_{33}}{\lambda_{\text{opt}}} E_{30} \sin(\Omega t) =: \delta_0 \sin(\Omega t), \quad (5.5)$$

wobei  $\ell$  die Kristalllänge ist,  $E_{30}$  die Modulationsfeldamplitude,  $\lambda_{\text{opt}}$  die optische Wellenlänge und  $\delta_0$  der Modulationsindex, der die Modulationstiefe beschreibt. Die Halbwellenspannung  $V_\pi$  ist definiert als

$$V_\pi = E_{30}\ell = \frac{\lambda_{\text{opt}}}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \quad (5.6)$$

und gibt an, welche elektrische Feldamplitude nötig ist, um die optische Phase um maximal  $\pi$  bzw. eine halbe Wellenlänge zu verschieben. Die optische Welle

schreibt sich nach Verlassen des Kristalls als

$$e_{\text{opt}} = e_0 \sin(\omega t + \delta_0 \sin(\Omega t)) = \text{Im}\{e_0 \exp(i\omega t + i\delta_0 \sin(\Omega t))\} \quad (5.7)$$

mit  $e_{\text{opt}}$  als elektrisches Feld der optischen Welle und  $e_0$  als Feldamplitude. Das Modulationsfeld der Frequenz  $\Omega$  erzeugt elektrooptische Seitenbänder gemäß der Beziehung

$$\exp(i\omega t + i\delta_0 \sin(\Omega t)) = \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(\delta_0) \exp[i(\omega + n\Omega)t]. \quad (5.8)$$

$J_n$  bezeichnet die Besselfunktion  $n$ -ter Ordnung. Ist  $\delta_0 = n$ , ist das  $n$ -te Seitenband am stärksten vertreten.

Bei hohen Modulationsfrequenzen tritt folgendes Problem auf: Während des Durchlaufes einer optischen Phasenfront durch den Kristall, an dem das Wechselfeld anliegt, oszilliert die Amplitude des Modulationsfeldes. Dies führt zu einer Auslöschung der retardierenden und beschleunigenden Beiträge des Modulationsfeldes. Phasenmodulation erfolgt im Idealfall dann, wenn eine optische Phasenfront eine konstante Modulationsfeldamplitude sieht. Abwechselnde Retardierung und Beschleunigung verschiedener optischer Phasenfronten mit der Frequenz des Modulationsfeldes hängt ab von den verschiedenen Eintrittszeitpunkten in den nichtlinearen Kristall.

Im allgemeinen Fall schreibt sich eine individuelle Phasenverschiebung als

$$\delta\Phi(t) = \frac{\pi n_{\text{opt}}^3 r_{33} w}{\lambda_{\text{opt}}} \frac{1}{\tau_w} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau E_3(\mathbf{r}(\tau), \tau+t) =: \delta \sin(\Omega t) \quad (5.9)$$

Die Integration erfolgt über die Trajektorie des optischen Strahls durch den Kristall mit dem Zeitparameter  $\tau$ . Im folgenden wird die neuentwickelte Technik eines Mikrowellenmodulators und seine Realisierung bei 72 GHz vorgestellt. Bei diesem Modulator, der im Prinzip bei Frequenzen bis zu 1 THz arbeiten kann, wird das Problem der Transitzeit gelöst durch eine neue Art der Phasen Anpassung von optischer- und Mikrowelle.

## 5.2 Elektrooptische Seitenbanderzeugung bei 72 GHz

Bei den meisten Modulatoren ist die Modulationsfrequenz nach oben limitiert wegen der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten von elektrischer und optischer Welle im nichtlinearen Kristall. Gallagher et al.<sup>91</sup> beschreiben einen Modulatortyp, bei dem die Phasengeschwindigkeit der elektrischen Welle an die der optischen angepaßt wird durch die Wahl geeigneter Hohlleiterabmessungen, d.h., der nichtlineare Kristall befindet sich in einem Mikrowellenhohlleiter und der optische Strahl wird durch kleine Bohrungen eingekoppelt. Auf diese Art wurde bei 11 GHz moduliert.

Mit integrierten elektrooptischen Modulatoren wurden kontinuierliche Seitenbänder bei 22 GHz erzeugt<sup>92</sup>, allerdings nur bei einer optischen Wellenlänge von  $1.3 \mu\text{m}$

Der besondere Vorteil der nachfolgend beschriebenen Technik liegt darin, daß sie prinzipiell funktioniert für alle Modulationsfrequenzen bis in den THz-Bereich, nur limitiert durch Verfügbarkeit von Hochfrequenzoszillatoren oder durch deren Leistung.

Eine verwandte Technik speziell für 964 GHz wurde von Kaminow et al.<sup>93</sup> vorgestellt. In diesem Experiment wurde der Strahl eines HCN-Lasers mit der Lichtwelle eines 633 nm-Helium-Neon-Lasers in  $\text{LiNbO}_3$  gemischt.

Die hier beschriebene Technik unterscheidet sich von der Kaminow'schen durch die resonante Überhöhung der Modulationsfrequenz und in der Erweiterung der Methode der Phasenanpassung von optischer und elektrischer Welle.

## 5.2.1 Prinzip der Modulation

Ein elektrooptischer Kristall wird als resonantes Etalon für die Mikrowellenlänge  $\lambda_{\text{mm}}$  in einen offenen Mikrowellen-Fabry-Perot-Resonator (Fig. 5.2) eingefügt und der Laserstrahl folgt einem Zick-Zack-Pfad innerhalb des Kristalls unter Ausnutzung interner Totalreflexion, so daß Phasenanpassung der optischen an die elektrische Welle erzielt wird.

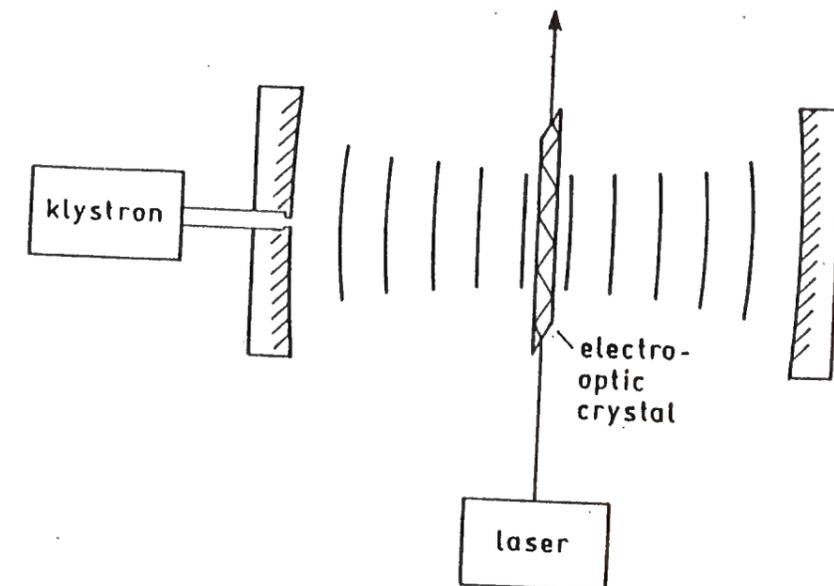


Fig. 5.2: Prinzip der Modulation

Im einfachsten Fall läuft eine optische Wellenfront gerade so, daß die Projektion der optischen Phasengeschwindigkeit im Kristall auf die Resonatorachse gerade der sehr viel geringeren Mikrowellenphasengeschwindigkeit entspricht. In unserem Falle ist der Winkel jedoch so gewählt, daß die Projektion der optischen Phasengeschwindigkeit doppelt so groß ist wie die Phasengeschwindigkeit der Mikrowelle (Fig. 5.3). Dies wird später noch erläutert (Fig. 5.5).

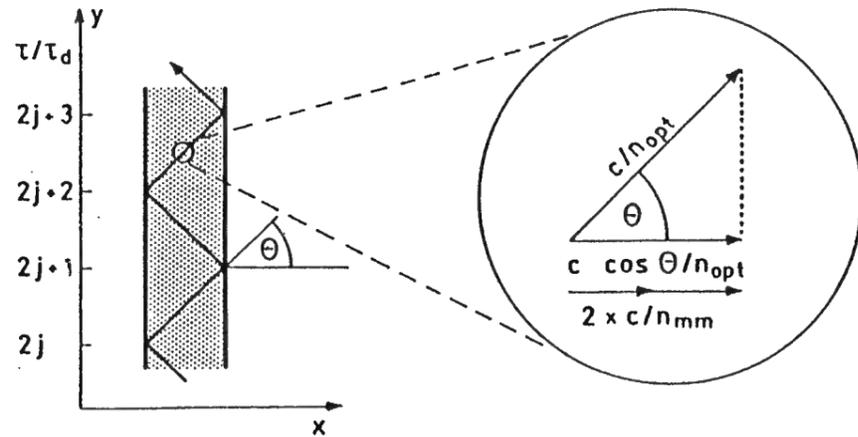


Fig. 5.3: Phasengeschwindigkeiten von optischer- und Mikrowelle

Im einfachen Fall sieht eine optische Wellenfront gerade eine konstante Mikrowellenfeldamplitude der einen laufenden Mikrowelle, wohingegen die gegenlaufende Mikrowelle schnell oszilliert und keinen Nettobeitrag erzeugt. Eine zusätzliche Bedingung an den Aufbau ergibt sich dadurch, daß bei der internen Totalreflexion die optische Phasenfront die richtige Phase der gegenlaufenden Mikrowelle übernehmen muß, um maximale Modulation zu erhalten nach Aufsummierung aller Zick-Zack-Beiträge. Darauf wird noch näher eingegangen.

Die Phasenmodulation des optischen Strahls ist proportional zum elektrooptischen Koeffizienten  $r_{33} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ m/V}^{94}$  der bei uns verwendeten dünnen planparallelen  $\text{LiNbO}_3$ -Platte. Die optische Achse und die beiden Polarisationen der optischen und elektrischen Welle sind parallel zueinander. Der Fabry-Perot-Resonator besteht aus zwei Kupferspiegeln mit 25 mm Durchmesser und 100 mm Oberflächenradius, die etwa  $3\lambda_{\text{mm}} = 12.6 \text{ mm}$  voneinander entfernt stehen. Dieser Resonator dient zur Feldüberhöhung der Mikrowelle, die von einem Reflex-Klystron mit 200 mW Ausgangsleistung stammt. Der leere Resonator hat eine Güte von 10000. Die Einkopplung erfolgt mit einem Draht mit 0,1 mm Dicke<sup>95</sup> (Fig. 5.4).

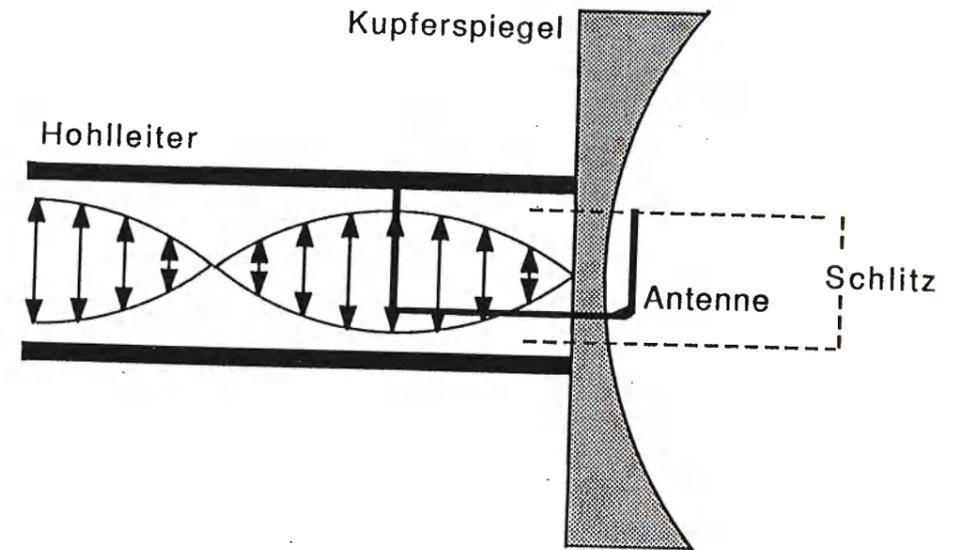


Fig. 5.4: Mikrowellenresonatoreinkopplung mittels einer Kupferdrahtantenne

Das eine Ende des Drahtes greift im Hohlleiter das Mikrowellenfeld ab. An der Kupferspiegelrückseite bildet sich eine Stehwelle mit maximaler Amplitude im Abstand einer viertel Hohlleiterwellenlänge von der Rückwand. Dort verläuft der Draht in der Hohlleitermitte parallel zum elektrischen Feld. Das andere Ende des Drahtes verläuft entlang eines Einkoppelschlitzes von 0,2 mm Dicke und 1,5 mm Länge (etwa  $\lambda_{\text{mm}}/4$ ) und bildet eine Dipolantenne, die in den Resonator strahlt. Maximale Einkopplung wird justiert durch Variation des Antennenabstandes vom Schlitz. Für maximale Einkopplung in den Resonator ergibt sich eine sinusförmige Stehwelle am Kupferspiegel, deren räumliche Maximalamplitude von den Resonatorverlusten abhängt. Diese werden allerdings von der Antennenposition mitbestimmt. An einer bestimmten Position im Resonator nahe dem Kupferspiegel ist die Feldamplitude der Resonatorstehwelle gerade gleich der Feldamplitude, die im Hohlleiter abgegriffen wird. An diese Position muß die Antenne gesetzt werden. Dies ist mit etwas Geduld möglich.

Der  $\text{LiNbO}_3$  - Kristall hat eine Dicke  $d = \lambda_{\text{mm}}/n_{\text{mm}} = 0.8 \text{ mm}$ , also eine

Mikrowellenlänge für einen Brechungsindex von 5.3, der in Vorversuchen mit einem Fehler von etwa 10% bestimmt wurde. Einfügen des Kristalls verringert die Güte zu Werten zwischen 100 und 2000 in Abhängigkeit von der Position des Kristalls. Daraus ersieht man, daß die Resonatorverluste dominiert werden von den Kristallverlusten. Fast die gesamte Mikrowellenleistung wird vom Kristall absorbiert. Für kleine Verluste bei einfachem Durchlauf ist die Mikrowellenfeldamplitude  $E_0$  in Abhängigkeit von der absorbierten Leistung  $P$  und dem Kristallvolumen  $V$  gegeben durch den Imaginärteil der komplexen dielektrischen Funktion  $\epsilon_{mm}$ :

$$\frac{P}{V} = \frac{1}{8} \Omega \epsilon_0 \text{Im}(\epsilon_{mm}) E_0^2 \quad (5.10)$$

Außerhalb des Kristalls hängt die Feldstärke jedoch von der Position des Kristalls ab. Die Verhältnisse sind  $E_{\text{außen}}/E_{\text{innen}} = 1$  für Kristalloberflächen an Bäuchen des Mikrowellenfeldes,  $E_{\text{außen}}/E_{\text{innen}} = (\text{Re}(\epsilon_{mm}))^{1/2}$  an Knoten. Der letztere Fall entspricht maximaler gespeicherter Energie im Resonator und daher maximaler Güte. In unserem Experiment ist das  $\text{LiNbO}_3$ -Etalon zu dieser Konfiguration justiert, da dies die Impedanzanpassung erlaubt mit einer schwach einkoppelnden Dipolantenne. Die Reflexion des Resonators kann so bis auf 20% reduziert werden, so daß fast alle Mikrowellenleistung verwendet wird für die Modulation des Brechungsindex.

Die Positionierung der Kristalloberflächen an Knoten erfordert einen optischen Weg, auf dem die Projektion der optischen Phasengeschwindigkeit auf die Resonatorachse (Fig. 6.4),  $c' = c \cdot \cos\theta / n_{\text{opt}}$  ( $n_{\text{opt}} = 2.2$ ), doppelt so groß ist wie die Phasengeschwindigkeit der Mikrowelle  $c_{mm} = c/n_{mm}$ , wie in Fig. 5.5 erklärt wird. Der entsprechende Winkel ist  $\theta = 38^\circ$ , also immer noch oberhalb des kritischen Winkels ( $27^\circ$  bei 633 nm) für  $\text{LiNbO}_3$ . Der Laserstrahl wird 30 mal reflektiert während eines Durchgangs durch den 20 mm langen Kristall.

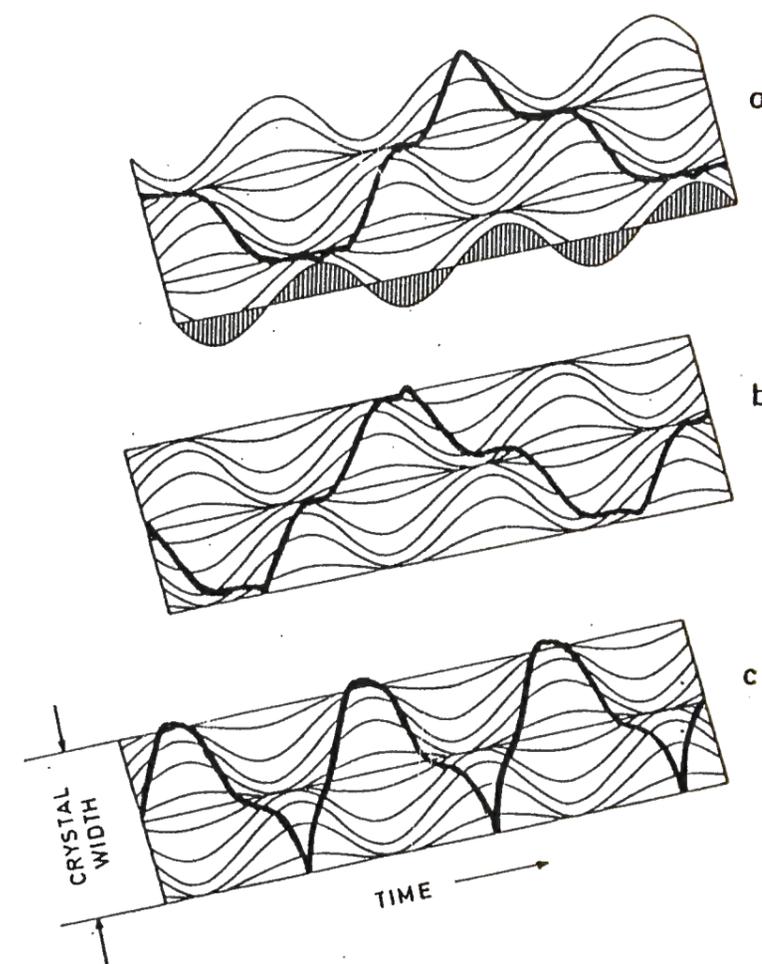


Fig. 5.5: Phasenanpassungsbedingungen: Die Mikrowellenamplitude in Abhängigkeit von der Zeit ist über die gesamte Kristallbreite gezeigt. Positive Felder symbolisieren einen erhöhten Brechungsindex für das Laserlicht. Die Zick-Zack-Linien zeigen die Ausbreitung einer optischen Wellenfront mit maximaler Retardierung.

a) Für eine Kristallbreite  $\lambda_{mm}$  mit Mikrowellenbäuchen auf den Oberflächen erhält man optimale Phasenanpassung für  $c' = c_{mm}$  oder  $\theta = 66^\circ$ .

b) Mit Knoten auf den Oberflächen wird insgesamt keine Phasenmodulation erzielt für  $\theta = 66^\circ$ .

c) Für  $c' = 2c_{mm}$  oder  $\theta = 38^\circ$  kann im Falle von Knoten auf den Oberflächen Phasenmodulation erfolgen.

### 5.2.2 Experimentelle Ergebnisse

Der Helium-Neon-Laser wird mit einer Strahltaile von 0.1 mm unter einem Winkel  $\theta = 38^\circ$  in den Modulatorkristall hineinfokussiert. Das ergibt einen konfokalen Parameter von etwa 100 mm. Der Strahldurchmesser ist daher über den ganzen optischen Pfad klein gegen  $\lambda_{\text{mm}}/2$ , so daß die Phasenmodulation homogen ist über das Strahlprofil. Aus den selben Gründen ist der Winkelversatz der Seitenbänder kleiner als  $10^{-4}$  rad und ist vernachlässigbar. Nach Durchgang durch das LiNbO<sub>3</sub>-Etalon wird der Laserstrahl von einem Monochromator mit 10 GHz Auflösung analysiert. Symmetrische Seitenbänder wurden beobachtet (Fig. 5.6) in Phase mit der Mikrowellenstrahlung, die mit 300 Hz gepulst wurde. Vom Intensitätsverhältnis Seitenband zu Träger,  $S/C = 2.5 \cdot 10^{-3}$  schätzen wir einen Modulationsindex  $\delta = 5\%$  ab. Die phasenmodulierte Welle ist gegeben durch  $e_{\text{opt}} = e_0 \cdot \sin(\omega t + \delta(\theta) \sin(\Omega t) - \varphi_0)$ , wobei  $\varphi_0$  eine zeitunabhängige Phase aufgrund der internen Totalreflexionen ist.

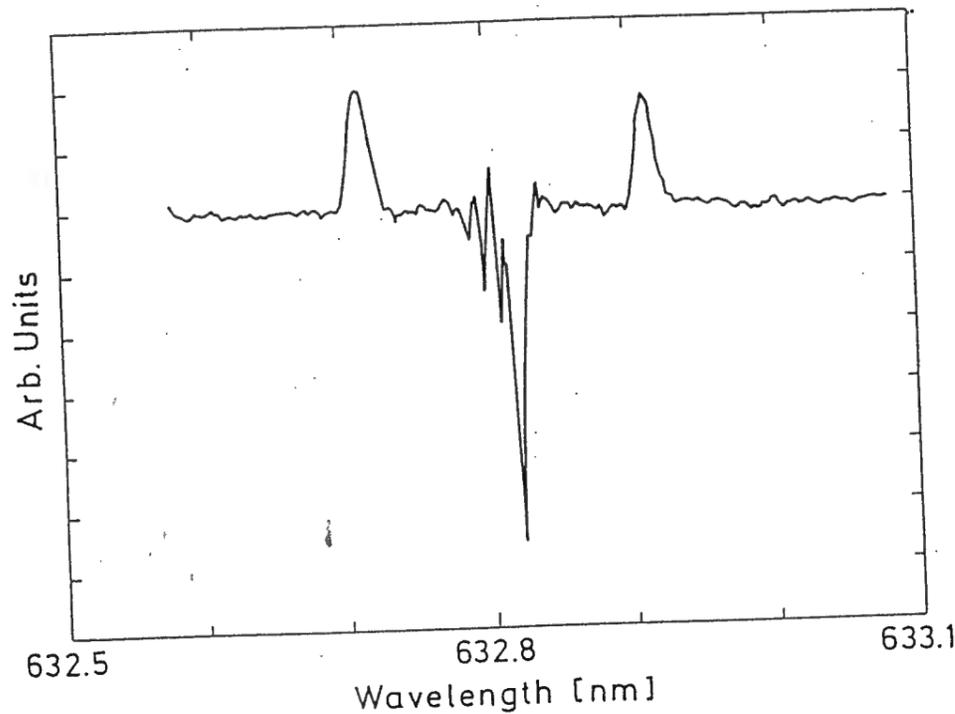


Fig. 5.6: Seitenbänder bei 72 GHz

### 5.2.3 Theorie für den Modulationsindex $\delta$

Für eine theoretische Abschätzung des Modulationsindex<sup>96</sup> können wir einen unendlich langen Kristall annehmen, da die transversale Feldverteilung der Mikrowelle mit elektrischer Feldamplitude  $E_0$  und Strahltaile  $w_0 = 6$  mm,  $E(y) = E_0 \exp[-(y/w_0)^2]/\sqrt{\pi}$ , konzentriert ist in einem Volumen, das klein ist im Vergleich zur Kristallgröße. Die gesamte Phasenmodulation der Wellenfront ist

$$\delta\Phi(t) = \frac{\pi n_{\text{opt}}^3 r_{33} w_0}{\sin\theta \lambda_{\text{opt}}} \frac{1}{\tau_w} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau E_{\text{mm}}(r(\tau), \tau+t) = \delta(\theta) \sin(\Omega t). \quad (5.11)$$

Der Parameter  $t$  gibt die Eintrittszeit der optischen Welle in den Kristall an und  $n_{\text{opt}}$  den optischen Brechungsindex. Die Integration folgt dem optischen Pfad durch ein Gauß'sches Mikrowellenfeld, das in einer Zeit  $\tau_w = w_0 \cot\theta/c'$ ,  $c' = c \cos\theta/n_{\text{opt}}$  passiert wird und hängt von der Durchlaufzeit  $\tau$  ab entsprechend

$$E_{\text{mm}}(r, \tau) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} E_0 \exp\left[-\left(\frac{\tau}{\tau_w}\right)^2\right] \{A[\cos(\Omega(t+\tau) - \kappa_{\text{mm}} x) - \cos(\Omega(t+\tau) + \kappa_{\text{mm}} x)] + B[\sin(\Omega(t+\tau) - \kappa_{\text{mm}} x) + \sin(\Omega(t+\tau) + \kappa_{\text{mm}} x)]\} \quad (5.12)$$

mit  $\kappa_{\text{mm}} = n_{\text{mm}} \Omega/c$ .  $\Omega$  ist die Kreisfrequenz der Mikrowelle und  $r$  der Ortsvektor.  $A = 1$  bedeutet eine Mikrowellenstehwelle mit Knoten auf der Kristalloberfläche bei  $x = 0$  und  $B = 1$  eine Stehwelle mit Bäuchen bei  $x = 0$  für  $A^2 + B^2 = 1$ . Für jede Querung  $j$  über die Kristallbreite  $d = c'\tau_d$  ( $2j\tau_d \leq \tau \leq 2(j+1)d$ ) ist die individuelle Phasenverschiebung  $\delta\Phi_j$  die Summe des "zick"-Beitrages mit  $x = c'\tau - 2(j-1)d$  und des "zack"-Beitrages mit  $x = 2jd - c'\tau$ ,

was die Gesamtphasenverschiebung  $\delta\Phi = \sum_j \delta\Phi_j$  ergibt ( $-\infty \leq j \leq +\infty$ ). Unter Verwendung der Phasen Anpassungsvariablen  $\delta\Omega^\pm = \Omega(1 \pm r)$ ,  $r = n_{\text{mm}} \cos\theta/n_{\text{opt}}$ , ergeben sich die individuellen Beiträge  $\delta\Phi_j = \delta\Phi_j^- + \delta\Phi_j^+$  mit

$$\delta_0 = \frac{\pi n_{\text{opt}}^3 r_{33} w_0 E_0}{2\lambda_{\text{opt}} \sin\theta} \quad (5.13)$$

zu

$$\delta\Phi_j^\pm = \mp \frac{\delta_0}{\tau_w} \left\{ \int_{2(j-1)\tau_d}^{(2j-1)\tau_d} d\tau [A \cos(\Omega t + \delta\Omega^\pm \tau \mp 2(j-1)r\Omega\tau_d) + B \sin(\Omega t + \delta\Omega^\pm \tau \mp 2(j-1)r\Omega\tau_d)] \right. \\ \left. - \int_{(2j-1)\tau_d}^{2j\tau_d} d\tau [A \cos(\Omega t + \delta\Omega^\pm \tau \mp 2jr\Omega\tau_d) - B \sin(\Omega t + \delta\Omega^\pm \tau \mp 2jr\Omega\tau_d)] \right\} \quad (5.14)$$

für eine konstante Mikrowellenamplitude. Auswertung der Integrale ergibt folgendes Resultat:

$$\delta\Phi_j^+ = -A \cdot 2\tau_d \cdot j_0 \left( \frac{\delta\Omega^+ \tau_d}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\delta\Omega^- \tau_d}{2} \right) \sin(\Omega t + \Omega(2j-1) \cdot \tau_d) \\ - B \cdot 2\tau_d \cdot j_0 \left( \frac{\delta\Omega^+ \tau_d}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\delta\Omega^- \tau_d}{2} \right) \sin(\Omega t + \Omega(2j-1) \cdot \tau_d) \quad (5.15)$$

$$\delta\Phi_j^- = +A \cdot 2\tau_d \cdot j_0 \left( \frac{\delta\Omega^- \tau_d}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\delta\Omega^+ \tau_d}{2} \right) \sin(\Omega t + \Omega(2j-1) \cdot \tau_d) \\ + B \cdot 2\tau_d \cdot j_0 \left( \frac{\delta\Omega^- \tau_d}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\delta\Omega^+ \tau_d}{2} \right) \sin(\Omega t + \Omega(2j-1) \cdot \tau_d) \quad (5.16)$$

wobei  $j_0(x) = \sin(x)/x$ . Folgende Fälle werden als Beispiel erläutert:

### 1. Normale Phasen Anpassung

Im einfachsten Fall ist z.B.  $\delta\Omega^- = 0$ ,  $\delta\Omega^+ = 2\Omega$  und die Kristalldicke entsprechend  $\tau_d = 2\pi/\Omega$ , d.h., die Projektion der optischen Phasengeschwindigkeit auf die Resonatorachse entspricht der Mikrowellenphasengeschwindigkeit oder algebraisch ausgedrückt  $n_{opt} = n_{mm} \cos\theta$ . Die Kristalldicke entspricht einer Mikrowellenlänge im nichtlinearen Kristall,  $d = n_{mm} \lambda_{mm}$ .

Nun gibt es zwei Grenzfälle:

a)  $A = 1$ ,  $B = 0$ , d.h., Knoten auf der Kristalloberfläche.

Einsetzen ergibt  $\delta\Phi_j = 0$ .

b)  $A = 0$ ,  $B = 1$ , d.h., Bäuche auf der Kristalloberfläche.

Einsetzen ergibt  $\delta\Phi_j = 2 \cdot \sin(\Omega t)$ . In der Summe über alle  $j$  wird die Gauß'sche Mikrowellenfeldverteilung dargestellt durch einen Faktor  $\exp[-(2j\tau_d/\tau_w)^2]/\sqrt{\pi}$ . Das Ergebnis lautet  $\delta\Phi(t) = \delta_0 \sin(\Omega t)$ .

$\delta_0$  enthält bereits den Faktor  $1/2$ , der von der Tatsache rührt, daß immer nur eine Richtung der beiden laufenden Mikrowellen ausgenutzt wird.

### 2. Unkonventionelle Phasen Anpassung

Hier ist  $\delta\Omega^- = -\Omega$ ,  $\delta\Omega^+ = 3\Omega$  und die Kristalldicke ebenfalls  $d = n_{mm} \lambda_{mm}$ . Das bedeutet, die Projektion der Phasengeschwindigkeit der optischen Welle auf die Resonatorachse ist doppelt so groß wie die Mikrowellenphasengeschwindigkeit,  $2n_{opt} = n_{mm} \cos\theta$ . Das bedeutet auch, daß sich die Transitzeit der optischen Welle über die Kristalldicke halbiert,  $\tau_d = \pi/\Omega$ . Auch hier gibt es zwei Grenzfälle:

a)  $A = 1$ ,  $B = 0$ , d.h., Knoten auf der Kristalloberfläche.

Einsetzen ergibt  $\delta\Phi_j = 8\sin(\Omega t)/3\pi$  und die Summe über alle  $j$  ergibt  $\delta\Phi(t) = 8\delta_0 \sin(\Omega t)/6\pi$ . Hierbei ist zu beachten, daß es sich hier gemäß dem unterschiedlichen Phasen Anpassungswinkel um ein anderes  $\delta_0$  handelt als bei Punkt 1. In  $\text{LiNbO}_3$  ist  $\theta_2 = 38^\circ$  für unkonventionelle Phasen Anpassung. Die normale Phasen Anpassung erfolgt bei  $\theta_1 = 65^\circ$ . Bei der unkonventionellen Version verringert sich also der Modulationsindex um einen Faktor  $8\sin\theta_1/6\pi\sin\theta_2 = 0.9$  gegenüber dem Normalfall. Der Phasen Anpassungswinkel von  $38^\circ$  ist immer noch erheblich größer als der kritische Winkel für interne Totalreflexion, der bei  $633 \text{ nm}$   $27^\circ$  beträgt.

b)  $A = 0$ ,  $B = 1$ , d.h., Bäuche auf der Kristalloberfläche. Einsetzen ergibt  $\delta\Phi_j = 0$ .

Dies alles gilt nur für ideale Kristalldicke und perfekte Phasen Anpassung. Der Einfluß von entsprechenden Abweichungen wird im folgenden abgeschätzt.

Eine kleine relative Abweichung des Kristalls von der Resonanzbedingung wird durch  $\eta = \Delta d/d$  und eine kleine Abweichung vom idealen Phasenanpassungswinkel durch  $\Delta\theta = \theta - \theta_2$  beschrieben. Bei kleinen Fehlern  $\eta$  und  $\Delta\theta$  spielen im wesentlichen die Sinus- und Kosinusterme eine Rolle, die im Argument den Term mit dem Faktor  $2j-1$  enthalten. Exemplarisch wird der Fehler anhand eines solchen Sinusters abgeschätzt für unkonventionelle Phasenanpassung  $\delta\Omega^- = -\Omega$ . Es gilt

$$\Delta[(\delta\Omega^- + r\Omega)(2j-1)\tau_d] = \Delta r\Omega(2j-1)\tau_d + \Delta\tau_d(\delta\Omega^- + r\Omega)(2j-1) =: \Delta p(2j-1), \text{ wobei } \Delta r = r \tan\theta \Delta\theta. \text{ Nun hat man folgende Summe auszuführen:}$$

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(2j\tau_d/\tau_w)^2] \sin(\Omega t + \Delta p(2j-1)) =$$

$$= \text{Const} \exp[-(\Delta p \tau_w / 2\tau_d)^2] = \text{Const} \exp[-(N\pi(2 \tan\theta \Delta\theta + \eta))^2]. \quad (5.17)$$

$N$  ist die Zahl der "Zick-Zack"-Durchläufe,  $N = \tau_w / 2\tau_d$ . Eine Abweichung von  $\Delta\theta = 1^\circ$  oder von  $\eta = 3\%$  reduziert den Modulationsindex auf die Hälfte. Technische Imperfektionen wirken sich also nicht allzu kritisch auf die Modulationseffizienz aus.

### 6. Beobachtung der 1S-2S-Zweiphotonenresonanz

Die Anregung der Zweiphotonenresonanz des 1S-2S-Übergangs am Wasserstoffatomstrahl gelang mit der ursprünglichen Konzeption (Fig. 6.1) mit externer Frequenzverdoppelung in einem passiven Resonator unter Verwendung nur eines Lasersystems (Fig. 3.1).

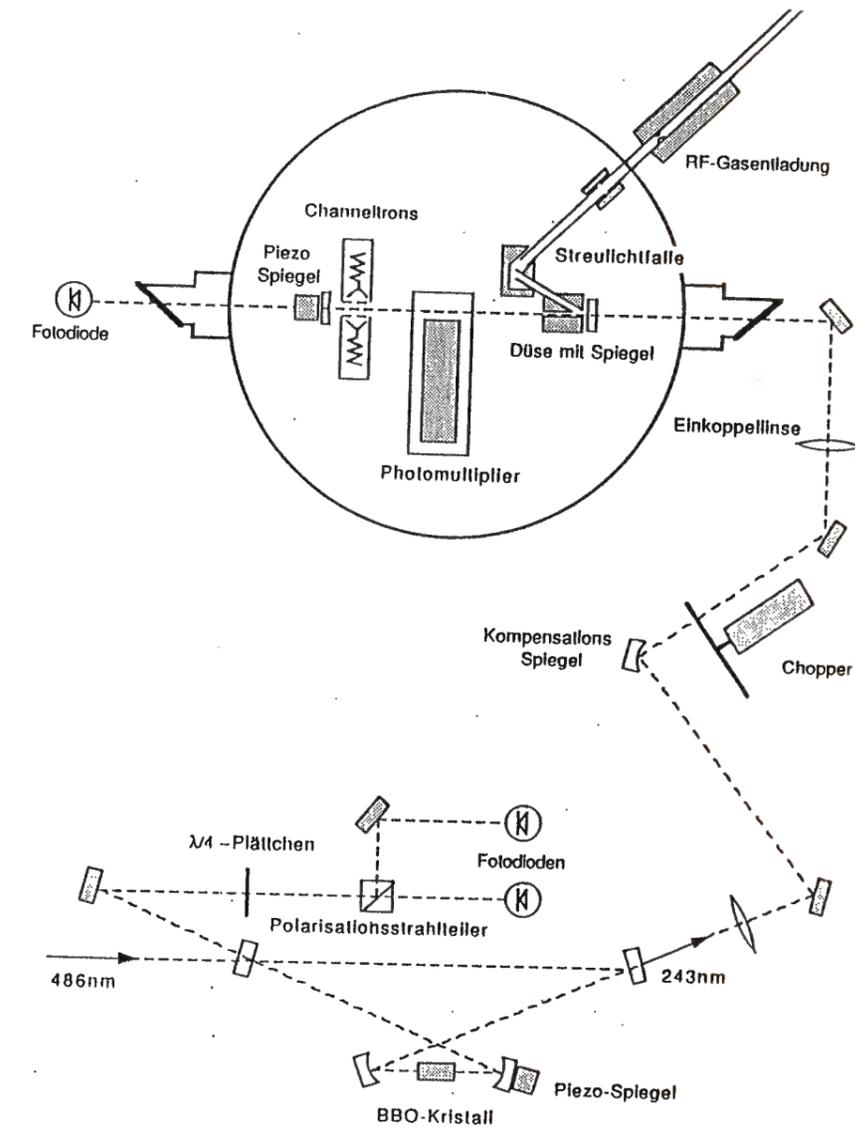


Fig. 6.1: UV-Optik und Atomstrahlapparatur für Messungen bei Raumtemperatur oder bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs

Die minimal 200 mW Fundamentalleistung bei 486 nm wurden im passiven Resonator auf etwa 3 W resonant überhöht. Rund 2 mW UV-Leistung konnten mit dem antireflexbeschichteten BBO-Kristall stabil erzeugt werden. Der Astigmatismus des UV-Strahls wurde mittels eines Spiegels mit einem Oberflächenradius von 100 mm kompensiert<sup>6</sup>. An die Apparatur gelangte durch die Verluste aller optischen Elemente nur noch 1 mW. Durch einen Resonator in der Vakuumapparatur konnte diese Leistung auf 6 mW überhöht werden. An Luft war die Reflektivität der Spiegel bedeutend besser. Bei Abpumpen und kontinuierlicher UV-Bestrahlung sank sie unabhängig von der Einkoppleistung so weit, daß eben nur 6 mW zirkulierten. Bei Belüften der Apparatur regenerierten sich die Spiegel.

Als Detektor wurde ein Photomultiplier EMR 541J verwendet. Sehr nahe bei der Kathode, wo UV- und Atomstrahl passieren, befanden sich Elektroden für das Quenchfeld<sup>6</sup>. Eine Elektrode war geerdet und die andere wurde rechnergesteuert im 10 Hz-Takt abwechselnd auf +30V und 0V gelegt. So konnte ein digitales Lock-in-Verfahren angewendet werden. Mit Diskriminatoren eines NIM-Einschubsystems wurden die von den Photonen rührenden Strompulse digitalisiert und über einen CAMAC-Rechnerbus eingelesen.

Mit einem von Prof. Hänsch aus einem Spielzeugmotor eigens konstruierten Lichtchopper wurde die UV-Leistung mit 7 kHz moduliert. Eine Photodiode detektierte einen kleinen Teil des modulierten Lichts und triggerte das Tor des Zählers. In der Hellphase sollten die Atome auf der Strecke vom UV-Spiegel an der Düse zum Photomultiplier (Fig. 6.1) angeregt werden. Während dieser Zeit erzeugte das 243 nm-Streulicht eine sehr hohe Pulsrate. So wurde nur in der Dunkelphase der Zähler geöffnet, um die angeregten Atome nachzuweisen, die im Quenchfeld vor dem Photomultiplier angelangt waren und ein Lyman- $\alpha$ -Photon emittierten.

Im ersten Durchlauf wurde der Einfachheit halber der Farbstofflaser nur auf den Burleigh-Resonator CF-500 stabilisiert (siehe Kapitel 3) und daher die Frequenz lediglich mit einem Piezospiegel verstimmt. Tellursättigungsspektrum und Wasserstoffspektrum wurden simultan aufgenommen. Die Durchstimmgeschwindigkeit und die Schrittweite konnten während des Meßvorgangs variiert werden.

So ergab sich am 23. 1. 1990 das in Fig. 6.2 gezeigte "Urspektrum". Die

Linienbreite von 500 kHz rührt vom elektronischen Rauschen der Piezokeramik des Burleigh-Resonators. Bei der Channeltronanordnung sollte mit einer Flugstrecke von 100 mm und bei Verwendung des hochstabilen Resonators eine Linienbreite von weniger als 100 kHz beobachtbar sein.

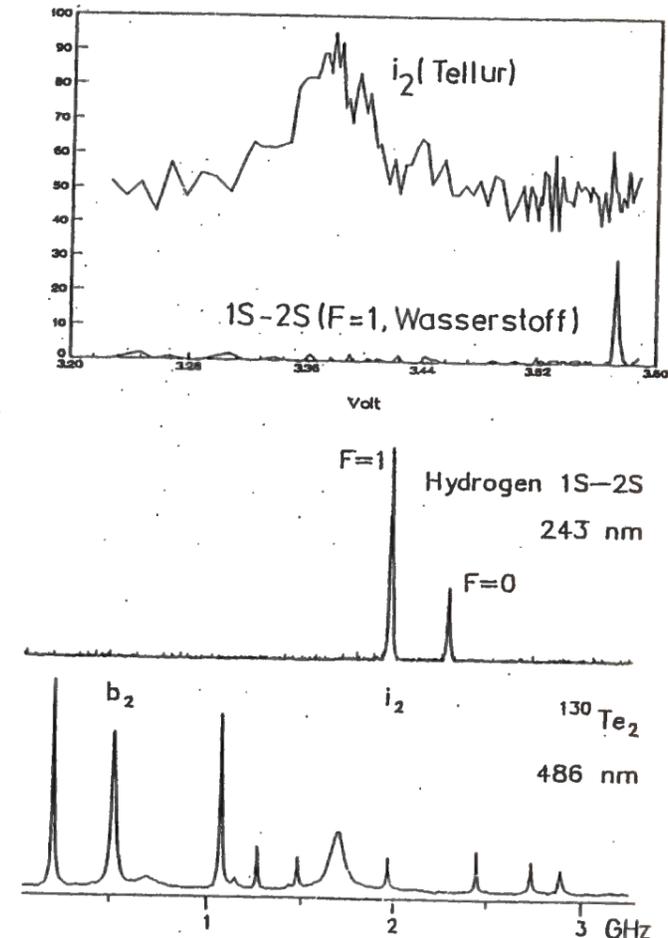


Fig. 6.2: Tellursättigungsspektrum und Zweiphotonenresonanz des 1S-2S-Überganges ( $F = 1$ ) am Wasserstoffatom. Die Breite der Tellurlinie  $i_2$  beträgt 10 MHz, die der Zweiphotonenresonanz 500 kHz. Zum Vergleich sind die Stanford-Spektren (in englischer Sprache beschriftet) mit Wasserstofflinienbreiten von 10 MHz gezeigt.

## 7. Zusammenfassung

Zum ersten Mal wurde an einem Wasserstoffatomstrahl Zweiphotonenspektroskopie am 1S-2S-Übergang durchgeführt. Die aufgelöste Linienbreite betrug 500 kHz. Dies entspricht einer relativen Linienbreite von  $8 \cdot 10^{-10}$ . Dies ist die bisher höchste Auflösung des 1S-2S-Übergangs des Wasserstoffatoms. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist zureichend, um die Linienmitte mindestens um eine Größenordnung genauer zu bestimmen.

Das durchgeführte Experiment bildet die Basis für eine Vielzahl von Messungen, die die Grundlagen der Physik zu prüfen vermögen. Insbesondere die Lambverschiebung des 1S-Grundzustandes kann nun voraussichtlich mit mindestens der gleichen Genauigkeit gemessen werden, wie sie theoretisch berechnet ist. So können die Grenzen der Quantenelektrodynamik ausgelotet werden. Genauere Werte für die Elektronenmasse und den rms-Ladungsradius des Protons stehen in Aussicht.

Zur Durchführung des Experiments waren vor allem technische Entwicklungen notwendig, die zum einen Perfektion und zum anderen neue Ideen erforderten. So konnte im blauen Spektralbereich ein Rekordwert der Laserstabilität erreicht werden. Ein 486 nm-Farbstofflaser folgt einem hochstabilen Referenzresonator mit 1 Hz Linienbreite. Die Absolutstabilität des Lasers, die jetzt noch durch den Referenzresonator auf etwa 1 kHz begrenzt ist, könnte ebenfalls auf 1 Hz oder besser gesteigert werden, wenn eine Regelung auf die Wasserstoffresonanz erfolgt. Dies soll im Zuge eines (1S-2S)-(2S-4S)-Vergleichsexperiments geschehen. Damit wäre ein Frequenzstandard möglich, der alle bisherigen Standards, insbesondere die im Mikrowellenbereich, weit an Präzision übertrifft.

Die hohe Frequenzstabilität des Lasers bei 486 nm konnte durch interne Frequenzverdoppelung in einem zweiten injektionsstabilisierten Farbstofflaser auf die Strahlung bei 243 nm übertragen werden. Dabei wurde ein Rekordwert von 30 mW für durchstimmbare und extrem frequenzstabile UV-Strahlung erzielt.

Für die Bestimmung der Isotopenverschiebungen wurde ein elektrooptischer Modulator im Mikrowellenfrequenzbereich bei 100 GHz entwickelt. Im Prinzip kann er sogar bei 1 THz arbeiten. Zur Zeit des ersten erfolgreichen Tests bei 72 GHz handelte es sich hier um die höchste elektrooptische

Modulationsfrequenz. Der Modulator wurde in der Bundesrepublik Deutschland und in den USA als Patent angemeldet. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Startbedingungen geschaffen wurden, um aus dem Wasserstoffatom experimentell hochpräzise Informationen über die Grundlagen der Physik zu gewinnen.

### Anhang A: Anregungsrate und Linienform des 1S-2S-Zweiphotonen-Überganges im Wasserstoffatomstrahl

Wie in Kapitel 2.2 schon erwähnt, betrachten wir die Wechselwirkung einer optischen Gaußmode kohärenter Strahlung bei 243 nm mit einem Wasserstoffatomstrahl. Zum besseren Verständnis sollten nochmals die Plausibilitätserklärungen von Kapitel 2.2 gelesen werden. Ansonsten wird hier gleich mit der Mathematik begonnen.

Die Geometrie eines vereinfachten Modells der experimentellen Anordnung ist schon in Kapitel 2.2 (Fig. 2.3) gezeigt.

Die Wasserstoffatomquelle wird näherungsweise durch eine gaußverteilte Quelldichte mit Breite  $d$  beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein einzelnes Atom im Abstand  $\rho$  bis  $\rho+d\rho$  von der Strahlachse unter einem Winkel  $\theta$  bis  $\theta+d\theta$  emittiert wird, ist gegeben durch

$$q(\theta, \rho) = \rho \, d\rho \, \sin\theta \, d\theta \, \frac{1}{d^2} \exp\left[-\frac{\rho^2}{d^2}\right] \cos\theta. \quad (2.4)$$

Diese Wahrscheinlichkeit erklärt sich so:  $2\pi\rho d\rho$  ist die Fläche des Kreissegmentes bei  $\rho$ .  $2\pi\sin\theta d\theta$  ist das Raumwinkelsegment bei  $\theta$ . Da die Quelldichte in einer Ebene liegt, ist die Emissionswahrscheinlichkeit proportional zu  $\cos\theta$ , dem "Betrachtungswinkel". Ferner muß

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} d\theta \, d\rho \, q(\theta, \rho) = 1 \text{ gelten.}$$

Die Anregungswahrscheinlichkeit des einzelnen Atoms ist nicht nur durch den Winkel  $\theta$  bestimmt, sondern auch durch seine Geschwindigkeit  $v$ . Die optische Mode zwischen Quelle und Detektor müsste eigentlich durch eine Stufenfunktion beschrieben werden. Um das Problem analytisch berechnen zu können, setzen wir eine Gaußfunktion  $\exp(-z^2/\ell^2)$  an. Bei Emission unter einem Winkel  $\theta$  ist nun die Wahrscheinlichkeit für ein Atom, die optische Mode zu "erwischen", proportional zu  $\pi w_0^2/2\pi\rho w_0 = w_0/2\rho$  und zu  $\exp(-z^2/\ell^2)$  mit  $z = \rho/\tan\theta$ . Daher gilt für die Treffwahrscheinlichkeit  $p(\theta)$ :

$$p(\theta) \, d\theta = \frac{w_0}{2d^2} \int_0^{\infty} d\rho \exp\left[-\rho^2 \left[\frac{1}{d^2} + \frac{1}{\ell^2 \tan^2\theta}\right]\right] \cos\theta \, \sin\theta \, d\theta$$

$$= \frac{w_0}{d} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d^2 \cos^2\theta}{\ell^2 \sin^2\theta}}} \sin\theta \, \cos\theta \, d\theta. \quad (2.5)$$

Wir definieren  $\psi = \sin\theta_{\max}/\cos\theta_{\max}$  als Öffnungsparameter für den Detektor. Atome, die unter Winkeln  $\theta$  zwischen 0 und  $\theta_{\max}$  emittiert werden, können die Detektoröffnung passieren. Da das Ziel unseres Experiments darin liegt, hohe Auflösung zu erreichen, betrachten wir kleine  $\psi$ , d.h., die Atome schneiden den Strahl vorwiegend unter kleinen Winkeln und erreichen somit eine hohe Wechselwirkungsdauer. Bei der Channeltronanordnung gilt z.B.  $\psi = 0.005$ . Die Quelle kann durch  $d = 1.5$  mm beschrieben werden und  $\ell$  beträgt etwa 100 mm. Wir können daher nähern:  $d^2 \cos^2\theta / \ell^2 \sin^2\theta \gg 10$  und deshalb

$$p(\theta) = \frac{w_0 \ell}{d^2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sin^2\theta. \quad (2.6)$$

Nun wenden wir uns der Wechselwirkung des Atoms mit der optischen Mode zu. Nach Beausoleil<sup>64</sup> gilt für die Anregungsrate  $R_a(r, t, v)$  eines Atoms am Ort  $r$  mit Geschwindigkeit  $v$  zur Zeit  $t$  pro Sekunde:

$$R_a(r, t, v) = 2\text{Re} \int_0^{\infty} d\tau \frac{V_{ab}(r, t)}{\hbar} \frac{V_{ba}(r-v\tau, t-\tau)}{\hbar} \quad (2.7)$$

$$\text{mit } \frac{V_{ab}}{\hbar} = D_{ab} \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 U_1(r) U_2(r) \exp[i(\omega t - kz)],$$

$U_1(r) = U_2(r) = \exp(-r^2/w^2)$ , wobei der Strahldurchmesser  $w$  als konstant genähert wird,  $r^2 = x^2 + y^2$ , und  $E_0$  ist die elektrische Feldamplitude.

$D_{ab}$  beträgt  $4.63 \text{ cm}^2/\text{J}$ . Die zur Gauß'schen Strahlentheorie gehörenden Phasenkrümmungsterme werden hier vernachlässigt. Eingesetzt ergibt das

$$R_a(r, t, v) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^\infty dr \exp\left[-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2}\right] \exp\left[-\frac{2[(x-v_x \tau)^2+(y-v_y \tau)^2]}{w^2}\right] \times \\ \times \exp\left[-\frac{2z^2}{\ell^2}\right] \exp\left[-\frac{2(z-v_z \tau)^2}{\ell^2}\right] \exp(i\alpha\tau) |D_{ab}I|^2 \quad (2.8)$$

mit  $\alpha := i\Omega - \gamma/2$ ,  $I$ , der UV-Intensität, und  $\Omega = 2\omega - \omega_{ab}$ .

Diese Anregungsrate ergibt sich aus der Galileitransformation aus dem Ruhesystem des Atoms in das Laborsystem. Im Ruhesystem des Atoms erscheint uns im Falle kleiner Rabi-Frequenz plausibel, daß man nach einer Zeit  $t$  die Wahrscheinlichkeit, das Atom im angeregten Zustand zu finden, aus dem Zeitintegral erhält über die Rate  $R_a(r, t, v)$ . Im Laborsystem unseres Atomstrahls integrieren wir über die Trajektorie  $r(t)$  mit dem Zeitparameter  $-\infty < t < +\infty$  und setzen dabei  $x = v_x t$ ,  $y = v_y t$  und  $z = v_z t$ . Die  $\tau$ -Integration erweitern wir bis  $-\infty$  und versehen sie dafür mit einem Faktor  $1/2$ . So kann man  $r' = 2t - \tau$  substituieren und erhält für die nur noch von dem Geschwindigkeitsbetrag  $v$  und dem Winkel  $\theta$  abhängige Anregungsrate

$$R_a(v, \theta) = \frac{|D_{ab}I|^2}{8} \int_{-\infty}^\infty dr' \int_{-\infty}^\infty dr \exp(i\alpha\tau) \exp(-\beta^2 v^2 (\tau^2 + r'^2)) \quad (2.9)$$

mit  $\beta^2 = \cos^2\theta/\ell^2 + \sin^2\theta/w^2$ ,  $\cos\theta = v_z/v$  und  $\sin\theta = \sqrt{v_x^2+v_y^2}/v$ .

Diesen Term mitteln wir zunächst über die Geschwindigkeitsverteilung:

$$R_a(\theta) = \frac{4}{v_0^4} \int_0^\infty dv v^3 \cos\theta \exp\left[-\frac{v^2}{v_0^2}\right] R_a(v, \theta) \quad (2.10)$$

Das zu einem Maxwell-Ansatz zusätzliche  $v \cos\theta$  in der Geschwindigkeitsverteilung rührt daher, daß der Atomstrahl von der Quellebene aus entlang der z-Achse gerichtet ist. Wir erhalten

$$R_a(\theta) = \frac{|D_{ab}I|^2}{4} \int_{-\infty}^\infty dr' \int_{-\infty}^\infty dr \exp(i\alpha\tau) \frac{\cos\theta}{[1+v_0^2\beta^2(\tau^2+r'^2)]^2} \quad (2.11)$$

Dies wiederum mitteln wir über  $p(\theta)$ :

$$R_a = \frac{\sqrt{\pi}}{16} \frac{w\ell}{d^2} |D_{ab}I|^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dr' \int_{-\infty}^\infty dr \exp(i\alpha\tau) \int_0^\psi \frac{\cos\theta \sin\theta d\theta}{\left[1+v_0^2(\tau^2+r'^2) \left(\frac{\cos^2\theta}{\ell^2} + \frac{\sin^2\theta}{w^2}\right)\right]^2} \quad (2.12)$$

Mit der Substitution  $x = \sin\theta$  und mit  $\delta^2 := 1 + v_0^2/\ell^2(\tau^2+r'^2)$ ,  $\gamma^2 := 1/w^2 - 1/\ell^2$  und  $\epsilon^2 := \delta^2/\gamma^2$  erhalten wir als Ergebnis für den Term hinter dem  $\theta$ -Integralzeichen den Ausdruck

$$\frac{1}{2\gamma^2\epsilon} \arctan\left[\frac{\psi}{\epsilon}\right] - \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\psi}{\epsilon^2+\psi^2} \quad (2.13)$$

Unter Berücksichtigung von  $\psi = 0.005$  und  $\epsilon > 1$  für  $t > 10^{-7}$  s erhalten wir daraus

$$\frac{\psi}{2 \left[1 + \frac{v_0^2}{\ell^2}(\tau^2+r'^2)\right]} - \frac{\psi}{2 \left[1 + \frac{v_0^2}{\mu^2}(\tau^2+r'^2)\right]} \quad (2.14)$$

mit  $1/\mu^2 = \psi^2/w^2 + (1-\psi^2)/\ell^2$ .

Das Integral über  $r'$  führt zu

$$\frac{\psi\ell}{2v_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2\tau^2}{\ell^2}}} - \frac{\psi\mu}{2v_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2\tau^2}{\mu^2}}} \quad (2.12)$$

und nach Ausführen der  $\tau$ -Integration erhalten wir schlußendlich für die Anregungswahrscheinlichkeit eines Atoms nach Passieren der Anordnung

$$R_a(\Omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{8} \frac{w\ell\psi}{d^2v_0^2} |D_{ab}I|^2 \left[ \operatorname{Re} \left\{ \ell^2 K_0 \left( \frac{\ell\alpha}{v_0} \right) \right\} - \operatorname{Re} \left\{ \mu^2 K_0 \left( \frac{\mu\alpha}{v_0} \right) \right\} \right] \quad (2.13)$$

$K_0$  ist die McDonald'sche Funktion 0-ter Ordnung.  $K_0(x)$  verhält sich um  $x = 0$  wie  $-\ln(x/2)$ . Das Argument  $\ell(\Omega+i\gamma/2)/v_0$  ist komplex. Der komplexe Logarithmus lautet  $\ln(z) = \ln(|z|) + i\arg(z)$ . So ist  $\operatorname{Re}\{K_0\}$  bei  $\Omega = 0$  im Zaume gehalten auf  $-\ln(\ell\gamma/4v_0) = 10$  für die natürliche Dämpfungskonstante  $\gamma = 1$  Hz. Für  $\psi = 0$ , d.h. für eine geschlossene Apertur, verschwindet die Anregungsrate  $R_a$ . Für  $\psi \gg w/\ell = 10^{-3}$  und gleichzeitig  $\psi^2 \ll d^2/\ell^2 = 3 \cdot 10^{-4}$  ist der zweite Term in Gleichung 2.13 vernachlässigbar. Die Auflösung des Experiments wird dann durch den Parameter  $v_0/\ell$  dominiert. Bei großer Apertur überwiegt also unverändert die longitudinale Transitzeitverbreiterung. Das liegt daran, daß die Atome, die in der UV-Mode fliegen, erheblich höhere Anregungswahrscheinlichkeit haben und in jedem Fall im Signal überwiegen. Eine vorsichtige Abschätzung der Atome, die im UV-Strahl fliegen, ist gegeben durch  $dN(\text{Quelle})/dt w^2/\ell^2$ . Mit  $5 \cdot 10^{17}$  Atomen pro Sekunde von der Quelle erhält man eine Ereignisrate von  $5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$  für 10 mW zirkulierender UV-Leistung und einem Strahldurchmesser  $w$  von  $100 \mu\text{m}$ .

## Anhang B: Charakterisierung von Frequenzstabilität

In der vorliegenden Arbeit wird ein frequenzstabiler Farbstofflaser beschrieben. Um seine Stabilität zu charakterisieren, werden statistische Begriffe und Größen verwendet, die einiger Erläuterung bedürfen.

Der Laser verhält sich wie ein Oszillator der mittleren Frequenz  $\nu_0$ , der durch diverse deterministische oder rein zufällige Rauschquellen phasen- und amplitudenmoduliert wird. Heuristisch betrachtet wäre ohne diese Rauschquellen die Oszillatorleistung gemäß einer  $\delta$ -Verteilungsfunktion auf die Frequenz  $\nu_0$  konzentriert. Wir können die Laseramplitude also schreiben als:

$$E(t) = (E_0 + \epsilon(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t)). \quad (\text{B.1})$$

Man kann sich nun um zweierlei Größen kümmern. Zum einen um die zeitliche Entwicklung der Frequenz, die man in einem Gedankenexperiment durch den Phasenvergleich mit einem Idealszillator der Frequenz  $\nu_0$  beobachten würde, und zum anderen um die Intensitätsverteilung auf der Frequenzskala.

Ersteres behandelt vor allem die Amplitude und die Phase des Oszillators und führt zum Begriff der Allan-Varianz, welche den Erwartungswert der Frequenzabweichung von einem fiktiven Idealszillator in Abhängigkeit von der Frequenzmeßzeit  $\tau$  angibt.

Zweiteres betrifft die Leistung des Oszillators, also das Quadrat der Amplitude, und führt zum Begriff der Linienbreite, welche angibt, innerhalb welcher Frequenzbandbreite die Hälfte der Oszillatorausgangsleistung konzentriert ist. Natürlich hängt auch die Linienbreite von der Meßzeit  $\tau$  ab. Die Abhängigkeit der beiden genannten statistischen Größen von der Meßzeit  $\tau$  rührt daher, daß sich innerhalb der Zeit  $\tau$  Störungen von Rauschquellen ausmitteln, die erheblich größere Frequenz als  $1/\tau$  haben, wohingegen Rauschquellen mit erheblich kleinerer Frequenz als  $1/\tau$  innerhalb der Zeit  $\tau$  noch nicht zum Zuge kommen.

In der Praxis können wir selbstverständlich nur einen realen Oszillator mit einem anderen realen vergleichen. Für viele Anwendungen sind atomare Resonanzen nahezu ideal, d.h., ihre Frequenzstabilität ist einfach um Größenordnungen der eines Lasers überlegen.

Wir müssen uns hier im wesentlichen nur mit der Phasenstabilität des Lasers

befassen, da für unsere spektroskopische Anwendung das Amplitudenrauschen nicht die Auflösung des Experiments begrenzt.

**Allan-Varianz<sup>77,80</sup>**

Wir beginnen mit dem Begriff des Frequenzfehlers und definieren

$$y(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (B.2)$$

als relativen Frequenzfehler im Limes kleiner Zeiten. In der Realität kann man den Frequenzfehler nur über eine endliche Zeit  $t_k$  bis  $t_k + \tau$  messen und erhält:

$$y_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt = \frac{\phi(t_k+\tau) - \phi(t_k)}{2\pi\nu_0\tau} \quad (B.3)$$

Wir definieren für N Messungen in Zeitabständen T und der Zeitdauer  $\tau$  den Erwartungswert der Varianz des Frequenzfehlers

$$\langle \sigma_y^2(N, T, \tau) \rangle = \left\langle \frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ y_n - \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_k \right]^2 \right\rangle \quad t_{k+1} = t_k + T, \quad (B.4)$$

wobei  $\langle .. \rangle = \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-\frac{Z}{2}}^{+\frac{Z}{2}} dt$ . Wir haben hier gleich den Erwartungswert der

Varianz über unendliche Meßzeit Z eingeführt. Die definierte Varianz hat natürlich eine statistische Fluktuation, da sie nur auf begrenzten Stichproben beruht. Der Mittelwert über  $Z = \infty$  erlaubt uns aber, diese Varianz mit anderen "abstrakten" Größen in Verbindung zu bringen, die sich auch aus einem unendlichen Zeitmittel ergeben.

Eine solche ist z.B. die Autokorrelationsfunktion für die Phase  $\phi$  als statistische Variable:

$$R_\phi(\tau) = \langle \phi(t+\tau)\phi(t) \rangle. \quad (B.5)$$

Für sie gelten folgende Eigenschaften:

$$1. \langle \phi^2(t_1) \rangle = \langle \phi^2(t_2) \rangle = R_\phi(0) \quad (B.6)$$

$$2. R_\phi(\tau) = R_\phi(-\tau) \quad (\text{substituiere im Integral } t' = t + \tau) \quad (B.7)$$

$$3. R_\phi(\tau) = F^{-1}\{S_\phi(\omega)\} \quad (B.8)$$

Letzteres ist das Wiener-Khinchin-Theorem<sup>80</sup> und besagt, daß die Autokorrelationsfunktion die Fouriertransformierte der spektralen Rauschleistungsdichte der Phase  $S_\phi(\omega)$  ist. Die Variable  $\omega$  steht für die Kreisfrequenz einer Rauschquelle.  $S_\phi(\omega)$  beschreibt die kontinuierliche Leistungsverteilung sämtlicher Rauschquellen, die die Frequenz  $\nu_0$  modulieren.  $S_\phi(\omega)$  erhält man aus dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten  $s_\phi(\omega)$  der "Störphase" bzw. Rauschphase  $\phi$ :

$$s_\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \phi(t) \exp(i\omega t), \quad S_\phi(\omega) = |s_\phi(\omega)|^2, \quad s_\phi(\omega) = s_\phi^*(-\omega) \quad (B.9)$$

Hier der Beweis von Aussage 3.:

$$\begin{aligned} R_\phi(\tau) &= \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-\frac{Z}{2}}^{+\frac{Z}{2}} dt \phi(t)\phi(t+\tau) = \\ &= \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-\frac{Z}{2}}^{+\frac{Z}{2}} dt \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' s_\phi(\omega) \exp(-i\omega t) s_\phi(\omega') \exp(-i\omega'(t+\tau)) = \\ &= \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \left[ \frac{\exp(-i(\omega+\omega')t)}{-i(\omega+\omega')t} \right]_{-\frac{Z}{2}}^{+\frac{Z}{2}} \exp(-i\omega'\tau) s_\phi(\omega) s_\phi(\omega') = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \frac{\sin\left(\frac{(\omega+\omega')Z}{2}\right)}{\frac{(\omega+\omega')Z}{2}} \exp(-i\omega'\tau) s_\phi(\omega) s_\phi(\omega') = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \delta(\omega+\omega') s_\phi(\omega) s_\phi(\omega') \exp(-i\omega'\tau) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp(-i\omega\tau) S_\phi(\omega)
 \end{aligned}$$

Nun berechnen wir den Zusammenhang zwischen der Autokorrelationsfunktion  $R_\phi(\tau)$ , der spektralen Rauschleistungsdichte  $S_\phi(\omega)$  und der Varianz  $\sigma_y^2(N, T, \tau)$  für  $N = 2$  und  $T = \tau$ , der sogenannten Allan-Varianz<sup>80</sup>.

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma_y^2(2, \tau, \tau) \rangle &= \frac{1}{2} \langle (y_1 - y_0)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle y_1^2 - 2y_1 y_0 + y_0^2 \rangle = \\
 &= \frac{1}{2} \left\langle \frac{(\phi(2\tau) - \phi(\tau))^2}{\tau^2} - 2 \frac{(\phi(2\tau) - \phi(\tau))(\phi(\tau) - \phi(0))}{\tau^2} + \frac{(\phi(\tau) - \phi(0))^2}{\tau^2} \right\rangle \\
 &= \frac{1}{\tau^2} (R_\phi(2\tau) - 4R_\phi(\tau) + 3R_\phi(0)) =: \langle \sigma_y^2(\tau) \rangle. \tag{B.10}
 \end{aligned}$$

Hier verwenden wir  $R_\phi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp(-i\omega\tau) S_\phi(\omega)$  und die Eigenschaften

$S_\phi(\omega) = S_\phi(-\omega)$  und  $R_\phi(\tau) = R_\phi(-\tau)$ . Da die Fouriertransformierte einer symmetrischen Funktion reell ist, können wir schreiben

$$R_\phi(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\omega \cos(\omega\tau) S_\phi(\omega) \tag{B.12}$$

und erhalten damit

$$\langle \sigma_y^2(\tau) \rangle = \frac{4}{\pi\tau^2} \int_0^\infty d\omega S_\phi(\omega) \left[ \frac{3}{4} - \cos(\omega\tau) + \frac{1}{4} \cos(2\omega\tau) \right] =$$

$$= 2 \int_0^\infty df S_f(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} =: \sigma^2(\tau) \tag{B.13}$$

wobei hier  $\omega = 2\pi f$  und  $S_f(f) = \omega^2 S_\phi(\omega)$  verwendet wurde. Diese sogenannte Allan-Varianz in (B.13) ist die am häufigsten verwendete Größe, um das Verhalten des Frequenzfehlers in Abhängigkeit von der Meßzeit  $\tau$  zu charakterisieren.

Nun möchten wir wissen, welcherlei Rauschen uns im Labor begegnen kann. In der Regel dominiert eine Potenz der Funktion  $S_\phi(\omega)$  über einen weiten Frequenzbereich, d.h.  $S_\phi(\omega) = h |\omega|^\alpha$ . Im folgenden sind für verschiedene Potenzen die dazugehörigen Fouriertransformierten aufgelistet.

$$F |\omega|^\alpha = a'(\alpha) |\tau|^{-\alpha-1} \quad a'(\alpha) = 2 \left[ \cos\left(\frac{\pi(\alpha+1)}{2}\right) \right] \Gamma(\alpha+1)$$

$$F |\omega|^{-0} = \delta(\tau)$$

$$F |\omega|^{-2} = a'(-2) |\tau|$$

Die Funktionen  $U(\tau) = 2[R_\phi(0) - R_\phi(\tau)]$  und  $\sigma^2(\tau)$  dazu lauten:

$$U(\tau) = |a(\alpha)| |\tau|^{-\alpha-1}; \quad -3 < \alpha < -1$$

$$U(\tau) = a(\alpha) |\omega_B| |\tau|^{\alpha+1}; \quad -1 < \alpha \leq 0$$

$$\sigma^2(\tau) = a(\mu) |\tau|^\mu; \quad -3 < \alpha < -1; \quad \mu = -\alpha-3$$

$$\sigma^2(\tau) = a(\alpha) |\omega_B| |\tau|^{\alpha+1} |\tau|^{-2}; \quad -1 < \alpha \leq 0$$

### Linienbreite<sup>79</sup>

Wir betrachten wieder unseren Laseroszillator  $E(t) = E_0 \exp[i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))]$ . Das Phasenrauschen bzw. Frequenzrauschen werde detektiert mit einem linearen Frequenzdiskriminator  $D$  [Hz/V]:

$$\phi(t) = 2\pi \int_0^t dt' DV(t') \tag{B.14}$$

Die Linienbreite charakterisiert nun die Breite einer Verteilungsfunktion der Oszillatorleistung auf der Frequenzskala. Die Form dieser Intensitätsverteilung hängt vom jeweiligen Oszillator und seinem Rauschen ab und wird charakterisiert durch die spektrale Leistungsdichte  $S_E$  der Laserleistung. Der Unterschied zu den Rechnungen bei der Allan-Varianz liegt darin, daß wir hier vorrangig an der Verteilungsfunktion  $S_E$  für das Amplitudenquadrat interessiert sind und nicht für die der Rauschphase  $S_\phi(\omega)$ . Da im Experiment jedoch in der Regel phasenempfindliche Diskriminatoren verwendet werden, suchen wir nach einem Zusammenhang zwischen  $S_E(\omega)$  und  $S_\phi(\omega)$  bzw.  $S_V(\omega)$  (siehe B.14). Wir brauchen auch hier wieder die Autokorrelationsfunktion, die eindeutig mit der spektralen Rauschleistungsdichte  $S_E(\omega)$  verknüpft ist über die Beziehung

$$S_E(\omega) = 2 \int_0^\infty d\tau R_E(\tau) \cos(\omega\tau), \quad (B.15)$$

wobei hier die Funktionen verwendet werden, die sich auf die Laseramplitude  $E$  beziehen und nicht auf die Rauschphase  $\phi$ . Für  $R_E(\tau)$  gilt:

$$\begin{aligned} R_E(\tau) &= \text{Re} \lim_{Z \rightarrow \infty} \int_{-\frac{Z}{2}}^{+\frac{Z}{2}} dt E(t)E^*(t+\tau) = \langle E(t)E^*(t+\tau) \rangle = \\ &= E_0^2 \cos(\omega_0\tau) \exp\left\{-\frac{1}{2} \langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^2 \rangle\right\} \end{aligned} \quad (B.16)$$

Letztes Gleichheitszeichen folgt aus dem Gauß'schen Momententheorem, welches besagt, daß die Erwartungswerte der ungeraden Potenzen von  $\phi(t) - \phi(t+\tau)$  verschwinden:

$$\langle \exp\{i[\phi(t) - \phi(t+\tau)]\} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\langle \{i[\phi(t) - \phi(t+\tau)]\}^n \rangle}{n!} =,$$

da ungerade Momente verschwinden und  $\langle A^{2n} \rangle = \left\{ \frac{2n!}{2^n n!} \right\} \langle A^2 \rangle^n$ ,

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=0}^{\infty} i^{2n} \frac{\langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^{2n} \rangle}{(2n)!} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n!} \frac{\langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^{2n} \rangle}{(2n)!} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[ -\frac{1}{2} \right]^n \frac{\langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^{2n} \rangle}{n!} \right\} = \exp\left\{-\frac{1}{2} \langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^2 \rangle\right\} \end{aligned} \quad (B.17)$$

Somit erhalten wir:

$$\begin{aligned} S_E(\omega) &= 2 \int_0^\infty R_E(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau = \\ &= \frac{E_0^2}{2} \int_0^\infty d\tau [\cos(\omega_0 - \omega)\tau + \cos(\omega_0 + \omega)\tau] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^2 \rangle\right] \end{aligned} \quad (B.18)$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^2 \rangle &= \left\langle \int_0^\tau \int_0^\tau dt' dt'' (2\pi D)^2 \langle V(t')V(t'') \rangle \right\rangle = \\ &= (2\pi D)^2 \int_0^\tau \int_0^\tau dt' dt'' R_V(t'' - t'). \end{aligned} \quad (B.19)$$

Die zu integrierende Funktion hängt nur von  $t = t'' - t'$  ab. Daher reicht diese eine Integrationsvariable bei der Integration über das Quadrat mit Kantenlänge  $\tau$ . Der Beitrag von  $R_V(t)$  hat das Gewicht  $\sqrt{2}(\tau - t)$ , d.h. die Länge der Strecke  $t'' - t' = t$  in diesem Quadrat, und das Differential senkrecht dazu lautet  $\sqrt{2}dt$ . Daher ist

$$\langle [\phi(t) - \phi(t+\tau)]^2 \rangle = 2(2\pi D)^2 \int_0^\tau dt (\tau - t) R_V(t) \quad (B.20)$$

Daher ist mit  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$

$$S_E(\Delta\omega) = \frac{E_0^2}{2} \int_0^\infty dr \cos(\Delta\omega r) \exp \left[ -(2\pi D)^2 \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\pi} S_V(\omega') \int_0^\tau dt(\tau-t) \cos(\omega't) \right] =$$

$$= \frac{E_0^2}{2} \int_0^\infty dr \cos(\Delta\omega r) \exp \left[ -2(2\pi D)^2 \int_0^\infty d\omega' S_V(\omega') \frac{\sin^2\left(\frac{\omega'\tau}{2}\right)}{(\omega')^2} \right] \quad (B.21)$$

Wir betrachten den einfachen Fall  $S_V(\omega) = \langle V^2 \rangle / 2\pi\Delta f$ ,  $0 < \omega < 2\pi\Delta f$ , 0 sonst, und hierbei die Grenzfälle von großem und kleinem  $\alpha = DV_{rms} / 2\pi\Delta f$ . Wir entwickeln

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega'\tau}{2}\right)}{\omega'} = \frac{\tau}{2} - \omega'^2 \frac{\tau^3}{24} + \dots \quad (B.22)$$

Integriert ergibt das im Exponenten

$$\frac{(2\pi DV_{rms}\tau)^2}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{(2\pi\Delta f\tau)^2}{24} + \dots \right] \quad (B.23)$$

Die Frage stellt sich nun, für welche  $\tau$  die Integralanteile signifikant sind. Ist z.B.  $DV_{rms}\tau = 1$ , so hat der zweite Term in der Näherung den Wert  $1/24\alpha^2$ . Im Falle von großem  $\alpha$  ist dies vernachlässigbar. Man erhält als Resultat für  $S_E(\Delta\omega)$  eine Fouriertransformierte einer Gaußfunktion, die wiederum eine Gaußfunktion ist:

$$S_E(\Delta\omega) = \text{Const} \exp \left[ -\frac{\Delta\omega^2}{8\pi^2 D^2 V_{rms}^2} \right] \quad (B.24)$$

mit Halbwertsbreite  $\delta\nu = \delta\Delta\omega/2\pi = 2.35 DV_{rms}$ . Im Falle von kleinem  $\alpha$  darf man den Sinus im Integral nicht entwickeln, kann aber den asymptotischen Wert des  $(\sin x/x)^2$ -Integrals von  $\pi/2$  einsetzen. So erhält man eine Lorentzfunktion für  $S_E(\Delta\omega)$ :

$$S_E(\Delta\omega) = \frac{\text{Const}}{\left[ \frac{\pi^2 D^2 V_{rms}^2}{\Delta f} \right]^2 + (\Delta\omega)^2} \quad (B.25)$$

mit Halbwertsbreite  $\delta\nu = \pi D^2 V_{rms}^2 / \Delta f$ .



- 21 T.W. Hänsch, S.A. Lee, R. Wallenstein und C. Weiman, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 307 (1975)
- 22 S.A. Lee, R. Wallenstein und T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1262 (1975)
- 23 C.E. Wieman und T.W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **22**, 192 (1980)
- 24 P.A. Schulz, *IEEE J. of Quantum Electronics* **24**, 1039 (1988)
- 25 T.W. Hänsch, in: *Proc. of the Symposium on the Hydrogen Atom*, held in Pisa, Springer, Berlin Heidelberg New York (1988), S. 93
- 26 C. Zimmermann, R. Kallenbach, J. Sandberg und T.W. Hänsch, *Opt. Commun.* **71**, 229 (1989)
- 27 J.T.M. Walraven und I.F. Silvera, *Rev. Sci. Instrum.* **53**, 1167 (1982)
- 28 A. Hershcovitch, A. Kponou und T.O. Niinikoski, *Rev. Sci. Instrum.* **58**, 547 (1987)
- 29 B. Couillaud, A. Ducasse, E. Freysz und L. Sarger, *Opt. Lett.* **9**, 435 (1984)
- 30 F. v. Moers, T. Hebert und A. Hese, *Appl. Phys. B* **40**, 67 (1986)
- 31 D. Böhm, F. v. Moers und A. Hese, *IEEE J. of Quantum Electronics* **25**, 1720 (1989)
- 32 R. Kallenbach, B. Scheumann, C. Zimmermann, D. Meschede und T.W. Hänsch, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 1622 (1989)
- 33 R. Kallenbach, F. Schmidt-Kaler, W. Vassen, C. Zimmermann und T.W. Hänsch, eingereicht zur Publikation
- 34 D.A. Kleinman, A. Ashkin und G.D. Boyd, *Phys. Rev.* **145**, 338 (1966)
- 35 W.E. Kaupilla, W.R. Ott und W.L. Fite, *Phys. Rev. A* **1**, 1099 (1970)
- 36 W.H. Wing, *Appl. Opt.* **18**, 2346 (1979)
- 37 G. Kramer, private Kommunikation
- 38 D.H. McIntyre und T.W. Hänsch, zur Publikation eingereicht
- 39 T.W. Hänsch und A.L. Schawlow, *Opt. Commun.* **13**, 68 (1975)
- 40 G.W. Erickson, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **6**, 831 (1977)
- 41 W.R. Johnson und G. Soff, *At. Data Nucl. Data Tables* **33**, 405 (1985)
- 42 H.A. Bethe und E.E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*, Plenum, New York (1977), S. 110
- 43 T. Kinoshita und J. Sapirstein, *Atomic Physics 9*, World Scientific, Singapur (1984), S. 38
- 44 T. Kinoshita, R.S. Van Dyck Jr., P.B. Schwinberg und H.G. Dehmelt, *Atomic Physics 9*, World Scientific, Singapur (1984), S. 53
- 45 G. Breit, *Phys. Rev.* **35**, 1447 (1930)
- 46 E.A. Hinds, *The Spectrum of Atomic Hydrogen: Advances*, World Scientific, Singapur (1988), S. 246
- 47 E. Hellwig, R.F.C. Vessot, M.W. Levine, P.W. Zitzewitz, D.W. Allen und D.J. Glaze, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM19**, 200 (1970)
- 48 I. Essen, R.W. Donaldson, M.J. Baugham und E.G. Hope, *Nature* **229**, 110 (1971)
- 49 S.E. Haywood und J.D. Morgan, *Phys. Rev. A* **32**, 3179 (1985)
- 50 P.J. Mohr, *Phys. Rev. A* **26**, 2338 (1982)
- 51 J. Sapirstein, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1723 (1981)
- 52 G.W. Erickson, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 780 (1971)
- 53 P.J. Mohr, *At. Data Nucl. Data Tables* **29**, 453 (1983)
- 54 J. Sapirstein, *Proc. of the Tenth Int. Conf. on Atomic Physics*, North-Holland, Amsterdam (1987)
- 55 C. Itzykson und J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York (1980), S. 327
- 56 C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloe, *Quantum Mechanics*, Wiley, New York (1977), S. 1141
- 57 C.N. Hand, D.J. Miller und R. Wilson, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 335 (1963)
- 58 R.S. Van Dyck Jr., F.L. Moore, D.L. Farnham und P.B. Schwinberg, *Bull. Am. Phys. Soc.* **31**, 224 (1986)
- 59 "Documents concerning the new definition of the metre", *Metrologia* **19**, 163 (1984)
- 60 T. Kinoshita, Ref. 25, S. 247
- 61 C. Cohen-Tannoudji *et al.*, Ref. 56, S. 1243
- 62 H.A. Bethe und E.E. Salpeter, Ref. 42, S. 287
- 63 C.J. Bordé in *Advances in Laser Spectroscopy*, Plenum, New York (1983), S. 1
- 64 R.G. Beausoleil, Dissertation, Stanford, USA (1987), nicht publiziert
- 65 R.V. Pound, *Rev. Sci. Instrum.* **17**, 490 (1946)
- 66 R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley und H. Ward, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983)
- 67 J. Hough, D. Hils, M.D. Rayman, L. Hollberg und J.L. Hall, *Appl. Phys. B* **33**, 179 (1984)
- 68 R.G. DeVoe, private Kommunikation
- 69 J. Helmcke, J.J. Snyder, A. Morinaga, F. Mensing und M. Gläser, *Appl. Phys. B* **43**, 85 (1987)
- 70 B. Wellegehausen, H. Welling und R. Beigang, *Appl. Phys.* **3**, 387 (1974)

- 71 H.P. Härrri, S. Leutwyler und E. Schuhmacher, *Rev. Sci. Instrum.* **53**, 1855 (1982)
- 72 A. Schenzle, R.G. DeVoe und R.G. Brewer, *Phys. Rev. A* **25**, 2606 (1982)
- 73 G.E. Francois und F.M. Liprecht, *Appl. Opt.* **11**, 472 (1972)
- 74 C. Salomon, D. Hills und J.L. Hall, *Opt. Soc. Am. B* **5**, 1576 (1988)
- 75 W. Demtröder, *Grundlagen und Techniken der Laserspektroskopie*, Springer, Berlin Heidelberg New York (1977), S. 64
- 76 G.C. Bjorklund, M.D. Levenson, W. Lenth und C. Ortiz, *Appl. Phys. B* **32**, 145 (1983)
- 77 J.A. Barnes *et al.*, *IEEE IM20*, 105 (1971)
- 78 H. Schwarz, *Frequenzgang- und Wurzelortskurvenverfahren*, Bibliographisches Institut, Mannheim Zürich
- 79 D.S. Elliott, R. Roy und S.J. Smith, *Phys. Rev. A* **26**, 26 (1982)
- 80 D.W. Allan, *Proc. IEEE* **54**, 221 (1966)
- 81 D.H. McIntyre, Dissertation, Stanford, USA (1987), nicht publiziert
- 82 *Atlas du spectre d'absorption de la molecule de tellure*, Laboratoire Aime-Cotton CNRS II, Orsay, Frankreich
- 83 B. Couillaud, private Kommunikation
- 84 R. Wallenstein, private Kommunikation
- 85 F. v. Moers, Doktorarbeit, Berlin (1989)
- 86 G.D. Boyd und D.A. Kleinman, *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968)
- 87 A. Ashkin, G.D. Boyd und J.M. Dziedzic, *IEEE J. of Quantum Electronics* **QE-2**, 109 (1966)
- 88 H. Kogelnik und T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966)
- 89 H. Kogelnik, E.P. Ippen, A. Dienes und C.V. Shank, *IEEE J. of Quantum Electronics* **QE-83**, 373 (1972)
- 90 R.E. Drullinger, K.M. Evenson, D.A. Jennings, F.R. Petersen, J.C. Bergquist, L. Burkins und H.U. Daniel, *Appl. Phys. Lett.* **42**, 137 (1983)
- 91 T.F. Gallagher, N.H. Tran und J.P. Watjen, *Appl. Opt.* **25**, 510 (1986)
- 92 J.J. Pan, *Laser Focus* (August 1988), S. 127
- 93 I.P. Kaminow, T.J. Bridges und M.A. Pollack, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 416 (1970)
- 94 I.P. Kaminow und E.H. Turner, *Proc. IEEE* **54**, 1374 (1966)
- 95 U. Harbarth, J. Kowalski, R. Neumann, S. Noehte, K. Scheffzek und G. zu Putlitz, *J. Phys. E* **20**, 409 (1987)
- 96 A. Yariv und P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*, Wiley, New York (1984)

**Vielen Dank...**

... Herrn Prof. Hänsch für die Möglichkeit, an einem sehr interessanten Grundlagenexperiment der Quantenoptik arbeiten zu können, für die anregenden Diskussionen und für die ausgezeichneten Randbedingungen in den Labors.

... Claus Zimmermann, daß er mit mir zusammen das Experiment aufgebaut hat.

... allen Mitgliedern der Abteilung, die mich auf vielfältige Weise unterstützt haben.

... Ralph DeVoe von IBM in San Jose für den "long distant support".

... allen, die es sonst noch gut mit mir gemeint haben.

C-19607

