

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

ZWEI VORSCHLÄGE FÜR FREIE ELEKTRONENLASER

IM RÖNTGENBEREICH

Peter H.S. Dobiasch

Dieser MPQ-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt
Alle Rechte vorbehalten

This MPQ-report has been printed as author's manuscript
All rights reserved

Max-Planck-Institut für Quantenoptik
8046 GARCHING bei MÜNCHEN, Bundesrepublik Deutschland

Summary

Over the last quarter century, the discovery and development of lasers has set the stage for an "optical revolution", both in science and technology. A similar development can be expected from future X-ray lasers, in view of their potential applications in a wide range of fields, from solid-state and nuclear spectroscopy to biochemistry and medicine.

Until now, however, and despite of a number of theoretical proposals, no such device has been built. This is due as well to unrealistic technical requirements as to conceptual difficulties such as a poor understanding of competing processes. Free electron lasers (FEL) may present a way out of this situation: they are conceptually "clean" systems, with no uncontrolled competing processes, and are in principle scalable down to the X-ray regime.

The first FEL was successfully operated at Stanford in 1976. This was a so called "magnetic wiggler" FEL, where the electrons are forced to oscillate in a static, periodic magnetic structure. This, as well as most following experiments, produced coherent radiation in the infrared region and confirmed to a large extent the existing theories. According to these, the FEL small-signal gain scales as $\lambda^{3/2}$, where λ is the laser wavelength. Thus, bringing the system above threshold becomes increasingly harder for shorter wavelengths. For example, the first FEL to operate in the visible at $\lambda = 640$ nm had a small-signal gain of only 10^{-3} and required an optical resonator of extremely high finesse. These, however, do not exist for X-rays. Thus, one is forced to analyze concepts providing a very high intrinsic single path gain. The systems discussed in this report achieve this goal by using an optical wiggler, provided by the field of a high power laser rather than a magnetic one. These optical wiggler FELs - or Comptonlasers - provide a number of crucial advantages over the standard ones in the short-wavelength regime.

A number of modifications are necessary in order to extend standard FEL theory to the X-ray regime. In particular, the electron recoil due to a single scattering event can in general no longer be neglected, and is

treated in detail here. It is shown that in contrast to the small recoil, i.e. long wavelength, case, a substantial gain can be achieved even in the so-called "large cavity limit".

Even more important is the fact that optical wigglers offer the possibility of using a non-collinear interaction geometry. (This is not possible with magnetic wigglers). A coplanar geometry can lead to a substantial increase in gain as compared to the standard, collinear case. This, however, is limited to the "small cavity limit". One of the X-ray Comptonlasers analyzed in the second part of the report relies strongly on the use of such a geometry.

The achievable small-signal gain in Compton FELs, while larger than that provided by magnetic ones, is still not sufficient to allow the system to operate in the Amplified Spontaneous Emission (ASE) regime. Thus, it is necessary to analyze possible X-ray resonators. We consider two specific configurations, based on well-known physical principles, and which lead to useful reflectivities.

For soft X-rays, advantage can be taken of the high reflectivity achievable at grazing incidence to build a kind of whispering mode resonator. Depending on the specific material of the surface, this method yields broadband resonators in the 10-50 nm range with roundtrip reflectivities of up to 20%.

For wavelengths below 1 nm, a very high reflection can be obtained via Bragg diffraction from crystal lattices. Although this typically results in very narrowbanded reflection curves, it is shown that a resonator consisting of three curved Germanium mirrors leads to a roundtrip reflectivity of about 4% at $\lambda = 5,658 \text{ \AA}$.

Both resonator systems provide enough feedback to operate FELs in the X-ray regime. This is illustrated by discussing specifically two systems based on these two types of resonators. In both cases, the requirements for the electron beam and the pump laser (for the optical wiggler) should be achievable with existing technology.

Zusammenfassung

Die Entwicklung des Lasers leitete aufgrund seiner vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten in Technik und Wissenschaft eine optische Revolution ein. Ein ähnlicher Impetus wird von der Fertigstellung eines Röntgenlasers erwartet. Hierfür reichen denkbare Anwendungen von neuen Materialprüfungsmöglichkeiten über eine fortgeschrittene, medizinische Diagnostik bis hin zu Festkörper- und Atomkernspektroskopie und Biochemie.

Jedoch ist bis heute noch kein Röntgenlaser in Betrieb genommen worden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die unzähligen Vorschläge, die bisher zu diesem Thema veröffentlicht worden sind, in ein Dilemma führen: Entweder stehen technisch nicht erfüllbare Anforderungen an einzelne Systemkomponenten einer Realisierung entgegen, oder aber es mindern konzeptionelle Unzulänglichkeiten wie unkontrollierbare Konkurrenzprozesse zum Laserübergang die Attraktivität des vorgeschlagenen Systems. Einen Ausweg aus dieser Situation eröffnen freie Elektronenlaser (FEL). Sie stellen überschaubare Systeme frei von störenden Nebeneffekten dar und bieten zudem die Möglichkeit, in den Röntgenbereich skalierbar zu sein.

FEL mit magnetischem Wiggler, bei denen sich die Elektronen in einem statischen, örtlich periodischen Magnetfeld bewegen, brachten erstmals 1976 experimentelle Erfolge und bestätigten die bisher vorliegenden theoretischen Vorhersagen. Diese frühen Experimente, sowie die meisten nachfolgenden Anordnungen erbrachten Ausgangsstrahlung jeweils im infraroten Spektralbereich.

Die Verstärkung eines FEL skaliert gemäß der Formel für die klassische Kleinsignalverstärkung mit der Ausgangswellenlänge λ wie $\lambda^{3/2}$, d.h. sie nimmt zu kurzen Wellenlängen hin stark ab. Zwar gelang es 1983, einen FEL im Sichtbaren bei $\lambda = 640$ nm über die Laserschwelle zu bringen, jedoch wurde dies im Hinblick auf eine Verstärkung unter $G = 10^{-3}$ nur durch Verwendung eines optischen Resonators hoher Güte möglich. Um ein brauchbares Röntgenlaserkonzept auf der Basis freier Elektronenlaser auszuarbeiten, muß nach Anordnungen gesucht werden, die eine höhere Verstärkung zulassen. Die Möglichkeit, die hier erörtert wird, sieht die Einführung von elektromagnetischen anstatt der magnetostatischen Wigglerfelder vor. Dieser Spezialfall eines FEL, man spricht dann von Comptonlaser, bringt entscheidende Vorteile mit sich.

Die theoretische Behandlung freier Elektronenlaser im Röntgenbereich erfordert einige Modifikationen der bisherigen Beschreibung. Insbesondere wird hier auf den Bereich großen Elektronenrückstoßes, der bislang noch nicht diskutiert wurde, eingegangen. Dabei zeigt sich beispielsweise, daß die Verstärkung im Bereich großen Rückstoßes im Limes langer Wechselwirkungszeiten, für den sie üblicherweise vernachlässigbare Werte annimmt, nun durchaus mit den im Limes kurzer Wechselwirkungszeiten berechneten konkurrieren kann.

Wichtiger jedoch ist die Tatsache, daß Comptonlaser im Gegensatz zum rein magnetischen Elektronenlaser auch eine nichtkollineare Wechselwirkungsgeometrie erlauben. Diese bietet im Grenzfall kurzer Wechselwirkungs-dauer die Möglichkeit einer Erhöhung der Verstärkung über deren Wert bei kollinearere Anordnung und sonst unveränderten Parametern. Dies ist eine Stütze für einen möglichen Comptonlaser im Röntgenbereich.

Um einen Laser zu komplettieren, muß man für die Rückkopplung der Laserwelle in das aktive Medium sorgen. Zu diesem Zweck werden die Möglichkeiten von Resonatoren für Röntgenstrahlung untersucht. Dabei zeigt sich, daß sich solche, auf bekannten Prinzipien beruhend, mit brauchbarer Reflektivität realisieren lassen. Für Strahlung nicht zu kurzer Wellenlänge kann man auf eine Sequenz von Reflexionen unter streifendem Einfall an entsprechend gekrümmten, polierten Metalloberflächen zurückgreifen. Es resultieren, abhängig vom gewählten Spiegelmaterial, Breitbandresonatoren für einen Wellenlängenbereich von etwa 50 - 10 nm mit Gesamtreflektivitäten pro Umlauf bis zu $R = 20 \%$.

Bei kürzeren Wellenlängen unter 1 nm bietet sich das Prinzip der Braggstreuung an Kristallebenen an. Obwohl sich eine spektral sehr enge Reflektivitätskurve ergibt, zeigt ein aus drei gekrümmten Braggspiegeln bestehender Ringresonator unter realistischen Annahmen eine Gesamtreflektivität pro Umlauf von $R = 4 \%$.

Zusammen mit geeigneten Comptonlaserverstärkern bilden Resonatoren, die auf diesen zwei unterschiedlichen Prinzipien beruhen, die Grundlage für mögliche Röntgenlaser. Die Anforderungen an die Qualität des Elektronenstrahls und des für den Wiggler benötigten Pumplasers werden untersucht. Dabei zeigt sich, daß diese mit heute zur Verfügung stehender Technologie durchaus erfüllbar sind.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung		3
Kapitel I	Allgemeiner Überblick über Röntgenlaser	7
I.1	Gesetzmäßigkeiten bei Röntgenlasern	8
I.1.1	Die Maxwell-Schrödinger-Gleichungen	8
I.1.2	Skalierungsgesetze	14
I.2	Pumpquellen	18
I.3	Pumpmechanismen und Übergänge	20
I.3.1	Excimerlaser	20
I.3.2	Elektronenstoßanregung in Ionen	21
I.3.3	Rekombinationsstrahlung in Wasserstoff-ähnlichen Ionen	24
I.3.4	Anregung durch Photoabsorption	28
I.3.5	Speicherung angeregter Atome in metastabilen Zuständen	32
I.3.6	Kernübergänge	33
I.4	Diskussion der vorgestellten Röntgenlaserkonzepte	36
Kapitel II	Freie Elektronenlaser im Comptonregime	39
II.1	Spontanemission im freien Elektronenlaser	41
II.1.1	Äquivalenz von freien Elektronenlasern mit magnetischem und optischem Wiggler	41
II.1.2	Comptonstreuquerschnitt	44
II.2	Kollinearer Comptonlaser	52
II.3	Comptonlaser mit gekreuzten Strahlen in 2. Ordnung	
	Störungstheorie	57
II.4	Verstärkung im komplanaren Comptonlaser in verschiedenen Grenzfällen	62
II.4.1	Der Limes kurzer Wechselwirkungszeit	62
II.4.2	Der Limes langer Wechselwirkungszeit	68
II.5	Störungstheorie mit Volkovzuständen	73
Kapitel III	Resonatoren für Röntgenstrahlung	81
III.1	Grundlagen der Reflexion von Röntgenstrahlung	82
III.2	Modellrechnungen für einen Braggresonator	92

Kapitel IV	Konzepte für Comptonlaser im Röntgenbereich	100
IV.1	Das Gesamtsystem: Comptonlaser im Resonator	100
IV.1.1	Allgemeine Vorbemerkungen zu den Verstärkungsformeln	100
IV.1.2	Durchstimmbarer Comptonlaser für weiche Röntgenstrahlung	104
IV.1.3	Komplanarer Comptonlaser im Braggresonator	108
IV.2	Diskussion technischer Aspekte	112
IV.2.1	Der Pumplaser	112
IV.2.2	Elektronentransport	113
IV.2.3	Elektronenbeschleuniger	116
IV.3	Vergleich mit anderen FEL-Röntgenlaservorschlägen	120
Schlußbemerkung		125
Danksagung		128
Referenzen		129

Einleitung

Es gibt nur wenige Entdeckungen in der Physik, die innerhalb kurzer Zeit weite Teile von der Theorie bis hin zu den Anwendungen so revolutionierten wie die des Lasers. Er eröffnete mit der Quantenoptik ein völlig neues Forschungsgebiet. Zwar sind nicht alle der heute gerühmten und viel zitierten Anwendungen des Lasers erst durch ihn ermöglicht worden, hier hat er jedoch die experimentelle Durchführung, die mit herkömmlichen Lichtquellen oft nur schwer realisierbar wäre, erleichtert. Ein gutes Beispiel dafür ist die Holographie, die eine gewisse Kohärenzlänge des Lichts, mit dem das Hologramm aufgezeichnet wird, voraussetzt. Bereits mit guten Spektrallampen kann man Hologramme erzeugen, jedoch eröffnete erst der problemlose Einsatz von Lasern eine weite Verbreitung und Anwendung der Holographie.

Im Bereich der Spektroskopie ermöglichte der Einsatz von Lasern eine ganze Reihe von Verbesserungen, die vorher nicht denkbar schienen. Zu erwähnen ist die hohe Frequenzstabilität und -auflösung, die sich mit Lasern erreichen läßt und zu einer neuen Definition von Frequenz- und Wellenlängensstandards in der Metrologie geführt hat. Auch wurden neue Tests fundamentaler Theorien zugänglich: Mittels der Mondentfernungsmessungen, bei denen ein gegen den Mond gerichteter Laserstrahl in sich zurückreflektiert wird und aus der Laufzeit die Entfernung mit einigen Zentimetern Genauigkeit bestimmt werden kann, lassen sich Vorhersagen der allgemeinen Relativitätstheorie prüfen. Korrelationsmessungen bei 2-Photonenkaskaden zwischen Zuständen mit Drehimpuls Null erlauben, die Bell'sche Ungleichung zu prüfen und damit eine experimentell begründete Entscheidung zwischen Quantenmechanik und lokal realistischen Theorien mit verborgenen Parametern herbeizuführen.

Fragt man nach den quantitativen Hauptmerkmalen, in denen Laserstrahlung derjenigen konventioneller Quellen überlegen ist, so sind einerseits die extreme Schmalbandigkeit (Monochromatizität), und damit zusammenhängend, die hohe spektrale Energiedichte, sowie die große Kohärenzlänge, andererseits die Möglichkeit, extrem kurze Pulse unter einer Picosekunde zu erzeugen, zu erwähnen. Natürlich besteht reges Interesse daran, diese Vorzüge auch noch bei kürzeren als den bislang mit Lasern zugänglichen Wellenlängen zu eröffnen.

Zur Motivation seien nur einige besondere Anwendungsbeispiele herausgegriffen. Von kürzeren Wellenlängen profitiert man zunächst einmal durch das höhere Längenaufklärungsvermögen. Neben vielen Vorteilen, die von einer Mikroskopie mit kürzeren Wellenlängen ohne den aufwendigen Einsatz der Elektronenmikroskopie zu erwarten sind, spielt ein verbessertes Längenaufklärungsvermögen bei der Herstellung hochintegrierter Schaltkreise eine entscheidende Rolle. Das heute hauptsächlich angewandte Verfahren der Lithographie, bei dem die einzelnen Schichten, die auf ein Substrat aufgetragen sind, durch Masken belichtet und anschließend die nichtbelichteten Teile weggeätzt werden, stößt bereits wegen der Beugung an den kleinen Strukturen der Maske an die Grenze zu weiterer Miniaturisierung. Eine intensive Strahlungsquelle wie etwa ein Laser im Bereich weicher Röntgenstrahlung würde hier den Weg zu höherer Packungsdichte integrierter Schaltkreise ebnen.

Ebenfalls im Zusammenhang mit einem höheren Längenaufklärungsvermögen steht die faszinierende Möglichkeit der Holographie von Makromolekülen oder sonstigen Mikrostrukturen. Man kann sich vorstellen, einzelne Moleküle mit einem Röntgenlaserpuls zu belichten und das entstandene Hologramm mit einem langwelligeren Laser aus dem vorliegenden Interferenzmuster zu rekonstruieren. Damit kann man gleich zwei Vorteile verbuchen: Erstens liegt wegen der kurzen Wellenlängen die Auflösung schon fast bei der Größe von Atomen und zweitens erzielt man durch die unterschiedlichen Wellenlängen des Aufnahme- und Ausleaselasers eine Vergrößerung des abzubildenden Gegenstandes.

Ein bißchen mehr Zukunftsmusik ist die Möglichkeit von Röntgenhologrammen ausgedehnter Objekte und speziell in der medizinischen Anwendung dreidimensionale Körperaufnahmen. Die Schwierigkeiten, solche zu realisieren, sind wohl sehr hoch, da wegen einer Geringhaltung der Strahlungsbelastung ein sehr kurzwelliger Röntgenlaser mit einer jetzigen Röntgenröhren vergleichbaren Wellenlänge benötigt wird. Außerdem muß die Kohärenzlänge entsprechend groß sein, um den gesamten Bereich, der abgebildet werden soll, zu überdecken. Allerdings könnte man daraus enorme Vorteile ziehen, weil die Medizin damit ein praktisch universelles Diagnostikum zur Hand hätte, das bei hoher Auflösung zum ersten Mal detaillierte räumliche Darstellungsmöglichkeiten ohne operativen Eingriff bieten würde. Aus einem solchen Hologramm könnten nach seiner Aufnahme analog zur Computertomographie beliebige ebene Schnitte rekonstruiert werden, wobei das Hologramm aber bei

bedeutend geringerer Strahlenbelastung des Patienten wesentlich mehr Information enthält als das zweidimensionale Computertomogramm.

Schließlich kommt man mit Röntgenstrahlung bereits in den Bereich von Übergangsenergien in Atomkernen, so daß ein Röntgenlaser ein völlig neues Gebiet der Kernspektroskopie eröffnet. Bisher war diese im wesentlichen auf die Zufuhr hoher Anregungsenergie durch eine Kernreaktion mit Beobachtung der sich anschließenden Kaskadenabregung beschränkt. Röntgenlaser erlauben aber die resonante Anregung spezifischer Niveaus. Darüberhinaus kann man von diesen Zuständen möglicherweise neue Reaktionskanäle beobachten.

Dieser kurz gehaltene Katalog möglicher Anwendungen kohärenter Röntgenstrahlung zeigt bereits sehr viele attraktive Möglichkeiten auf. Jedoch blieb die Suche nach einem geeigneten Röntgenlaser bisher erfolglos. Es fehlt zwar sicher nicht quantitativ an Vorschlägen dafür, aber offenbar besteht noch immer ein Bedarf an Ideen für realisierbare und vorteilhafte Röntgenlaserkonzepte. Die nun folgende Arbeit soll in diesem Sinne einen Beitrag zur breit geführten Diskussion über Röntgenlaser beisteuern.

Bevor jedoch der eigentliche Vorschlag des Gesamtsystems eines neuartigen Röntgenlasers unterbreitet werden kann, wird zuerst das Umfeld, an dem dieser Vorschlag letztlich zu messen ist und zu dem er in Konkurrenz steht, beleuchtet. Dies geschieht im ersten Kapitel, in dem zunächst ausführlich auf die Besonderheiten der Grundlagen der Lasertheorie bei kurzen Wellenlängen ganz allgemein eingegangen wird. Die dort gewonnenen Erkenntnisse und Notwendigkeiten finden in der sich anschließenden Diskussion möglicher Pumpquellen und Pumpmechanismen etwaiger Röntgenlaser Niederschlag. Schließlich werden explizit die wichtigsten Konzepte überblicksmäßig vorgestellt und zusammenfassend kritisch beurteilt.

Im zweiten Kapitel wird dann der erste Grundstein für ein Röntgenlasersystem gelegt, indem die Theorie des Comptonlasers, der das tragende Prinzip der hier vorgestellten Vorschläge darstellt, speziell auf kurze Wellenlängen ausgedehnt wird. Zuerst werden die typischen und mittlerweile wohlbekanntesten Eigenarten sowohl der spontanen als auch der induzierten Strahlung, die von freien Elektronen ausgeht, vorgestellt. Im darauffolgenden, theoretischen Kernstück dieser Arbeit wird die Verstärkung in einem nichtkollinearen Comptonlaser in verschiedenen Grenzfällen diskutiert. Als

wesentliches Resultat stellt sich heraus, daß eine ebene Geometrie, die nur in einem echten Comptonlaser, nicht aber in einem freien Elektronenlaser konventioneller Art, realisiert werden kann, unter bestimmten Umständen bei gleichen Parameterwerten gegenüber einer kollinearen Anordnung eine höhere Verstärkung aufweisen kann. Auch unterscheiden sich bei kurzen Wellenlängen viele Eigentümlichkeiten vom Fall des bisher in der Literatur ausschließlich diskutierten Bereichs langer Wellenlängen.

Nach den Grundlagen des Lasers selbst wird im dritten Kapitel auf die Möglichkeiten von Spiegeln für kurze Wellenlängen eingegangen. Zunächst werden die prinzipiellen Schwierigkeiten aufgezeigt und die verbleibenden Methoden diskutiert, die zur Realisierung von Röntgenresonatoren taugen. Dabei ergeben sich sowohl für weiche als auch für charakteristische Röntgenstrahlung passable Reflektivitäten, die allerdings auf vollständig unterschiedlichen Prinzipien beruhen. Während im Bereich weicher Röntgenstrahlung relativ breitbandige Reflexion möglich ist, erweist sich die Reflektivität bei kürzeren Wellenlängen als äußerst selektiv. Modellrechnungen belegen aber, daß trotzdem ein darauf beruhender Resonator praktikabel erscheint.

Im vierten und letzten Kapitel werden die Ergebnisse und Erkenntnisse der beiden vorangegangenen Kapitel zu einem Vorschlag eines Comptonlasers im Röntgenbereich synthetisiert. Hier wird auch auf einige technische Aspekte näher eingegangen. Wenngleich es auch keine leichte Aufgabe sein wird, einen auf diesem Vorschlag basierenden Röntgenlaser tatsächlich aufzubauen, sprechen doch bisher keine technischen Probleme dagegen, so daß hiermit eine diskussionswürdige Alternative zu den bestehenden Konzepten präsentiert wird.

I. Allgemeiner Überblick über Röntgenlaser

Mit der ersten erfolgreichen Inbetriebnahme des Rubinlasers 1960 durch Maiman gelang es mit einem Schlag, die Grenze von Quellen kohärenter elektromagnetischer Wellen bei kurzen Wellenlängen über den Mikrowellenbereich hinaus um vier Größenordnungen in den Bereich sichtbaren Lichts zu verschieben. Dies stimulierte die Entwicklung sowohl ungeahnter theoretischer Modelle als auch einer unabsehbaren Vielfalt an experimentellen Methoden und technischen Anwendungen. Konsequenterweise setzte unmittelbar eine Entwicklung ein, die zum Ziel hatte, das Prinzip des Lasers zu immer kürzeren Wellenlängen auszuweiten. Trotz unzähliger theoretischer Vorschläge von Röntgenlasersystemen fehlen bis heute überzeugende experimentelle Erfolge. So gelang es in den zurückliegenden 23 Jahren nicht einmal, die Grenzwellenlänge für Laser um eine Größenordnung zu verkleinern. Der Grund hierfür liegt in rasch zunehmenden Schwierigkeiten, die notwendige Inversion des oberen Laserniveaus aufrechtzuerhalten. Dieser Sachverhalt wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels diskutiert. Im zweiten Teil gehen wir auf mögliche Pumpquellen ein, die theoretisch in der Lage sind, die geforderten Leistungen zu erbringen. Im dritten Abschnitt werden die gängigsten Laservorschläge im Röntgenbereich behandelt, der letzte Teil wird den praktisch auftretenden Problemen gewidmet.

I.1 Gesetzmäßigkeiten bei Röntgenlasern

I.1.1 Die Maxwell-Schrödinger Gleichungen

Um die Problematik von Röntgenlasern besser zu verstehen, werden im folgenden einige Skalierungsgesetze, aus denen sich die gravierendsten Schwierigkeiten ablesen lassen, aus der allgemeinen Lasertheorie abgeleitet. Dazu greifen wir auf die semiklassische Lasertheorie von W.E. Lamb¹ zurück und benutzen dabei weitgehend die Notation von Sargent, Scully, Lamb².

Zur Beschreibung eines Lasers benötigt man allgemein ein aktives Medium und eine elektromagnetische Welle. Im einfachsten Einmodenfall betrachtet man eine monochromatische, ebene Welle, die durch das Medium läuft und dabei entweder Abschwächung oder Verstärkung erfährt. Die Dynamik der elektromagnetischen Welle wird durch die Maxwell'schen Feldgleichungen in Abwesenheit externer Ladungen:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \dot{\vec{D}} \end{aligned} \quad (1.1)$$

zusammen mit den Verbindungsgleichungen:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad ; \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad ; \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.2)$$

beschrieben.

Nimmt man an, daß das elektrische Feld E nur aus einer laufenden Mode mit der Frequenz ω besteht, so kann man dafür schreiben

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}(t) \cdot e^{i(kz - \omega t - \Phi(t))} + c.c. \quad (1.3)$$

Analog wollen wir für die Polarisation schreiben:

$$\vec{P}(z,t) = \vec{P}(t) \cdot e^{i(kz - \omega t - \Phi(t))} + c.c. \quad (1.4)$$

mit langsam variierender Phase ϕ und Enveloppen \mathcal{E} , \mathcal{P} , d.h.

$$\dot{\phi} \ll \omega \phi \quad ; \quad \dot{\mathcal{E}} \ll \omega \mathcal{E} \quad ; \quad \dot{\mathcal{P}} \ll \omega \mathcal{P} \quad (1.5)$$

Im üblichen Fall eines Lasers im Resonator werden die Frequenzen der verschiedenen longitudinalen Moden durch die Resonatorlänge L diktiert:

$$\Omega_n = \frac{n \pi c}{L} \quad (1.6)$$

wobei n normalerweise eine sehr große, ganze Zahl ist. Betrachten wir, wie bereits im vorangegangenen Teil gesehen, nur einen Einmodenlaser, so wählen wir für n_0 die Zahl, deren Ω_{n_0} der Modenfrequenz ω am nächsten liegt. Schließlich werden die Reflexionsverluste, bzw. der Gütefaktor Q des Resonators bei der Frequenz ω , durch eine "Leitfähigkeit" σ

$$\sigma = \epsilon_0 \cdot \frac{\omega}{Q} \quad (1.7)$$

simuliert. Dieser Ansatz wird dadurch gerechtfertigt, daß die Maxwellgleichungen für die Enveloppen $\mathcal{E}(t)$ und $\mathcal{P}(t)$ unter den Bedingungen (1.5) in der sogenannten Näherung langsam veränderlicher Amplitude und Phase (slowly varying amplitude and phase approximation SVAPA) lauten:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}(t) &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{Q} \mathcal{E}(t) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{\epsilon_0} \operatorname{Im} \mathcal{P}(t) \\ \dot{\phi}(t) &= \Omega_{n_0} - \omega - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{\epsilon_0} \cdot \frac{\operatorname{Re} \mathcal{P}(t)}{\mathcal{E}(t)} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Wie man der ersten Gleichung (1.8) leicht entnehmen kann, fällt die Feldenveloppe bei verschwindender Polarisation mit einer Zeitkonstanten $\omega/2Q$, die Intensität also mit ω/Q , ab, was mit der gebräuchlichen Vorstellung eines Gütefaktors übereinstimmt. Die Frequenz der Feldmode stimmt bei verschwindender Polarisation mit einer Eigenfrequenz des Resonators überein.

Das aktive Medium im Resonator erzeugt eine nichtverschwindende Polarisation. Um zu verstehen, wie sich diese aus den atomaren Größen

ergibt, repräsentieren wir das Medium durch ein Ensemble von Modellatomen, von denen wir nur das obere Laserniveau $|a\rangle$ und das untere $|b\rangle$ betrachten (siehe Fig. 1).

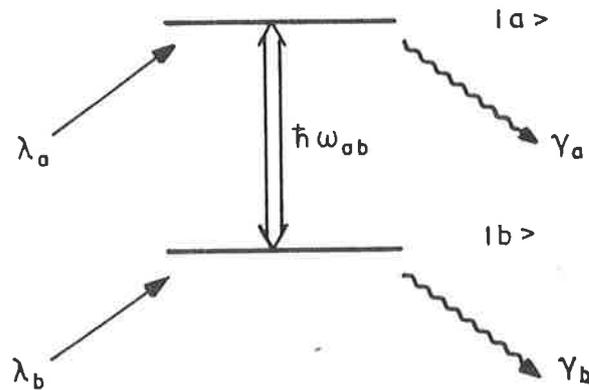


Fig. 1: Niveauschema des Laserübergangs von Niveau $|a\rangle$ nach $|b\rangle$ mit den Pumpraten λ_a , λ_b und den Zerfallskonstanten γ_a , γ_b .

Da $|b\rangle$ nicht notwendigerweise der Grundzustand des Systems sein muß, nehmen wir für die beiden Niveaus Pumpraten λ_a , λ_b an, d.h. pro Sekunde werden λ_a Atome pro Volumeneinheit in das Niveau $|a\rangle$ und λ_b Atome pro Volumeneinheit in das Niveau $|b\rangle$ gepumpt. Die Entvölkerung durch spontane Emission oder nichtstrahlende Mechanismen in andere Zustände des betrachteten Systems geschehe mit den Zerfallskonstanten γ_a bzw. γ_b . Im homogen verbreiteten Laser, der zunächst diskutiert wird, berücksichtigt man noch zusätzlich den Effekt von Stößen phänomenologisch durch eine Erhöhung der Zerfallskonstante γ der Polarisation um γ_{ph} :

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot (\gamma_a + \gamma_b) + \gamma_{ph} \quad (1.9)$$

Schließlich bezeichne V_{ab} die Wechselwirkungsenergie zwischen den Niveaus $|a\rangle$ und $|b\rangle$ und dem elektromagnetischen Feld. In Dipolnäherung ergibt sich für ein Dipolelement

$$V_{ab}(z,t) = \langle a | -e\vec{r} \cdot \vec{E}(z,t) | b \rangle = -\vec{d} \cdot \vec{E} \quad (1.10)$$

Damit lauten die Bewegungsgleichungen für die Komponenten der Besetzungsmatrix ρ , deren Diagonalelemente die Besetzungswahrscheinlichkeiten der jeweiligen Niveaus und deren Nichtdiagonalelemente ein Maß für die Pola-

risation des Mediums darstellen²

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{ab}(z,t) &= -(i\omega_{ab} + \gamma)\rho_{ab} + i\frac{V_{ab}}{\hbar}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) \\ \dot{\rho}_{aa}(z,t) &= \lambda_a - \gamma_a\rho_{aa} - (i\frac{V_{ab}}{\hbar}\rho_{ba} + c.c.) \\ \dot{\rho}_{bb}(z,t) &= \lambda_b - \gamma_b\rho_{bb} + (i\frac{V_{ab}}{\hbar}\rho_{ba} + c.c.)\end{aligned}\quad (1.11)$$

ω_{ab} ist hierbei die Kreisfrequenz des Übergangs $a \rightarrow b$: $\omega_{ab} = (E_a - E_b)/\hbar$.

Die Polarisation $\mathcal{P}(t)$ ergibt sich aus dem Nichtdiagonalelement ρ_{ab} gemäß²:

$$\mathcal{P}(t) = e^{i(\omega t + \phi)} \cdot \frac{1}{L} \int_0^L dz e^{-ikz} \rho_{ab}(z,t) \quad (1.12)$$

Die Gleichung für das Nichtdiagonalelement läßt sich formal integrieren und liefert als Lösung:

$$\rho_{ab}(z,t) = \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{-(i\omega_{ab} + \gamma)(t-t')} \cdot V_{ab}(z,t') \cdot (\rho_{aa}(z,t') - \rho_{bb}(z,t'))$$

Über die Annahme langsam veränderlicher Phase und Enveloppe (1.5) hinaus treffen wir jetzt die Ratengleichungsnäherung, daß sich nämlich sowohl die Feldenveloppe $\mathcal{E}(t)$ als auch die Besetzungsdifferenz $\rho_{aa} - \rho_{bb}$ ebenfalls langsam gegen γ verändern.

Das erlaubt, alle Terme bis auf die Exponentialfunktion aus dem Integral herauszuziehen und an der Stelle der oberen Integralgrenze, wo der Integrand seinen Maximalwert annimmt, zu berechnen. Das Integral läßt sich nun ausführen und liefert:

$$\rho_{ab}(z,t) = \frac{-i}{\hbar} \frac{\mathcal{E}(t) e^{i(kz - \omega t - \phi(t))}}{i(\omega_{ab} - \omega) + \gamma} \cdot (\rho_{aa}(z,t) - \rho_{bb}(z,t)) \quad (1.13)$$

Bei diesem Schritt wurde die Resonanznäherung benutzt, die es erlaubt, den Beitrag des elektrischen Feldes (1.3), der zu Zeitvariationen mit der Frequenz $\omega_{ab} + \omega$ führt, gegen den Term, der mit der Differenzfrequenz $\omega_{ab} - \omega$ oszilliert, zu vernachlässigen. Hier sei bereits darauf hingewiesen, daß sich aus den Maxwellgleichungen für die Amplituden (1.8) eine Verstärkung des elektrischen Feldes nur ergeben kann, wenn die Polarisation $\mathcal{P}(t)$ einen negativen Imaginäranteil aufweist, was wegen (1.12), (1.13) nur bei einer

Inversion der Besetzung im Medium, $\rho_{aa} - \rho_{bb} > 0$, möglich ist.

Setzt man die Lösung von ρ_{ab} (1.13) in die beiden anderen Gleichungen (1.11) ein, so erhält man schließlich die Ratengleichungen für die Besetzungswahrscheinlichkeiten des oberen und unteren Laserniveaus:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa} &= \lambda_a - \gamma_a \rho_{aa} - R \cdot (\rho_{aa} - \rho_{bb}) \\ \dot{\rho}_{bb} &= \lambda_b - \gamma_b \rho_{bb} + R \cdot (\rho_{aa} - \rho_{bb}) \end{aligned} \quad (1.14)$$

mit der Ratenkonstante R

$$R = \lambda \left(\frac{g \mathcal{E}}{\hbar} \right)^2 \cdot \frac{\gamma}{(\omega_{ab} - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (1.15)$$

Um eine erste, grobe Vorstellung zu bekommen, suchen wir zunächst die Gleichgewichtslösung der Ratengleichungen, d.h. $\dot{\rho}_{aa} = 0 = \dot{\rho}_{bb}$. Die Gleichgewichtsinversion $\rho_{aa} - \rho_{bb}$ des Lasermediums ergibt sich zu

$$\rho_{aa} - \rho_{bb} = \frac{\lambda_a / \gamma_a - \lambda_b / \gamma_b}{1 + R \cdot (1/\gamma_a + 1/\gamma_b)} \quad (1.16)$$

Diese Inversion, die sich für Zeiten der Pumpenanregung $\tau_p \gg R^{-1}$ einstellt, zeigt eine empfindliche Abhängigkeit von den Pumpraten der Niveaus a und b und deren Zerfallsdauern. Um sie möglichst groß zu machen, muß man entweder differentiell pumpen, also mit Präferenz das obere Laserniveau anregen ($\lambda_a \gg \lambda_b$) oder Übergänge suchen, bei denen das obere Laserniveau eine deutlich längere Lebensdauer als das untere aufweist ($\gamma_a \ll \gamma_b$). Speziell im Bereich von Röntgenübergängen in der Elektronenhülle läßt sich die letztere Bedingung kaum erreichen, da praktisch keine energiereichen metastabilen Zustände bekannt sind. Auf verschiedene Methoden differentiellen Pumpens elektronischer Zustände einerseits und die Problematik metastabiler Kernzustände andererseits wird im Abschnitt 3 dieses Kapitels näher eingegangen.

Aus der Lösung der Bewegungsgleichungen in der Ratengleichungsnäherung (1.13), (1.16) erhält man sofort die Polarisation zu

$$P(t) = - \frac{g^2 \mathcal{E}(t)}{\hbar} \cdot \frac{\lambda_a / \gamma_a - \lambda_b / \gamma_b}{1 + R \cdot (1/\gamma_a + 1/\gamma_b)} \cdot \frac{1}{i(\omega_{ab} - \omega) + \gamma}$$

Für die Verstärkung ist nur der Imaginärteil der Polarisation maßgeblich,

so daß die Gleichung (1.8) für die Feldenveloppe die endgültige Form

$$\dot{\xi}(t) = -\frac{1}{2} \frac{\omega}{Q} \xi(t) + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\mathcal{E}^2}{\hbar} \cdot \frac{\lambda_a / \delta_a - \lambda_b / \delta_b}{1 + R \cdot (1/\delta_a + 1/\delta_b)} \cdot \frac{\sigma \xi(t)}{(\omega_{ab} - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (1.17)$$

annimmt.

Für Felder, die klein gegen den Sättigungswert sind. d.h. $R(1/\gamma_a + 1/\gamma_b) \ll 1$, kann der Nenner im zweiten Term in (1.17) gleich Eins gesetzt werden und liefert die Gleichung des Lasers im linearen Verstärkungsbereich:

$$\dot{\xi}(t) = \left(\alpha - \frac{\omega}{2Q} \right) \xi(t) \quad (1.18)$$

mit dem linearen Verstärkungsfaktor α

$$\alpha = \frac{\omega \mathcal{E}^2}{2\epsilon_0 \hbar} \cdot \left(\frac{\lambda_a}{\delta_a} - \frac{\lambda_b}{\delta_b} \right) \cdot \frac{\sigma}{(\omega_{ab} - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (1.19)$$

Die Laserschwelle ist definiert als Grenzfall, bei dem die Verstärkung gerade die Verluste kompensiert, also gilt für den Schwellwert der Pump-raten im Zentrum des Lorentzprofils bei $\omega = \omega_{ab}$:

$$\left(\frac{\lambda_a}{\delta_a} - \frac{\lambda_b}{\delta_b} \right)_{th} = \frac{\epsilon_0 \hbar \sigma}{Q \mathcal{E}^2} \quad (1.20)$$

Schließlich drücken wir noch den Gütefaktor Q durch die Intensitäts-transmittivität T der Resonatorspiegel aus. Durch Vergleich mit (1.8) im Fall $P = 0$ sieht man leicht, daß bei einer Resonatorlänge L für kleine Werte von T gilt:

$$Q = \frac{\omega L}{c T}$$

Damit lautet schließlich die Bedingung für die Laserschwelle eines homogen verbreiteten Einmodenlasers in einem Resonator:

$$\left(\frac{\lambda_a}{\delta_a} - \frac{\lambda_b}{\delta_b} \right)_{th} = T \cdot \frac{\epsilon_0 \hbar c \sigma}{\mathcal{E}^2 \omega L} \quad (1.21)$$

Bevor dieses Resultat im Hinblick auf Skalengesetze näher diskutiert wird, sei darauf verwiesen, daß speziell im Bereich kurzer Wellenlängen kaum Spiegel für einen Resonator vorhanden sind. In diesem Fall muß der Laser als Verstärker von spontaner Emission^{3,4} arbeiten. Um trotzdem gute Ko-

härenz zu erreichen, muß jedes Photon, das an einem Ende des aktiven Mediums emittiert wird, auf seinem Weg mindestens ein weiteres durch einen induzierten Übergang erzeugen. In diesem Fall können sich keine stehenden, sondern nur laufende Moden des elektrischen Feldes ausbilden, weshalb wir uns generell auf diese beschränkt haben.

Im resonatorfreien Fall gelten dieselben Gleichungen für das Medium, so daß wir die Lösung (1.16) übernehmen können, ebenso auch die Gleichungen für die Feldenveloppen (1.8), allerdings ohne den Dämpfungsterm, der die Resonatorgüte Q enthält. Für die Intensität des Feldes ergibt sich also die Gleichung

$$\dot{I} = - \frac{\omega}{\epsilon_0} \cdot \frac{\text{Im } P(t)}{E(t)} \cdot I$$

Die Bedingung für das Erreichen der Schwelle von verstärkter spontaner Emission folgt dann mit Hilfe von (1.12) zu:

$$\frac{\omega \mathcal{U}^2}{\epsilon_0 \hbar} \cdot \left(\frac{\lambda_a}{\gamma_a} - \frac{\lambda_b}{\gamma_b} \right)_{ASE} \cdot \frac{\sigma}{(\omega_{ab} - \omega)^2 + \gamma^2} \cdot \frac{L}{c} = 1$$

bzw. am Maximum der spektralen Verteilungsfunktion bei $\omega = \omega_{ab}$:

$$\left(\frac{\lambda_a}{\gamma_a} - \frac{\lambda_b}{\gamma_b} \right)_{ASE} = \frac{\epsilon_0 \hbar c \cdot \sigma}{\mathcal{U}^2 \omega L} \quad (1.22)$$

Der Vergleich dieser Gleichgewichtsinversion des aktiven Mediums, die für verstärkte Spontanemission nötig ist, mit (1.21) für das Erreichen der Laserschwelle zeigt, daß diese bis auf den Faktor T übereinstimmen. Da jedoch T gewöhnlich eine sehr kleine Zahl ist, für typische optische Resonatoren etwa 10^{-2} , stellt ein Laser im Resonator viel geringere Pumpanforderungen als die verstärkte spontane Emission.

I.1.2 Skalierungsgesetze

Im Hinblick auf fehlende, leistungsfähige Spiegel im Röntgenbereich gehen wir in der folgenden Diskussion einiger einfacher Skalierungsgesetze konsequenterweise immer von (1.22) aus.

Als vereinfachende Annahme betrachten wir eine selektive Anregung, d.h.

$$\frac{\lambda_a}{\gamma_a} \gg \frac{\lambda_b}{\gamma_b} \quad (1.23)$$

was uns den zweiten Term auf der linken Seite von (1.22) zu vernachlässigen erlaubt. Damit erhalten wir für die nötige Pumprate in das obere Niveau:

$$\lambda_a = \frac{\epsilon_0 \hbar c}{\omega L} \cdot \frac{\gamma \gamma_a}{y^2}$$

Das Dipolmatrixelement y läßt sich noch durch die Zerfallskonstante des Übergangs γ_{ab} (= Einstein-A-Koeffizient)⁵

$$\gamma_{ab} = \frac{4}{3} \cdot \frac{y^2 \omega^3}{4\pi \epsilon_0 \hbar c^3} \quad (1.24)$$

ausdrücken, womit λ_a schließlich in die Form

$$\lambda_a = \frac{\omega^2 \gamma}{3\pi c^2 L} \cdot \frac{\gamma_a}{\gamma_{ab}} \quad (1.25)$$

gebracht werden kann. Das Verhältnis γ_a/γ_{ab} der totalen Zerfallskonstante des Zustands a zur Zerfallskonstante γ_{ab} des Zustands a ausschließlich in den Zustand b ist immer größer Eins. Die Zerfallskonstante für die Polarisation kann in zwei Teile zerlegt werden:

$$\gamma = \frac{1}{2} (\gamma_a + \gamma_b) + \gamma_{ph}$$

wobei in γ_a alle Raten, die zu einer Entvölkerung des oberen Laserniveaus beitragen, zusammengefaßt sind, also neben der natürlichen Linienbreite auch Effekte von inelastischen Stößen und Augerübergangsraten. γ_{ph} beinhaltet Prozesse, die nur die Phase, aber nicht die Bevölkerung ändern, also im wesentlichen elastische Stöße. Im Fall hochionisierter Plasmen, wie sie häufig in Röntgenlaservorschlägen diskutiert werden, spielen diese wegen der großen Reichweite des Coulombpotentials eine wichtige Rolle und dominieren über den inelastischen. Allgemein gilt für die Rate γ_{ph} :

$$\gamma_{ph} = \int N(v) \cdot \sigma(v) \cdot v \cdot dv =: N \sigma \bar{v} \quad (1.26)$$

wobei N die Dichte der Stoßpartner, σ der Querschnitt für elastische Stöße und \bar{v} die mittlere Relativgeschwindigkeit der stoßenden Teilchen sind. Aus dem Rutherfordquerschnitt für Coulombstreuung⁵ zwischen Teilchen mit den Ladungen $Z \cdot e$ bzw. $Z' \cdot e$ und der reduzierten Masse μ

$$\sigma_c(\theta) = \left(\frac{Z Z' \cdot e^2}{8\pi \epsilon_0 \mu \bar{v}^2} \right)^2 \cdot \text{cosec}^4 \left(\frac{1}{2} \theta \right) \quad (1.27)$$

und der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} einer Maxwellverteilung der Temperatur T

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 k T}{\pi \mu}}$$

folgt schließlich

$$\gamma_{ph} = N \left(\frac{z z' \cdot e^2}{8 \pi \epsilon_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{8 k T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\operatorname{cosec}^4 \left(\frac{1}{2} \theta \right)}{\mu'^2} \quad (1.28)$$

Eine typische Vorgangsweise, annähernd Vorhersagen für Röntgenübergänge zu finden, besteht darin, isoelektronische Reihen zu studieren. Als einfachstes Modell betrachten wir wasserstoffähnliche Ionen, also einen Kern mit Kernladungszahl Z und einem Elektron in der Hülle. Der Index H bezeichnet immer den Wert für Z = 1, also für Wasserstoff. Für die Übergangsfrequenz gilt folgendes Skalierungsgesetz:

$$\omega_{ab,z} = \omega_{ab,H} \cdot Z^2 \quad (1.29)$$

Falls bei den elastischen Stößen solche zwischen Ionen und Elektronen dominieren, gilt

$$\mu \sim \text{const.}$$

$$N \sim Z \quad (1.30)$$

$$\gamma_z = \gamma_H \cdot Z^3$$

Spielen Ionen-Ionen-Stöße eine wichtigere Rolle, so gelten:

$$\mu \sim Z$$

$$N \sim \text{const.} \quad (1.31)$$

$$\gamma_z = \gamma_H \cdot Z^{\frac{7}{2}}$$

Bei sonst unveränderten Bedingungen folgen aus (1.29), (1.30) bzw. (1.29),

(1.31) und (1.25) die Skalengesetze für die minimale Pumprate in das obere Laserniveau:

$$\lambda_a \sim \begin{cases} Z^7 & \text{bei elektronendominanten Stößen} \\ Z^{15/2} & \text{bei ionendominanten Stößen} \end{cases}$$

Drückt man umgekehrt gemäß (1.29) Z durch ω aus, so erhält man für isoelektronische Reihen von Übergängen

$$\lambda_a \sim \omega^{7/2}$$

Dies zeigt die Hauptschwierigkeit bei Röntgenlasern auf: Je weiter man zu kurzen Wellenlängen vordringen will, desto höher sind die Pumpanforderungen geschraubt. Wie drastisch sich dieser allgemeine Trend äußert, zeigt ein kleines Zahlenbeispiel von Duguay⁶. Er berechnet für die Pumpleistung, die erforderlich ist, eine K-Schalen-Vakanz in einem Kupferatom aufrechtzuerhalten, zu

$$P \cong 3 \frac{W}{\text{Atom}}$$

Benutzt man die von ihm zitierten Werte für den Kupfer $K_{\alpha 1}$ -Übergang von der L_3 - zur K-Schale als möglichen Laserübergang

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ab}} = 3 \quad ; \quad h\nu = 8 \text{ keV} \quad ; \quad \gamma = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1} ,$$

so erhält man für die Schwelle zur verstärkten Spontanemission gemäß (1.25):

$$\lambda_a = \frac{1,1 \cdot 10^{36}}{L} \text{ m}^{-3} \cdot \text{sec}^{-1} ,$$

bzw. wenn man eine gezielte Innenschalenanregung mit einer Pumpenergie von $10 \frac{\text{keV}}{\text{atom}}$ annimmt:

$$P = 1,8 \cdot 10^{21} \frac{W}{\text{m}^2} .$$

Diese zwei Zahlen verdeutlichen, welche Probleme sich einer praktischen Realisierung eines Röntgenlasers allgemein entgegenstellen. Um die gestiegenen Anforderungen, die durch die kurzen Lebensdauern des angeregten

Zustands bedingt sind, etwas zu entschärfen, wurde vorgeschlagen^{7,8,9}, die Anregung über das Lasermedium annähernd mit Lichtgeschwindigkeit hinwegzuziehen, so daß immer nur ein sehr kleines Volumen direkt vor dem zu verstärkenden Röntgenpuls invertiert wird. Allerdings sei bemerkt, daß hierdurch die nötige Pumpintensität nicht geringer wird, wohl aber dank der Konzentration auf ein kleineres Volumen die Pumpleistung in den Bereich verfügbarer Quellen rückt. Jedoch stellt sich bei dieser Art der Wanderanregung eine geringere Verstärkung ein¹⁰, die sich erst im nichtlinearen Bereich wieder dem für quasistationäre Anregung berechneten Wert nähert.

I.2 Pumpquellen

In diesem Abschnitt werden mögliche Pumpquellen diskutiert, die am ehesten in der Lage sind, die geforderten Intensitäten zu liefern. An dieser Stelle sei auch auf einige Übersichtsartikel über Röntgenlaser verwiesen^{6,11}, deren Inhalt zum großen Teil hier ihren Niederschlag findet.

In Übernahme bewährter Lasersysteme im UV und nahen Vakuum-UV kann man zunächst an Stoßanregung in elektrischen Entladungen denken, mit denen auch eine Wanderanregung möglich ist¹². Bei Gaslasern begrenzt jedoch die relativ geringe Dichte das Vordringen zu sehr kurzen Wellenlängen.

Elektronenstrahlen^{13,14} sind möglicherweise erfolgversprechende Pumpenergielieferanten. Den Leistungsrekord hält derzeit der "First Particle Beam Fusion Accelerator" mit einem Spitzenstrom von 15 Megaampere bei einer Teilchenenergie bis zu 2 MeV und einer Pulsdauer von 40 nsec, das ergibt eine Leistung von 30 TW bzw. eine Pulsenergie von 1,2 MJ. Allerdings gelangen mit bedeutend leistungsschwächeren Elektronenstrahlen schon recht respektable Erfolge wie etwa die Anregung eines Wasserstoffmoleküllasers im Bereich von 116,1 - 124,0 nm¹⁵. Darüberhinaus können die Elektronen nicht nur Atome bzw. Moleküle durch Stöße anregen, sondern auch Ionen erzeugen, eventuell sogar extrem heiße und hochionisierte Plasmen. Diese sind potentielle Lasermedien, wie später ausgeführt wird, und Ausgangspunkt vieler theoretischer Überlegungen auf dem Gebiet der Röntgenlaser. Aber auch als "Lasermedium" selbst kann man Elektronenstrahlen benutzen, etwa im freien Elektronenlaser, der im Kapitel II ausführlich behandelt wird. Strahlen relativistischer Elektronen bieten die Vorzüge leichter Fokussierbarkeit, hoher Leistungsdichte, kurzer Pulsanstiegsdauer und leichter Ablenkbarkeit,

was sie für den Einsatz in Wanderanregungslasern besonders geeignet erscheinen läßt. Schließlich sei noch angemerkt, daß sie bei nicht zu hoher kinetischer Energie sehr kurze Absorptionslängen besitzen und somit ihre Energie nahezu vollständig an das Lasermedium abgeben können.

Neben Elektronenstrahlen kommen auch Ionenstrahlen als Pumpquellen in Betracht. Bisher erschien dies noch nicht praktikabel, da keine den Elektronenstrahlen vergleichbare Intensitäten erreichbar waren. Im Rahmen der Anstrengungen, Fusionsplasmen durch Trägheitseinschluß mit Ionenstrahlen zu erzeugen, konnte die technologische Weiterentwicklung von leistungsstarken Ionenbeschleunigern vorangebracht werden. Gegenüber Elektronenstrahlen können auch Ionenstrahlen prinzipiell entweder nur mittelbar als Pumpenergie-lieferant oder auch unmittelbar als Lasermedium wirken. Sie eröffnen die Möglichkeit einiger resonanter Pumpprozesse mit sehr hohen Wirkungsquerschnitten und entsprechend hoher Effizienz.

Ebenfalls der Fusionsforschung entnommen ist die Idee, ultradichte Plasmen durch Kurzschluß von Elektronenstrahldioden mit dünnen Drähten zu erzeugen. Diese verdampfen sehr schnell nach Einschalten der Entladung und produzieren ein hochionisiertes Plasma, in dem sich ähnlich den durch Elektronenstrahlabsorption erzeugten Plasmen eine Inversion einstellen kann.

Eine dritte Möglichkeit, die bisher am häufigsten angewandt wurde, Röntgenlaserplasmen zu erzeugen, besteht im Bestrahlen von kleinen Proben mit kurzen Hochleistungslaserpulsen. Der Vorteil dieser Pumpmethode liegt in der relativen Einfachheit, Pulse mit Leistungen bis 10^{12} W herzustellen. Allerdings läßt sich eine Wanderanregung nur sehr schwer realisieren. Auch zeigen die bisher durchgeführten Laserplasmaexperimente eine starke, anomale Reflektivität, die eine weitere Energiezufuhr über eine kritische Schwelle hinweg erschwert und insgesamt zu einem relativ kleinen Verhältnis von Energie, die dem Plasma zugeführt wird, zur Gesamtpulsenergie führt. Außerdem sind bei relativ dünnen Medien die Absorptionslängen des Laserpulses im Medium ungebührlich lang.

Unabhängig von ihrer Erzeugung sind hochionisierte Plasmen wegen der normalerweise hohen Rekombinationswahrscheinlichkeit immer Quellen intensiver Röntgenstrahlung, die in einem zweiten, davon getrennten Medium eine Inversion durch Photoionisation herbeiführen kann. Eine ganz besondere und

äußerst fragwürdige, auf diesem Prinzip beruhende Pumpquelle wurde neulich in der Literatur genannt: Gerüchten¹⁶ zufolge wurde von Lawrence Livermore ein Röntgenlaser durch Photoionisation gepumpt, wobei die ionisierenden Photonen aus einer kleinen Atombombenexplosion stammten.

Abschließend sei noch erwähnt, daß es auch Vorschläge gibt, eine Inversion in Atomkernniveaus zu erzielen. Als Pumpquellen hierfür kommen teils thermische, teils schnelle Neutronen in Betracht. Auf dieses Röntgenlaserkonzept wird am Ende des nächsten Abschnitts näher eingegangen.

I.3 Pumpmechanismen und Übergänge

I.3.1 Excimerlaser

Eine Vorgangsweise bei der Realisierung von Röntgenlaserexperimenten besteht darin, bereits bei längeren Wellenlängen bewährte Systeme zu kürzeren Wellenlängen zu übertragen. So liegt es auf der Hand, das Prinzip des Excimerlasers^{17,18}, das bereits im Vakuum-UV in Form von zuverlässig arbeitenden Lasern realisiert ist, mit höherenergetischen Übergängen zu versuchen. Excimere sind Moleküle, die nur in einem elektronisch angeregten Zustand existieren und keinen gebundenen Grundzustand besitzen, wie aus Figur 2 am Beispiel des Xenon entnommen werden kann. Sie bieten den offensichtlichen Vorteil, daß jedes angeregte Molekül bereits zur Inversion des Mediums beiträgt, da das untere Laserniveau immer unbesetzt ist. Die Anregung von Excimeren erfolgt durch Elektronenstoß entweder in Gasentladungen oder durch Elektronenstrahlen, wobei bei kondensierten Edelgasen ausschließlich letzteres in Frage kommt. Der Bereich von Excimerübergängen ist jedoch gegen kurze Wellenlängen hin beschränkt, da die elektronische Anregungsenergie von Molekülen auf relativ geringe Werte beschränkt ist. Die kürzesten Wellenlängen werden wohl mit Neon- bzw. Helium-Excimern in einem Bereich zwischen 60,0 und 80,0 nm¹¹ erreicht werden.

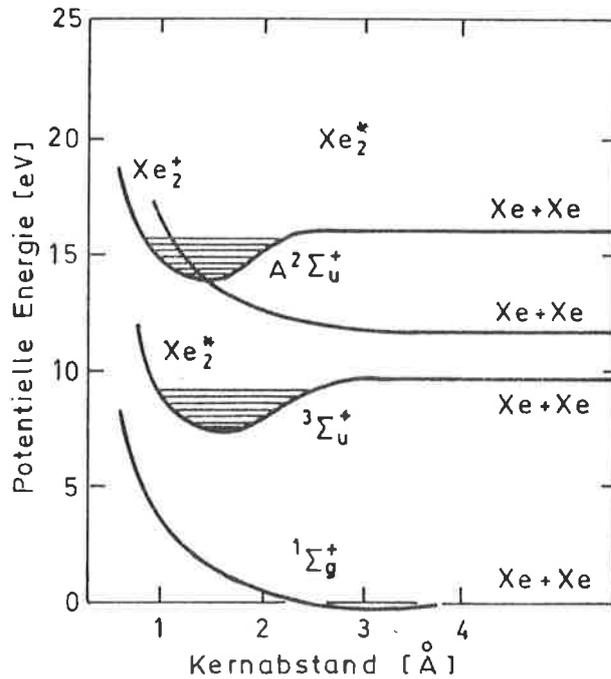


Fig. 2: Potentialkurven des Grundzustands und der ersten angeregten Zustände in dem Exzimermolekül Xe_2 als Funktion des Kernabstandes (aus Referenz 11).

I.3.2 Elektronstoßanregung in Ionen

Ein weiteres, im sichtbaren Bereich und nahen UV, bewährtes Laserkonzept ist die Besetzung von angeregten Ionenzuständen durch Elektronenstoß¹⁷. Das Lasermedium ist in diesem Falle ebenso wie beim nächsten zu diskutierenden Beispiel ein Plasma. Im Gegensatz zu den bereits besprochenen Excimern können hier isoelektronische Sequenzen untersucht werden, die einfachen Skalierungsgesetzen folgen.

Als besonders vorteilhaft erweist sich die Anregung eines dipolverbotenen Übergangs, etwa eines 2p-Elektrons in Kohlenstoff-ähnlichen Ionen zu einem 3p-Elektron, mit einem Laserübergang von $3p \rightarrow 3s$ und nachfolgender schneller Entleerung in den Grundzustand 2p, was beispielsweise im Stickstoffionenlaser auftritt. Ein entsprechendes Schema für ein noch zu diskutierendes Beispiel ist in Figur 3 dargestellt.

Zunächst seien die notwendigen Bedingungen, die zu einer gewünschten Inversion in ionischen Zuständen führen, etwas erörtert. Aus rein energetischen Gründen muß die Durchschnittsenergie der freien Elektronen im Elektronengas die Übergangsenergie des 2p zum 3p-Elektron übersteigen: $kT_e > \hbar\omega_{3p-2p}$

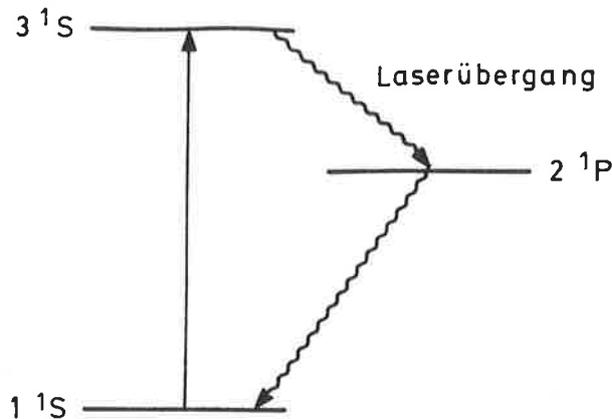


Fig. 3: Termschema im stoßgepumpten Ionenlaser.

Diese Forderung klingt für Kohlenstoff-ähnliches Ne^{3+} , das eine Laserwellenlänge von $\lambda_{3p-3s} = 227 \text{ nm}$ liefern würde, mit $kT_e > 24 \text{ eV}$ oder $T_e > 280\,000 \text{ K}$ noch relativ harmlos, läßt sich aber zusehends schwerer erreichen. Um in Kohlenstoff-ähnlichem Calcium¹¹ eine Inversion des 3p-Zustands, die einen Laserübergang bei $\lambda = 76 \text{ nm}$ bewirkt, aufrechtzuerhalten, bedarf es einer Mindestelektronentemperatur von $T_e > 2.3 \cdot 10^6 \text{ K}$. Jedoch zeigen Rechnungen²⁰, daß es sich für die Verstärkung günstig auswirkt, wenn eine deutlich höhere Elektronenenergie - etwa die zwei- bis zehnfache - als die minimale Elektronentemperatur angestrebt wird. Es ist jedoch nicht wünschenswert, im gleichen Maße die Iontemperatur zu erhöhen, da sich dadurch die Dopplerverbreiterung des Übergangs und damit die notwendige Pumprate, vergrößern würde.

Ein Beispiel, das einer Arbeit von Waynant und Elton¹¹ entnommen ist, möge dies näher verdeutlichen: Zur Aufrechterhaltung einer Besetzungsinversion in Ca^{14+} ist eine Elektronendichte von $N_e = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ nötig. Die Iontemperatur wird zu $kT_i = 200 \text{ eV}$ angenommen. Bei gleicher Elektronentemperatur $T_e = T_i$ ist für eine Verstärkung von 1, die als Schwelle zu verstärkter Spontanemission gesetzt wurde, eine Länge des aktiven Mediums von $L = 10 \text{ cm}$, notwendig; bei $T_e = 10 \cdot T_i$ für die gleiche Verstärkung jedoch nur $L = 0.3 \text{ cm}$. Ein weiterer Vorteil einer höheren Elektronen- als Iontemperatur liegt darin, eine höhere Elektronendichte zuzulassen, bevor die Rate für Stoßentvölkerung des oberen Laserniveaus die Pumprate übersteigt. In dem oben zitierten Beispiel des Kohlenstoff-ähnlichen Calcium liegt die kritische Elektronendichte im Fall $T_e = T_i$ bei $(N_e)_{\text{max}} = 3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ d.h. die zur Inversion notwendigen Dichte liegt über dem kritischen Wert, wohingegen bei $T_e = 10 \cdot T_i$ die maximal zulässige Elektronendichte bei

$(N_e)_{\max} = 7 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ liegt und damit deutlich über der notwendigen Dichte von $N_e = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$. Jedoch läßt sich in einem Plasma dieser Dichte und in dem kleinen Volumen, das typischerweise für Röntgenlaser angestrebt wird, also einer Länge in der Größenordnung einiger Millimeter bis Zentimeter und Durchmesser im Bereich von 0,1 mm, eine Differenz zwischen Ionen- und Elektronentemperatur nur für sehr kurze Zeit aufrechterhalten. Dabei spielt auch die Pumpquelle eine wesentliche Rolle: Bei laserproduzierten Plasmen wird in der sehr kurzen Anregungszeit ein Temperaturgradient zwischen Elektronen und Ionen erzeugt, der durch die Annäherung an thermisches Gleichgewicht sehr rasch ausgeglichen ist. Bei direkter Anregung durch Elektronenstrahlen bleibt der Temperaturunterschied länger bestehen¹¹.

Nun soll kurz auf zum Pumpprozeß konkurrierende Mechanismen eingegangen werden, da sie unter anderem auch zu dem oben erwähnten Elektronendichtemaximum führen. Beginnen wir mit der Anregung der Ionen aus dem Grundzustand: Neben dem gewünschten oberen Niveau kann durch Elektronenstoß auch ein anderer Zustand der gleichen, und bei ausreichend hohen Elektronentemperaturen auch einer höheren, Schale angeregt werden. Auch kann anstatt des 2p - im obigen Beispiel ein 2s - Elektron aus dem Grundzustand angeregt werden. Die relativen Wahrscheinlichkeiten für den einen oder anderen Prozeß werden durch deren Wirkungsquerschnitte bestimmt und lassen sich nur schwer durch äußere Parameter verändern. Des weiteren kann auch das bereits angeregte Ion durch Stöße in einen energetisch benachbarten Zustand übergeführt werden und so für die Inversion verloren gehen. Weitere Verlustmechanismen kommen durch Elektron-Ion-Rekombination ins Spiel, wobei bei den relativ niedrigen Elektronendichten, die bei diesem Lasertyp vorherrschen, hauptsächlich tiefliegende Ionenniveaus bevölkert werden.

Alle diese Prozesse stören mindestens insofern, als das betroffene Ion weder zum Pumpen noch zum Übergang zwischen den gewünschten Zuständen zur Verfügung steht.

Schließlich soll die Frage nach der Begrenzung dieser Methode zu kurzen Wellenlängen hin diskutiert werden. Bei dem betrachteten Laserübergang $3p \rightarrow 3s$ in Kohlenstoff-ähnlichen Ionen liegt das Optimum¹¹ in Abhängigkeit der Kernladungszahl Z in der Gegend von $Z = 20$, also bei Calcium mit einer Wellenlänge von $\lambda = 76 \text{ nm}$. Um zu kürzeren Wellenlängen vordringen zu kön-

nen, empfiehlt es sich, Laserübergänge zwischen Niveaus unterschiedlicher Hauptquantenzahl zu ermöglichen. Dies ist etwa der Fall bei einem $3s \rightarrow 2p$ -Laserübergang mit nachfolgender rascher Relaxation $2p \rightarrow 1s$ in He-ähnlichen Ionen. Die Anregung durch Elektronenstoß würde von $1s$ nach $3s$ erfolgen. Dieses Schema läuft genau wie das oben beschriebene ab. Rechnungen der Verstärkung²⁰ bei einer Elektronendichte von $N_e = 10^{27} \text{ m}^{-3}$ und einer zweimal höheren Elektronengastemperatur als der Ionentemperatur zeigen deutlich (siehe Figur 4), daß der Bereich zwischen $Z = 11$ und $Z = 15$ optimal ist. Die erreichbaren Wellenlängen liegen dann in der Gegend von $\lambda \cong 4 \text{ nm}$.

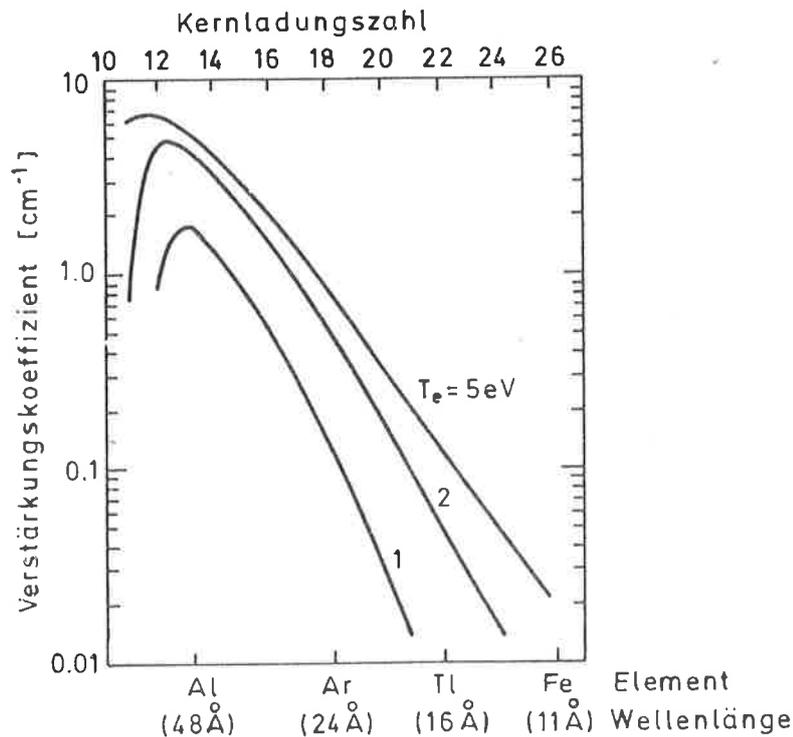


Fig. 4: Verstärkung des Übergangs $3s \rightarrow 2p$ in Helium-ähnlichen Ionen als Funktion der Kernladungszahl Z des Ions bei einer Elektronendichte $N_e = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$, einem Verhältnis Ionen- zu Elektronentemperatur $T_i/T_e = 1/2$ für verschiedene Werte von T_e . (Referenz¹¹ entnommen).

I.3.3. Rekombinationsstrahlung in Wasserstoff-ähnlichen Ionen

Von den vielen in hochionisierten Plasmen sich abspielenden Vorgängen erscheint neben der Stoßanregung insbesondere die Rekombination, die bei

hohen Dichten vornehmlich in Form von Dreierstößen abläuft und so mit Präferenz höhere Niveaus besetzt werden, von besonderer Bedeutung für mögliche Röntgenlaser. Dieser Vorschlag geht bereits auf Gudzenko und Shelepin²¹ zurück und wurde anschließend durch theoretische Arbeiten von Pert²² und Slutz et al.²³ konkretisiert.

Die heute weitgehend akzeptierte und mittlerweile auch experimentell erprobte Realisierung sieht die Produktion eines sehr heißen, sehr dichten Plasmas innerhalb kurzer Zeit vor. Das kann am besten durch Beschuß eines dünnen, langen Targets, z.B. in Form einer Faser, mit einem Hochleistungslaserpuls kurzer Anstiegszeit erfolgen. Die Temperatur muß ausreichend groß sein, um die Targetatome vollständig ionisieren zu können. Für Atome der Kernladungszahl Z gilt als grobe Faustregel²⁴:

$$k T_e > 10 \cdot Z^2 \text{ [eV]} \quad (1.32)$$

Jedoch darf die Elektronentemperatur nicht zu hoch sein, da sonst Rekombinationen unwahrscheinlich werden und das aus vollständig nackten Ionen und Elektronen bestehende Plasma im stabilen Gleichgewicht existiert. Also muß sich der Aufheizphase des Plasmas und der Ionisierung eine Phase des Abkühlens anschließen. In der Praxis geschieht dies von selbst durch adiabatische Expansion des Plasmas. Damit dieser Prozeß zum gewünschten Erfolg einer Besetzungsinversion führt, müssen für die typischen Zeitkonstanten für Ionisation τ_i für Expansion τ_e und für die Rekombination τ_r die Ungleichungen

$$\tau_i < \tau_e < \tau_r \quad (1.33)$$

gelten. In einer Serie von Artikeln^{24,25} untersuchte Pert diesen Fall eines expandierenden, zylinderförmigen Plasmas sowohl numerisch als auch durch analytische Selbstähnlichkeitsbetrachtungen am konkreten Fall eines vollständig ionisierten Kohlenstoffs. Dank der im ersten Abschnitt dieses Kapitels erwähnten Skalierungsgesetze entlang isoelektrischer Reihen sind diese Ergebnisse leicht auf andere Atomsorten übertragbar. Die wesentlichen Resultate kann man wie folgt zusammenfassen:

- Die zeitliche Entwicklung der Temperatur des Elektronengases verläßt

bereits nach etwa 0,2 nsec die Adiabatkurve und kühlt langsamer ab. Dieser Vorgang ist auf die bei der Rekombination freiwerdende Energie, die durch die Dreierstöße an das Elektronengas abgegeben wird, zurückzuführen.

- Während der ersten 120 psec sind das erste angeregte Niveau $n = 2$ und der Grundzustand in ungefährem thermischen Gleichgewicht, d.h. die Besetzung des $n = 2$ Niveaus folgt der des Grundzustandes. Nach 120 psec wird das Plasma für diese Übergangslinie optisch dünn, so daß das $n = 2$ Niveau rasch entvölkert wird.
- Es gibt eine optimale Iontemperatur, bei der das $n = 3$ über dem $n = 2$ Niveau während relativ langer Zeit (1 nsec) eine deutliche Inversion aufweist, die zu beträchtlicher Verstärkung der Balmer- α -Linie führt. Die Population des $n = 3$ Niveaus stammt anfangs hauptsächlich direkt aus Rekombinationsreaktionen und später aus Kaskaden von höheren Niveaus, die bei fortschreitender Abkühlung und Abnahme der Dichte bevorzugt besetzt werden.
- Weicht die Iontemperatur von der optimalen nach oben hin ab, so stellt sich zwar auch die gewünschte Inversion ein, aber die absolute Besetzung ist geringer als unter optimalen Bedingungen. Bei geringer Iontemperatur bevölkern die Rekombinationselektronen vornehmlich direkt die unteren Niveaus.

Die theoretischen Vorhersagen wurden in Experimenten an der University of Hull bestätigt. In einem ersten Aufbau²⁶ fokussierte man 150 mJ, 140 psec Pulse eines Nd-Glas-Lasers auf eine Kohlenstofffaser von 5,3 μm Durchmesser und konnte zweifelsfrei eine Inversion der Balmer- α -Linie im H-ähnlichen Kohlenstoff bei $\lambda = 18.2$ nm messen, jedoch war die Verstärkung noch zu gering um direkt nachgewiesen zu werden. Diese Resultate ermutigten zu einer Erhöhung der Pumplaserenergie mit dem Ziel, dadurch die zu erwartende Verstärkung beträchtlich zu vergrößern. Mit 10 J Nd-Glas-Laser-Pulsen von 180 psec Dauer gelang es erstmalig, direkt eine Verstärkung nachzuweisen²⁷. Dazu wurden Spektren des expandierenden Plasmas, die die Strahlung in Richtung der Plasmaachse aufgezeichnet haben, mit denen der Strahlung in transverser Richtung verglichen. Der experimentelle Aufbau ist in Fig. 5 dargestellt, die Ergebnisse in Fig. 6 zusammengestellt. Bei Variation der Pulsenergie zwischen 6 J und 8 J zeigte sich bei annähernd gleichbleiben-

der Transversalstrahlung eine enorme Änderung der Axialintensität aufgrund der Verstärkung der spontanen Emission. Bei der Pulsenergie von 8 J errechnete sich ein Verstärkungsfaktor entlang der Faser von etwa 4,5.

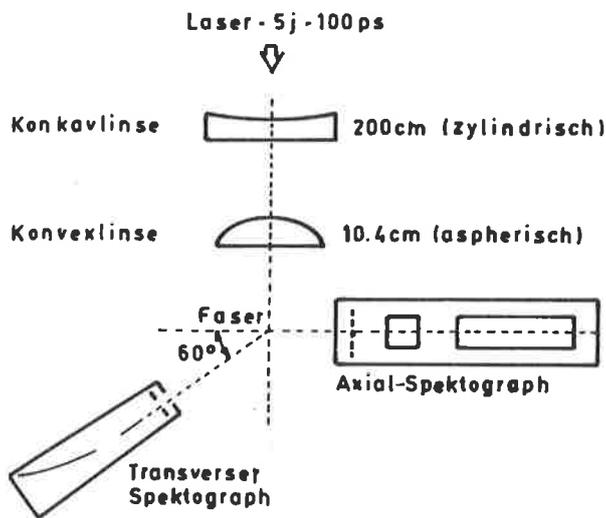


Fig. 5: Schematischer Aufbau des Rekombinationslasers in H-ähnlichen Kohlenstoffionen. (Aus Ref. 27)

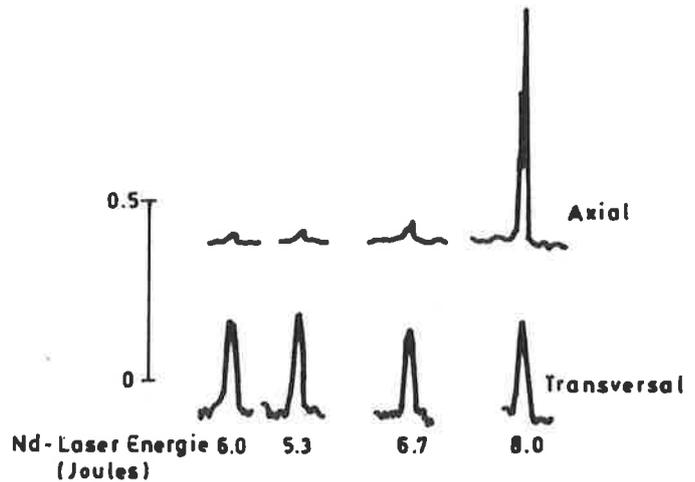


Fig. 6: Vergleich der Ausgangsintensität des axialen (oben) mit dem transversalen (unten) Spektrographen bei der Balmer- α -Linie für verschiedene Laserpulsenergien. (Referenz²⁷ entnommen)

Bleibt noch nach den Grenzen dieses Röntgenlasermechanismus zu fragen. Es liegt auf der Hand, das Konzept des Rekombinationslasers entlang isoelektronischer Reihen zu Elementen mit höherer Kernladungszahl zu übertragen. Jedoch brechen bereits bei etwa $Z = 10$ die gewöhnlichen Skalierungsgesetze zusammen, da die Einhaltung der Bedingungen (1.33) and die Expansionszeit eine Elektronendichte am Anfang der Expansionsphase, die höher als Festkörperdichte ist, voraussetzt. Allerdings wurde von Pert mit den gleichen Mitteln wie für Kohlenstoff auch untersucht, unter welchen Bedingungen durch Beschuß einer dünnen Aluminiumfolie mit Nd-Glas-Laser- bzw. dessen

frequenzverdoppeltem Licht eine Inversion zu erreichen sei²⁸. Er errechnet eine Mindestpumpenanforderung pro Targetlänge von 50 J/cm mit einer Pulsdauer von etwa 20 psec, um bei der Balmer- α -Linie in Aluminium ($\lambda = 3.87$ nm) eine Verstärkung von $\alpha = 15 \text{ cm}^{-1}$ zu erzielen. Diese Anforderungen liegen noch im Bereich der Möglichkeiten heutiger Lasertechnik. Allerdings erfordert eine Inversion der Balmer- α -Linie in wasserstoffähnlichen Atomen mit noch höherer Kernladungszahl die Anwendung von Laserkompressionstechniken, die im Zusammenhang mit der Fusion durch Trägheitseinschluß erörtert werden. Damit hofft man, das Targetmaterial bis zur 100-fachen Festkörperdichte bei entsprechend hohen Anfangstemperaturen, die zur vollständigen Ionisation notwendig wären, zu komprimieren. Wenngleich auch noch keine konkreten Grenzen vorliegen, erscheint es doch nicht sehr sinnvoll, wesentlich weiter als bis $Z = 30$ zu gehen, was immerhin Laseraktivität unter 1 nm ermöglichen würde.

I.3.4 Anregung durch Photoabsorption

Während im zuletzt diskutierten Vorschlag eines Röntgenlasers die in Laserplasmen erzeugte charakteristische Röntgenstrahlung von Rekombinationslinien direkt als Laserlinie fungiert, benutzt man nun diese Strahlung zum Pumpen des eigentlichen Laserübergangs. Dieses Prinzip ist bei Lasern im Sichtbaren und Infraroten weit verbreitet, läßt sich jedoch nicht ohne Schwierigkeiten in den Röntgenbereich übertragen, da dort nicht in dem Maße Photonenquellen mit der erforderlichen Leistung zur Verfügung stehen, zumal ja die kurzen Lebensdauern der angeregten Zustände zunehmend höhere Intensitäten verlangen. Andererseits eröffnen Pumpprozesse, die auf Photoabsorption beruhen, im Vergleich zu den bisher untersuchten Röntgenlasersystemen die Möglichkeit einer spezifischen Anregung des gewünschten Niveaus. Dies reduziert die Zahl der konkurrierenden Prozesse stark und vergrößert in den meisten Fällen sogar den Wirkungsquerschnitt für die Prozesse.

Auf dem Gebiet der Photoanregung wurde kürzlich²⁹ ein sehr beachtlicher Erfolg von C. Rhodes gemeldet: Durch Multiphotonanregung von Kr-Atomen mit einem ArF-Excimerlaser gelang es, einen Laserübergang bei etwa $\lambda = 91$ nm zu pumpen. Im folgenden wollen wir uns jedoch auf Einphotonenprozesse beschränken, da für kurze Wellenlängen die Pumpintensitäten, die für einen

n -Photonübergang wie I^n skalieren, bereits für $n = 1$ kaum zu erbringen sind.

Prinzipiell kann man mit Photoabsorption zwei verschiedene Mechanismen bewirken: Da ist zunächst die Innerschalenanregung durch Photoionisation, zuerst von Dugay und Rentzeptis³⁰ vorgeschlagen, zu erwähnen. Hierbei wird durch das einfallende Röntgen-Photon ein Elektron aus einer inneren Schale eines neutralen Atoms entfernt. Diese Vakanz wird sehr rasch von einem Elektron einer höheren Schale, meist aus der direkt darüber liegenden, aufgefüllt. Neben dem gewünschten Strahlungsübergang kann die Vakanz in der unteren Schale aber auch strahlungsfrei durch ein Augerelektron besetzt werden, wobei gleichzeitig ein zweites Elektron in das Kontinuum übergeht. Dieser Prozeß hinterläßt also eine doppelte Vakanz in höheren Schalen. Augerübergänge spielen insbesondere bei mittelschweren Elementen eine große Rolle und haben zum Teil höhere Übergangsraten als die zugehörigen Strahlungsübergänge, stellen somit eine Störung des gewünschten Prozesses dar, da sie eine Möglichkeit zur Abregung angeregter Zustände darstellen. Allerdings tragen sie im Normalfall nicht zur Reabsorption des Laserphotons bei der geplanten Wellenlänge bei, da der Zustand mit zwei Vakanzten um mehr als die Linienbreite gegen den Einvakanzzustand, der zur Emission führt, verschoben und somit nicht resonant ist.

Da der Grundzustand dieses Lasermediums, meistens ein einfach geladenes Ion mit der Vakanz in einer höheren Schale, praktisch nicht vorhanden ist, vorausgesetzt das Medium ist nicht zu heiß, erzeugt man durch die Photoionisation in einem Schritt bereits eine Inversion. Um einen quasistationären Betrieb dieses Lasers zu ermöglichen, muß jedoch die Wahrscheinlichkeit, die Vakanz des oberen Laserniveaus zu besetzen, größer sein als die Übergangsrate des oberen zum unteren Laserniveau³¹. Diese Bedingung ist für K_{α} -Übergänge, also eines Elektrons von der L-Schale zur K-Schale, bei Elementen mit $Z \leq 36$ erfüllt. Damit genügend Valenzelektronen zur Bevölkerung des oberen Laserniveaus vorhanden sind, darf die Temperatur des Lasermediums nicht zu hoch sein. Für Atome im angestrebten Bereich bis $Z = 36$ muß $kT \leq 100$ eV sein³¹, was sich sehr leicht einhalten läßt. Bereits ein Bruchteil von $2 \cdot 10^{-3}$ der gesamten Atome im angeregten Zustand garantiert einen quasistationären Betrieb von verstärkter spontaner Emission.

Jedoch sind die Pumpanforderungen enorm, wie das Beispiel der K_{α} -Linie in Kupfer^{6,30} zeigt:

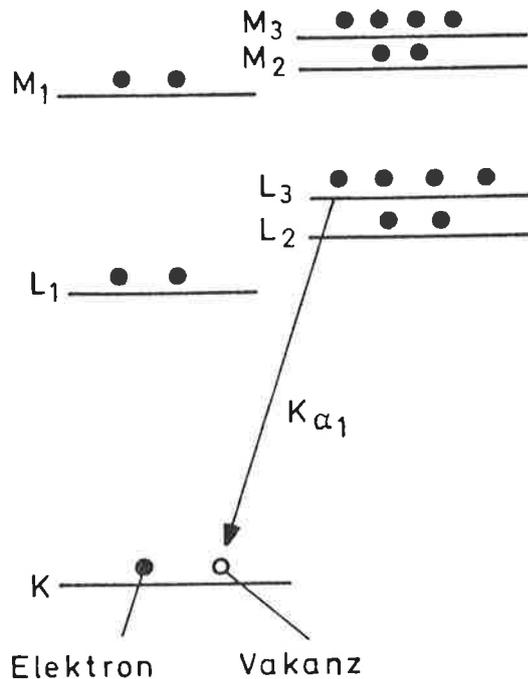


Fig. 7: Termschema eines einfach geladenen Kupferions mit einer K-Vakanz (aus Referenz 6).

Das Termschema für den Übergang ist in Fig. 7 abgebildet. Aus statistischen Gründen überwiegt der K_{α_1} -Übergang bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1.537 \text{ \AA}$ und einer Lebensdauer von $0,45 \text{ fs}$. Für die Photoionisation aus der K-Schale ist eine Photonenenergie von etwa 9 keV nötig, das bedeutet eine Pumpleistung von 3 mW/atom , um eine Anregung von 10^{-3} aufrechtzuerhalten. Zusammen mit dem Wirkungsquerschnitt für die Photoionisation ergibt sich eine erforderliche Intensität von $1,7 \cdot 10^{21} \text{ W/m}^2$ Röntgenstrahlen. Obwohl derart intensive Quellen zur Zeit noch nicht existieren, hofft man doch, in Laserplasmen dieses Ziel zu erreichen. Ein konkreter Vorschlag von Mallozzi⁶ sieht vor, einen Nd-Glas-Laser-Puls auf ein Eisentarget zu fokussieren. Bisher gelang es bereits, weiche Röntgenstrahlung im Energiebereich von $0,5 - 2 \text{ keV}$ mit einem Wirkungsgrad von 20% zu erzeugen. Diese Röntgenstrahlung soll das dicht benachbarte Lasermedium, das durch die örtliche Trennung vom Target kühl bleibt, pumpen.

Eine zweite Möglichkeit, Photoabsorption zum Pumpen eines Röntgenlasers zu verwenden, beruht auf resonanter Anregung von Valenzelektronen in Ionen und wurde von Bhagavatula³² diskutiert. In einem Laserplasma, das aus zwei Elementen besteht, pumpt eine Rekombinationslinie des Quellenions einen Übergang des Laserions. Zur Verdeutlichung nehmen wir H-ähnliche Ionen mit Kernladungszahl Z_q für die Quellen und Z_L für das Laserion. Dann gilt für die Energie des $n = 2 \rightarrow 1$ -Übergangs des Quellenions:

$$\Delta E_{21} = 13,6 \text{ eV} \cdot \frac{3}{4} Z_q^2$$

und für die des $4 \rightarrow 2$ -Übergangs im Laserion

$$\Delta E_{24} = 13,6 \text{ eV} \cdot \frac{3}{16} Z_L^2 \quad (1.34)$$

Die beiden Übergänge sind resonant für $Z_L = 2 \cdot Z_q$. Neben H-ähnlichen führen auch He-ähnliche Ionen angesichts der großen Linienbreiten in Laserplasmen zu annähernder Resonanz für $Z_L = 2 \cdot Z_q$. Zu beachten ist, daß es sich hier um eine Zweistufenanregung handelt, da zuerst das $n = 2$ Niveau im Quellenion angeregt werden muß. Allerdings läßt sich zeigen, daß bereits bei derzeit erreichbaren Intensitäten in Laserplasmen die Wahrscheinlichkeit für die Zweistufenanregung die für direkte Anregung im Laserion $1 \rightarrow 4$ übertrifft.

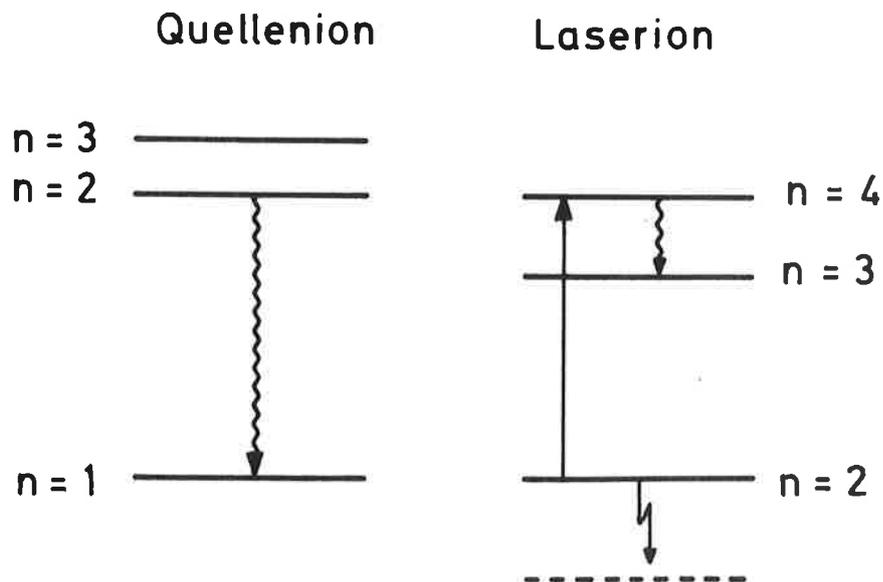


Fig. 8: Niveauschema zur resonanten Photoanregung eines Laserions mit der Rekombinationsstrahlung eines Quellenions.

Der eigentliche Laserübergang erfolgt im Laserion vom Niveau 4 nach 3, wie in Figur 8 dargestellt. Experimente mit einem C-Mg-Target³² ergaben bei 10 J Nd-Glaslaserpulsen bereits eine Verstärkung von 10 % des 4 → 3 Übergangs in H-ähnlichem Mg bei einer Wellenlänge von $\lambda = 13$ nm.

I.3.5 Speicherung angeregter Atome in metastabilen Zuständen

Wie schon mehrmals erwähnt, stellt ein Haupthindernis für Röntgenlaser die mit wachsender Übergangsenergie stark abnehmende Lebensdauer der angeregten Zustände dar. Während im Bereich optischer Übergänge typische Zeiten von mehreren Nanosekunden vorherrschen, sind es im Röntgenbereich Femtosekunden. So liegt es auf der Hand, nach relativ langlebigen, angeregten Zuständen zu suchen. Es stellt sich heraus, daß davon nicht viele bekannt sind. Speziell bei Vielelektronenatomen sorgt der Augereffekt für entsprechend kurze Lebensdauern. Allerdings bieten Alkalimetalle die Möglichkeit einer Innerschalenanregung ohne Augerübergang, wenn nämlich ein Elektron aus der obersten abgeschlossenen p-Schale angeregt wird.

Auf dieser Beobachtung basiert ein Röntgenlaservorschlag von Harris^{33,34}. Die angestrebten metastabilen Zustände sind in Lithium der $1s2s2p^4P_{5/2}^0$ und in Kalium der $3p^54s4p^4D_{7/2}$ Zustand mit Lebensdauern von 5,8 bzw. 90 μsec . Diese Zustände hohen Spins eignen sich zwar nicht als obere Laserniveaus, wohl aber, um Anregungsenergie in den Atomen relativ lang zu speichern. Der Vorschlag von Harris sieht vor, die angeregten, metastabilen Atome mit einem optischen Laser vom Quartett- in einen kurzlebigen Dublettzustand überzuführen. Wie in Fig. 9 gezeigt, dient dieser nun als oberes Laserniveau. In Lithium ist für den Übergang zum Dublett eine

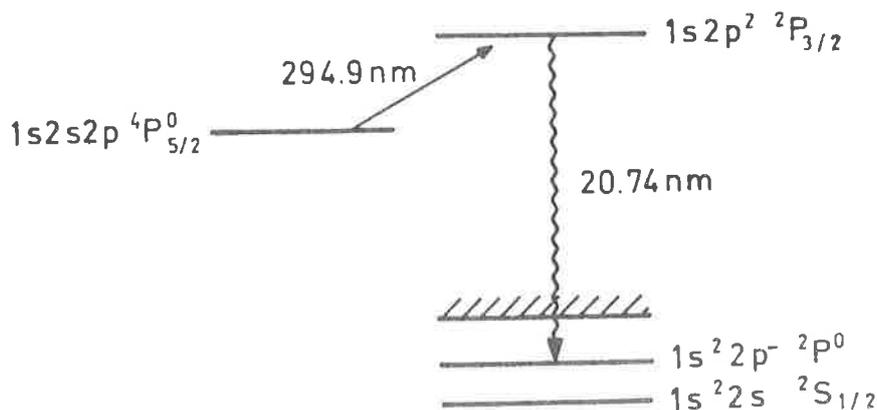


Fig. 9: Termschema in Lithium mit dem metastabilen Zustand $1s2s2p^4P_{5/2}^0$, in dem die Atome gespeichert werden, dem oberen Laserniveau $1s2p^2^2P_{3/2}$ und unterem $1s^22p^2P^0$. (Referenz 34 entnommen)

Laserwellenlänge von $\lambda = 294,9$ nm erforderlich, der Röntgenübergang findet bei einer Wellenlänge von $\lambda = 20,7$ nm statt.

Um eine für verstärkte spontane Emission ausreichende Verstärkung zu erreichen, benötigt man ein aktives Medium einer Länge von 3 m bei einer Dichte von $3 \cdot 10^{18}$ Atomen/m³. Dies läßt sich beispielsweise³⁵ mit einem 2 A-Ionenstrahl von 70 keV Li²⁺, der unter streifendem Einfall auf eine ferromagnetische Nickeleinkristalloberfläche geschickt wird, bewerkstelligen. Der von dort reflektierte Strahl sollte mindestens 20 % metastabilen Lithiums enthalten, das sich leicht von den geladenen Li-Komponenten durch Ionenoptik trennen läßt.

Die Ionenstrahltechnik bietet einige große Vorteile: Die Hauptpumpenergie wird beim Erzeugen der Li²⁺-Ionen aufgebracht, also in der Ionenquelle. Im Ionenstrahl selbst gibt es praktisch keine Rekombinationen wie in einem Plasma, auch läßt sich durch Zwischenschalten eines kleinen Speicherrings die Dichte erhöhen und die Temperatur des Strahls stark reduzieren, so daß das Lasermedium nur eine geringe Dopplerbreite aufweist. Außerdem sind im Ionenstrahl Stöße, die den metastabilen Zustand entvölkern, sehr unwahrscheinlich, so daß die Anregung im aktiven Medium erhalten bleibt.

Die Elektronenkonfiguration des metastabilen Li läßt sich auch isoelektronisch auf relativ langlebige Ionenzustände, etwa in C³⁺ mit einer Lebensdauer von 0,09 μ sec übertragen. Der analoge Laserübergang würde bei einer Wellenlänge von etwa $\lambda = 4$ nm stattfinden.

I.3.6 Kernübergänge

Auf der Suche nach langlebigen, metastabilen Anregungszuständen wird man im Bereich angeregter Atomkerne eher fündig als bei elektronischen Zuständen. Der Grund hierfür ist darin zu suchen, daß in der Atomhülle praktisch nur elektrische Dipolübergänge, in Atomkernen mit hohen Spins jedoch eventuell mehrere niedrige Multipolordnungen verboten sind. Je höher aber die niedrigste erlaubte Multipolordnung des Übergangs ist, desto höher ist auch dessen Lebensdauer. Figur 10 zeigt diesen Zusammenhang in Abhängigkeit von der Übergangsenergie. Man kann leicht sehen, daß durchaus Zerfallsraten von $A = 10^{-8} \text{ sec}^{-1}$, was Lebensdauern von $\tau = A^{-1} \cong 10^3 \text{ a}$ entspricht, vorkommen können.

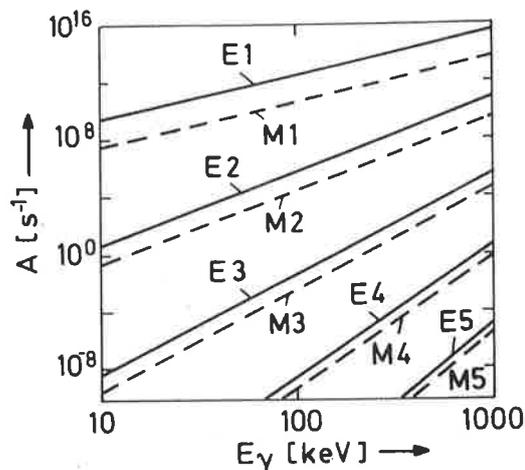


Fig. 10: Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Übergangsenergie von Kernzuständen für verschiedene Multipolordnung (aus³⁶).

Röntgenlaser, die auf dem Übergang zwischen zwei Kernniveaus beruhen, wurden bereits 1961^{37,38,39} vorgeschlagen, jedoch sah man sich zu dieser Zeit unüberwindbaren Problemen konfrontiert. Erst durch das Zusammenwirken vieler Fortschritte auf dem Gebiete der Mößbauerspektroskopie und Laserisotopentrennung konnten sich gangbare Ideen in Richtung auf einen realisierbaren γ -Laser entwickeln. Heute gibt es noch kein eindeutig definiertes Konzept, wohl aber einige Vorschläge, die einer Realisierung nicht sehr fern sind. Ein Überblick über die derzeit diskutierten Prinzipien ist in den zusammenfassenden Artikeln von Baldwin⁴⁰ und Baldwin et al.⁴¹ zu finden. Im folgenden seien daraus einige Grundzüge diskutiert.

Von mehreren Möglichkeiten erscheint das Pumpen mit thermischen Neutronen am erfolgversprechendsten. Thermische Neutronen weisen sehr hohe Absorptionsquerschnitte auf und führen in (n,γ) -Reaktionen zu angeregten Kernen mit typischen Gesamtenergien von 6 - 8 MeV. Diese Neutronenbindungsenergie wird üblicherweise in einer Kaskade von γ -Quanten abgegeben, die mit einiger Wahrscheinlichkeit auf einen langlebigen isomeren Zustand führen kann.

Sofern dieses Isomer in einen kurzlebigen Zustand zerfällt, kann es als oberes Laserniveau dienen und liefert dann auch einen Beitrag zur Inversion in dem angestrebten Lasermedium. Dieses besteht wohl aus einem möglichst perfekten Wirtskristall, in dem die Isomere eingebettet werden, um einen

rückstoßfreien Mößbauer-Übergang zu ermöglichen, mit Linienbreiten, die unvergleichbar enger sind als die üblichen Doppler-oder stoßverbreiterten Linien atomarer Übergänge. Es wird sich zeigen, daß die minimal erreichbare Linienbreite eine entscheidende Rolle in einem Kernröntgenlaser spielt. Aus der Beziehung (1.25) läßt sich nämlich leicht eine Relation zwischen der erforderlichen Inversionsdichte $\Delta N = \lambda_a/\gamma_a$ und dem Faktor der Linienverbreiterung γ/γ_{ab} ableiten:

$$\frac{\gamma}{\gamma_{ab}} = \frac{3}{4\pi} \cdot \Delta N \cdot L \cdot \lambda^2 \quad (1.35)$$

Für typische Werte für die Inversionsdichte und Wellenlänge ergibt sich eine Bedingung an die linke Seite von (1.35) zu ¹¹

$$\frac{\gamma}{\gamma_{ab}} < 10^3 \dots 10^4 \quad (1.36)$$

d.h. die Mößbauerlinie darf maximal auf das tausend- bis zehntausendfache der natürlichen Linienbreite verbreitert sein. Für kurzlebige Isomere läßt sich das auch leicht einhalten, wie das Beispiel der 13,3 keV-Linie in ⁷³Ge zeigt ⁴¹: Bei einer Zerfallszeit von $\tau = \gamma_{ab}^{-1} = 2.95 \mu\text{sec}$ wurde eine minimale Linienbreite von $\gamma = 0.94 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$ beobachtet, also das $\gamma/\gamma_{ab} = 2.77$ -fache der natürlichen Linienbreite, womit das Kriterium (1.36) leicht erfüllt ist. Nimmt man aber einen längerlebigen Übergang, etwa den der 93,3 keV-Linie in ¹⁰⁷Ag mit einer Lebensdauer von $\gamma_{ab}^{-1} = 44.3 \text{ sec}$, so ist die kleinste gemessene Linienbreite $\gamma = 1.2 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}$, d.h. $\gamma/\gamma_{ab} = 5.3 \cdot 10^5$. Diese zwei Beispiele zeigen das Dilemma des Kernröntgenlasers auf: Entweder lassen sich die Übergänge in der gewünschten Schmalbandigkeit, die das Kriterium (1.36) befriedigt, erzeugen, dann sind die Lebensdauern so kurz, daß die Pumpraten unerfüllbar hoch werden; oder die Lebensdauer des Übergangs ist lang genug, um ausreichend Zeit für das Pumpen und die Präparation des Lasermediums zu lassen, dann läßt sich die Linie des Übergangs nicht genügend verschmälern, um innerhalb des durch (1.36) definierten, erlaubten Bereichs zu sein.

Nun wurde in den letzten Jahren einiger Erfolg erzielt, Störmechanismen, die zu Linienverbreiterung von Mößbauerübergängen führen, systematisch zu minimieren. Um einen Eindruck von den ultimativen Grenzen zu bekommen, seien einige persistente Verbreiterungsmechanismen aufgezählt. Über den quadratischen Dopplereffekt spielt die Temperatur der Umgebung des emittierenden

Kerns eine Rolle. Es wird angestrebt, den Wirtskristall möglichst unter 1 K abzukühlen. Gitterstörungen erzeugen eine elektrostatische Hyperfeinaufspaltung, die durch möglichst perfekte Einkristalle minimiert wird. Schließlich erfordert die Rotverschiebung im Gravitationsfeld der Erde, die übrigens erstmalig mit Hilfe von Mößbauerlinien direkt gemessen wurde, eine horizontale Ausrichtung des Lasermediums.

Als Ausweg aus diesem Dilemma bietet sich an, einen langlebigen Zustand zu pumpen, die angeregten Isomere durch Laserisotopentrennung vom Rest zu separieren und in einen perfekten Wirtskristall einzubauen, die Probe abzukühlen und dann den isomeren Zustand resonant in ein naheliegendes Kernniveau mit kurzer Lebensdauer zu pumpen. Damit ließe sich (1.36) vielleicht erfüllen. Allerdings ist bisher noch kein Kern bekannt, der in einem Abstand von nur einigen Elektronenvolt von einem langlebigen einen kurzlebigen Anregungszustand aufweist, was für ein resonantes Pumpen mit einem optischen Laser notwendig wäre. Größere Energieunterschiede lassen sich in Ermangelung von kurzweiligen Lasern und auch wegen zu befürchtender Kristallerwärmung bzw. Erzeugung von Gitterstörungen nicht tolerieren.

Resümierend kann festgestellt werden, daß es zwar nicht an ausgefeilten Vorschlägen für Kernröntgenlaser fehlt und diese auch konzeptionell einige Vorzüge vor Lasern zwischen atomaren Zuständen aufweisen, jedoch einer Realisierung ferner stehen als letztere.

1.4. Diskussion der vorgestellten Röntgenlaserkonzepte

Nach diesem Überblick über die wichtigsten Vorschläge zur Realisierung eines Röntgenlasers, der natürlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt, sondern vielmehr nur die fundamentalen Prinzipien anhand von Beispielen illustriert, sind wir in der Lage, einige abschließende Bewertungen abzugeben.

Die zunehmenden Pumpanforderungen, die ein Haupthindernis auf dem Weg zu kürzeren Wellenlängen darstellen, entspringen den typisch kurzen Lebensdauern angeregter Zustände bei hohen Übergangsenergien. Die Suche nach längerlebigen, metastabilen Zuständen, die diese strengen Voraussetzungen etwas erleichtern würden, ergibt bei elektronischen Anregungen in der Atom-

hülle nur wenige Kandidaten. Methoden, diese Zustände spezifisch zu bevölkern, sind technisch sehr aufwendig und benötigen im Rahmen der bekannten Vorschläge Ionenstrahlen hoher Stromstärke, die erst seit kurzem zur Verfügung stehen.

Die prinzipiellen Vorzüge, die langlebige Kernisomere als aktives Lasermedium in Hinblick auf die Erfüllbarkeit der Pumpanforderungen bieten, werden derzeit noch durch eine unüberschaubare Zahl von praktischen Problemen geschmälert. Es ist noch nicht abzusehen, wie und wann diese gelöst werden können, so daß jedenfalls in nächster Zukunft nicht mit Kernröntgenlasern zu rechnen ist. Andererseits ist es sicher lohnenswert, weiterhin Anstrengungen in diese Richtung zu unternehmen, da die noch zu entwickelnden Technologien zur Lösung mancher Probleme wie etwa der Verschmälerung der Linienbreite langlebiger Isomere, die zur Erfüllung von Bedingung (1.36) notwendig ist, auf $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-16} - 10^{-12}$, weitreichenden Auswirkungen auch auf andere Gebiete der Physik und in diesem Fall insbesondere auf die Metrologie haben werden.

Jedoch unterliegen auch die relativ langlebigen Anregungszustände einer Begrenzung, die durch das Verhältnis von induzierter zur spontanen Emission gegeben ist. Dieses Verhältnis, das im Falle von verstärkter spontaner Emission dominierend die Kohärenz der Ausgangsstrahlung bestimmt, erfordert für zunehmend kürzere Wellenlängen eine zunehmend höhere spektrale Dichte der induzierenden Strahlung, was man leicht den Einstein-Koeffizienten entnehmen kann:

$$\frac{B}{A} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{c^3}{h \omega^3} \quad (1.37)$$

Der A-Koeffizient gibt die Wahrscheinlichkeit eines spontanen Zerfalls pro Zeiteinheit an, und bei einer Strahlung mit der Energiedichte pro Frequenzintervall ρ gibt $B \cdot \rho$ die Wahrscheinlichkeit für einen induzierten Übergang pro Zeiteinheit an. Man kann (1.37) leicht entnehmen, daß bei einem konstanten Verhältnis von induzierten zu spontanen Photonen, $B \cdot \rho/A$, die spektrale Dichte wie ω^3 anwachsen muß. Andererseits steigt die Linienbreite mit steigender Übergangsfrequenz normalerweise an, so daß die Energiedichte noch stärker als mit ω^3 zunehmen muß, um in einem invertierten Medium prozentual gleich viele Photonen durch induzierte Emission zu erzeugen.

Diese Überlegungen behalten ihre Gültigkeit auch für die Übergänge zwischen kurzlebigen Zuständen, die im wesentlichen die Vorgänge in Innerschalenanregungen und Plasmen dominieren. Röntgenlaser, die auf ersteren beruhen, haben die Vorteile, daß sie ziemlich selektiv angeregt werden können und damit entsprechend hohe Wirkungsgrade aufweisen. Dafür ist auch hilfreich, daß die zur Erzeugung des angeregten Zustands nötige Pumpenergie und die im Laserübergang freiwerdende Energie von gleicher Größenordnung sind. Andererseits erweist es sich als große Schwierigkeit, die nötigen Pumpquellen, die die Möglichkeit selektiver Anregung bieten, zu finden.

Sowohl der Gebrauch metastabiler Zustände als auch die selektive Innerschalenanregung bieten von den jeweils zugrunde liegenden Prinzipien einige attraktive Vorzüge an, die allerdings praktisch sehr schwierig zu realisieren sind. Andererseits führen die in einem Plasma ablaufenden Prozesse jedenfalls kurzfristig eher zu einem brauchbaren Röntgenlaser, der auf einer Rekombinationslinie arbeitet, obwohl die zugrunde liegenden Prinzipien nicht so überzeugend wirken. Zunächst einmal müssen hochionisierte Atome erzeugt werden, was einen unverhältnismäßig höheren Energieaufwand erfordert als im Laserübergang frei wird: So erfordert die vollständige Ionisation eines Uranatoms etwa 800 keV/ Atom, die Balmer- α -Linie dieses Ions liefert aber nur etwa 13 keV, also eine maximale Ausbeute von 1.6 %. Neben dem gewünschten Übergang bei der Laserwellenlänge gibt es aber auch noch etliche konkurrierend ablaufende Vorgänge, so daß nicht alle Ionen, die sich anfangs im angeregten Zustand befunden haben, zum Laserübergang beitragen.

Schließlich gibt es, unabhängig von dieser Frage, neben der Laserlinie noch sehr viele andere Rekombinationslinien, die alle einem ziemlich intensiven, ebenfalls im Röntgenbereich zentrierten, thermischen Kontinuum überlagert sind. Alle diese Prozesse lassen sich kaum durch äußere Parameter kontrollieren. Vorhersagen werden dadurch erschwert, daß viele Größen wie Stoßquerschnitte, Lebensdauern und Absorptionsquerschnitte für die vielen, möglicherweise vorkommenden Zwischenzustände nicht bekannt sind, sondern in relativ primitiven Modellen angenommen werden müssen. Unter diesen Voraussetzungen ist es sehr schwierig, Bedingungen anzugeben, unter denen eine optimale Röntgenausbeute zu erzielen sei.

II. Freie Elektronenlaser im Comptonregime

Nachdem im vorigen Kapitel gezeigt wurde, daß alle bisher diskutierten Vorschläge für einen Röntgenlaser mit mehr oder minder gravierenden Nachteilen und Problemen behaftet sind, wenden wir uns in diesem Kapitel einer weiteren Möglichkeit zur Erzeugung kohärenter Röntgenstrahlung zu. Das Lasermedium ist hier ein Elektronenstrahl, der mehrere Mechanismen zur Strahlungserzeugung bietet. Insbesondere bei hohen Stromdichten gibt es durch die elektrostatische Abstoßung zwischen den einzelnen Elektronen einerseits und einem starken axialen Magnetfeld, das durch den Teilchenstrom selbst und durch ein zusätzliches Führungsfeld aufgebaut wird, andererseits, Strahlinstabilitäten, die u.a. wellenartig verlaufen können und zu charakteristischer Abstrahlung, meistens im Mikrowellenbereich, führen. Dieser Zweig der freien Elektronenlaser ist von Sprangle und Granatstein⁴² theoretisch vorgeschlagen und intensiv verfolgt worden und hat experimentell bereits zu Ergebnissen geführt, die in Referenz 43 zusammengefaßt sind. Da dieses Konzept aber nicht zu sehr kurzen Wellenlängen übertragbar ist, wird darauf im folgenden nicht eingegangen werden.

Um zu kurzen Wellenlängen vorzudringen, greift man besser auf den Compton-Effekt, der die Streuung von Elektronen an Photonen beschreibt, zurück. Es wurde bereits sehr früh erkannt^{44,45}, daß man mit Lasern über eine Lichtquelle verfügt, die intensiv und schmalbandig genug ist, um, zusammen mit einem Strahl hochenergetischer Elektronen, eine relativ monochromatische γ -Quantenquelle zu bauen. Das Hauptinteresse zielte damals aber darauf, möglichst hochenergetische γ -Quanten zu erzeugen, ohne auf die Kohärenz der Strahlung Rücksicht zu nehmen; man interessierte sich nur für die Spontanemission.

Der erste Vorschlag, einen auf der Comptonstreuung beruhenden Laser zu entwickeln, kam 1968 von Pantell et al.⁴⁶. Allerdings wurden als einlaufende Photonen Dezimeterwellen angenommen, die bei den betrachteten Elektronenenergien von 5 - 20 MeV gestreute Photonen im fernen Infrarot ergeben.

Der nächste große Schritt brachte den freien Elektronenlaser heutiger Prägung hervor. Madey schlug 1971 vor⁴⁷, Elektronen an einem stationären, örtlich periodischen Magnetfeld zu streuen. Wie in späteren Arbeiten klar wurde, ist dieser Vorschlag mit dem von Pantell insoweit äquivalent, daß

die relativistischen Elektronen in ihrem Ruhesystem das statische Magnetfeld wie eine pseudoelektromagnetische Welle, die ihnen entgegenkommt, spüren. Auf Madey's Vorschlag basierend konnten 1976 zum ersten Mal die Verstärkung eines IR-Pulses in einem freien Elektronenlaser demonstriert⁴⁸ und 1977 in der gleichen Versuchsanordnung freie Oszillationen im Infrarot bei einer Wellenlänge von $\lambda = 3,41 \mu\text{m}$ beobachtet werden⁴⁹.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird im Detail auf die bei einem Comptonstreuprozeß zu erwartende Spontanemission eingegangen. Die übliche Form eines Comptonlasers in kollinearer Geometrie wird im zweiten Abschnitt behandelt. Im dritten Abschnitt wenden wir uns dem Fall einer nichtkollinearen Geometrie, d.h. der Elektronenstrahl trifft den einfallenden Photonenstrahl unter einem beliebigen Winkel und man erlaubt auch beliebige Winkel zwischen gestreutem Strahl und den Elektronen; zu. Diese Anordnung ermöglicht unter Umständen eine wesentlich höhere Verstärkung, was in einigen wichtigen Grenzfällen im vierten Abschnitt diskutiert wird. Am Schluß wird eine über die normale Störungstheorie hinausgehende, modifizierte Störungstheorie, die die exakten Lösungen der Elektronen im Feld der einlaufenden Welle beinhaltet, vorgestellt.

II.1 Spontanemission im freien Elektronenlaser

II.1.1 Äquivalenz von freien Elektronenlasern mit magnetischem und optischem Wiggler

Zur Eröffnung dieses Abschnitts seien einige grundlegende Begriffe, die im folgenden immer wieder auftauchen, definiert. Die wichtigsten Bestandteile eines freien Elektronenlasers sind ein Strahl relativistischer Elektronen, deren Größen wie Stromstärke I_e , relativistischer Energiefaktor $\gamma_e = E/mc^2$ usw. mit Index "e" versehen werden, sowie das Wigglerfeld mit Index "W". Schließlich gehört zu einem FEL noch die Laserwelle, die durch die Streuung der Elektronen am Wigglerfeld aufgebaut bzw. verstärkt wird. Alle zugehörigen Größen werden mit einem "s" versehen. Der Begriff des Wigglers stammt aus der Terminologie der Synchrotronstrahlung⁵⁰ und bezeichnet eine Kombination von einigen Dipolmagnetpaaren, die durch eine spezielle Elektronenstrahlführung die axiale Synchrotronstrahlung intensivieren. Dieser Begriff hat sich fälscherweise für das Feld, in dem die Elektronen eines freien Elektronenlasers (FEL) sich bewegen, eingebürgert und soll, entgegen besseren Wissens, trotzdem hier benutzt werden. Richtiger wäre vielmehr der ebenfalls bei der Synchrotronstrahlungserzeugung verwendete Begriff des Undulators, einer Kollektion vieler Dipolmagnetpaare, deren Abstand in vollständiger Analogie zum Fall des FELs die Wellenlänge der austretenden Synchrotronstrahlung definiert, wohingegen die Wellenlänge der aus einem Wiggler austretenden Strahlung im wesentlichen nur vom Krümmungsradius der Elektronenbahn und damit von der Magnetfeldstärke abhängt.

Um einer Sprachverwirrung ein für alle Mal vorzubeugen, sei an dieser Stelle ausdrücklich darauf hingewiesen, daß im folgenden von einem Comptonlaser nur gesprochen wird, falls das Wigglerfeld aus einer fortschreitenden, elektromagnetischen Welle besteht, in allen anderen Fällen allgemein von FEL, der als Spezialfall den in der Literatur am meisten behandelten FEL mit rein magnetostatischem Wigglerfeld einschließt.

Um die Ergebnisse des FELs im Comptonregime, das dadurch definiert ist, daß alle von der Raumladung der Elektronen herrührenden Effekte vernachlässigt werden können und somit eine Einteilchenbeschreibung der Elektronen angemessen erscheint, auf den Comptonlaser übertragen zu können, zeigen wir zunächst deren Äquivalenz. In dieser wie in allen folgenden Rechnungen verwenden wir die Einheiten $\hbar = c = 1$. Nur in den abschließenden Formeln für

die Verstärkung werden wir diese Größen wieder einsetzen. Schließlich seien hier noch einige weitere Bemerkungen über Konventionen im Zusammenhang mit vierdimensionalen Größen gemacht: Sie werden immer mit kleinen, lateinischen Buchstaben bezeichnet und ihre Indizes, immer dem griechischen Alphabet entnommen, gehorchen der Einstein'schen Summationskonvention, d.h. über doppelt auftretende Indizes wird von 0 bis 3 summiert. Die Metrik, mit der ko- in kontravariante Indizes verwandelt werden und umgekehrt, wird mit

$$\eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (2.1)$$

bezeichnet. In Skalarprodukten von zwei Vierervektoren a, b werden, falls Verwechslungen ausgeschlossen sind, die Indizes weggelassen und dafür die zwei Vektoren eingeklammert: $(a \cdot b) = a_\mu b^\mu$. Für die Raumkomponenten eines Vierervektors benützen wir gewöhnlich das gleiche Symbol, aber mit einem Pfeil versehen: $a = (a_0, \vec{a})$.

Wenden wir uns dem Beweis der zur Äquivalenz von FEL und Comptonlaser zu: Das Wigglerfeld sei im Laborsystem (LS) jeweils entlang der x-Achse mit einer Periodizität λ_W , im Fall des rein magnetischen Wigglers gilt also in Achsennähe mit $\omega_W = 2\pi/\lambda_W$:

$$\vec{B}_W = B_W (\vec{e}_W e^{i\omega_W x} + c.c.) \quad (2.2)$$

Dieses Magnetfeld erfüllt zwar nicht global die Maxwellgleichungen, jedoch gibt es für hinreichend kleine Achsenabstände $d \ll \lambda_W$ eine sehr gute Näherung an das exakte Feld⁵¹. Beim Comptonlaser gilt für eine in Richtung der positiven x-Achse laufende Wigglerwelle für das Viererpotential a_W

$$a_W = A_W (e_W e^{i\omega_W(t-x)} + c.c.) \quad (2.3)$$

mit dem Einheitsvektor der Polarisation e_W . Da wir uns immer auf die Coulombbeziehung, die im quellenfreien Fall $a_0 = 0$, $\text{div } \vec{a} = 0$ lautet, festlegen, ergeben sich die elektrischen und magnetischen Feldstärke zu

$$\begin{aligned} \vec{E}_W &= -\dot{\vec{a}}_W = A_W \omega_W (i\vec{e}_W e^{i\omega_W(t-x)} + c.c.) \\ \vec{B}_W &= \text{rot } \vec{a}_W = A_W \omega_W (-i\vec{e}_{W,B} e^{i\omega_W(t-x)} + c.c.), \end{aligned} \quad (2.4)$$

wobei der Einheitsvektor $\vec{e}_{W,B}$ des Magnetfeldes senkrecht auf dem des elektrischen Feldes steht: $\vec{e}_{W,B} = \vec{e}_x \times \vec{e}_W$. Um die Felder (2.1) bzw. (2.4) im Ruhesystem der Elektronen (ERS) berechnen zu können, benötigen wir die Transformationsmatrix T_α vom LS ins ERS. Unter der Annahme, daß sich die Elektronen mit der Geschwindigkeit β in Richtung negativer x-Achse bewegen, erhalten wir für T_α mit $\tanh \alpha = \beta$

$$(T_\alpha)^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \cosh \alpha & \sinh \alpha & 0 & 0 \\ \sinh \alpha & \cosh \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

bzw., durch den relativistischen Faktor γ

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

ausgedrückt:

$$(T)^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Die Felder \vec{E}, \vec{B} faßt man wie üblich zum Feldstärkentensor $F^{\mu\nu} = \delta^{\mu a} E^a - \delta^{\nu a} B^a$

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

zusammen⁵², so daß man im ERS die transformierten Größen aus

$$F'^{\mu\nu} = T^\mu{}_\rho T^\nu{}_\sigma F^{\rho\sigma}$$

erhält. Natürlich müssen auch die zugehörigen Wellenvektoren k_W^μ transformiert werden:

$$k'_W{}^\mu = T^\mu{}_\rho k_W{}^\rho$$

Damit wird aus dem im LS rein magnetischen Wigglerfeld (2.2) im ERS:

$$F'^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\beta e_{w,z} & \beta e_{w,y} \\ 0 & 0 & -e_{w,z} & e_{w,y} \\ \beta e_{w,z} & e_{w,z} & 0 & 0 \\ -\beta e_{w,y} & -e_{w,y} & 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma B_W e^{i\gamma\omega_W(x' - \beta t')} + c.c. \quad (2.8)$$

Durch Vergleich mit (2.7) sieht man, daß neben dem Magnetfeld, das um den Faktor γ verstärkt wird, ein elektrisches Feld der Stärke $\beta\gamma B_W$ mit der Polarisation $\vec{e}_{W,E} = (\vec{e}_{W,B} \cdot \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_z + (\vec{e}_{W,B} \cdot \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_y$, die zusammen mit der Ausbreitungsrichtung \vec{e}_x ein Rechtssystem $\vec{e}_{W,E} \times \vec{e}_{W,B} = \vec{e}_x$ bildet, entsteht. Schließlich zeigt der transformierte Wellenvektor $k' = \gamma\omega_W(\beta, 1, 0, 0)$, daß sich im Limes großer $\gamma \gg 1$, was wegen (2.6) $\beta \rightarrow 1$ impliziert, das im LS rein magnetische Feld im ERS approximativ in eine elektromagnetische Welle, die sich in Richtung positiver x-Achse ausbreitet, transformiert. Dieser Sachverhalt ist als Weizsäcker-Williams-Approximation in die Literatur eingegangen.

Im Fall des Comptonlasers wird aus der im LS gegebenen elektromagnetischen Welle (2.4) im ERS

$$F'^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -e_{w,y} & -e_{w,z} \\ 0 & 0 & -e_{w,y} & -e_{w,z} \\ e_{w,y} & e_{w,y} & 0 & 0 \\ e_{w,z} & e_{w,z} & 0 & 0 \end{pmatrix} (1+\beta)\gamma E_W e^{i(1+\beta)\gamma\omega_W(t' - x')} + c.c. \quad (2.9)$$

also wieder eine elektromagnetische Welle, die sich mit unveränderter Polarisation in positiver x-Achse ausbreitet. Die Feldstärke erhöht sich nun aber um den Faktor $(1+\beta)\gamma$, um den gleichen Faktor erhöht sich auch die Frequenz.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß sich die Elektronen in ihrem Ruhesystem im rein magnetischen FEL im Feld einer pseudoelektromagnetischen Welle der Frequenz $\gamma\omega_W$, im Comptonlaser einer echten e.m. Welle der Frequenz $(1+\beta)\gamma\omega_W$, bewegen.

II.1.2 Comptonstreuquerschnitt

Mit dieser Erkenntnis können wir der Frage nach der in einem freien Elek-

tronenlaser, gleich welcher Art, zu erwartenden Spontanemission nachgehen. Der grundlegende Mechanismus, nach dem diese Strahlung erzeugt wird, ist die Comptonstreuung der Wiggler- (pseudo-) Photonen an den Elektronen des Elektronenstrahls.

Um hinreichende Allgemeinheit zu gewähren, erlauben wir beliebige Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung der Wigglerphotonen \vec{k}_W bzw. der gestreuten Photonen \vec{k}_S und dem Impuls der ankommenden Elektronen \vec{p}_i unter der Voraussetzung, daß alle drei Vektoren in einer Ebene liegen (komplanare Geometrie!). In dieser Ebene sollen auch die Polarisationsvektoren \vec{e}_W und \vec{e}_S der als linear polarisiert angenommenen Photonen liegen. Die Situation, wie sie sich im LS darstellt, ist in Fig. 11 gezeigt. Dort sind die Winkel ϑ_W und ϑ_S und auch das Koordinatensystem, in dem die nichtkovarianten Rechnungen ausgeführt werden, definiert.

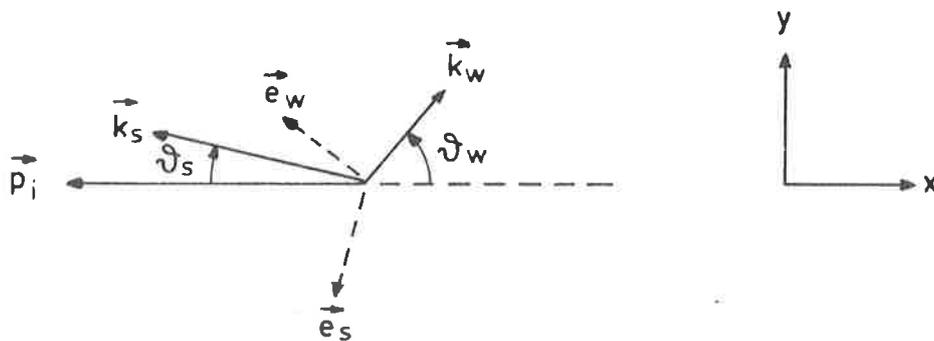


Fig. 11: Comptonstreuung in komplanarer Geometrie mit dem Elektronenimpuls \vec{p}_i vor, bzw. \vec{p}_f nach der Streuung, der Ausbreitungsrichtung des Wiggler- bzw. gestreuten Photons \vec{k}_W bzw. \vec{k}_S und deren Polarisationsvektoren \vec{e}_W bzw. \vec{e}_S .

Doch zunächst einige allgemeine Bemerkungen zur Comptonstreuung. Während des Streuvorgangs muß der Gesamtviererimpuls erhalten bleiben, d.h.

$$p_i + k_W = p_f + k_S \quad (2.10)$$

Durch diese Bedingung läßt sich leicht eine Größe, etwa p_f , eliminieren. Außerdem erhält man in Verallgemeinerung der üblichen Comptonbeziehung, die bekanntlich im ERS gilt, eine Relation zwischen Streuwinkel und Frequenz

der gestreuten Photonen, indem (2.10) quadriert wird: $(p_i + k_W - k_S)^2 = p_f^2$. Unter Zuhilfenahme von $p_i^2 = m^2 = p_f^2$ und $k_W^2 = 0 = k_S^2$ ergibt sich:

$$(p_i \cdot k_W) - (p_i \cdot k_S) - (k_W \cdot k_S) = 0.$$

Setzt man hier die spezielle Wahl für die Viererimpulse

$$p_i = (\gamma m, -\beta \gamma m, 0, 0) \tag{2.11}$$

$$k_W = (\omega_W, \omega_W \cos \vartheta_W, \omega_W \sin \vartheta_W, 0)$$

$$k_S = (\omega_S, -\omega_S \cos \vartheta_S, \omega_S \sin \vartheta_S, 0)$$

ein, so erhält man schließlich für das Frequenzverhältnis zwischen gestreuten und Wigglerphotonen:

$$\frac{\omega_S}{\omega_W} = \frac{1 + \beta \cos \vartheta_W}{1 - \beta \cos \vartheta_S + \frac{\omega_W}{\gamma m} (1 + \cos(\vartheta_W + \vartheta_S))} \tag{2.12}$$

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts erweist es sich als vorteilhaft, zuerst alle Resultate in den kovarianten Mandelstam-Koordinaten abzuleiten und erst anschließend auf die vorliegende Geometrie zu spezialisieren. Der allgemeine Teil lehnt sich eng an die Abhandlung im Lehrbuch über Quantenelektrodynamik von Berestetskii, Lifshitz und Pitaevskii⁵³. In niedrigster Ordnung Störungstheorie der Dirac'schen Spinorelektrodynamik tragen die Diagramme der Fig. 12 zur Comptonstreuung bei. Gemäß den Dia-

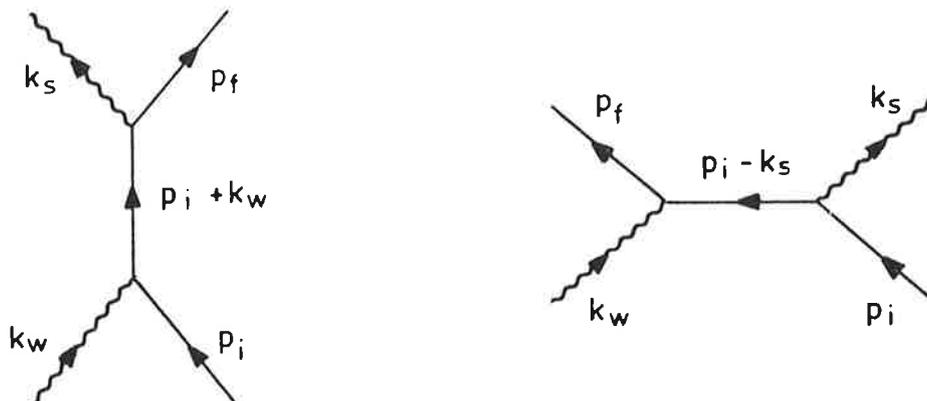


Fig. 12: Diagramme zur Comptonstreuung in niedrigster Ordnung der Spinorelektrodynamik.

grammregeln ergeben sie ein Matrixelement M_{fi}

$$M_{fi} = -4\pi\alpha \cdot e_{s,\mu}^* e_{w,\nu} (\bar{u}_f Q^{\mu\nu} u_i) \quad (2.13)$$

mit der Feinstrukturkonstanten α , den Polarisationsvierervektoren e_w und e_s , den Elektronenbispinoren u_f und u_i und dem Streutensor $Q^{\mu\nu}$

$$Q_{\mu\nu} = \frac{1}{s-m^2} \gamma_\mu (\not{p}_i + k_w + m) + \frac{1}{u-m^2} \gamma_\nu (\not{p}_i - k_s + m) \gamma_\mu \quad (2.14)$$

Wie üblich bedeutet das Dolchsymbol "/" eine Kontraktion des Vierervektors mit γ -Matrizen:

$$\not{a} = \gamma^\mu a_\mu$$

Ferner sind s und u in (2.14) zwei der drei invarianten Mandelstamkoordinaten:

$$\begin{aligned} s &= (p_i + k_w)^2 \\ t &= (p_i - p_f)^2 = (k_s - k_w)^2 \\ u &= (p_i - k_s)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Berücksichtigt man alle Einflüsse der Polarisation in Dichtematrizen ρ_i, ρ_f für die Elektronenzustände im Eingangs- bzw. Ausgangskanal und ρ_w, ρ_s für die Wiggler- bzw. gestreuten Photonen, so erhält man für die Übergangswahrscheinlichkeit $|M_{fi}|^2$

$$|M_{fi}|^2 = 16\pi^2 \alpha^2 \cdot \text{Sp}(\rho_f \rho_{s,\lambda\mu} Q^{\mu\nu} \rho_i \rho_{w,\nu\sigma} \bar{Q}^{\lambda\sigma}) \quad (2.16)$$

Die Spur ist hier über die Bispinorindizes der nicht explizit geschriebenen Produkte von γ -Matrizen in der Klammer auszuführen. Die Kontraktion über die Vierervektorkomponenten hingegen ist in (2.16) angedeutet.

Es ist der Situation des FELs oder Comptonlasers angemessen, unpolarisierte Elektronen anzunehmen, d.h. über die Polarisation der einfallenden Elektronen wird gemittelt und über die der gestreuten summiert:

$$\rho_i = \frac{1}{2} (\not{p}_i + m) \quad , \quad \rho_f = \not{p}_f + m \quad (2.17)$$

Die Polarisation der Photonen, gemäß Fig. 11 als linear angenommen, wird in den Dichtematrizen am besten durch Stokesparameter $\vec{\xi}$ ausgedrückt⁵³. Die Komponenten des Vektors $\vec{\xi}$, die allesamt auf den Bereich $-1 \leq \xi_i \leq +1$ unter der Nebenbedingung $\vec{\xi} \cdot \vec{\xi} \leq 1$ beschränkt sind, geben die Wahrscheinlichkeiten für lineare (ξ_1, ξ_3) bzw. zirkuläre (ξ_2) Polarisation an. Mit den Paulimatrizen kann man die Dichtematrix schreiben als:

$$\rho_{W,s} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \vec{\xi}_{W,s} \cdot \vec{\sigma} \right) \quad (2.18)$$

Analog dazu muß auch der Streutensor $Q^{\mu\nu}$ in die spinorielle Schreibweise gebracht werden, indem man ihn auf die möglichen Polarisationsvierervektoren $e^{(1)}$, $e^{(2)}$ projiziert und in der Basis der Paulimatrizen $\tau = (1, \vec{\sigma})$ entwickelt

$$Q^{\mu\nu} = \sum_{\alpha, b=1}^2 Q_p \cdot (\tau^p)_{ab} e^{(\alpha)\mu} e^{(b)\nu} \quad (2.19)$$

Durch Inversion erhält man daraus die Spinordarstellung

$$Q = Q_0 + \vec{Q} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.20)$$

Es ist notwendig, darauf hinzuweisen, daß in dem Q aus (2.20), das offensichtlich nur 4 Freiheitsgrade besitzt, dieselbe Information steckt wie in dem Streutensor $Q^{\mu\nu}$, obwohl dieser $4 \times 4 = 16$ Komponenten aufweist, da in (2.16) nur die Kontraktionen von $Q^{\mu\nu}$ mit den Polarisationsvektoren vorkommen.

Mit dieser Vorarbeit ist es nun ein Leichtes, die Tensorkontraktionen über $\mu, \nu \dots$ in (2.16) als Spur über Spinmatrizen zu schreiben. Darüberhinaus ist schließlich noch die Spur über die Bispinorindizes in (2.16) auszuführen. Setzt man abkürzend

$$x = s/m^2 - 1 \quad y = 1 - u/m^2 \quad (2.21)$$

so ergibt sich schließlich⁵³:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{2v_e^2} \cdot \frac{d\sigma}{dy \cdot d\phi} = & \left(\xi_{W,1} \xi_{S,1} + \xi_{W,3} \xi_{S,3} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{2} \right) + \\ & + \left(1 - \xi_{W,3} - \xi_{S,3} \right) \cdot \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right] + \xi_{W,3} \xi_{S,3} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \\ & + \frac{1}{4} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \cdot \left[1 + \xi_{W,2} \xi_{S,2} \cdot \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{2}{y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.22)$$

$r_e = \alpha/m$ ist hierbei der klassische Elektronenradius. An der Abhängigkeit vom Azimutwinkel ϕ sind wir nicht interessiert, da $\phi \neq 0$ aus der Streuebene herausführen würde, und lassen deshalb im folgenden $d\phi$ einfach weg. Das Differential dy in (2.22) wird in das leichter interpretierbare $d\vartheta_s$ unter Zuhilfenahme von (2.11), (2.12), (2.15) und (2.21) umgeschrieben als

$$\frac{1}{x^2} \cdot \frac{dy}{d\vartheta_s} = \frac{\beta \cdot \frac{1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)}{(1 - \beta \cos \vartheta_s)^2} \cdot \sin \vartheta_s + \frac{\sin(\vartheta_s + \vartheta_w)}{1 - \beta \cos \vartheta_s}}{2\gamma^2 (1 + \beta \cos \vartheta_w)} \quad (2.23)$$

Bei der Herleitung dieser Relation wurde von der Näherung

$$\frac{\omega_w}{m} \ll \frac{1}{\gamma} \quad (2.24)$$

Gebrauch gemacht, was im Hinblick auf die Energie typischer Wigglerphotonen von wenigen meV für Mikrowellen bzw. einigen eV für optische Photonen und Elektronenergien im MeV-Bereich sehr gut erfüllt ist.

Schließlich benötigen wir in (2.22) noch die Kombinationen $1/x - 1/y$ und $x/y + y/x$, die sich ebenfalls in der Näherung (2.24) leicht bestimmen lassen zu

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)}{2\gamma^2(1 + \beta \cos \vartheta_w)(1 - \beta \cos \vartheta_s)}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \quad (2.25)$$

Wir müssen noch die Polarisation der beiden Photonen e_w und e_s spezifizieren. Dazu wollen wir in Verallgemeinerung von Fig. 11 zwei Extremfälle linearer Polarisation betrachten. Im ersten Fall seien beide senkrecht zur Streuebene. Das impliziert $\vec{\xi}_w = \vec{\xi}_s = (0,0,1)$, wodurch sich (2.22) drastisch zu

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta_s} = \frac{2r_e^2}{x^2} \cdot \frac{dy}{d\vartheta_s} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \right) = 2r_e^2 \frac{1}{x^2} \cdot \frac{dy}{d\vartheta_s}$$

vereinfacht. Für typische Werte $\gamma = 10$ und $\vartheta_w = 0$ resp. $\vartheta_w = \pi/2$ ist $\frac{d\sigma}{d\vartheta_s}$ in Vielfachen von $2r_e^2$ als Funktion des Streuwinkels ϑ_s in Fig. 14 aufgetragen. Fig. 13 zeigt die zugehörigen Frequenzen der gestreuten Photonen auf die der Wigglerphotonen gemäß (2.12) bezogen. Was die Frequenzen angeht, sieht man leicht, daß die größte Frequenzerhöhung für jeden Einfallswinkel

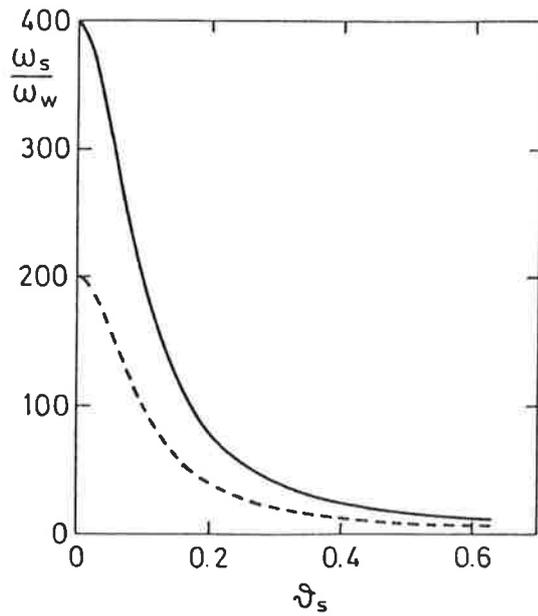


Fig. 13: Frequenzverhältnis der gestreuten zur Wigglerwelle, ω_s/ω_w , als Funktion des Streuwinkels ϑ_s . Die durchgezogene Kurve --- entspricht einem Wigglerwinkel $\vartheta_w = 0$, die gestrichelte - - - - $\vartheta_w = \pi/2$.

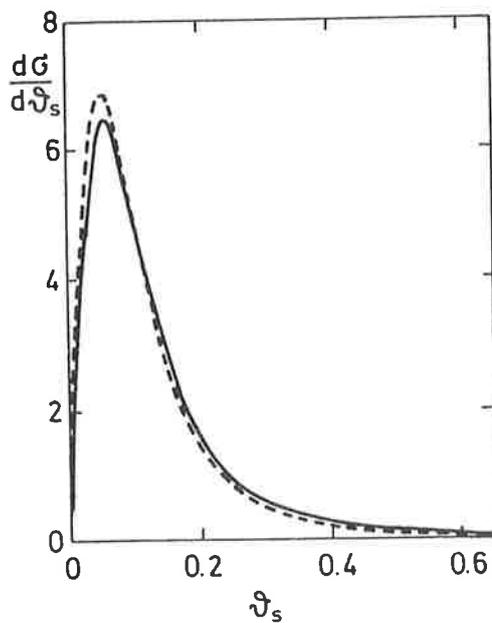


Fig. 14: Comptonstreuquerschnitt als Funktion des Streuwinkels ϑ_s für die gleichen Werte ϑ_w wie in Fig.13. Die Polarisationsvektoren stehen senkrecht auf der Streuebene.

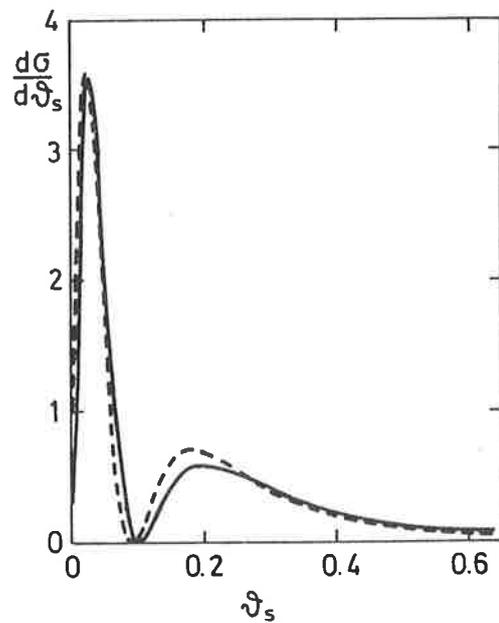


Fig. 15: Analog Fig. 14, aber mit Polarisationsvektoren in der Streuebene.

ϑ_W bei Streuung der Wigglerphotonen in Richtung der Elektronen ($\vartheta_S = 0$) auftritt. Allerdings hängt dieses Maximum im Verhältnis ω_S/ω_W deutlich von ϑ_W ab, wobei sich für $\vartheta_W = 0$, wenn also die Wigglerphotonen den Elektronen genau entgegen gerichtet sind, der größte Wert

$$\left(\frac{\omega_S}{\omega_W}\right)_{\max} = (1+\beta)^2 \gamma^2$$

einstellt. Bei senkrechtem Einfall ergibt sich immer noch die Hälfte dieses Maximalwertes. Dagegen zeigt der Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\vartheta_S}$ nur eine sehr geringfügige Abhängigkeit vom Einfallswinkel ϑ_W . Insgesamt ergibt sich, was von der Synchrotronstrahlung wohlbekannt ist, eine starke Präferenz der Streuung in Richtung des Elektronenimpulses. Das Maximum des Streuquerschnitts liegt bei dieser Wahl der Polarisation in der Nähe von $\vartheta_S = 1/\gamma$ und fast die gesamte gestreute Strahlung ist auf einen Bereich $0 \leq \vartheta_S \leq 4/\gamma$ beschränkt.

Schließlich betrachten wir noch den Fall, daß die Polarisation sowohl der Wiggler- als auch der gestreuten Photonen in der Streuebene liegen, was der Situation von Fig. 11 entspricht. Für die Stokesparameter bedeutet dies $\vec{\xi}_W = \vec{\xi}_S = (0,0,-1)$. Damit lautet (2.22):

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta_S} = 2r_0^2 \frac{1}{x^2} \cdot \frac{dy}{d\vartheta_S} \left[4 \left(\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \right]. \quad (2.26)$$

Setzt man hier (2.23), (2.25) ein, so erhält man den Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\vartheta_S}$ wie in Fig. 15 dargestellt. Auch bei dieser Wahl der Polarisation ergibt sich nur eine unbedeutende Abhängigkeit von ϑ_W , allerdings zeigt ein Vergleich mit Fig. 14, daß das Maximum des Wirkungsquerschnitts zu kleineren Streuwinkeln verschoben und betragsmäßig nicht so hoch ist. Insgesamt zeigt die Verteilung ein anderes Verhalten und verschwindet in der Nähe von $\vartheta_S = 1/\gamma$. Etwa die Hälfte der Strahlung wird bei bei Winkeln $0 \leq \vartheta_S \leq 1/\gamma$ emittiert und der Rest bei $\vartheta_S \geq 1/\gamma$.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß die Spontanemission in einem Comptonlaser sehr stark in Richtung des Elektronenimpulses gebündelt ist, wobei mit zunehmender Elektronenenergie γ_m dieser Effekt verstärkt wird. Diese Bündelung hängt zwar im Detail, aber nicht tendenziell von der Polarisation der Photonen und dem Einfallswinkel ϑ_W ab. Letzterer bestimmt aber, zusammen mit der Elektronenenergie und dem Streuwinkel ϑ_S das Frequenzverhältnis gestreuter zu einfallenden Wigglerphotonen.

II.2 Kollinearer Comptonlaser

Nachdem wir im vorangegangenen Abschnitt die wichtigsten Eigenschaften der spontanen Emission in einem Comptonlaser erkannt haben, wenden wir uns der Frage nach der induzierten Emission im Comptonlaser zu. Zu diesem Ende nehmen wir neben dem Wigglerfeld (2.3) eine bereits vorhandene Laserwelle mit dem Viererpotential $a_s = (0, \vec{a}_s)$

$$\vec{a}_s = A_s \cdot (\vec{e}_s e^{i(k_s \cdot x)} + c.c.) \quad (2.27)$$

und dem Wellenvektor $k_s = (\omega_s, -\omega_s, 0, 0)$ an. Im Vergleich zum allgemeinen k_s in (2.11) nehmen wir also beim kollinearen Comptonlaser für das gestreute Feld $\vartheta_s = 0$ und für die Wigglerwelle $\vartheta_W = 0$ an, d.h. die Wigglerphotonen breiten sich genau entgegengesetzt zu den Elektronen aus und werden in Richtung der Elektronen zurückgestreut.

Durch die Annahme einer nichtverschwindenden Laserwelle beschränken wir uns genauer gesagt auf einen Comptonlaserverstärker. Diese Vorgangsweise ist insofern legitim, als Berechnungen der Entwicklung der Lasermode aus dem Rauschen, die für FEL in zweiter Quantisierung durchgeführt worden sind^{54,55}, neben einigen interessanten, rein quantenmechanischen, Ergebnissen über Photonenstatistik und Erzeugung von "squeezed states" erbracht haben, daß alle wesentlichen Aussagen über die zeitliche Entwicklung der Lasermode sehr gut mit dem Fall der Verstärkung einer nichtverschwindenden Laserwelle übereinstimmen. Erste dahingehende Rechnungen in einem Comptonlaser wurden in zweiter Ordnung Störungstheorie im Rahmen der Diracgleichung von Sukhatme und Wolff⁵⁶ durchgeführt.

Schreibt man die Diracgleichung auf eine Differentialgleichung 2. Ordnung um, so erhält man⁵³:

$$\left[(p_\mu - e a_\mu) \cdot (p^\mu - e a^\mu) - m^2 - \frac{1}{2} i e F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \right] \psi = 0 \quad (2.28)$$

mit dem antisymmetrischen Tensor $\sigma^{\mu\nu} = 1/2 [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. Der letzte Term in (2.28) beschreibt den Einfluß des Elektronenspins und ist für alle realistischen Annahmen von Wiggler- und Laserfeldstärken vernachlässigbar gegen die übrigen Terme:

$$e A_W \omega_W \quad ; \quad e A_s \omega_s \quad \ll \quad m^2$$

und wird deshalb im folgenden weggelassen. Damit kommen wir zur Klein-Gordon-Gleichung der skalaren Elektrodynamik:

$$\left[(\rho - e a)^2 - m^2 \right] \psi = 0 \quad (2.29)$$

als Ausgangspunkt für die Beschreibung der Dynamik des Comptonlasers. Das Viererpotential a in (2.29) besteht aus der Summe des Wiggler- und des Laserpotentials: $a = a_W + a_S$. Da p und k_W, k_S kollinear sind, gilt $a \cdot p = 0$; und da a_W, a_S ebene Wellen sind, gilt wegen der Transversalität der Potentiale

$$p \cdot a = k \cdot a = 0,$$

so daß sich (2.29) vereinfacht zu:

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - m_*^2 + 2e^2(a_S \cdot a_W) \right] \psi = 0 \quad (2.30)$$

m_* ist hierbei eine in den Feldern A_W und A_S renormierte Elektronenmasse. Bei zirkularer Polarisation $\vec{e}_{W,S} = (\vec{e}_y + i\sigma_{W,S} \vec{e}_z)/\sqrt{2}$ ($\sigma_{W,S} = +1$ entspricht rechtszirkularer, $\sigma_{W,S} = -1$ linkszirkularer Polarisation) ergibt sich m_* unabhängig vom Drehsinn zu $m_*^2 = m_e^2 - e^2(a_W)^2 - e^2(a_S)^2 = m_e^2 + 2e^2(A_W^2 + A_S^2)$. Wegen der höheren Frequenz $\omega_S \gg \omega_W$ und der meist niedrigeren Feldstärke der gestreuten Welle kann man immer A_S^2 gegen A_W^2 vernachlässigen: $m_*^2 = m_e^2 + 2e^2A_W^2$. Gleichung (2.30) besitzt sowohl für gleichsinnige Polarisation $\sigma_W = \sigma_S$ als auch für gegenläufige Polarisation $\sigma_W = -\sigma_S$ Lösungen, die sich durch Mathieufunktionen ausdrücken lassen⁵⁷. Die Reduktion von (2.30) auf eine Mathieugleichung gelingt jedoch nur, wenn man ψ separieren kann: $\psi(x,t) = \phi(x) \cdot f(t)$, was zwar bei zirkularer, nicht aber bei linearer Polarisation möglich ist. Die in Referenz 57 angegebenen Lösungen setzen allerdings voraus, daß die Frequenz der zwei gegenläufigen Wellen ω_S bzw. ω_W übereinstimmen. Dies stellt keine Einschränkung in der Anwendbarkeit dar, da sich diese Bedingung durch eine geeignete Lorentztransformation ins sogenannte Bambini-Renieri-System⁵⁸ immer erfüllen läßt.

Für zirkulare Polarisation lassen sich aber auch Lösungen von (2.30) direkt angeben^{59,60}. Dazu beobachten wir, daß sich wegen der Impulserhaltung nach n Streuprozessen eine x-Komponente des Elektronenimpulses

$$p_{n,x} = -\beta \gamma m + n \cdot (\omega_S + \omega_W)$$

ergibt. Zwar läßt sich nicht gleichzeitig neben der Impuls- auch die Energieerhaltung für beliebige Ordnung der Streuprozesse erfüllen, jedoch ist dies wegen der endlichen Wechselwirkungsdauer auch nicht strikt notwendig. Es stellt sich aber als vorteilhaft heraus, die Lösung von (2.30) in Zuständen mit exakter Energie-Impulserhaltung, die dafür nicht auf der Elektronenmassenschale $p^2 = m^2$ liegen, zu entwickeln:

$$\Psi = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n(t) e^{i(\gamma m - n(\omega_s - \omega_w))t - i p_{n,x} \cdot x} \quad (2.31)$$

Setzt man diese Entwicklung in die Klein-Gordon-Gleichung (2.30) ein, so erhält man ein System gekoppelter Differentialgleichungen 2. Ordnung für die Entwicklungskoeffizienten $a_n(t)$:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_n(t) + 2i\dot{a}_n(t) \cdot [\gamma m - n(\omega_s - \omega_w)] - a_n(t) \cdot [(\gamma m - n(\omega_s - \omega_w))^2 - (-\gamma m + n(\omega_s + \omega_w))^2 - m^2] = \\ = -2e^2 A_s A_w (a_{n+1} + a_{n-1}) \end{aligned}$$

Dem treibenden Term auf der rechten Seite entnimmt man die typische Zeitskala von a_n zu $t_0 = \gamma m / 2e^2 A_s A_w$. Ein Vergleich zeigt, daß $\ddot{a}_n / \gamma m \dot{a}_n$ von der Größenordnung $e^2 A_s A_w / \gamma^2 m^2$ ist, was für alle realistischen Werte der Wiggler- und Laserfeldstärken eine verschwindende Zahl etwa zwischen 10^{-15} und 10^{-8} ergibt. Das bedeutet, daß \ddot{a}_n in der obigen Gleichung vernachlässigt werden kann. Führt man noch die Abkürzungen $\mathcal{E}_{ww} = \frac{e^2 A_s A_w}{\gamma m}$; $\mathcal{E}_{anh} = \frac{\omega_s^2}{2\gamma^3 m}$ und Δ als ein Maßstab für die Verstimmung der Frequenz der gestreuten Welle von der Resonanzfrequenz $\omega_{res} = \omega_w \cdot 4\gamma^2$

$$\Delta = m \left(\gamma - \sqrt{\frac{\omega_s}{4\omega_w}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{res} - \omega_s}{\omega_{res}} \gamma m \quad (2.32)$$

ein, so lautet das Differentialgleichungssystem für die a_n :

$$i \dot{a}_n(t) - \mathcal{E}_{anh} \cdot \left(2 \frac{\Delta}{\omega_s} n - n^2 \right) a_n = -\mathcal{E}_{ww} (a_{n+1} + a_{n-1}) \quad (2.33)$$

mit den Anfangsbedingungen zur Zeit $t = 0$, wenn die Wechselwirkung (=Wiggler + gestreute Welle) eingeschaltet wird, $a_n(t=0) = \delta_{n,0}$.

Dieses System von gewöhnlichen Differentialgleichungen läßt sich mittels einer Erzeugendenfunktion in eine partielle Differentialgleichung, die von der Form einer Schrödingergleichung für einen anharmonischen Oszillator ist, umschreiben. Darin liegt auch der Grund für die Wahl der Indizes 'ww'

für die Wechselwirkungs- und 'anh' für die Anharmonizitätsenergie. Die benötigte Erzeugendenfunktion definieren wir als

$$\phi(\xi, t) := \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n(t) e^{-in\xi} \quad (2.34)$$

mit $\xi \in [0, 2\pi]$. Damit nimmt (2.33) die Form

$$i \frac{\partial \phi}{\partial t}(\xi, t) = \left[\mathcal{E}_{anh} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2i \mathcal{E}_{ww} \frac{\Delta}{\omega_s} \frac{\partial}{\partial \xi} - 2 \mathcal{E}_{ww} \cos \xi \right] \phi(\xi, t) \quad (2.35)$$

an. Den üblichen Methoden der Quantenmechanik folgend suchen wir die stationären Lösungen der Gleichung (2.35) für den anharmonischen Oszillator. Die zugehörigen Eigenwerte sind die sogenannten Quasienergien der ursprünglichen Gleichung (2.30) für die Elektronenwellenfunktion in dem kombinierten Wiggler-Laserfeld. Das Konzept der Quasienergien wurde von Zeldovitch⁶¹ und Ritus⁶² für die Beschreibung von Quantensystemen mit periodisch zeitabhängigem Hamiltonoperator eingeführt und läuft auf das gleiche Ergebnis hinaus wie die quasistationären Lösungen von (2.30), die durch Mathieufunktionen gemäß⁵⁷ ausgedrückt werden können.

Für hinreichend kurze Wechselwirkungszeiten t , in denen die Verstärkung im Comptonlaser noch im ungesättigten, linearen Bereich bleibt, erlaubt eine störungstheoretische Behandlung⁶⁰ von (2.35) die Angabe von Lösungen ϕ_s mit zugehörigen Eigenwerten ε_s . Eine Lösung des zeitabhängigen Problems mit der Anfangsbedingung $\phi(\xi, 0) = 1$ ergibt sich daraus gemäß

$$\phi(\xi, t) = \sum_s e^{-i\varepsilon_s t} \phi_s(\xi) \int_0^{2\pi} d\xi' \phi_s^*(\xi')$$

Durch Rücktransformation von (2.34) mittels $\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi' e^{i(n-m)\xi'} = 2\pi \delta_{n,m}$ erhält man schließlich die Entwicklungskoeffizienten:

$$a_n(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_s e^{-i\varepsilon_s t} \int_0^{2\pi} d\xi \int_0^{2\pi} d\xi' e^{in\xi} \phi_s(\xi) \phi_s^*(\xi')$$

Damit ist die zeitliche Entwicklung der Elektronen in einem Comptonlaserverstärker bekannt. Insbesondere läßt sich die Abnahme der Energie pro Elektron

$$\Delta \mathcal{E} = -(\omega_s - \omega_w) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n \cdot |a_n(t)|^2 \quad (2.36)$$

und daraus wegen der Energieerhaltung die Verstärkung der Laserwelle

$$G = N_e \cdot \frac{\Delta \mathcal{E}}{2 \epsilon_0 A_s^2 \omega_s^2} \quad (2.37)$$

berechnen. Hier ist N_e die Dichte der Elektronen im Elektronenstrahl. Durch die stationären Lösungen des anharmonischen Oszillators ausgedrückt lautet die Verstärkung unter Zuhilfenahme obiger Formeln:

$$G = \frac{N_e}{2 \epsilon_0 A_s^2 \omega_s^2} \cdot \frac{\omega_s - \omega_w}{2 \pi i} \int_0^{2\pi} d\xi \sum_{s, s'} e^{i(\epsilon_{s'} - \epsilon_s) t} \phi_s(\xi) \int_0^{2\pi} d\xi' \phi_{s'}^*(\xi') \int_0^{2\pi} d\xi'' \phi_{s'}(\xi''). \quad (2.38)$$

In nullter Ordnung in der Anharmonizität erhält man als Lösung für die Entwicklungskoeffizienten⁶⁰

$$a_n(t) = (-i)^n e^{i \frac{\omega_s t \Delta}{2 \sigma^2 m} n} \cdot J_n \left(\frac{4 \sigma^2 e^2 A_s A_w}{\omega_s \Delta} \sin \left(\frac{\omega_s t \Delta}{2 \sigma^3 m} \right) \right). \quad (2.39)$$

Interessant an diesem Resultat ist, daß sich wegen der Symmetrie

$|a_n|^2 = |a_{-n}|^2$ eine vollständige Kompensation der Summanden in (2.36) ergibt, daß also zu den integrierten Größen wie der Verstärkung Multi-photonprozesse keinen Beitrag liefern. Läßt man in $\phi_s(\xi)$ höhere Ordnungen in der Anharmonizität zu, so ergibt sich aus (2.38) schließlich die von der klassischen, linearen FEL-Theorie^{63,64} bekannte Verstärkung von

$$G = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2 \omega_w^{5/2} t^3}{m^3 \omega_s^{3/2}} \cdot \frac{d}{du} \left(\frac{\sin^2 u}{u^2} \right) \quad (2.40)$$

mit $u = -\omega_s t \Delta / \gamma^3 m$. Auch bei diesem Ergebnis kommt die starke Kompensation von Beiträgen höherer Ordnung in (2.36) zum Ausdruck, da das gleiche Resultat bereits aus 2. Ordnung Störungstheorie für die Klein-Gordon-Gleichung (2.30) abgeleitet werden kann.

Im Gegensatz zu den integrierten Größen treten aber Quanteneffekte bereits in niedrigster Ordnung in der Anharmonizität hervor, wenn man etwa die Elektronenverteilung oder die mittlere Zahl emittierter oder absorbiertes Photonen $\bar{n} = (\sum n^2 |a_n|^2)^{1/2}$, für die normalerweise $\bar{n} \gg 1$ gilt, berechnet.

II.3 Comptonlaser mit gekreuzten Strahlen in 2. Ordnung Störungstheorie

Nach dem eben behandelten kollinearen Comptonlaser, bei dem Elektronenstrahl, Wiggler- und Laserwelle entlang einer Achse laufen, soll nun die allgemeinere Geometrie der Figur 11 mit beliebigen Winkeln ϑ_W zwischen dem Wigglerwellenvektor und der positiven x-Achse und ϑ_S zwischen der gestreuten Laserwelle und dem Elektronenimpuls, der entlang der negativen x-Achse gerichtet ist, zugelassen werden, vorausgesetzt, \vec{k}_W , \vec{k}_S und \vec{p}_i liegen in einer Ebene.

Mit dieser ebenen Geometrie ist bereits der allgemeinste Fall beschrieben, da man mit einer geeigneten Lorentztransformation immer Komplanarität dieser drei Vektoren erreichen kann. Darüberhinaus zeigen die Ausführungen im Abschnitt II.1, daß bei relativistischen Elektronen ϑ_S nur auf sehr kleine Winkel beschränkt bleibt, und sich dadurch im Allgemeinen bereits approximativ eine ebene Geometrie ergibt. Andererseits läßt sich für allgemeine Richtungen der drei betrachteten Vektoren im Laborsystem in der Regel keine Lorentztransformation finden, die diese in einem transformierten System in eine kollineare Anordnung bringen würde.

Ein Argument, daß diesen Sachverhalt belegt, geht von einer Darstellung der Lorentzgruppe, nach der jedes Element Λ als $\Lambda = R_2 \cdot T_\alpha \cdot R_1$ mit zwei gewöhnlichen Rotationen R_1 , R_2 und einer reinen Lorentztransformation T_α wie in (2.5) geschrieben werden kann, aus⁶⁵. Da R_1 und R_2 als orthogonale Transformationen Winkel erhalten, bleibt nur eine einparametrische Untergruppe, mit der Winkel geändert werden können. Damit kann man aber nicht erreichen, drei in einem System beliebig gegebene Winkel auf fest vorgeschriebene Werte in einem anderen System zu transformieren.

Mit dieser Bemerkung ist klar, daß die komplanare Geometrie zur vollständigen Beschreibung eines allgemeinen Comptonlasers sowohl notwendig (gegenüber einer kollinearen) als auch ausreichend (gegenüber einer durch drei unabhängige Richtungen festgelegten) ist. Ferner sei darauf hingewiesen, daß dies nicht für den üblichen, rein magnetischen FEL zutrifft, da den Transformationsgesetzen (2.7) folgend die Wigglerwelle stets den Elektronen entgegengerichtet ist und somit immer eine kollineare Geometrie zuläßt.

Zur Beschreibung der Dynamik im komplanaren Comptonlaser greifen wir ebenso wie im kollinearen Fall auf die Klein-Gordon-Gleichung (2.29)

$$[(\rho - ea)^2 - m^2] \psi = 0$$

mit dem Viererpotential $a = a_W + a_S$

$$a_{W,S} = A_{W,S} \cdot (0, \vec{e}_{W,S} e^{i(k_{W,S} \cdot x)} + c.c.)$$

und den allgemeinen Wellenvektoren k_W, k_S aus (2.11) zurück. Allerdings sind damit bereits die Gemeinsamkeiten mit dem kollinearen Comptonlaser beendet, denn im Unterschied zu dort kann man jetzt Polarisationen \vec{e}_W, \vec{e}_S so wählen, daß der Term (pa) nicht mehr verschwindet. Dies hat mehrere Konsequenzen: Zum einen ist die Klein-Gordon-Gleichung nicht mehr separierbar und kann folglich nicht mehr analog den Methoden des vorangegangenen Abschnitts gelöst werden. Im Hinblick auf ihre Struktur als mehrdimensionale Wellengleichung mit zwei zeitlich veränderlichen Potentialen verschiedener Frequenz besteht auch wenig Hoffnung, direkte Lösungen abzuleiten. Dementsprechend wenden wir uns der Möglichkeit einer störungstheoretischen Behandlung zu. In der niedrigsten Ordnung tragen hierzu die Diagramme der Fig. 16 bei. Dies legt den anderen, wichtigen Unterschied zum

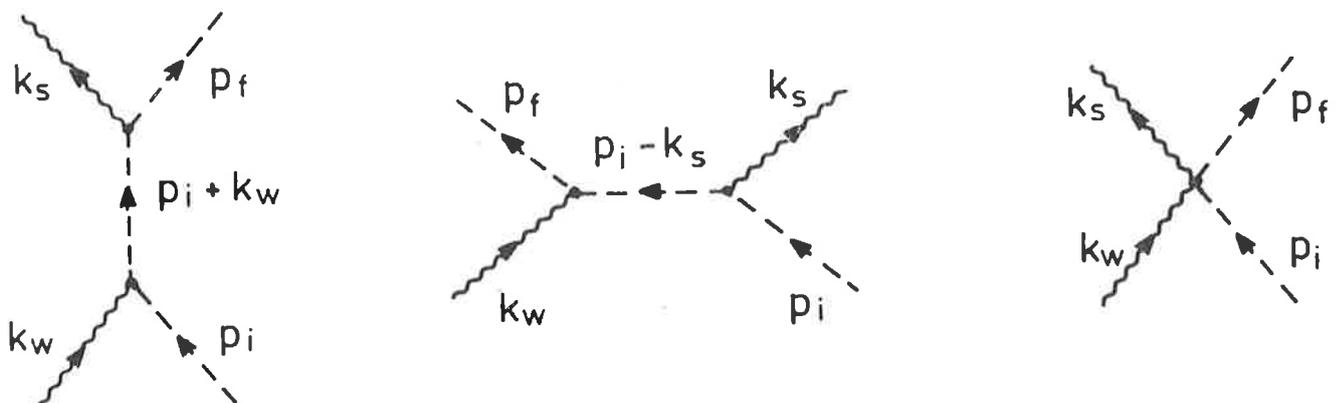


Fig. 16: Diagramme zur Comptonstreuung in niedrigster Ordnung der skalaren Elektrodynamik.

kollinearen Comptonlaser zutage: Während dort nur das Seemöviendiagramm eine Rolle spielt, kommen bei der komplanaren Geometrie die beiden anderen Dia-

gramme zusätzlich hinzu und können eventuell wegen des für alle erreichbaren Feldstärken gültigen größeren Wertes von $e p_{W,S} \gg e^2 a_W a_S$ bedeutend größere Streuquerschnitte und damit eine höhere Verstärkung ermöglichen.

Bevor wir jedoch diese Frage im nächsten Abschnitt im Allgemeinen und im Kapitel IV im Detail diskutieren, wollen wir zunächst die Matrixelemente für die Diagramme 16 nach den üblichen Regeln der skalaren Elektrodynamik berechnen⁶⁶.

Der allgemeine Ausdruck für die ersten zwei Diagramme, die von der p-a-Wechselwirkung herrühren, lautet:

$$S_{p-a} = -e^2 \int d^4y d^4z e^{i p_f y} \cdot i (\partial_y^\mu a_\mu(y) + a_\mu(y) \partial_y^\mu) \cdot i \Delta(y-z) \cdot i (\partial_z^\nu a_\nu(z) + a_\nu(z) \partial_z^\nu) \cdot e^{-i p_i z} \quad (2.41)$$

mit dem Elektronenpropagator Δ :

$$\Delta(y-z) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-i p (y-z)}}{p^2 - m^2 + i \epsilon} \quad (2.42)$$

wobei $i\epsilon$ im Nenner wie im üblichen Sinne die richtige Wahl der Randbedingungen für die Beiträge positiver und negativer Energie garantiert. Wegen der Transversalität des Vektorpotentials verschwinden deren Viererdivergenzen in (2.41) und können deshalb weggelassen werden. Weiterhin sei bemerkt, daß wir wie im kollinearen Comptonlaser annehmen wollen, daß die Wechselwirkung örtlich unbegrenzt und dafür zeitlich durch eine Schaltfunktion $\phi(t)$, die innerhalb einer endlichen Wechselwirkungsdauer T den Wert Eins hat und außerhalb dieses Intervalls hinreichend steil abfällt, so daß von den Rändern keine Beiträge kommen, beschränkt ist. Das bewirkt, daß die Raumzeitintegrationen in (2.41) nur über den Ortsraum ausgeführt werden können. Diese liefern zwei 3-dimensionale δ -Funktionen, von denen eine mit Hilfe des Integrals über den Impulsaustausch im Elektronenpropagator integriert werden kann. Schließlich bleibt noch die Integration über die 0-Komponente p_0 dieses Impulses auszuführen. Dabei beschränken wir uns auf den Beitrag von dem Pol, der zur positiven Energie gehört.

Erlaubt man für das einfallende Vektorpotential nur die Wigglerwelle a_W und für das gestreute nur a_S , so erhält man nach der oben skizzierten Rechnung das Matrixelement für Emission eines Laserphotons (+):

$$S_{p-a}^{(+)} = -2e^2 A_S A_W i (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_f + \vec{k}_S - \vec{p}_i - \vec{k}_W) \cdot \int dt \phi(t) \cdot e^{i(p_{f,0} + \omega_S - p_{i,0} - \omega_W)t} \cdot \left(\frac{(\vec{e}_W \cdot \vec{p}_i) \vec{e}_S \cdot (\vec{p}_i + \vec{k}_W)}{\sqrt{(\vec{p}_i + \vec{k}_W)^2 + m^2} \cdot p_{i,0} - \omega_W} \sqrt{(\vec{p}_i + \vec{k}_W)^2 + m^2} + \frac{\vec{e}_W \cdot (\vec{p}_i - \vec{k}_S) (\vec{e}_S \cdot \vec{p}_i)}{\sqrt{(\vec{p}_i - \vec{k}_S)^2 + m^2} \cdot p_{i,0} + \omega_S} \sqrt{(\vec{p}_i - \vec{k}_S)^2 + m^2} \right) \quad (2.43)$$

Das Matrixelement für Absorption (-) ergibt sich hieraus, indem man die Vorzeichen in allen Komponenten der Wellenvektoren k_W, k_S umkehrt!

Zur Berechnung der gesamten Übergangswahrscheinlichkeit im Comptonlaser mit gekreuzten Strahlen fehlt noch das Matrixelement für das dritte Diagramm der Fig. 16 mit dem a^2 -Beitrag der Klein-Gordon-Gleichung:

$$S_{a^2} = i e^2 \int d^4 y e^{i p_f y} a_\mu(y) a^\mu(y) e^{-i p_i y} \quad (2.44)$$

Eine Behandlung dieser Formel analog zu (2.41) ergibt unter denselben Annahmen

$$S_{a^2} = 2 e^2 A_s A_w i (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_f + \vec{k}_s - \vec{p}_i - \vec{k}_w) \cdot \int dt \phi(t) e^{i(p_{f,0} + \omega_s - p_{i,0} - \omega_w)t} \cdot \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \quad (2.45)$$

Die Wahrscheinlichkeit für stimulierte Emission (+) bzw. Absorption (-) eines Laserphotons a_s ergibt sich hieraus und aus (2.43) gemäß^{60,67}

$$W^\pm = \left| \frac{S_{p \cdot a}^\pm + S_{a^2}}{2 p_{i,0} i (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_f \pm \vec{k}_s - \vec{p}_i \mp \vec{k}_w)} \right|^2$$

zu

$$W^\pm = \frac{e^4 A_s^2 A_w^2}{\delta_e^2 m^2} \left| \frac{-(\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i) \vec{e}_s \cdot (\vec{p}_i \pm \vec{k}_w)}{(\sqrt{(\vec{p}_i \pm \vec{k}_w)^2 + m^2} - \delta_e m \mp \omega_w) \sqrt{(\vec{p}_i \pm \vec{k}_w)^2 + m^2}} - \frac{\vec{e}_w \cdot (\vec{p}_i \mp \vec{k}_s) (\vec{e}_s \cdot \vec{p}_i)}{(\sqrt{(\vec{p}_i \mp \vec{k}_s)^2 + m^2} - \delta_e m \pm \omega_s) \sqrt{(\vec{p}_i \mp \vec{k}_s)^2 + m^2}} + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \right|^2 \left| \bar{\Phi}^\pm \right|^2$$

mit

$$\bar{\Phi}^\pm = \int dt \phi(t) \cdot e^{i(\sqrt{(\vec{p}_i \pm \vec{k}_w \mp \vec{k}_s)^2 + m^2} \pm \omega_s \mp \omega_w - \delta_e m)t} \quad (2.46)$$

Dieses Ergebnis ist im Rahmen 2. Ordnung Störungstheorie mit endlicher, durch die Schaltfunktion $\phi(t)$ festgelegter Wechselwirkungsdauer exakt. Im folgenden werden aber einige Annahmen getroffen, die spezifisch für die Anwendung in einem möglichen Comptonlaser sind, darunter die vernachlässigbare Wiggler- und Laserphotonenenergie ω_W, ω_S gegenüber der Elektronenenergie, wobei überhaupt nur relativistische Elektronen zugelassen werden:

$$\omega_W \ll \delta_e m \quad ; \quad \omega_S \ll \delta_e m \quad ; \quad \delta_e \gg 1 \quad (2.47)$$

Um die Winkelabhängigkeit der Streuwahrscheinlichkeit, die in dem Ausdruck in der ersten Klammer steckt, zu bestimmen, greifen wir auf die in Fig. 11 eingeführte Geometrie mit den Winkeln ϑ_W zwischen der Wigglerwelle und dem negativen Elektronenimpuls und ϑ_S zwischen der Laserwelle und der Elektronenausbreitungsrichtung zurück. Außerdem gilt es, die Polarisationsvektoren \vec{e}_W, \vec{e}_S , die ebenfalls in der Streuebene liegen, zu beachten. Durch die Winkel ϑ_W, ϑ_S ausgedrückt ergibt sich in den Näherungen (2.47) eine Winkelabhängigkeit $w(\vartheta_S, \vartheta_W)$ des Matrixelements, mit dessen Hilfe sich W^\pm als

$$W^\pm = \frac{e^4 A_S^2 A_W^2}{\gamma^2 m^2} \cdot w^\pm(\vartheta_S, \vartheta_W) \cdot |\Phi^\pm|^2 \quad (2.48)$$

schreiben läßt, zu

$$\begin{aligned} w^\pm(\vartheta_S, \vartheta_W) = & \pm \beta^2 \sin \vartheta_S \cdot \sin \vartheta_W \cdot \left[\frac{\frac{\gamma m}{\omega_W}}{(1+\beta \cos \vartheta_W)(1 \mp \frac{\omega_W}{2\gamma m}(1+\beta \cos \vartheta_W))} - \frac{\frac{\gamma m}{\omega_S}}{(1-\beta \cos \vartheta_S)(1 \pm \frac{\omega_S}{2\gamma m}(1-\beta \cos \vartheta_S))} \right] \\ & - \beta \sin(\vartheta_S + \vartheta_W) \cdot \left[\frac{\sin \vartheta_W}{(1+\beta \cos \vartheta_W)(1 \mp \frac{\omega_W}{2\gamma m}(1+\beta \cos \vartheta_W))} - \frac{\sin \vartheta_S}{(1-\beta \cos \vartheta_S)(1 \pm \frac{\omega_S}{2\gamma m}(1-\beta \cos \vartheta_S))} \right] \\ & - \cos(\vartheta_S + \vartheta_W) \end{aligned}$$

Schließlich wollen wir dieses Resultat anstatt durch ω_S durch die Verstimmung Δ der Frequenz der gestreuten Welle von der Resonanzfrequenz ω_{res} gemäß (2.12) ausdrücken, wobei wir auf die Definition von Δ in (2.32):

$$\Delta = \frac{\gamma m}{2} \left(1 - \frac{\omega_S}{\omega_{res}} \right)$$

zurückgreifen. In niedrigster Ordnung in der üblicherweise sehr kleinen Größe $\omega_W/\gamma m \leq 10^{-7}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} w^\pm(\vartheta_S, \vartheta_W) = & \beta^2 \sin \vartheta_S \cdot \sin \vartheta_W \cdot \left[1 \mp \frac{\Delta}{\omega_W} \frac{2}{1+\beta \cos \vartheta_W} \mp \frac{1 + \cos(\vartheta_S + \vartheta_W)}{(1+\beta \cos \vartheta_W)(1-\beta \cos \vartheta_S)} \right] \\ & + \beta \sin(\vartheta_S + \vartheta_W) \cdot \left[- \frac{\sin \vartheta_W}{1+\beta \cos \vartheta_W} + \frac{\sin \vartheta_S}{1-\beta \cos \vartheta_S} \right] - \cos(\vartheta_S + \vartheta_W) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Um im nächsten Abschnitt einige Abschätzungen von Größenordnungen zu ermöglichen, seien hier einige Kommentare zu (2.49) angefügt. $w_\pm(\vartheta_S, \vartheta_W)$ beinhaltet im Vergleich zur kollinearen Geometrie, bei der $w_\pm = 1$ ist, die Erhöhung der Verstärkung im Comptonlaser mit gekreuzten Strahlen. Da ϑ_S wegen der notwendigen Spontanemission, die den Laser zum Anschwingen brin-

gen muß, auf sehr kleine Werte $\vartheta_s \leq 1/\gamma$ beschränkt ist, wohingegen ϑ_w nicht zu nahe an den Wert π kommen darf, da sonst nach (2.12) fast keine Frequenzerhöhung ω_s/ω_w stattfindet, kann man große $w_{\pm}(\vartheta_s, \vartheta_w)$ außer von dem Term mit Δ nur von den Gliedern erwarten, die proportional zu $1/(1 - \beta \cos \vartheta_s)$ sind. Allerdings heben sich die beiden in Frage kommenden bei der Emission (+) annähernd auf, da ihre Koeffizienten im ausschließlich zugelassenen Fall $\vartheta_s \ll 1$; $\beta \cong 1$ ziemlich gut übereinstimmen und verschiedenes Vorzeichen aufweisen. Also bleibt für eine Erhöhung der Verstärkung im wesentlichen nur der Term proportional zur Verstärkung Δ . Inwieweit sich dies mit den übrigen Bedingungen des Comptonlasers in Eintracht bringen läßt, wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

II.4 Verstärkung im komplanaren Comptonlaser in verschiedenen Grenzfällen

II.4.1 Der Limes kurzer Wechselwirkungszeit

Wie bereits von der Abhandlung über den kollinearen Comptonlaser bekannt, erhält man die Verstärkung G pro Durchgang aus der Energiezunahme der gestreuten Welle $\Delta \mathcal{E}$ gemäß (2.37). Allerdings gilt dieses Resultat nur unter der Annahme eines monoenergetischen Elektronenstrahls. Um der Realität jedoch näher zu kommen, wollen wir jetzt eine longitudinale Energieverteilung $f(\gamma)$ des als weiterhin parallel angenommenen Elektronenstrahls zulassen. Einschränkend gelte aber, was für jede Art freier Elektronenlaser zu gelten hat, daß nämlich die Verteilung eng um eine Energie $\gamma_0 m$ zentriert sein muß:

$$\int f(\gamma) d\gamma = 1$$

$$\langle \gamma \rangle = \int \gamma f(\gamma) d\gamma = \gamma_0 \quad (2.50)$$

$$\Delta \gamma = (\langle \gamma^2 \rangle - \langle \gamma \rangle^2)^{1/2} \ll \gamma_0 \quad .$$

Der mittlere Energieverlust pro Elektron ergibt sich also durch Faltung mit der Verteilungsfunktion zu

$$\Delta \mathcal{E}_s = \omega_s \int d\gamma f(\gamma) \cdot (W^+ - W^-) \quad .$$

Schreibt man W^{\pm} in der Form (2.48), so erhält man schließlich:

$$\Delta \mathcal{E}_s = \frac{e^4 A_s^2 A_w^2}{\gamma_0^2 m^2} \cdot \omega_s \cdot \int d\gamma f(\gamma) \cdot [w_+^2(\vartheta_s, \vartheta_w) |\Phi^+|^2 - w_-^2(\vartheta_s, \vartheta_w) |\Phi^-|^2] \quad (2.51)$$

Da ϕ^\pm und $w_\pm(\vartheta_s, \vartheta_w)$ sehr kompliziert von γ abhängen, läßt sich das Integral in (2.51) im Allgemeinen nicht ausführen und macht eine Beschränkung auf einige Grenzfälle notwendig. Diese Vorgangsweise ist bei FELn, bei denen man zwischen dem Limes kurzer bzw. langer Wechselwirkungsdauer unterscheidet, weit verbreitet.

Um den Geltungsbereich des einen oder anderen Limes abzugrenzen, müssen wir spezifizieren, was unter kurzer bzw. langer Wechselwirkungsdauer T zu verstehen sei. Dazu gehen wir auf die Definition von ϕ^\pm in (2.46) zurück und beobachten, daß ϕ für $T \rightarrow \infty$ in die gewohnte, energieerhaltende δ -Funktion übergeht, bei endlichem T aber für gegebenes γ , ω_w einen Spielraum für die Energie des gestreuten Photons läßt; die Energie des gestreuten Elektrons ist wegen der Impulserhaltung dadurch und durch die Parameter der einfallenden Teilchen festgelegt.

Um eine kürzere Schreibweise zu ermöglichen, definieren wir die Abweichungen ω_\pm von der erhaltenen Energie für Emission resp. Absorption:

$$\omega_\pm = \sqrt{(\vec{p}_i \pm \vec{k}_w \mp \vec{k}_s)^2 + m^2} \pm \omega_s \mp \omega_w - \gamma m \quad (2.52)$$

Die Annahmen (2.47) erlauben eine Approximation von ω_\pm , indem man die Wurzel bis zur zweiten Ordnung in $1/m$ entwickelt. Durch die Verstimmung von der Resonanzfrequenz Δ ausgedrückt, ergibt sich ω_\pm aus (2.52) zu:

$$\omega_+ = - \frac{2\Delta}{\gamma m} (1 + \beta \cos \vartheta_w) \omega_w \quad (2.53)$$

$$\omega_- = \frac{2\Delta}{\gamma m} (1 + \beta \cos \vartheta_w) \omega_w + 2 \frac{\omega_w^2}{\gamma m} \frac{(1 + \beta \cos \vartheta_w)(1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{1 - \beta \cos \vartheta_s} \quad (2.54)$$

Unter der Annahme eines monoenergetischen Elektronenstrahls der Energie γ_e , d.h. einer Verteilungsfunktion f

$$f(\gamma) = \delta(\gamma - \gamma_e)$$

läßt sich das Integral über γ in (2.51) ausführen und liefert bei endlicher Wechselwirkungsdauer T :

$$-\Delta \mathcal{E}_s = \frac{e^4 A_s^2 A_w^2}{\gamma_e^2 m^2} \omega_s T^2 \left[w_+^2(\vartheta_s, \vartheta_w) \left(\frac{\sin \frac{\omega_+ T}{2}}{\frac{\omega_+ T}{2}} \right)^2 - w_-^2(\vartheta_s, \vartheta_w) \left(\frac{\sin \frac{\omega_- T}{2}}{\frac{\omega_- T}{2}} \right)^2 \right] \quad (2.55)$$

Die zwei Funktionen $(\sin(\frac{\omega_{\pm}T}{2}) / \frac{\omega_{\pm}T}{2})^2$ stellen das jeweilige Linienprofil für induzierte Emission bzw. Absorption in Abhängigkeit von der Verstimmung Δ dar. Die Kurve $\sin^2 x/x^2$ hat eine Halbwertsbreite von etwa π , d.h. die Strahlung in einem Comptonlaser, in den man monoenergetische Elektronen schickt, weist nach einer Wechselwirkungsdauer T eine Linienbreite von

$$\Delta\omega_s = \frac{2\pi}{(1-\beta\cos\vartheta_s)T}$$

bzw.

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \frac{2\pi}{1+\beta\cos\vartheta_w} \cdot \frac{1}{\omega_w T} \quad (2.56)$$

auf. Die relative, homogene Linienbreite (2.56) muß mit der durch die Verteilung der Elektronenenergie (2.50) gegebenen, inhomogenen, relativen Linienbreite $\Delta\gamma/\gamma_e$ verglichen werden. Die Wechselwirkungsdauer T wird als kurz definiert, falls sie zu einer größeren homogenen als inhomogenen Linienbreite führt; wir sprechen vom Grenzfall kurzer Wechselwirkungsdauer (KWL), falls

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} \gg \frac{\Delta\gamma}{\gamma_e} \quad (2.57)$$

gilt. In diesem Limes kann man den Elektronenstrahl, wie bereits ausgeführt, als monoenergetisch annehmen. Für die Verstärkung bzw. Energieänderung des gestreuten Feldes in (2.55) hat man die Differenz zweier gegeneinander verschobener $\sin^2 x/x^2$ -Kurven, die zusätzlich noch mit unterschiedlichen Winkelfunktionen $w_{\pm}(\vartheta_s, \vartheta_w)$ multipliziert sind, zu berechnen. Um einen Überblick zu gewinnen, wie diese beiden Faktoren zusammenspielen, müssen wir die Diskussion etwas vertiefen. Dazu stellen wir zunächst an der expliziten Form von $w_{\pm}(\vartheta_s, \vartheta_w)$ in (2.49) fest, daß sich unterschiedliche w_+ und w_- nur ergeben können, falls eine echte komplanare Geometrie mit $\vartheta_s \neq 0 \neq \vartheta_w$ vorliegt. Im anderen Fall, wenn mindestens ein Winkel verschwindet, gilt in sehr guter Näherung $w_{\pm}^2(\vartheta_s, \vartheta_w) = 1$. Nehmen wir diesen konstanten Wert an, so besteht das Verstärkungsprofil lediglich aus den beiden gegeneinander verschobenen Emissions- bzw. Absorptionsprofilen, die mit Hilfe von (2.53), (2.54) und den Abkürzungen

$$u_s = -\frac{\omega_+ T}{2} = \frac{\Delta}{f_m} (1 + \beta \cos \vartheta_w) \cdot \omega_w T$$

und

$$u_r = \frac{\omega_- T}{2} = \left(\frac{\Delta}{f_m} + \frac{\omega_w}{f_m} \frac{1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)}{1 - \beta \cos \vartheta_s} \right) \cdot (1 + \beta \cos \vartheta_w) \cdot \omega_w T$$

als

$$g = \frac{\sin^2 u_s}{u_s^2} - \frac{\sin^2 u_r}{u_r^2}$$

geschrieben werden können, d.h. die Profile sind um $u_r - u_s$ gegeneinander verschoben.

Hier setzt nun eine weitere Unterscheidung in Grenzfälle ein: In dem bisher in der Literatur ausschließlich diskutierten Fall relativ niederenergetischer Laserphotonen ω_s ist die Verschiebung der beiden Profile gering, d.h.

$$\delta := u_r - u_s = \frac{\omega_{res}}{f_m} (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)) \omega_w T \ll 1 \quad (2.58)$$

Da der Ausdruck für δ mit dem Energieverlust, den die Elektronen durch Rückstoß beim Streuprozeß erleiden, zusammenhängt, bilden Situationen, in denen (2.58) erfüllt ist, den Grenzfall verschwindenden Rückstoßes. Unter dieser Voraussetzung kann man die Differenz der Profile in der eckigen Klammer in (2.55) durch die Ableitung nähern, d.h.:

$$g = \frac{\sin^2 u_s}{u_s^2} - \frac{\sin^2 u_r}{u_r^2} \cong -\delta \cdot \frac{d}{du} \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$$

Damit erhält man das vom FEL wohlbekanntes Verstärkungsprofil $g(u_s) = -\frac{d}{du_s} (\sin u_s / u_s)^2$ wie in Fig. 17a dargestellt. Die Verstärkung ergibt sich, (2.37) und (2.55) folgend, zu

$$G_s = N_e \frac{\Delta \varepsilon_s}{2 \varepsilon_0 A_s^2 \omega_s^2} = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2 \omega_w T^3}{2 \varepsilon_0 r^3 m^3} (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)) \cdot g(u_s) \quad (2.59)$$

In dem zu (2.58) konträren Grenzfall großen Rückstoßes $\delta \geq 1$, der bei hohen Laserphotonenenergien ω_s selbst für kurze Wechselwirkungszeiten T zunehmend wichtiger wird, sind, wie in Fig. 17b gezeigt, die Profile für Emission und Absorption praktisch entkoppelt. Optimale Emission gibt es bei exakter Resonanz $\Delta = 0$, was für $\sin^2 u_s / u_s^2$ den maximalen Wert Eins ergibt; die Absorption ist gleichzeitig bereits vergleichsweise stark unterdrückt und kann gegen Eins vernachlässigt werden. In diesem Fall großen Rückstoßes erhält

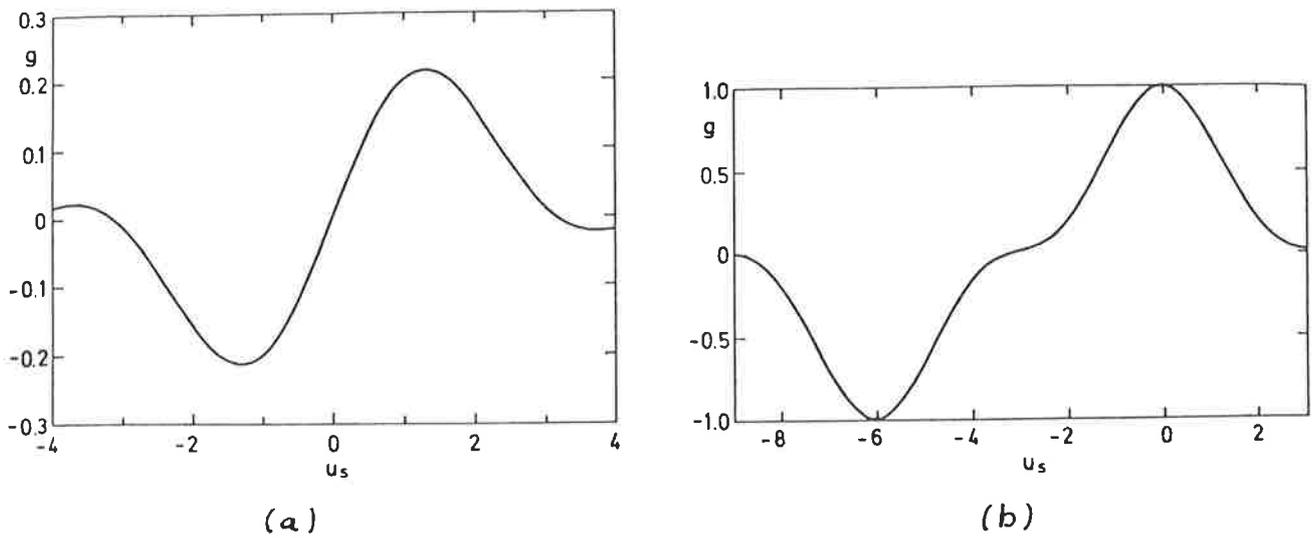


Fig. 17: Verstärkungsprofil eines Comptonlasers im KWL in einer kollinear-ähnlichen Geometrie für geringen Rückstoß (a) bzw. großen Rückstoß ($\delta = 6$) (b).

man im Limes kurzer Wechselwirkungszeiten im Comptonlaser eine Verstärkung von

$$G_S = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2}{2 \epsilon_0 \sigma^2 m^2 \omega_s} \cdot T^2 \cdot g(u_s, \delta) \quad (2.60)$$

mit dem Verstärkungsprofil $g(u_s, \delta) = \frac{\sin^2 u_s}{u_s^2} - \frac{\sin^2(u_s + \delta)}{(u_s + \delta)^2}$.

In der bisher betrachteten, kollinear ähnlichen Geometrie konnten wir noch nicht von einer Erhöhung der Verstärkung aufgrund der Geometrie profitieren, weshalb wir nun $\vartheta_S \neq 0 \neq \vartheta_W$ annehmen wollen. Substituieren wir in die Winkelfunktionen w_+ (ϑ_S, ϑ_W) die Variable u_s bzw. in w_- (ϑ_S, ϑ_W) die Variable u_r , so erhält man für den Inhalt der eckigen Klammer in (2.55):

$$\left[(w_0 - \alpha u_s)^2 \cdot \frac{\sin^2 u_s}{u_s^2} - (w_0 + \alpha u_r)^2 \cdot \frac{\sin^2 u_r}{u_r^2} \right],$$

wobei die Abkürzungen w_0 bzw. α für

$$w_0 = \beta^2 \sin \vartheta_S \cdot \sin \vartheta_W \cdot \left(1 - \frac{1 + \cos(\vartheta_S + \vartheta_W)}{(1 + \beta \cos \vartheta_W) \cdot (1 - \beta \cos \vartheta_S)} \right) + \beta \sin(\vartheta_S + \vartheta_W) \cdot \left(\frac{-\sin \vartheta_W}{1 + \beta \cos \vartheta_W} + \frac{\sin \vartheta_S}{1 - \beta \cos \vartheta_S} \right) - \cos(\vartheta_S + \vartheta_W)$$

$$\alpha = \frac{2 \sigma m}{\omega_w} \cdot \frac{\beta^2 \sin \vartheta_S \cdot \sin \vartheta_W}{(1 + \beta \cos \vartheta_W)^2 \omega_w T} \quad (2.61)$$

stehen. Auffällig an diesem Ergebnis ist die entstandene Symmetrie in den Variablen u_s resp. u_r . Wie schon im Anschluß an (2.49) erwähnt, kann w_0 , das mit $w_+(\vartheta_s, \vartheta_w)$ für verschwindende Verstimmung $\Delta = 0$ übereinstimmt, keine großen Werte annehmen und wird sogar für bestimmte Kombinationen von ϑ_s, ϑ_w Null. Wir begehen keine große Unterlassung, jedenfalls nicht im Rahmen dieser qualitativen Diskussion, $w_0 = 0$ zu setzen. Das vereinfacht das Verstärkungsprofil drastisch zu:

$$\alpha^2 \cdot (\sin^2 u_s - \sin^2 u_r)$$

Führen wir auch hier wieder den Rückstoß $\delta = u_r - u_s$ ein, so läßt sich dieser Ausdruck umschreiben in: $\alpha^2 \cdot \sin \delta \sin(2u_s - \delta)$. Beachtet man noch, daß auch α durch δ ausgedrückt werden kann:

$$\alpha = \frac{2}{\delta} \cdot \frac{\omega_{res}}{\omega_w} \cdot \frac{\beta^2 \sin \vartheta_s \cdot \sin \vartheta_w \cdot (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{1 + \beta \cos \vartheta_w}$$

so erhält man schließlich für das Verstärkungsprofil im KWL

$$\left[\left(\frac{2 \omega_{res}}{\omega_w} \cdot \frac{\beta^2 \sin \vartheta_s \cdot \sin \vartheta_w \cdot (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{1 + \beta \cos \vartheta_w} \right)^2 \cdot \frac{\sin \delta}{\delta^2} \cdot \sin(2u_s - \delta) \right]$$

was ebenfalls eine klare Unterscheidung in den Grenzfall geringen ($\delta \ll 1$) bzw. großen Rückstoßes ($\delta \geq 1$) erlaubt. Im ersten Fall $\delta \ll 1$ läßt sich die Verstärkung im komplanaren Comptonlaser im KWL schließlich schreiben als:

$$G_s = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2 T}{2 \varepsilon_0 \gamma m \omega_w^3} \cdot \frac{4 \sin^2 \vartheta_s \cdot \sin^2 \vartheta_w \cdot (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{(1 + \beta \cos \vartheta_w)^2} \cdot \sin(2u_s) \quad (2.62)$$

Optimale Emission tritt also bei einer Verstimmung Δ auf, bei der $u_s = \pi/4$, d.h.

$$\frac{\Delta}{\gamma m} = \frac{\pi}{4(1 + \beta \cos \vartheta_w) \omega_w T}$$

ist. Im Fall großen Rückstoßes ist das Bild nicht so einheitlich, aber man sieht leicht, daß mit wachsendem Rückstoß δ die Verstärkung wie $1/\delta^2$ abfällt. Der allgemeine Ausdruck für die Verstärkung ergibt sich zu:

$$G_s = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2 \omega_s^2 T^2}{2 \varepsilon_0 \gamma^2 m^2 \omega_w^2} \cdot \left(\frac{2 \sin \vartheta_s \cdot \sin \vartheta_w \cdot (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{1 + \beta \cos \vartheta_w} \right)^2 \cdot g(u_s, \delta) \quad (2.63)$$

mit einem Verstärkungsprofil $g(u_s, \delta) = \sin \delta \cdot \sin(2u_s - \delta)/\delta^2$. Günstige Ergebnisse sind für nicht zu großen Rückstoß zu erwarten, etwa ergibt sich für $\delta = \pi/2$ das Maximum der Emission bei $u_s = \pi/2$ zu $g = 4/\pi^2$.

II.4.2 Der Limes langer Wechselwirkungszeit

Nach dieser Behandlung der Verstärkung im KWL, der gemäß (2.57) durch eine dominierende homogene Linienbreite festgelegt ist, wenden wir uns nun dem Grenzfall langer Wechselwirkungszeiten T (LWL), durch

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} \ll \frac{\Delta\gamma}{\sigma_e} \quad (2.64)$$

eingegrenzt, zu. Unter dieser Bedingung kann also die homogene Linienbreite vernachlässigt werden, oder, was dazu äquivalent ist, das Integral in (2.46) zur Berechnung von Φ^\pm kann approximativ ohne die Schaltfunktion $\phi(t)$ über einen unendlichen Bereich ausgedehnt werden und ergibt sofort die Energieerhaltung

$$\bar{\Phi}^\pm = 2\pi \delta(\omega_\mp)$$

Für die Berechnung der Energieänderung der Laserwelle in (2.51) benötigt man aber $|\Phi^+|^2$ bzw. $|\Phi^-|^2$, also Quadrate der δ -Funktion, die bekanntlich immer divergente Ausdrücke liefern, falls sie, wie in (2.51) geschehen, nur einmal integriert werden. Allerdings kommt diese Divergenz künstlich durch die Annahme einer unendlichen Wechselwirkungszeit zustande. Durch eine Argumentation analog der Vorgangsweise bei der Herleitung von Fermi's goldener Regel⁶⁶ erhält man für lange, aber endliche Wechselwirkungsdauer T in der gleichen Näherung wie oben getroffen: $2\pi \delta(0) = T$.

Damit nimmt das Integral in (2.51) über die Elektronenverteilung die Form

$$2\pi T \int d\gamma f(\gamma) \cdot [\omega_+^2(\gamma_s, \gamma_w) \delta(\omega_+) - \omega_-^2(\gamma_s, \gamma_w) \delta(\omega_-)]$$

an. Um dieses Integral ausführen zu können, sei an die Behandlung einer δ -Funktion mit einer Funktion h im Argument erinnert:

$$\int dx \delta(h(x)) = \sum_v \int dx \frac{\delta(x-x_v)}{|h'(x_v)|} ,$$

wobei die Summe über die Nullstellen von h(x) zu nehmen ist. Im Fall der

Funktion $w_{\pm}(\gamma)$ gibt es in dem interessierenden Bereich nichtverschwindender Elektronenverteilung nur eine Nullstelle bei γ_e bzw. γ_a , die jeweils resonanter Emission bzw. Absorption entsprechen. Aus der ursprünglichen Definition von w_{\pm} in (2.52) folgt:

$$\left. \frac{dw_{\pm}}{d\gamma} \right|_{w_{\pm}=0} = \pm \frac{\omega_w^2 \sin^2 \vartheta_w - 2\omega_w \omega_s (1 + \cos \vartheta_s \cdot \cos \vartheta_w) + \omega_s^2 \sin^2 \vartheta_s}{\beta \delta (\omega_s \cos \vartheta_s + \omega_w \cos \vartheta_w)}$$

Mit der Resonanzenergie

$$\frac{1}{\delta_0^2} = \frac{-\omega_w^2 \sin^2 \vartheta_w + 2\omega_w \omega_s (1 + \cos \vartheta_s \cdot \cos \vartheta_w) - \omega_s^2 \sin^2 \vartheta_s}{(\omega_s \cos \vartheta_s + \omega_w \cos \vartheta_w)^2} \quad (2.65)$$

kann das Integral über γ ausgeführt werden und liefert

$$2\pi T \int d\gamma f(\gamma) [w_+^2(\vartheta_s, \vartheta_w) \delta(\omega_+) - w_-^2(\vartheta_s, \vartheta_w) \delta(\omega_-)] = 2\pi T \frac{\delta_0^3 \omega_0^2}{|\omega_s \cos \vartheta_s + \omega_w \cos \vartheta_w|} \cdot (f(\delta_e) - f(\delta_a)).$$

Wie man leicht der Darstellung von $w_{\pm}(\vartheta_s, \vartheta_w)$ entnehmen kann, gehen sie für $w_+ = 0$ resp. $w_- = 0$ in das in (2.61) definierte w_0 über, das dann aus dem Integral gezogen werden kann. Damit erhält man aus (2.51) die Energiezunahme der Laserwelle nach einer Wechselwirkungszeit T im LWL zu

$$\Delta E_s = 2\pi \cdot \frac{e^4 A_s^2 A_w^2}{m^2} \cdot \delta_e \omega_s T \cdot \frac{\omega_0^2}{|\omega_s \cos \vartheta_s + \omega_w \cos \vartheta_w|} \cdot (f(\delta_e) - f(\delta_a)). \quad (2.66)$$

Bei der Berechnung der Verstärkung unterscheiden wir analog zur Vorgangsweise im KWL zwischen den Grenzfällen geringen und großen Rückstoßes. Im Limes kleinen Rückstoßes

$$\frac{\delta_e - \delta_a}{\delta_e} \ll \frac{\Delta \delta}{\delta_e}$$

können wir die Differenz in (2.66) durch die Ableitung approximieren:

$$f(\delta_e) - f(\delta_a) = (\delta_e - \delta_a) \cdot f'(\delta_e).$$

Um zu einem brauchbaren Ausdruck für die Verstärkung zu gelangen, muß man noch die Differenz $\gamma_e - \gamma_a$ zwischen resonanter Emission und Absorption berechnen, wobei wir auf (2.53), (2.54), was γ_e bzw. γ_a über $w_+(\gamma_e) = 0$ bzw. $w_-(\gamma_a) = 0$ bei festen Parametern $\omega_s, \omega_w, \vartheta_s, \vartheta_w$ definiert, zurückgreifen. Mit der Definition $\gamma_e = \gamma_0 + \delta\gamma$; $\gamma_a = \gamma_0 - \delta\gamma$ läßt sich unter der Annahme $\delta\gamma/\gamma_0 \ll 1$ die Lösung angeben:

$$\delta\gamma = \gamma_0^2 \frac{\omega_w (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{m (\cos\vartheta_s + \frac{\omega_w}{\omega_s} \cos\vartheta_w)^2} \quad (2.67)$$

γ_0 stimmt mit der in (2.65) eingeführten Resonanzenergie überein.

Normieren wir noch die Ableitung von $f(\gamma)$ auf die ungefähre Höhe $1/(\Delta\gamma)^2$, mit der Halbwertsbreite der Elektronenverteilung $\Delta\gamma$, so erhält man schließlich aus (2.66) und (2.67)

$$\Delta\mathcal{E}_s = 4\pi \frac{e^4 A_s^2 A_w^2}{m^3} \omega_w T \frac{\omega_0^2 (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{(\cos\vartheta_s + \frac{\omega_w}{\omega_s} \cos\vartheta_w)^3} \frac{\gamma_e^3}{(\Delta\gamma)^2} g(\gamma_e),$$

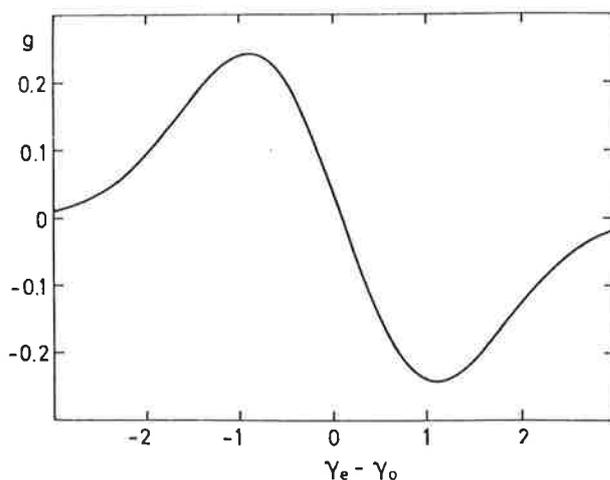
und für die Verstärkung, durch die Profilkfunktion $g(\gamma_e) = (\Delta\gamma)^2 f'(\gamma_e)$, die für das Beispiel einer Gauß'schen Verteilung in Fig. 18a gezeigt ist, ausgedrückt, im LWL bei kleinem Rückstoß:

$$G_s = 2\pi N_e \frac{e^4 A_w^2 \omega_w T}{\epsilon_0 m^3 \omega_s^2} \frac{\gamma_e^3}{(\Delta\gamma)^2} \frac{\omega_0^2 (1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w))}{(\cos\vartheta_s + \frac{\omega_w}{\omega_s} \cos\vartheta_w)^3} g(\gamma_e) \quad (2.68)$$

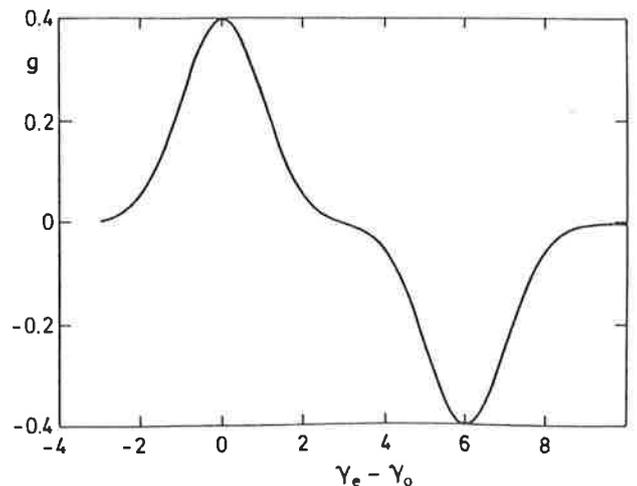
Schließlich betrachten wir als letzten Grenzfall die Verstärkung im Limes langer Wechselwirkungszeiten bei hohem Elektronenrückstoß:

$$\delta\gamma \geq \Delta\gamma.$$

In diesem Fall entkoppeln $f(\gamma_e)$ und $f(\gamma_a)$, so daß die Elektronenenergie für optimale Emission bei $\gamma_0 = \gamma_e$ liegt. Hierfür verschwindet wegen der Annahme großen Rückstoßes $f(\gamma_a)$; es sind keine Elektronen zur resonanten Absorption vorhanden. Das normierte Verstärkungsprofil $g(\gamma_e, \delta\gamma) = (\Delta\gamma) \cdot (f(\gamma_e) - f(\gamma_e - 2\delta\gamma))$ ist für dieselbe Verteilungsfunktion wie in Fig. 18a in Fig. 18b



(a)



(b)

Fig. 18: Verstärkungsprofil eines Comptonlasers im LWL analog Fig. 17.

(b) entspricht $\delta\gamma = 3$.

gezeigt; die Verstärkung ergibt sich zu

$$G_s = \pi N_e \frac{c^4 A_w^2 T}{\epsilon_0 m^2 \omega_s^2} \cdot \frac{\sigma}{\Delta\sigma} \cdot \frac{\omega_0^2}{(\cos\vartheta_s + \frac{\omega_w}{\omega_s} \cos\vartheta_w)} g(\sigma_e, \delta\sigma). \quad (2.69)$$

Hiermit ist die Verstärkung in einem komplanaren Comptonlaser in allen möglichen Grenzfällen abgeleitet worden. Zusammenfassend sei nochmal erwähnt, daß grundsätzlich zwischen dem Limes kurzer oder langer Wechselwirkungszeiten zu unterscheiden ist und in jedem Fall noch zwischen dem Bereich kleinen oder großen Rückstoßes. Außerdem gibt es wesentliche Unterschiede zwischen echt komplanarer oder kollinear-ähnlicher Geometrie im Fall des KWL.

Die jeweiligen Formeln für die Verstärkung, die in (2.59), (2.60), (2.62), (2.63), (2.68) und (2.69) zu finden sind und aus Gründen der Übersichtlichkeit in Tabelle 1 zusammengestellt sind, haben alle dieselbe Struktur: Sie bestehen aus einem Faktor, der alle Parameter des Elektronenstrahls und des Wignlers, sowie die Frequenz der gestreuten Welle und die Wechselwirkungs-dauer enthält, einem Faktor, der die gesamte verbleibende Winkelabhängigkeit beinhaltet und einem Faktor, der das Verstärkungsprofil zeigt. Dieser letzte Faktor ist jeweils im Maximum auf etwa Eins normiert und wird in den expliziten Fällen, die im Kapitel IV diskutiert werden, immer weggelassen, da in einem praktisch aufgebauten Laser sich die Frequenz in der Nähe des Verstärkungsmaximums durchsetzt.

Hier stellt sich natürlich angesichts der niedrigen Werte, die ω_s im komplanaren KWL annimmt, die Frage, wo die Vorteile solcher Geometrie im Hinblick auf die Verstärkung liegen sollen. Die Antwort ist leicht zu geben: Die jeweiligen konstanten Faktoren A_0 tragen zu einer Erhöhung der Verstärkung in einer echt komplanaren Geometrie gegenüber der kollinear-ähnlichen bei. So ergibt sich im Fall großen Rückstoßes:

$$\frac{A_0 \text{ komplanar}}{A_0 \text{ kollinear}} = \left(\frac{\omega_s}{\omega_w} \right)^2 \gg 1.$$

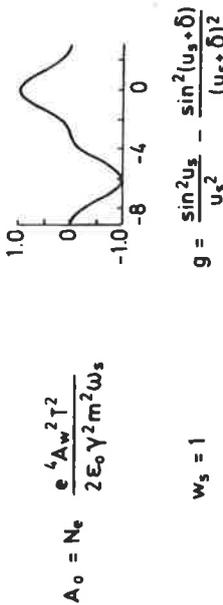
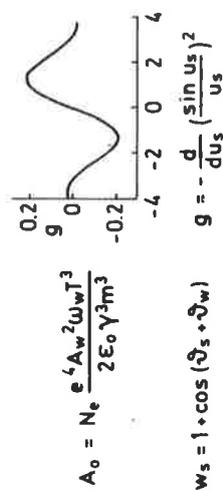
Tabelle 1: Verstärkung im komplanaren Comptonlaser

Verstärkung im Compton Laser

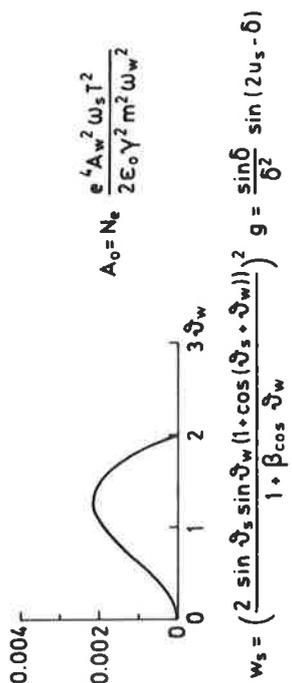
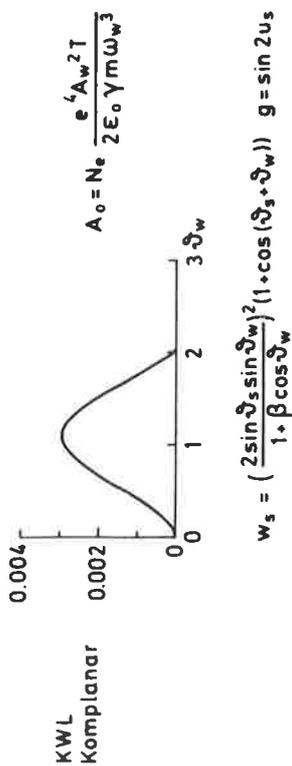
$$G_s = A_0 \cdot w_s (\vartheta_s \vartheta_w) \cdot g$$

geringer Rückstoß

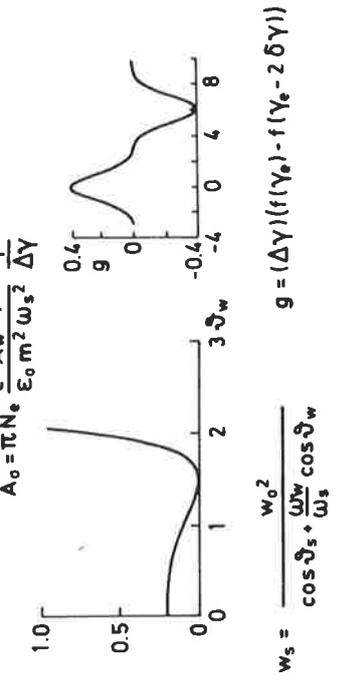
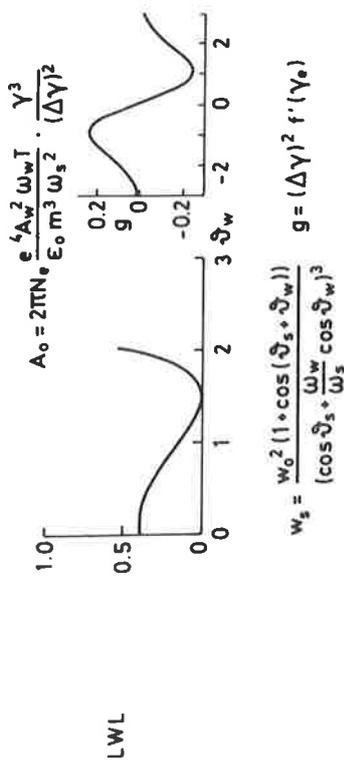
großer Rückstoß



KWL
Kollinear-
ähnlich



KWL
Komplanar



LWL

II.5 Störungstheorie mit Volkovzuständen

Zu den im letzten Abschnitt diskutierten Verstärkungsfaktoren führte die in II.3 durchgeführte störungstheoretische Behandlung der Klein-Gordon-Gleichung, wobei sowohl das Wiggler- als auch das Laserfeld als Störung behandelt wurden. Dies entspricht weitgehend der Vorgangsweise im Wechselwirkungsbild. Jedoch ist die Furrydarstellung⁶⁶, in der im Fall des Comptonlasers zuerst eine Lösung der Elektronen im Wigglerfeld angegeben wird und anschließend eine Störungsreihe für die Wechselwirkung dieser Zustände mit dem Laserfeld entwickelt wird, der Situation besser angemessen, da sie das Wigglerfeld exakt berücksichtigt und nur noch die Laserwelle als Störung behandelt.

Wenden wir uns also zunächst der Frage nach der Lösung der Klein-Gordon-Gleichung für ein Elektron im Feld einer elektromagnetischen, ebenen Welle zu. Lösungen der Diracgleichung sind in dieser Situation die sogenannten Volkovzustände⁵³. Für skalare Elektronen suchen wir in analoger Vorgangsweise wie in Referenz 53 skizziert Lösungen der Klein-Gordon-Gleichung (2.29) mit $a = a_W$, die von der Form

$$\Psi_p(x) = e^{-i p \cdot x} \cdot F(\bar{\Phi}) \quad (2.70)$$

sind, wobei $\Phi = (k_W x)$ die Phase von a_W ist. Geht man mit diesem Ansatz in (2.29) und benutzt die Transversalität von a : $\partial_\mu a_W^\mu = ik_\mu a_W^\mu = 0$, so erhält man für F die Differentialgleichung

$$F'(\bar{\Phi}) = i \frac{-e(a \cdot p) + \frac{1}{2} e^2 a^2}{(p \cdot k)} \cdot F(\bar{\Phi}).$$

Nehmen wir an, daß die Wechselwirkung erst eingeschaltet wird, wenn $\Phi = 0$ gilt, so ergibt sich in derselben Normierung wie in II.3 die Lösung von F zu

$$F(\bar{\Phi}) = e^{-i \int_0^{\bar{\Phi}} \frac{e(a(\bar{\Phi}') \cdot p) - \frac{1}{2} e^2 a^2(\bar{\Phi}')}{(p \cdot k)} d\bar{\Phi}'} \quad (2.71)$$

Für $\Phi = 0$, also im feldfreien Fall, ergibt sich aus (2.70), daß p den Viererimpuls des freien Elektrons in Abwesenheit des Feldes darstellt.

Nun spezifizieren wir das Vektorpotential des Wigglerfeldes und nehmen

dabei im Gegensatz zur Behandlung in den beiden vorangegangenen Abschnitten eine zirkular polarisierte Welle an, d.h.

$$a_w = A_w (0, \vec{e}_\sigma \cdot e^{i\Phi} + \vec{e}_\sigma^* \cdot e^{-i\Phi}) , \quad (2.72)$$

wobei der Polarisationsvektor \vec{e}_σ mit $\sigma = \pm 1$ die Form

$$\vec{e}_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_w + i\sigma \cdot \vec{e}_z)$$

annimmt. Hier ist \vec{e}_w der von der linearen Polarisation bekannte Einheitsvektor. Diese Form von \vec{e}_σ in (2.72) eingesetzt ergibt für das Potential der zirkular polarisierten Welle:

$$a_w = \sqrt{2} A_w (0, \vec{e}_w \cdot \cos \Phi - \sigma \cdot \vec{e}_z \cdot \sin \Phi) .$$

Die zirkulare Polarisation bietet aus den gleichen Gründen wie in II.2 einige mathematische Vorteile, da der Term $e^2 a_w^2 / 2$ lediglich eine konstante Massenrenormalisation $-e^2 A_w^2$ darstellt und nicht von der Phase Φ abhängt. Wegen $\vec{e}_z \cdot \vec{p} = 0$ erhält man in (2.71) die einzige Φ -Abhängigkeit im Term proportional zu $\cos \Phi$:

$$\begin{aligned} F(\Phi) &= \exp \left[-i \int_0^\Phi \frac{-e\sqrt{2} A_w \vec{e}_w \cdot \vec{p} \cdot \cos \Phi' + e^2 A_w^2}{(\rho k_w)} d\Phi' \right] = \\ &= \exp \left[-i \frac{e^2 A_w^2}{(\rho k_w)} \Phi + i\sqrt{2} \frac{e A_w \vec{e}_w \cdot \vec{p}}{(\rho k_w)} \sin \Phi \right] . \end{aligned} \quad (2.73)$$

Damit und mit (2.70) ergibt sich schließlich die Lösung der Klein-Gordon-Gleichung im Feld einer zirkular polarisierten, ebenen Welle zu:

$$\Psi_p(x) = e^{-i(\rho + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho k_w)} k_w)x} \cdot e^{i\sqrt{2} \frac{e A_w \vec{e}_w \cdot \vec{p}}{(\rho k_w)} \sin(k_w x)}$$

Der erste Exponentialfaktor stellt eine leicht interpretierbare, ebene Welle des Elektrons mit veränderter Masse dar. Im zweiten Faktor benützen wir eine Darstellung der Erzeugendenfunktion der Besselfunktionen⁶⁸

$$e^{iz \sin \alpha} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(z) \cdot e^{in\alpha} , \quad (2.74)$$

womit die Volkvlösung ihre endgültige Form

$$\psi_{\rho}(x) = e^{-i(\rho + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho k_w)} k_w) x} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left(\frac{\sqrt{2} e A_w \vec{e}_w \cdot \vec{p}}{(\rho k_w)} \right) \cdot e^{in(k_w x)} \quad (2.75)$$

annimmt. Die Summe beschreibt Multiphotonabsorption aus dem bzw. emission in das Wigglerfeld, deren Wahrscheinlichkeiten durch die Besselfunktionen gegeben sind.

In niedrigster Ordnung Störungstheorie in Volkzuständen gibt es jetzt nur noch Emission bzw. Absorption eines Laserphotons gemäß den Diagrammen der Fig. 19, wobei die Doppelstriche die Propagation ungestörter Volkzustände bezeichnen.



Fig. 19: Diagramme zur Emission bzw. Absorption in niedrigster Ordnung für Volkovelektronen.

Auch für die Volkzustände gilt die übliche Orthogonalitätsrelation:

$$\langle \psi_{\rho'} | \psi_{\rho} \rangle = \int d^4x \psi_{\rho'}^*(x) \psi_{\rho}(x) = \delta^4(\rho' - \rho) \quad (2.76)$$

die durch direkte Berechnung des Skalarprodukts der Zustände in der Form (2.70) mit $F(\Phi)$ aus (2.71) unter Zuhilfenahme der Transversalität von a_w und der Summenrelation der Besselfunktionen

$$\sum_n J_{n+\nu}(z) \cdot J_n(z) = \delta_{\nu,0}$$

verifiziert werden kann.

Diese Orthogonalität ist Voraussetzung, um analog zu der Prozedur, die

zu den Diagrammregeln für die ebenen-Wellen-Zustände der Elektronen des Abschnitts II.3 geführt hat, nun das Matrixelement der Diagramme der Fig. 19 anzugeben:

$$S_{\pm} = \int d^4y \psi_{p_f}^*(y) [2ea_s(y)(i\frac{\partial}{\partial y} - ea_w(y))] \psi_{p_i}(y). \quad (2.77)$$

Für ψ_{p_f} und ψ_{p_i} substituiert man die Ausdrücke (2.75) und nimmt im Fall der Emission (+) nur den auslaufenden, im Fall der Absorption (-) nur den einlaufenden Teil der Laserwelle a_s .

Zunächst berechnen wir die Wirkung des Operators $(i\frac{\partial}{\partial y} - ea_w)$ auf den einlaufenden Volkovzustand ψ_{p_i} , wobei wir das Argument der Besselfunktion mit $x_p = \frac{\sqrt{2} e A_w \vec{e}_w \cdot \vec{p}}{(\rho; k_w)}$ abkürzen:

$$(i\frac{\partial}{\partial y} - ea_w) \psi_{p_i}(y) = (\rho_i + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho; k_w)} k_w - ea_w) \psi_{p_i} - k_w e^{-i(\rho_i + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho; k_w)} k_w)y} \sum_n n e^{in\Phi} J_n(x_p).$$

Die Summe wird ausgewertet, indem man sie als Ableitung darstellt und die Erzeugendenfunktion der Besselfunktionen nach (2.74) benutzt:

$$\sum_n n e^{in\Phi} J_n(x_p) = -i \frac{\partial}{\partial \Phi} \sum_n e^{in\Phi} J_n(x_p) = -i \frac{\partial}{\partial \Phi} e^{ix_p \sin \Phi} = x_p \cos \Phi \cdot e^{ix_p \sin \Phi}$$

Damit nimmt die Anwendung von $(i\frac{\partial}{\partial y} - ea_w)$ auf (2.75) die Form

$$(i\frac{\partial}{\partial y} - ea_w) \psi_{p_i}(y) = (\rho_i + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho; k_w)} k_w + e \cdot \frac{(a_w p_i)}{(\rho; k_w)} k_w - ea_w) \psi_{p_i}(y)$$

an. Nunmehr können wir die Wirkung des vollständigen Operators in der eckigen Klammer in (2.77) auf ψ_{p_i} berechnen. Mit den Vereinfachungen durch die Transversalität von a_w und mit $k_w^2 = 0$ läßt sich bei Substitution der Potentiale a_w, a_s gemäß (2.72) mit dem Polarisationsinn σ_w bzw. σ_s schreiben

$$\begin{aligned} & 2ea_s \cdot (\rho_i + \frac{e^2 A_w^2}{(\rho; k_w)} k_w + e \cdot \frac{(a_w p_i)}{(\rho; k_w)} k_w - ea_w) = \\ & = 2e A_s \cdot [-\sqrt{2} \vec{e}_s \cdot \vec{p}_i \cdot \cos(k_s y) - \frac{e^2 A_w^2}{(\rho; k_w)} \cdot \sqrt{2} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w \cdot \cos(k_s y) - e \cdot \frac{(a_w p_i)}{(\rho; k_w)} \sqrt{2} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w \cdot \cos(k_s y) + \\ & \quad + 2e A_w \cdot (\vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \cdot \cos(k_s y) \cdot \cos(k_w y) + \sigma_s \cdot \sigma_w \cdot \sin(k_s y) \cdot \sin(k_w y))] \end{aligned}$$

Drücken wir die auftretenden Winkelfunktionen durch die Exponentialfunktion aus:

$$\cos \phi = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2} \quad ; \quad \sin \phi = \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i}$$

so beschränkt sich die gesamte y -Abhängigkeit in (2.77) auf reine Exponentialfaktoren. Außerdem erlaubt diese Form die Unterscheidung zwischen Emission (+) bzw. Absorption (-) eines Laserphotons, indem man nach Faktoren mit $e^{ik_s y}$ bzw. $e^{-ik_s y}$ trennt. Damit erhält man schließlich aus (2.77) die Matrixelemente für Emission bzw. Absorption

$$\begin{aligned} S_{\pm} = & -\sqrt{2} e A_s (\vec{e}_s \cdot \vec{p}_i + \frac{e^2 A_w^2}{(p_i \cdot k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w) \sum_{n, n'} \int d^4 y e^{i(p_f - p_i - (n' - n) k_w \pm k_s) y} \cdot J_{n'}(x_{p_f}) \cdot J_n(x_{p_i}) + \\ & + e^2 A_s A_w \left(\frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i}{(p_i \cdot k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \mp \sigma_s \sigma_w \right) \sum_{n, n'} \int d^4 y e^{i(p_f - p_i - (n' - n - 1) k_w \pm k_s) y} \cdot J_{n'}(x_{p_f}) \cdot J_n(x_{p_i}) + \\ & + e^2 A_s A_w \left(\frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i}{(p_i \cdot k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \pm \sigma_s \sigma_w \right) \sum_{n, n'} \int d^4 y e^{i(p_f - p_i - (n' - n + 1) k_w \pm k_s) y} \cdot J_{n'}(x_{p_f}) \cdot J_n(x_{p_i}) . \end{aligned}$$

Wie bereits in Abschnitt II.3 ausgeführt, dehnen wir die Ortsintegration über den gesamten Raum aus, was in den einzelnen Termen in (2.78) impuls-erhaltende δ -Funktionen liefert:

$$\begin{aligned} S_{\pm} = & (2\pi)^3 \sum_{n, \nu} \delta^3(\vec{p}_f - \vec{p}_i - \nu \vec{k}_w \pm k_s) \cdot a_{\nu} \cdot J_n(x_{p_i}) * \\ & * \left[-\sqrt{2} e A_s (\vec{e}_s \cdot \vec{p}_i + \frac{e^2 A_w^2}{(p_i \cdot k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w) J_{n+\nu}(x_{p_f}) + \right. \\ & \left. + e^2 A_s A_w \left(\frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i}{(p_i \cdot k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \right) \left(J_{n+\nu+1}(x_{p_f}) + J_{n+\nu-1}(x_{p_f}) \right) \mp \sigma_s \sigma_w \left(J_{n+\nu+1}(x_{p_f}) - J_{n+\nu-1}(x_{p_f}) \right) \right] . \end{aligned} \quad (2.78)$$

Die Koeffizienten a_{ν} sind durch

$$a_{\nu} = \int d\tau e^{i(p_{f,0} - p_{i,0} - \nu \omega_w \pm \omega_s) \tau} \quad (2.79)$$

definiert, wobei im Exponenten die Verallgemeinerung der Abweichung von der erhaltenen Energie, durch ω_{\pm} in (2.52) eingeführt, auf den Fall der Absorption bzw. Emission von ν Wigglerphotonen, steht. Jedoch taucht sowohl in den Koeffizienten a_{ν} als auch im Argument einer Besselfunktion der Viererimpuls des gestreuten Elektrons in Form von $p_{f,0}$ resp. $x_{p_f} = \sqrt{2} e A_w \frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_f}{(p_f \cdot k_w)}$ auf. Dank der δ -Funktionen gilt aber die Impulserhaltung $\vec{p}_f = \vec{p}_i + \nu \vec{k}_w \mp \vec{k}_s$.

Durch $p_{f,0} = \sqrt{\vec{p}_f^2 + m^2}$ läßt sich also auch die Energie des gestreuten Elektrons durch die bekannten Größen p_i , k_W und k_S ausdrücken.

Da nun in $p_{f,0}$ auch v , das gemäß der Summe beliebig große Werte annehmen kann, auftritt, kann man nicht mehr ohne Vorüberlegungen die Wurzel in der üblichen Weise entwickeln, indem man als führenden Term weiterhin γm annimmt. Aber es läßt sich zeigen, daß $|x_{pf}|$ für jeden Wert von v ungefähr von derselben Größenordnung wie $|x_{pi}|$ ist. Es ist aber bekannt⁶⁸, daß die Besselfunktionen für betragsmäßig große Argumente x im wesentlichen nur für Indizes n mit $|n| \cong |x|$ nicht verschwinden. Das impliziert, daß in den Summen in (2.78) die Hauptbeiträge von $|n| \cong |x_{pi}| \cong |n+v|$ kommen, oder anders ausgedrückt, daß $|v| \leq 2 \cdot |x_{pi}|$ gelten muß. Damit sind die typischen Beiträge mit v in der Wurzel von der Größenordnung $|v \frac{\omega_W}{\gamma m}| \leq 2 \frac{e A_W}{\gamma m} \left| \frac{\sin \vartheta_W}{1 + \beta \cos \vartheta_W} \right|$, was selbst für hohe Felstärken A_W noch immer klein gegen Eins ist.

Damit ist gezeigt, daß wir doch die gewohnten Entwicklungen durchführen dürfen und erhalten schließlich für a_v :

$$a_v = \int dt \exp \left\{ i \left[v^2 \frac{\omega_W}{2\gamma m} (1 - \beta \cos \vartheta_W) - v \left(1 + \frac{\omega_W}{\gamma m} \frac{\cos(\vartheta_S + \vartheta_W) - \beta^2 \cos \vartheta_S \cos \vartheta_W}{1 - \beta \cos \vartheta_S} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 1 + \frac{2\Delta}{\gamma m} + \frac{\omega_W (1 + \beta \cos \vartheta_S)(1 + \beta \cos \vartheta_W)}{2\gamma m (1 - \beta \cos \vartheta_S)} + \frac{\omega_W (1 + \cos(\vartheta_S + \vartheta_W))}{\gamma m (1 - \beta \cos \vartheta_S)} \right] \cdot (1 + \beta \cos \vartheta_W) \omega_W t \right\} \quad (2.80)$$

Analog führen wir in x_{pf} die Substitution von \vec{p}_f und die üblichen Entwicklungen aus. In den Näherungen (2.47), die auch noch für den jetzt erlaubten Multiphotonenfall $v \cdot \omega_W$ gelten, erhält man

$$x_{pf} = \sqrt{2} \frac{e A_W}{\omega_W (1 + \beta \cos \vartheta_W)} \left[\beta \sin \vartheta_W + \frac{\omega_S}{\gamma m} \frac{\sin \vartheta_S (\beta + \cos \vartheta_W) + \sin \vartheta_W \cos \vartheta_S (1 - \beta^2)}{1 + \beta \cos \vartheta_W} + \right. \\ \left. + v \cdot \frac{\omega_W}{\gamma m} \frac{\beta^2 \sin \vartheta_W \cos \vartheta_W}{1 + \beta \cos \vartheta_W} \right] \quad (2.81)$$

was zu vergleichen ist mit:

$$x_{pi} = \sqrt{2} \frac{e A_W}{\omega_W (1 + \beta \cos \vartheta_W)} \cdot \beta \sin \vartheta_W \quad (2.82)$$

Hier ist es notwendig, zwischen zwei grundsätzlich verschiedenen Fällen

zu unterscheiden: Im ersten Fall nehmen wir $\vartheta_W = 0$, also eine kollinear-ähnliche Geometrie, an. Dann sieht man sofort, daß $x_{pi} = 0$ und $x_{pf} = + \frac{e A_w \sin \vartheta_s}{\sqrt{2} r_m} \cdot \frac{\omega_s}{\omega_w}$ also betragsmäßig ebenfalls sehr klein, sind. Wegen $J_n(0) = \delta_{n,0}$ ist n ausschließlich auf $n = 0$ beschränkt und wegen des Verhaltens der Besselfunktionen J_n auf $0 \leq 1$, d.h. Multiphotonenprozesse spielen keine Rolle und (2.78) reduziert sich auf den bekannten Fall des Abschnittes II.3 der Störungstheorie in ebenen-Wellen-Lösungen für die Elektronen.

Nun wollen wir $\vartheta_W \neq 0$ annehmen, wobei wir zusätzlich sehr kleine Werte für ϑ_W ausschließen wollen. Dann können wir in (2.81) den Term proportional $\omega_s / \gamma m$ gegen $\beta \sin \vartheta_W$ vernachlässigen und erhalten

$$x_{pf} = x_{pi} + \nu \cdot \sqrt{2} \frac{e A_w}{r_m} \cdot \frac{\beta^2 \sin \vartheta_w \cos \vartheta_w}{(1 + \beta \cos \vartheta_w)^2} \quad (2.83)$$

Nachdem auf diese Weise von der Impulserhaltung in (2.78) Gebrauch gemacht worden ist, können wir dort die δ -Funktion aus der Summe ziehen und wenden uns der Berechnung der jeweiligen Summen, die von der Form

$$S = \sum_{n,\nu} a_\nu J_{n+m+\nu}(x_{pi} + \nu x_0) \cdot J_n(x_{pi})$$

mit $m = 0, \pm 1$ und $x_0 = \sqrt{2} \frac{e A_w}{r_m} \cdot \frac{\beta^2 \sin \vartheta_w \cos \vartheta_w}{(1 + \beta \cos \vartheta_w)^2}$ sind, zu.

Im ersten Schritt benützen wir das Additionstheorem für Besselfunktionen, um die Summe im Argument der ersten Besselfunktion zu eliminieren:

$$S = \sum_{n,\mu,\nu} a_\nu J_{n+m+\nu-\mu}(x_{pi}) \cdot J_\mu(\nu x_0) \cdot J_n(x_{pi})$$

Im zweiten Schritt können wir die Summe über n ausführen, indem von der Orthogonalität der Besselfunktionen mit gleichem Argument Gebrauch gemacht wird:

$$S = \sum_{\mu,\nu} a_\nu \delta_{m+\nu,\mu} J_\mu(\nu x_0)$$

Schließlich ist es dank des Kronecker- δ trivial, über μ zu summieren:

$$S = \sum_{\nu} a_\nu J_{m+\nu}(\nu x_0) \quad (2.84)$$

Die verbleibende Summe ist vom Kapteyn-Typ⁶⁸, allerdings mit dem komplizierten Koeffizienten a_ν in (2.80) wohl nicht allgemein auszuführen. Es lassen sich aber die Werte von ν berechnen, für die a_ν wesentlich von Null verschieden ist, da dazu der Exponent in (2.80) annähernd verschwinden muß. Als Funktion von ν ergibt sich hierfür eine Parabel mit den Nullstellen in der Nähe von $\nu = \pm 1$ und $\nu = 2\gamma m/\omega_w$, letzteres also ein sehr großer Wert. Da aber gleichzeitig das Argument der Besselfunktion in (2.84) νx_0 wegen $x_0 \ll 1$ wesentlich vom Wert des Index abweicht, verschwindet die Besselfunktion, so daß diese zweite Möglichkeit keinen Beitrag zur Summe liefert.

Somit können wir die verbleibende Summe in (2.84) durch die führenden Beiträge approximieren und erhalten schließlich aus (2.78), indem wir analog zu II.3 vom Streumatrixelement durch Division durch die δ -Funktion zum Übergangsmatrixelement übergehen, die Raten:

$$\begin{aligned}
 W^\pm = \frac{e A_s}{2\gamma m} \cdot & \left[-\sqrt{2} (\vec{e}_s \cdot \vec{p}_i + \frac{e^2 A_w^2}{(p_i k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w) \cdot (a_0 + (a_{-1} + a_1) \cdot J_1(x_0)) + \right. \\
 & + e A_w \cdot \left(\frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i}{(p_i k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \mp \sigma_s \sigma_w \right) \cdot a_{-1} \cdot J_0(-x_0) + \\
 & \left. + e A_w \cdot \left(\frac{\vec{e}_w \cdot \vec{p}_i}{(p_i k_w)} \vec{e}_s \cdot \vec{k}_w + \vec{e}_s \cdot \vec{e}_w \pm \sigma_s \sigma_w \right) \cdot a_1 \cdot J_0(x_0) \right].
 \end{aligned}$$

Für üblicherweise lange Wechselwirkungszeiten, die notwendig sind um vernünftige Verstärkungen zu erzielen, kann man im ersten Summanden a_0 gegen $(a_{-1} + a_1) J_1(x_0)$ vernachlässigen, so daß in (2.78) praktisch nur Glieder mit $\nu = 1$ im Fall der Emission und $\nu = -1$ im Fall der Absorption beitragen. Ausdrücklich sei darauf hingewiesen, daß dies auch schon für den KWL gut gerechtfertigt ist. Das schließt den Effekt von Multiphotonenprozessen des Wigglerfeldes allein aus, d.h. eine Behandlung des Problems der Comptonstreuung mit Volkovzuständen reduziert sich auf den Fall eines Einphoton-austauschs zwischen Wiggler- und gestreutem Feld bzw. umgekehrt. In diesem Fall ist die Beschreibung durch Volkovzustände äquivalent zur Vorgangsweise des Abschnitts II.3 mit ebenen Wellen für die Elektronenzustände.

III. Resonatoren für Röntgenstrahlung

Im vorangegangenen Kapitel wurden die Grundzüge des Comptonlaserverstärkers aufgezeigt und dabei festgestellt, daß es sich hierbei im Gegensatz zu den meisten anderen Röntgenlaservorschlägen, um ein sehr sauberes und wohldefiniertes System handelt mit im wesentlichen nur einer Ausgangsfrequenz, die darüberhinaus ohne Schwierigkeiten über weite Bereiche abgestimmt werden kann, indem man beispielsweise die Elektronenenergie oder auch nur die Geometrie der Streuung variiert.

Um einen Laser zu komplettieren, setzt man das aktive Medium üblicherweise in einen Resonator. Speziell im Bereich der Röntgenstrahlung kann man dabei aber nicht auf breitbandige Spiegel mit hoher Reflektivität zurückgreifen. Vielmehr beruhen Spiegel jenseits der Plasmafrequenz des Spiegelmaterials, also ungefähr bei Wellenlängen $\lambda \leq 100$ nm entweder auf dem Prinzip des streifenden Einfalls auf ein Medium mit anomaler Dispersion, oder auf dem Effekt der Braggstreuung an einer periodischen Struktur. Während die erste Möglichkeit zur Realisierung eines Röntgenresonators für einen Umlauf, d.h. eine gesamte Winkeländerung von 2π , sehr viele Reflexionen benötigt, dafür aber relativ breitbandig reflektiert, eröffnet die Braggstreuung neue Bereiche für einen Ringresonator im herkömmlichen Sinn mit nur wenigen Spiegeln, die aber sehr selektiv reflektieren.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels werden zunächst die Grundprinzipien der Reflexion von elektromagnetischen Wellen im Hinblick auf die Besonderheiten, die bei kurzen Wellenlängen auftreten, dargestellt und mögliche Ausblicke auf neuere Entwicklungen gegeben. Im zweiten Abschnitt wird auf die Braggstreuung zurückgegriffen und an zwei speziellen Beispielen aufgezeigt, in welcher Größenordnung die nach einem Umlauf durch einen Modellresonator zurückgeführte Intensität unter realistischen Annahmen ist.

III.1 Grundlagen der Reflexion von Röntgenstrahlung

Zur Berechnung des Reflexionskoeffizienten R , der das Verhältnis von reflektierter zur einfallenden Leistung einer elektromagnetischen Welle auf einen Spiegel mißt, löst man üblicherweise die Maxwellgleichungen in dem betreffenden Medium und dem angrenzenden unter Beachtung der Stetigkeitsbedingungen für die Tangentialkomponente des elektrischen und der Normalkomponente des magnetischen Feldes auf der Grenzfläche.

Als Modell für den Spiegel nehmen wir zunächst ein im Halbraum $z \geq 0$ unendlich ausgedehntes, homogenes Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ an. Der andere Halbraum $z < 0$ sei Vakuum, d.h. dort gilt $\epsilon = \epsilon_0$. Eine ebene, elektromagnetische Welle treffe von der Vakuumseite unter dem Einfallswinkel ψ , oder, um der herkömmlichen Notation zu folgen, unter dem Winkel $\vartheta = \pi/2 - \psi$ zum Lot, auf die Grenzfläche. Ein Teil davon wird in Form einer ebenen Welle reflektiert, ein anderer Teil breitet sich in dem Medium als transmittierter Strahl aus. Diese Verhältnisse sind in Fig. 20 abgebildet.

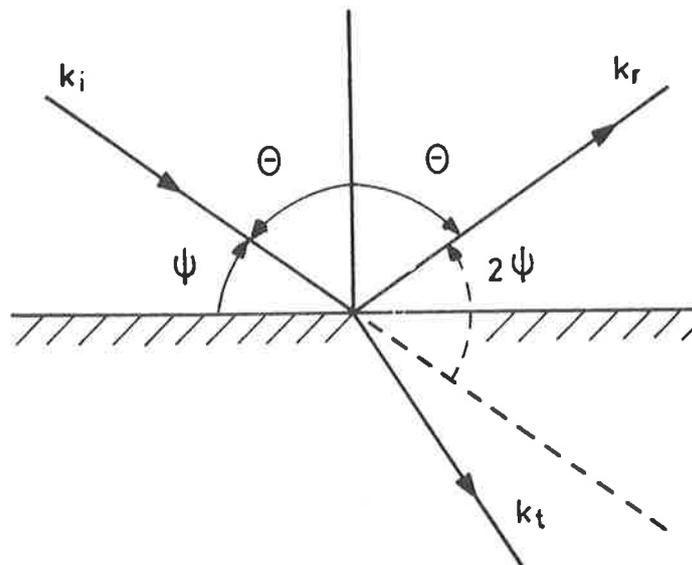


Fig. 20: Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche zwischen Medien verschiedener Dielektrizitätskonstanten. \vec{k}_i , \vec{k}_r und \vec{k}_t sind die Wellenvektoren des einfallenden, reflektierten und transmittierten Strahls.

Das oben gestellte Problem läßt sich exakt lösen⁶⁹ und erlaubt brauchbare Vorhersagen für den Fall, daß ϵ in dem Wellenlängenbereich, für den man

sich gerade interessiert, bekannt ist. Speziell im Bereich der Röntgenstrahlung läßt sich die Dielektrizitätskonstante schreiben als⁷⁰:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot (1 - 2\delta - 2i\beta) \quad (3.1)$$

mit typischerweise sehr kleinen Werten für den Real- und Imaginärteil der Suszeptibilität $\delta \ll 1$; $\beta \ll 1$.

Durch diese Parameter ausgedrückt, nehmen die Reflexionskoeffizienten für den Fall der Polarisation parallel zur Grenzfläche R_p bzw. mit senkrecht auf dieser Richtung stehender Polarisation R_s gemäß⁶⁹ die Form an:

$$R_p = \frac{((1-2\delta) \cdot \cos \vartheta - u)^2 + (2\beta \cos \vartheta + v)^2}{((1-2\delta) \cdot \cos \vartheta + u)^2 + (2\beta \cos \vartheta - v)^2} \quad (3.2)$$

$$R_s = \frac{(\cos \vartheta - u)^2 + v^2}{(\cos \vartheta + u)^2 + v^2}$$

mit

$$\begin{aligned} 2u^2 &= \cos^2 \vartheta - 2\delta + \sqrt{(\cos^2 \vartheta - 2\delta)^2 + 4\beta^2} \\ 2v^2 &= 2\delta - \cos^2 \vartheta + \sqrt{(\cos^2 \vartheta - 2\delta)^2 + 4\beta^2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Für die Untersuchung der Reflektivität hat man zwischen zwei grundsätzlich verschiedenen Bereichen zu unterscheiden: Bei nicht zu kleinen Einfallswinkeln ψ , für die $\psi^2 \gg \delta, \beta$ gilt, kann man die Wurzel in (3.2) um den führenden Term $\cos \vartheta$ entwickeln und erhält annähernd:

$$R_p = \frac{\delta^2 \cos^2 \vartheta \cdot (1 - 2\cos \vartheta)^2 + \beta^2 \cdot (1 + 2\cos^2 \vartheta)^4}{4 \cos^4 \vartheta} \ll 1$$

$$R_s = \frac{\delta^2 \cos^2 \vartheta + \beta^2}{4 \cos^4 \vartheta} \ll 1$$

also nur verschwindende Reflektivität. Nur bei sehr kleinen Werten ψ , d.h. bei fast streifendem Einfall, erhält man wesentlich von Null verschiedene Werte für R , die im Grenzfall $\psi \rightarrow 0$ sogar gegen Eins konvergieren.

Damit ist bereits eine erste Eigentümlichkeit der Reflexion von Röntgenstrahlung erkannt: bei nicht zu kleinem Einfallswinkel ψ ergibt jedes Material eine praktisch vernachlässigbare Reflektivität, nur bei streifendem Einfall kann man ein beträchtliches Reflexionsvermögen erwarten.

Um jedoch einen Resonator zu komplettieren, muß der Röntgenstrahl insgesamt um einen Winkel 2π abgelenkt werden, was bei kleinem Einfallswinkel ψ die große Zahl von π/ψ Reflexionen notwendig macht. Aus den Formeln (3.2) für die jeweiligen Reflexionskoeffizienten ergibt sich im Limes streifenden Einfalls die Reflektivität für einen vollen Umlauf $R_{p,s,\infty} = \lim(R_{p,s})^{\pi/\psi}$

$$R_{p,\infty} = \exp \left[-2\pi \left((1-2\delta) \sqrt{\frac{(\delta^2 + \beta^2)^{3/2} - \delta}{\delta^2 + \beta^2}} - 2\beta \sqrt{\frac{(\delta^2 + \beta^2)^{3/2} + \delta}{\delta^2 + \beta^2}} \right) \right] \quad (3.4)$$

$$R_{s,\infty} = \exp \left[-2\pi \sqrt{\frac{(\delta^2 + \beta^2)^{3/2} - \delta}{\delta^2 + \beta^2}} \right]$$

Da üblicherweise $\beta \ll \delta$ gilt, kann man in $R_{p,\infty}$ die jeweiligen Wurzeln entwickeln und stellt wegen $\delta \ll 1$ fest, daß der zweite Summand gegen den ersten vernachlässigt werden kann, daß also für den streifenden Einfall die Reflektivität für einen Umlauf unabhängig von der Polarisation übereinstimmende Werte annimmt. Folglich werden wir ohne weiteres die algebraisch einfachere Form von $R_{s,\infty}$ benutzen dürfen.

Zum gleichen Ergebnis (3.4) für den Reflexionskoeffizienten kamen auch Vinogradov et al.⁷¹, indem sie die Maxwellgleichungen in einem unendlich ausgedehnten, zylinderförmigen Hohlraum, d.h. mit einer Dielektrizitätskonstanten ε wie in (3.1) außerhalb eines Zylinders und $\varepsilon = \varepsilon_0$ im Innern, gelöst haben. Sie finden eine Lösung für das elektrische Feld, die vom Azimutwinkel ϕ wie $e^{i\alpha\phi}$ abhängt und argumentieren, daß sich der Reflexionskoeffizient für einen halben Umlauf aus dem Verhältnis der Amplituden bei $\phi = 0$ und bei $\phi = \pi$ ergibt. In der anschließenden Diskussion nehmen sie spezifische Beispiele und zeigen, daß darauf beruhend ein recht brauchbarer, breitbandiger Resonator für weiche Röntgenstrahlung gebaut werden kann. Fig. 21 zeigt anhand einiger Beispiele die Reflektivität von polierten Metalloberflächen in Abhängigkeit von der Wellenlänge, die in der Gegend von 10 nm bis über 50 % pro halbem Umlauf betragen kann! Diese Art eines Röntgenresonators wird im nächsten Kapitel Grundlage des ersten Vorschlags für einen Röntgencomptonlaser sein.

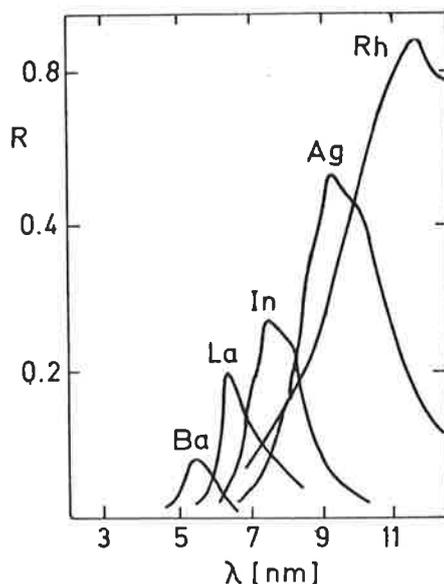


Fig. 21: Reflektivität für einen halben Umlauf bei streifendem Einfall für verschiedene Materialien als Funktion der Wellenlänge (aus Referenz 71).

Bislang haben wir das reflektierende Medium als Kontinuum behandelt und festgestellt, daß man damit im etwas längeren Wellenlängenbereich durchaus vielversprechende Resonatoren aufbauen kann, indem man den Röntgenstrahl einfach in vielen Reflexionen unter streifendem Einfall im Kreis herumführt. Nutzt man jedoch die periodische Struktur perfekter Kristalle aus, so ergibt sich durch Bragg'sche Beugung eine sehr gute Reflektivität bei kurzen Wellenlängen. Zunächst sei also kurz das Prinzip der Bragg'schen Beugung erläutert und die wesentlichen Schritte, die zur Ableitung des Reflexionskoeffizienten in Referenz 70 geführt haben, skizziert.

Die Verhältnisse, die bei der Streuung an einem perfekten Kristall vorherrschen, sind in Fig. 22 näher dargestellt. Im Ausgangspunkt der Beschreibung wird die Reflexion und Transmission einer einzigen Kristallebene bestimmt. Für nicht streifenden Einfall, d.h. ψ weicht deutlich von Null ab, ergibt sich die Amplitude S der gestreuten Welle, bezogen auf die der einfallenden, bei der Flächendichte von σ Atomen und einem atomaren Streufaktor $f(2\psi, k)$, der die Abhängigkeit der gestreuten Intensität vom Streuwinkel 2ψ und der Wellenzahl des gestreuten Lichts enthält und für

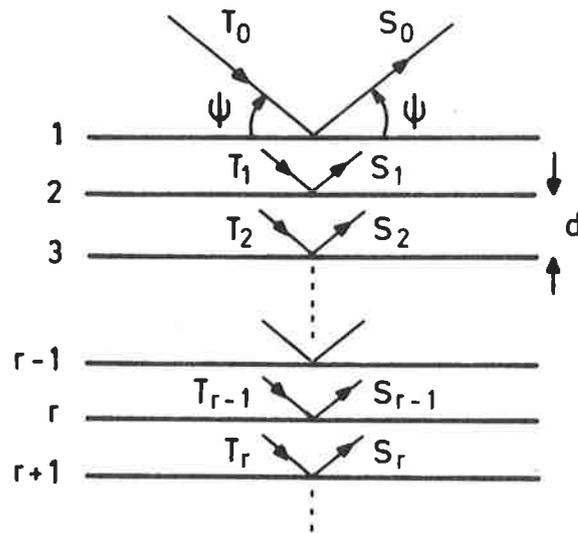


Fig. 22: Transmittierter und reflektierter Strahl an den einzelnen Kristallebenen

alle Atomsorten tabelliert ist, zu⁷⁰:

$$S = \frac{2\pi}{k} \cdot \sigma \cdot \frac{f(2\psi, k)}{\sin \psi}$$

Analog berechnet man die relative Amplitude der transmittierten Welle zu:

$$T = \frac{2\pi}{k} \cdot \sigma \cdot \frac{f(0, k)}{\sin \psi}$$

d.h. der einzige Unterschied zwischen \$S\$ und \$T\$ besteht im verschiedenen Streuwinkel \$2\psi\$ bzw. \$0\$. Führen wir statt der Flächendichte der Atome die gewöhnliche Dichte \$n_a\$ ein, so läßt sich bei einem Abstand \$d\$ zwischen den Ebenen des Kristallgitters \$S\$ bzw. \$T\$ durch die Suszeptibilität \$-\delta - 2i\beta\$ ausdrücken:

$$S = -(\delta + i\beta) \cdot \frac{f(2\psi, k)}{f(0, k)} \cdot \frac{k d}{\sin \psi}$$

$$T = -(\delta + i\beta) \cdot \frac{k d}{\sin \psi}$$

Das bisherige gilt nur für eine Kristallebene. Um den Effekt eines kompletten Kristalls zu berechnen, betrachten wir die Beiträge jeder einzelnen Kristallebene im obigen Sinne. Dabei ergibt sich die an der r-ten Ebene gestreute Welle aus der Streuung der durch die Ebene r-1 transmittierten Welle und aus der Transmission der an der Ebene r+1 gestreuten Welle, wobei durch den Wegunterschied noch eine Phase von $e^{2ikd \cdot \sin \psi}$ zu berücksichtigen ist. Insgesamt ergibt sich für die Amplitude der an der r-ten Ebene gestreuten Welle ein Differenzgleichungssystem der Form

$$T_r = \frac{e^{-ikd \cdot \sin \psi} \cdot (1 - iT)}{1 + e^{-2ikd \cdot \sin \psi} \cdot ((1 - iT)^2 + S^2)} \cdot (T_{r-1} + T_{r+1}),$$

das eine Lösung der Form $T_r = T_0 x^r$ zuläßt.

Die oberste Ebene $r = 0$ gibt bereits die gewünschte Lösung für den Reflexionskoeffizienten:

$$R = \left| \frac{S}{1 - e^{-ikd \cdot \sin \psi} \cdot (1 - iT) \cdot x} \right|^2;$$

In dieser Allgemeinheit läßt sich aber noch nicht sehr viel aussagen, da R über S, T und x sehr kompliziert vom Einfallswinkel ψ abhängt. Allerdings reicht es vollständig aus, nur kleine Abweichungen des Einfallswinkels ψ vom Braggwinkel θ_B , bei dem die Beiträge der einzelnen Kristallebenen exakt in Phase interferieren, also:

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2d} \tag{3.5}$$

zuzulassen.

Berücksichtigt man nun noch die Tatsache, daß die Einheitszelle eines Kristalls normalerweise aus mehr als einem Atom besteht, muß in S über die Beiträge der einzelnen Atome j mit Ortsvektoren \vec{x}_j , Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_j = \epsilon_0 \cdot (1 - 2\delta_j - 2i\beta_j)$ und den atomaren Streufaktoren $f_j(2\psi, k)$, die die Einheitszelle bilden, summiert werden. In Verallgemeinerung der Suszeptibilität $-2(\delta + i\beta)$ definiert man für die Streuung an der \vec{h} -Ebene des reziproken Kristallgitters

$$D + iB = \sum_j (\delta_j + i\beta_j) \cdot \frac{f_j(2\psi, k)}{f_j(0, k)} \cdot e^{2\pi i \vec{h} \cdot \vec{x}_j} \tag{3.6}$$

Damit nimmt der Reflexionskoeffizient in Abhängigkeit des Einfallswinkels für kleine Abweichungen vom Braggwinkel die endgültige Form⁷⁰

$$R = \left| \frac{0+i\beta}{(\psi-\theta_g) \cdot \sin \theta_g \cdot \cos \theta_g - (\delta+i\beta) \pm \sqrt{((\psi-\theta_g) \cdot \sin \theta_g \cdot \cos \theta_g - (\delta+i\beta))^2 - (0+i\beta)^2}} \right|^2 \quad (3.7)$$

unter dem Namen Darwin-Prins Formel bekannt, an.

Um ein konkretes Beispiel zu geben, betrachten wir die Reflexion an der (1,1,1)-Ebene eines perfekten Germaniumekristalls. Die Wahl von Germanium wurde durch mehrere Gründe motiviert: Zum einen liegen bereits erfreuliche experimentelle Werte über die Reflexion an Germanium von über 95 % vor⁷². Aber es spricht auch dafür, daß Ge eine vergleichsweise große Gitterkonstante $a = 0,5658 \text{ nm}$ aufweist, was sich speziell für unsere Anwendungen als günstig erweisen wird. Schließlich ist Ge in Form sehr reiner Einkristalle in großen Mengen für die Halbleiterfertigung bereits vorhanden.

Germanium kristallisiert im diamantähnlichen Gitter mit 8 Atomen pro Einheitszelle⁷³, wie in Fig. 23 abgebildet. Die Glanzebene mit den niedrigsten

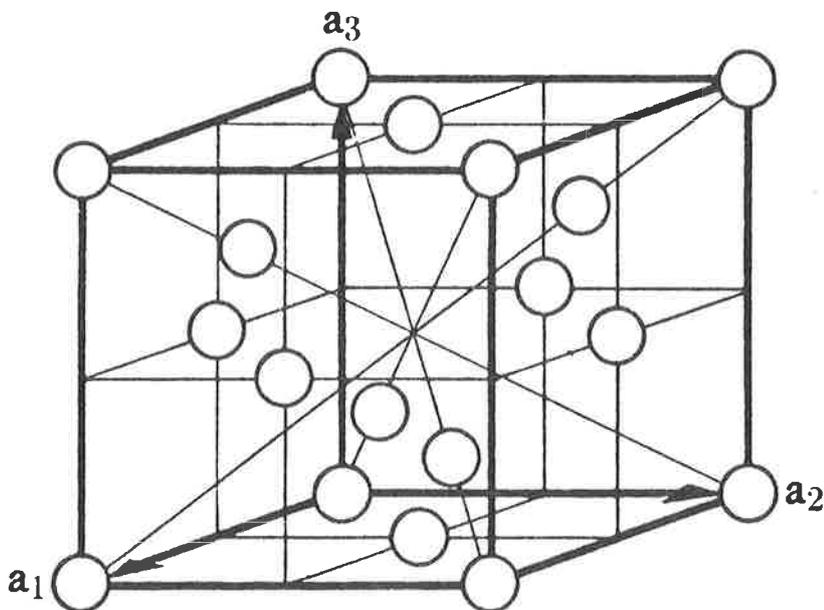


Fig. 23: Einheitszelle eines Germaniumekristalls

Indizes, für die der Beitrag der Einheitszelle gemäß (3.6) nicht verschwindet, ist die Ebene $\vec{h} = (1,1,1)$. Aus (3.6) ergibt sich dann:

$$D + i B = 4 \cdot (1-i) \cdot (\delta + i\beta) \cdot \frac{f(2\vec{h}, k)}{f(0, k)}$$

Durch diese Wahl von \vec{h} ergibt sich auch der Zusammenhang zwischen dem Abstand der Glanzebenen d und der Gitterkonstanten a wegen $d = a/\sqrt{h^2} = a/\sqrt{3}$.

Als nächstes müssen wir den gewünschten Einfallswinkel spezifizieren, der über die Braggbeziehung (3.5) die Resonanzwellenlänge des Resonators festlegt. In den Modellrechnungen des kommenden Abschnitts benutzen wir Resonatoren, die aus drei oder vier Spiegeln bestehen, d.h. wir wählen Braggwinkel $\theta_B = \pi/3$ bzw. $\theta_B = \pi/4$.

Für $\theta_B = \pi/4$ ergibt sich aus (3.5) mit den spezifischen Werten von Germanium eine bevorzugte Wellenlänge von $\lambda_B = \sqrt{2/3} \cdot a \cong 0,462$ nm. Dafür entnimmt man den Tabellen in Referenz 73 annähernd folgende Werte für den atomaren Streufaktor $f(\pi/2, k)/f(0, k) \cong 0,82$, den Realteil der Suszeptibilität $\delta \cong 1,36 \cdot 10^{-4}$ und aus dem Massenabsorptionskoeffizienten deren Imaginärteil $\beta \cong 2,7 \cdot 10^{-5}$. In (3.7) eingesetzt ergibt sich ein Reflexionsprofil für eine monochromatische, ebene Welle der Wellenlänge λ_B als Funktion der Abweichung des Einfallswinkels vom Braggwinkel θ_B , $\psi - \theta_B$, wie in Fig. 24 gezeigt.

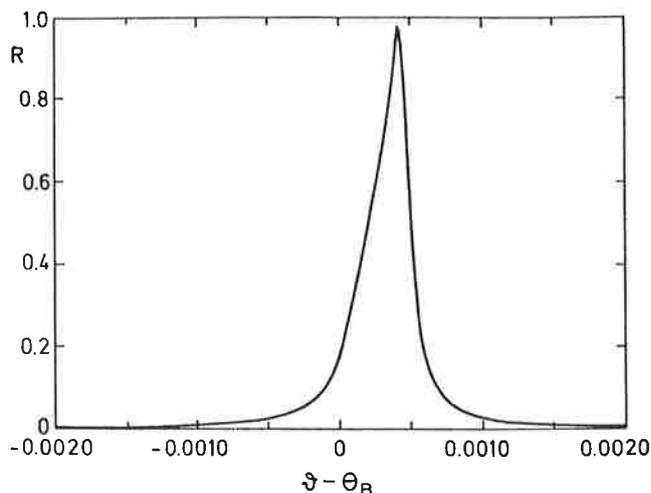


Fig. 24: Reflektivität eines Ge-Kristalls als Funktion des Einfallswinkels bei einem Braggwinkel $\theta_B = \pi/4$

Wir entnehmen dieser Abbildung folgendes: Erstens gibt es einen Bereich

mit fast perfekter Reflektivität, allerdings ist die Halbwertsbreite des Reflexionsprofils mit etwa einer Bogenminute $\Delta\psi \cong 1'$ sehr eng. Zweitens zeigt sich, daß das Reflexionsmaximum nicht exakt beim Braggwinkel auftritt, sondern etwas zu größeren Einfallswinkeln ψ_{\max} verschoben ist.

Alle diese Eigenschaften sind nicht spezifisch für das gewählte Beispiel, sondern treffen vielmehr generell für die Reflexion, die auf der Braggbeugung beruht, zu. Die meisten Kristalle zeigen aber keinen so hohen Wert für das Reflektivitätsmaximum R_{\max} . Die generelle Tendenz der das Profil (3.7) charakterisierenden Größen R_{\max} , $\Delta\psi$ und ψ_{\max} zeigt mit abnehmender Wellenlänge, d.h. bei gleichem Material einer zunehmenden Zahl von Resonatorspiegeln, eine Zunahme von R_{\max} , also noch bessere Reflektivität bei optimalem Einfallswinkel, eine Abnahme von $\Delta\psi$, also eine noch geringere Toleranz des Einfallswinkels und ebenfalls eine Abnahme von $\psi_{\max} - \theta_B$, d.h. der optimale Einfallswinkel nähert sich zusehends dem Braggwinkel.

Um die Schmalbandigkeit der Reflexionskurve im Wellenlängenbereich zu demonstrieren, betrachten wir R als Funktion der Wellenlängenabweichung von der Resonanzwellenlänge, $(\lambda - \lambda_B)/\lambda_B$, für eine monochromatische, ebene Welle mit Einfallswinkel $\psi = \theta_B$. In Figur 25 ist dieses Profil für die Re-

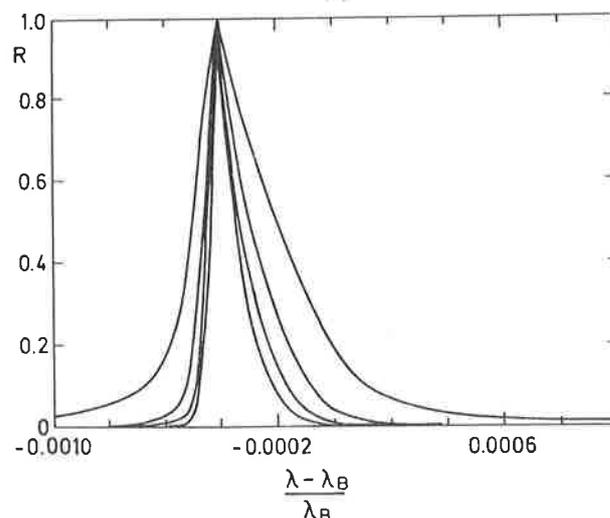


Fig. 25: Intensitätsverhältnis des reflektieren zum ursprünglichen Strahl als Funktion der Wellenlänge nach ein bis vier Reflexionen.

flexion an 1, 2, 3 und 4 Spiegeln gezeigt. Man erkennt leicht, daß die Halbwertsbreite der Reflektivität nach einem vollen Umlauf etwa $\Delta\lambda/\lambda_B \cong 10^{-4}$ beträgt, also extrem schmalbandig ist.

In der Literatur wird schon seit längerer Zeit über Resonatoren im Röntgenbereich, die auf dem Prinzip der Braggstreuung beruhen, diskutiert. In Referenz 74 wird nach zufälligen Koinzidenzen zwischen atomaren Linien und Resonanzwellenlängen der Reflexion an verschiedenen Gitterebenen von Germanium- und Siliziumkristallen innerhalb des engen Toleranzbereichs gesucht. M.A. Duguay et al.⁷⁵ zeigen, daß in gewissen Grenzen durch ein Verkippen der Spiegelebene eine Durchstimmbarekeit von Resonatoren möglich ist. Damit ändert sich zwar nichts an der Schmalbandigkeit der Reflexionskurve, aber das Reflexionsmaximum kann eventuell in die Nähe einer geplanten Laserlinie verschoben werden.

Auf Bragg'scher Beugung basierende Resonatoren sind wegen (3.5) auf Wellenlängen $\lambda \leq 2a$ beschränkt. Da die Gitterkonstanten der meisten Kristalle aber weniger als ein Nanometer betragen, kommen Braggresonatoren nur für sehr kurze Wellenlängen in Frage. Jedoch kann das Prinzip der Beugung an einer periodischen Struktur, wie sie die Ebenen eines Kristalls bilden, auch auf künstlich hergestellte Schichten aus Materialien unterschiedlicher Dielektrizitätskonstanten übertragen werden. E. Spiller⁷⁶ erkannte als Erster, daß die Beschichtung eines Spiegels mit verschiedenen Dielektrika eine Erhöhung dessen Reflexionsvermögens im UV-Bereich bewirkt und wies auf die Möglichkeit von Vielschichtenspiegeln im Wellenlängenbereich zwischen 5 und 50 nm hin. P. Lee⁷⁷ leitete eine Formel für den Reflexionskoeffizienten eines Vielschichtenspiegels ab, die im Limes unendlich vieler Schichten die Struktur der Darwin-Prins-Formel (3.7) annimmt. Folglich gilt für diese sinngemäß das gleiche wie für Braggspiegel, nur sind wegen der längeren Wellenlänge die typischen Merkmale nicht so stark ausgeprägt. Beispielsweise beträgt die Halbwertsbreite von R im Wellenlängenbereich um 10 nm größenordnungsmäßig $\Delta\psi \cong 1^\circ$, die theoretisch erzielbare, maximale Reflektivität geht meist auf unter $R_{\max} = 0,5$ zurück. Von tatsächlich aufgebauten und getesteten Vielschichtenspiegeln mit 20 bis 80 Schichten konnten bereits Reflexionskoeffizienten bis zu $R = 0,2$ bei $\lambda = 10$ nm und $R = 0,1$ bei $\lambda = 6$ nm berichtet werden⁷⁸. Mit der Vielschichttechnik lassen sich auch zahlreiche andere optische Komponenten wie etwa fokussierende Elemente oder Strahlteiler für weiche Röntgenstrahlung aufbauen.

III.2 Modellrechnungen für einen Braggresonator

Im vorigen Abschnitt wurde anhand des Beispiels der Reflexion an der (111)-Ebene von Germanium gezeigt, daß sich aus der Darwin-Prins-Formel (3.7) ein Reflektivitätsmaximum von nahezu $R_{\max} = 1$ ergibt, also fast perfekte Reflexion. Allerdings reichen bereits sehr geringe Abweichungen von den optimalen Bedingungen aus, um R verschwindende Werte annehmen zu lassen.

Von einem möglichen Comptonlaser im Röntgenbereich kann man aber bei weitem nicht erwarten, daß er schon in der Anfangsphase eine monochromatische, ebene Welle ausstrahlt. Darum soll in diesem Abschnitt studiert werden, in welcher Größenordnung das Verhältnis der nach einem Umlauf durch den Modellresonator vorhandenen Leistung zur ursprünglichen ist. Dabei legen wir weniger Wert darauf, einen bestimmten Resonator zu optimieren, als vielmehr nur eine grobe Abschätzung für ein realistisches Modell für Resonator und Röntgenquelle zu präsentieren. In einem ersten Modell nehmen wir einen aus vier ebenen Ge-Spiegeln bestehenden Resonator, d.h. wir greifen auf die Parameter des Abschnitts III.1 zurück, an.

Für den ursprünglichen Röntgenstrahl lassen wir eine Winkelabhängigkeit und unabhängig davon eine spektrale Verteilung zu, wobei die erstere durch eine Dipolstrahlungsverteilung im Ruhssystem der Elektronen gegeben sei. Ins Laborsystem transformiert ergibt sich dafür als Abhängigkeit vom Winkel ϑ , der zur Transformationsrichtung, also zur Ausbreitungsrichtung des Röntgenstrahls, gemessen wird, bei einer Elektronengeschwindigkeit β :

$$dI = I_0 \cdot (1-\beta^2)^2 \cdot \frac{(\cos\vartheta - \beta)^2}{(1-\beta\cos\vartheta)^5} \cdot \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\phi \quad (3.8)$$

Das Spektrum sei eine Gauß'sche Verteilung der Wellenlängen um eine zentrale Wellenlänge λ_0 mit einer Breite $\Delta\lambda$, d.h.:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \Delta\lambda} \cdot e^{-\frac{(\lambda-\lambda_0)^2}{2\Delta\lambda^2}} \quad (3.9)$$

Die gesamte, normierte Verteilung ergibt sich aus (3.8) und (3.9) zu:

$$d\bar{I} = \rho_0(\vartheta, \phi, \lambda) \, d\lambda \, \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\phi = \frac{3(1-\beta^2)^2}{2(2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{(\cos\vartheta - \beta)^2}{(1-\beta\cos\vartheta)^5} \cdot \frac{e^{-\frac{(\lambda-\lambda_0)^2}{2\Delta\lambda^2}}}{\Delta\lambda} \, d\lambda \, \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\phi \quad (3.10)$$

Um nun die Entwicklung des so definierten Röntgenstrahls durch den Resonator verfolgen zu können, definieren wir ein lokales Strahlkoordinatensystem, in dem die z-Achse immer in Richtung der Ausbreitungsachse zeigt und die x-Achse immer parallel zur Kristalloberfläche verläuft. Für ebene Resonatoren hat letztere damit an allen Stellen des Resonators die gleiche Richtung. Schließlich wird die y-Achse durch diese zwei Vorgaben eindeutig festgelegt, wie man Fig. 26 entnehmen kann. Falls ϕ den Azimutwinkel von

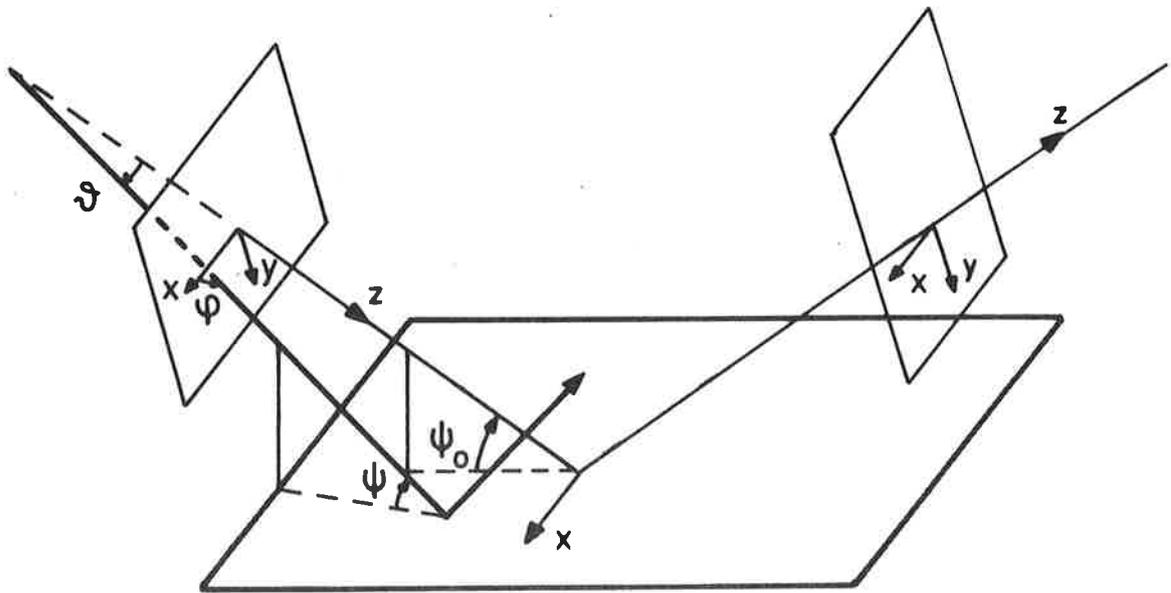


Fig. 26: Einfallender und reflektierter Strahl mit dem jeweiligen lokalen Bezugssystem.

der x-Achse aus mißt, gelten die folgenden Transformationsgesetze vom System K_{n-1} vor der n-ten Reflexion ins System K_n :

$$\nu_n = \nu_{n-1} \quad ; \quad \phi_n = -\phi_{n-1} \quad . \quad (3.11)$$

Um die Reflektivität für die Intensitätsverteilung (3.10) zu berechnen, müssen wir in der Darwin-Prins-Formel (3.7) den Einfallswinkel und den Braggwinkel θ_B durch die Größen ϑ , ϕ und λ ausdrücken, wobei der Mittelwert der spektralen Verteilung λ_0 gemäß (3.5) zu einem Braggwinkel ψ_0 gehören soll, der mit dem Einfallswinkel der Strahlungsachse, im betrachteten Fall also $\psi_0 = \pi/4$, übereinstimmt. Für relativ schmalbandige Strahlung $\Delta\lambda/\lambda_0 \ll 1$ und nur kleine Öffnungswinkel $\vartheta \ll 1$, beides Voraussetzungen, um über-

haupte eine nichtverschwindende Reflektivität zu erhalten, läßt sich der Ausdruck, der in (3.7) die Abweichung vom Braggwinkel enthält, durch die oben definierten Strahlparameter folgendermaßen ausdrücken:

$$(\psi - \theta_B) \cdot \sin \theta_B \cdot \cos \theta_B \cong - \left(\vartheta \sin \phi + \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \tan \psi_0 \right) \cdot \sin \psi_0 \cdot \cos \psi_0 \quad (3.12)$$

Damit erhält man für die Verteilung nach n Reflexionen:

$$dI_n = \prod_{k=1}^n R(\vartheta, (-1)^{k+1} \phi, \lambda) \cdot \rho_0(\vartheta, \phi, \lambda) d\lambda \sin \vartheta d\vartheta d\phi \quad (3.13)$$

Mit diesem grundlegenden Ergebnis wurden alle Modellrechnungen für den Fall des 4-Spiegel Ringresonators ausgeführt. Zur Veranschaulichung der Resultate werden zum einen das winkelintegrierte Spektrum:

$$P_n(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_n \sin \vartheta d\vartheta d\phi$$

und zum anderen die wellenlängenintegrierte Winkelverteilung

$$P_n(\vartheta, \phi) = \int_0^{\infty} I_n d\lambda$$

nach n Reflexionen gezeigt.

Für eine Elektronenenergie von $E \cong 5$ MeV und eine spektrale Halbwertsbreite $\Delta\lambda/\lambda_0 = 10^{-3}$ sind die normierten Verteilungen $P_n(\lambda)$ und $P_n(\vartheta, \phi)$ für $n = 1, 2$ und 4 in den Figuren 27, 28 und 29 gezeigt. Folgendes kann man daraus entnehmen: Die Spektren zeigen die allgemeine Tendenz einer mit der Zahl der Reflexionen zunehmenden Verschmälerung der Verteilung, also eine zunehmende Monochromatisierung des Strahls. Bei der Winkelverteilung fällt auf, daß die ursprünglich radialsymmetrische Verteilung durch die Spiegelungen ihre Symmetrie verliert, wobei in der x-Richtung, also parallel zur Kristalloberfläche, die Verteilung annähernd ungeschmälert reflektiert wird, wohingegen sie in der y-Richtung zunehmend enger wird. In Fig. 30 schließlich sind die Verhältnisse zwischen der Gesamtleistung des Röntgenlasers nach der n-ten Reflexion zur ursprünglich vorhandenen Leistung aufgetragen. Nach einem relativ sehr großen Verlust während der ersten Spiegelung steigt die Reflektivität zusehends an, als Ausdruck der zunehmenden Anpassung des Röntgenlaserpulses an die für Reflexion geforderte, optimale Einfallbedingung.

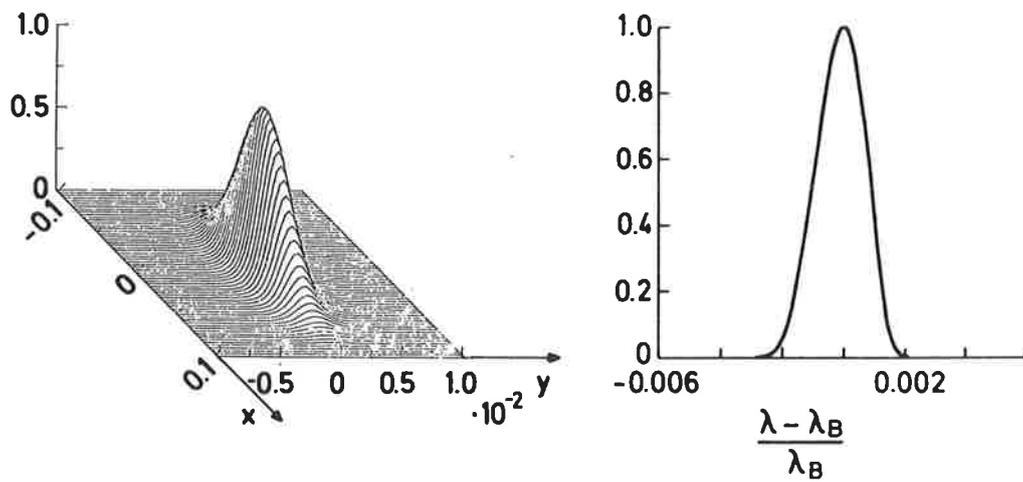


Fig. 27: Räumliche und spektrale Verteilung nach der ersten Reflexion

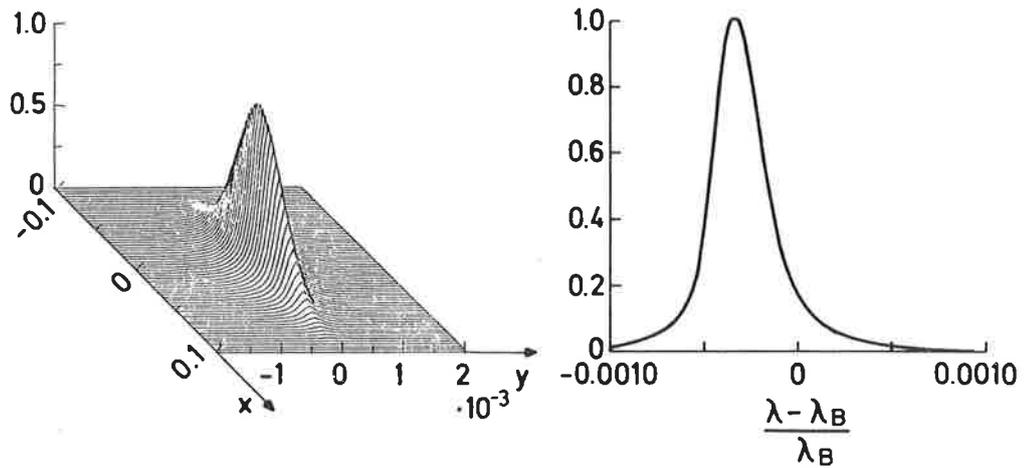


Fig. 28: wie Fig. 27, aber nach der zweiten Reflexion

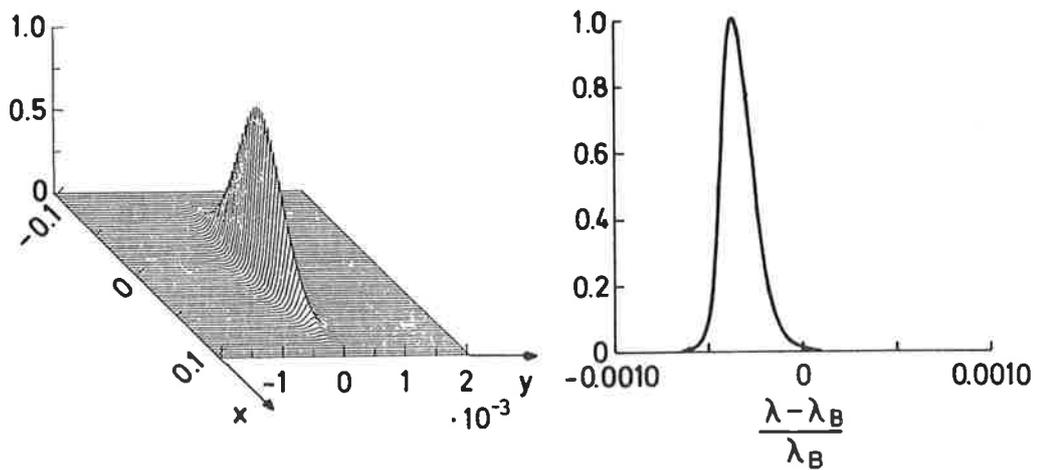


Fig. 29: Wie Fig. 27, aber nach der vierten Reflexion

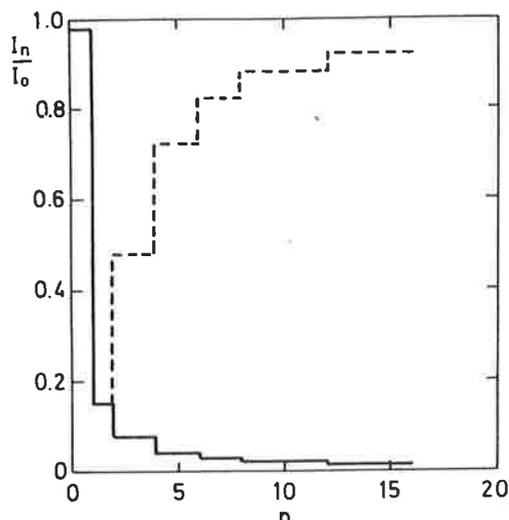


Fig. 30: Verhältnis der Intensität nach n Reflexionen zur Anfangsintensität ———— , bzw. I_n/I_{n-1} - - - - - .

Jedoch entnimmt man dieser Resonatorconfiguration auch, daß sie zwar in einer Richtung, der y-Richtung, durch Abschneiden nach einem Umlauf ein schmales Strahlenbündel produziert, nicht aber in der dazu senkrechten Richtung. Da aber für den Betrieb des Comptonlasers in einem Resonator die zu verstärkende Welle eng gebündelt zurückkehren muß, muß der Resonator fokussierende Elemente, im einfachsten Fall gekrümmte Spiegeloberflächen, bzw. gekrümmte Kristallebenen, enthalten. Diese Technik ist bereits von den gekrümmten Kristallmonochromatoren mit gefräster Oberfläche⁷³ bekannt.

Aus Symmetriegründen muß ein Ringresonator in diesem Fall aus einer ungeraden Zahl von Spiegeln bestehen, etwa wie im nun zu diskutierenden Modell der Fig. 31 aus drei gekrümmten Spiegeln. In diesem Modell sind die Spiegel 1 und 3 nur in der y-z-Ebene gekrümmt mit einem Radius $f/\sin \psi_0$, wobei f, die Brennweite der Spiegel, dem halben Abstand zweier benachbarter Spiegel entspricht. Der mittlere Kristall muß in beiden Ebenen, und zwar in der y-z-Ebene analog den Spiegeln 1 und 3 mit einem Radius $f/\sin \psi_0$ und in der x-z-Ebene mit $\frac{9}{4} \cdot f/\sin \psi_0$, gekrümmt werden, um rein geometrisch in der Lage zu sein, die von einem Brennpunkt ausgehenden Strahlen nach einem Umlauf wieder auf diesen zu fokussieren. Alternativ dazu könnte man auch die Spiegel 1 und 3 plan nehmen und nur Spiegel 2 krümmen, jedoch weist diese Kombination eine ungünstigere Gesamtreflektivität auf.

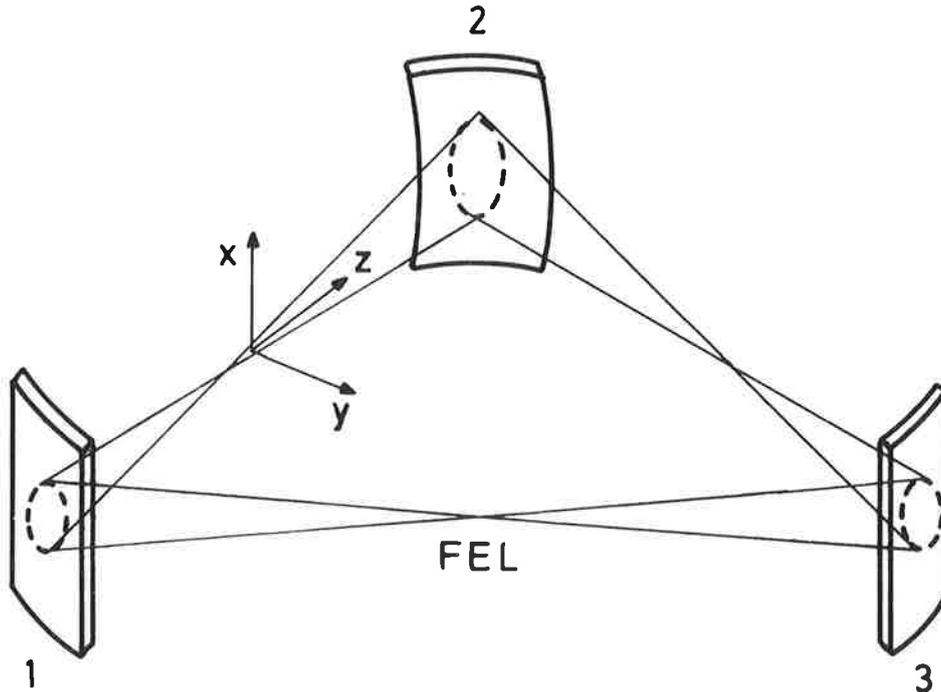


Fig. 31: Ringresonator mit drei gekrümmten Spiegeln

Auch das Spektrum des ursprünglichen Strahls wird im Vergleich zum vorher betrachteten Fall geändert, wobei wir nun hierfür das Spektrum der Spontane-emission eines Comptonlasers mit der Winkelverteilung (2.26) annehmen. Dank der Resonanzbedingungen (2.12) ergibt sich die Wellenlänge λ_s als Funktion des Streuwinkels ϑ_s , so daß wir unter deren Berücksichtigung nur noch zwei unabhängige Variable, etwa ϑ und ϕ , haben.

Wegen der gekrümmten Oberfläche läßt sich nicht mehr, wie im ebenen Fall, ein einfaches Transformationsgesetz analog (3.11) angeben, das die Beziehung zwischen den Variablen vor und nach einer Reflexion festlegt. Vielmehr wird ein einfallender Strahl mit Einheitsrichtungsvektor \vec{e}_{n-1} an einem Oberflächenelement mit Normaleneinheitsvektor \vec{n} transformiert in:

$$\vec{e}_n = \vec{e}_{n-1} - 2 \cdot (\vec{n} \cdot \vec{e}_{n-1}) \cdot \vec{n} \quad , \quad (3.14)$$

woraus man die Transformation der Winkel ϑ , ϕ entnehmen kann.

Für die Situation des soeben beschriebenen Resonators ergeben sich eine spektrale bzw. Winkelverteilung nach dem ersten und zweiten Spiegel bzw. im Brennpunkt nach einem Umlauf wie in den Figuren 32 - 34 dargestellt.

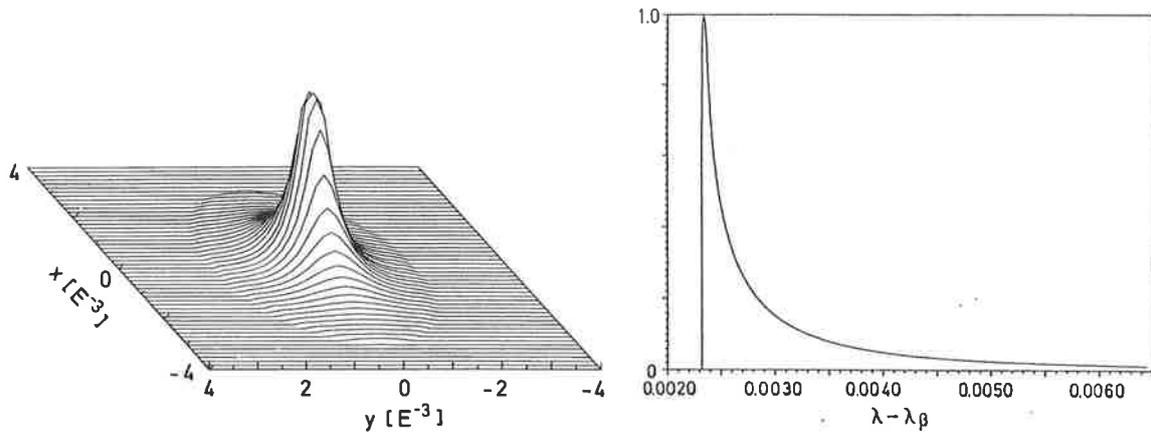


Fig. 32: Räumliche und spektrale Verteilung nach der ersten Reflexion

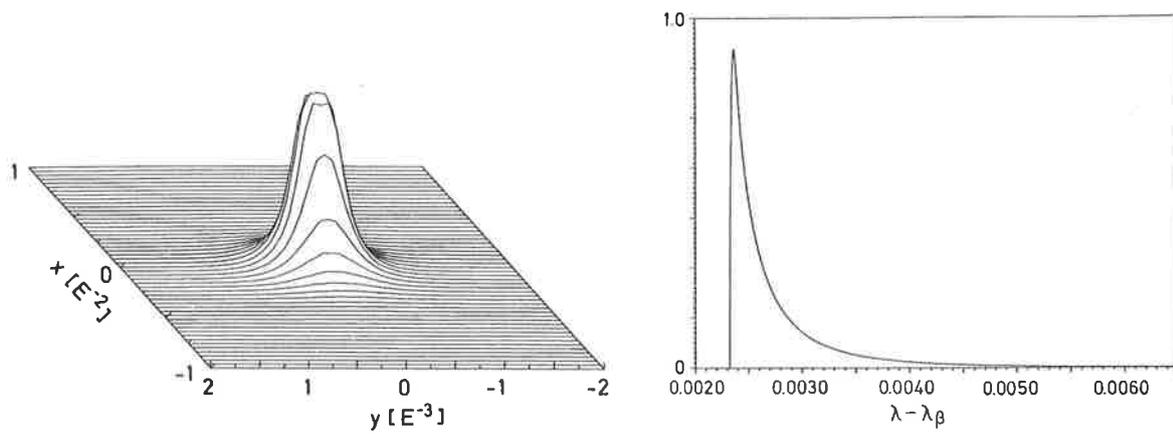


Fig. 33: wie Fig. 32, aber nach der zweiten Reflexion

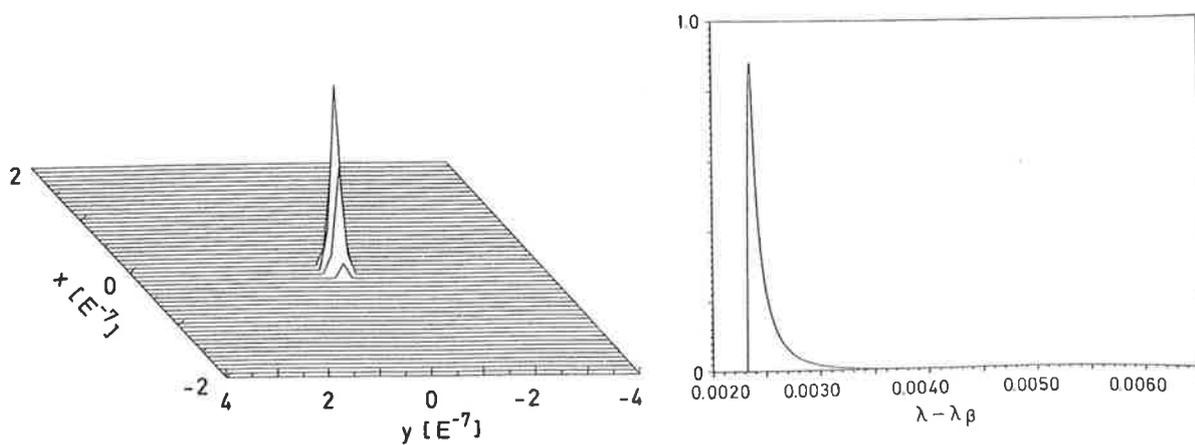


Fig. 34: wie Fig. 32, aber nach einem Umlauf im Brennpunkt

Für die spektrale Verteilung gilt ähnliches wie beim ersten Modell: sie wird von Reflexion zu Reflexion enger. Allerdings zeigen sich bei der Winkelverteilung deutliche Unterschiede, wobei besonders auffällt, daß dieser Resonator tatsächlich die an ihn gestellten Erwartungen in punkto Fokussierung sehr gut erfüllt, was in Fig. 34 zum Ausdruck kommt. Zu den Leistungsverhältnissen bleibt noch zu sagen, daß nach der ersten Reflexion noch etwa 21 %, nach der zweiten Reflexion 9 % und schließlich nach einem Umlauf noch etwa 4 % der ursprünglichen Leistung vorhanden sind. Dies ist sicher nicht das Optimum, das mit 3 Kristallen zu erzielen ist, jedoch reicht die Verstärkung in einem Comptonlaser aus, diese Verluste zu kompensieren, wie wir im nächsten Kapitel im Vorschlag II zeigen werden.

Außerdem sei darauf hingewiesen, daß in einem als Verstärker arbeitenden Comptonlaser hauptsächlich die nach einem Umlauf vorhandene, nunmehr viel schmalbandigere Strahlung verstärkt wird, wofür sich eine höhere Reflektivität des Braggresonators einstellt. Wir haben also hier mit einem Resonator-Laser-System zu tun, bei dem sich dynamisch die Güte des Resonators verbessert! In diesem Sinne ist es völlig ausreichend, sich mit der oben angegebenen Reflektivität während der Einschwingphase des Lasers zu begnügen, da sich die Verhältnisse nur bessern können.

IV. Konzepte für Comptonlaser im Röntgenbereich

Im Kapitel II wurde herausgearbeitet, daß Comptonlaserverstärker prinzipiell zu kurzen Wellenlängen skaliert werden können, wobei sie unter anderem durch ihre Flexibilität einer nichtkollinearen Geometrie gegenüber dem gewöhnlichen, magnetischen freien Elektronenlaser einige Vorzüge aufweisen. Unabhängig von den Eigenarten des Comptonlasers wurden in Kapitel III Möglichkeiten von Resonatoren für den Röntgenbereich gesucht und dabei zwei wesentlich verschiedene Methoden gefunden. Die Schlußfolgerungen beider Kapitel, die bislang zusammenhanglos erscheinen, werden im folgenden Kapitel zu konkreten Vorschlägen für Röntgenlaser in einem Resonator synthetisiert.

Dazu werden zuerst die noch sehr allgemeinen Verstärkungsformeln des Kapitels II konkretisiert und schließlich auf die zwei vom Resonator diktierten Fälle angewandt: Auf einen im weichen Röntgenbereich durchstimmbaren Laser in einem oberflächenreflektierenden Metallresonator und einen im Bereich charakteristischer Röntgenstrahlung liegenden Laser mit fester Frequenz, die durch das Material und die Geometrie des Resonators festgelegt wird. Dies umfaßt, in Kürze, den Inhalt des ersten Abschnitts.

Mit diesen konkreten Vorgaben zur Hand wenden wir uns im zweiten Abschnitt der Diskussion technischer Probleme im Zusammenhang mit beiden Konzepten zu. Beendet wird dieses Kapitel mit einem Vergleich der hier aufgestellten Vorschläge mit einigen anderen FEL-Konzepten für den gleichen Wellenlängenbereich.

IV.1 Das Gesamtsystem: Comptonlaser im Resonator

IV.1.1 Allgemeine Vorbemerkungen zu den Verstärkungsformeln

Im Kapitel II wurden zwar alle Verstärkungsformeln, die den Comptonlaser in verschiedenen Grenzfällen beschreiben, abgeleitet, jedoch in ziemlicher Allgemeinheit belassen. Will man tatsächliche Werte für die Verstärkung ausrechnen, erscheint es notwendig, vorher noch einige Manipulationen durchzuführen und einige Größen durch experimentell leichter zugängliche und gebräuchliche Größen auszudrücken. Um eine bessere Transparenz zu gewähren, werden in diesem Kapitel durchweg die Größen τ und c explizit

angegeben.

Beginnen wir mit der Elektronendichte, die ja gleichermaßen in allen Ausdrücken auftritt. Durch die Stromstärke des Elektronenstroms I und den Querschnitt des Elektronenstrahls Σ_e ausgedrückt, lautet sie:

$$N_e = \frac{I}{ec \cdot \Sigma_e} \quad (4.1)$$

wobei die Elektronengeschwindigkeit $v = c$ gesetzt wurde. Es erweist sich als bequem, die Stromstärke auf eine aus universellen Konstanten bestehende Stromstärke, den Alfvenstrom I_A

$$I_A = \frac{ec}{r_e} \cong 17 \text{ kA} \quad (4.2)$$

mit dem klassischen Elektronenradius $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$ zu normieren. Als nächste Größe nehmen wir die Amplitude des Vektorpotentials A_W in Angriff. Dazu führen wir zuerst den Wigglerparameter κ

$$\kappa = \sqrt{2} \cdot \frac{e A_W}{m c} \quad (4.3)$$

ein, der im Fall einer zirkular polarisierten Wigglerwelle die Korrektur zur Massenrenormierung der Elektronen durch das äußere Feld angibt, was wir bereits im Zusammenhang mit der Volkovlösung in II.5. kennengelernt haben. Diese Größe wird uns zwar im nächsten Abschnitt noch behilflich sein, jedoch stellt auch sie keine sehr anschauliche und leicht meßbare Größe dar. Vielmehr ist ein weiterer Schritt erforderlich, in dem wir κ durch die Leistung des Pumpasers, der das Wigglerfeld aufbaut, und dessen Querschnitt Σ_W ausdrücken:

$$\kappa^2 = \frac{r_e}{\pi m c^3} \cdot \rho \cdot \frac{\lambda_w^2}{\Sigma_w} \quad (4.4)$$

Den Ausdruck $e^2 A_W^2$, der ebenfalls allen Verstärkungsformeln gemein ist, kann man folglich mit P und Σ_W als

$$e^2 A_W^2 = \frac{r_e m}{2\pi c} \cdot \rho \cdot \frac{\lambda_w^2}{\Sigma_w} \quad (4.5)$$

schreiben.

Schließlich ist es noch nötig, einige Sätze über die Wechselwirkungszeit T zu verlieren. Sie ist im wesentlichen durch zwei unabhängige Faktoren begrenzt. In nichtkollinearer Geometrie liegt es auf der Hand, eine geometrische Begrenzung von T anzunehmen, die wegen der Kleinheit von ϑ_s praktisch nur durch den Winkel ϑ_w gegeben ist. Für relativistische Elektronen erhält man bei einem kreisförmig angenommenen Strahlquerschnitt des Wigglers:

$$\bar{T} = \frac{2}{c \cdot \sin \vartheta_w} \cdot \sqrt{\frac{\Sigma_w}{\pi}} \quad (4.6)$$

Für kleine Winkel ϑ_w divergiert dieser Ausdruck, was leicht einzusehen ist, da die Elektronen und die Wigglerwelle sich genau in entgegengesetzter Richtung bewegen und so beliebig lange Wechselwirkungszeiten ermöglichen. Aber auch in diesem Fall gibt es physikalische Begrenzungen von T , die nun von der unvermeidlichen Beugungsbegrenzung der Wigglerwelle stammen. Eine im Vakuum sich ausbreitende, elektromagnetische Welle, die an einer Stelle auf eine bestimmte Fläche eingeschränkt ist, sei es durch Blenden oder durch Fokussierung, erleidet durch Beugung eine Aufweitung des Strahls, die im günstigsten Fall den Verlauf eines Gauß'schen Strahls nimmt. Bezeichnet man den Querschnitt im Brennpunkt mit Σ_0 , so ergibt sich der Querschnitt Σ_w als Funktion des Abstands d von der Fokalebene ganz allgemein zu⁷⁹:

$$\frac{\Sigma_w}{\Sigma_0} = 1 + \frac{d^2 \lambda_w^2}{\Sigma_0} \quad (4.7)$$

Da mit zunehmendem Σ_w aber $e^2 A_w^2$ in (4.5) abnimmt und damit auch die Verstärkung, scheint es sinnvoll zu sein, die Wechselwirkungszeit so festzulegen, daß sich in der Wechselwirkungszone der Querschnitt des Wigglerstrahls beidseits der Brennebene höchstens verdoppelt, also:

$$\bar{T} = \frac{2 \Sigma_0}{\lambda_w c} \quad (4.8)$$

In diesem Fall können wir auch zusammen mit (4.7) $e^2 A_w^2$ über den Wechselwirkungsbereich mitteln und erhalten aus der Definition $\overline{A_w^2} = \frac{1}{T} \int A_w^2(\tau) d\tau$

$$e^2 \overline{A_w^2} = \frac{\pi}{4} e^2 A_w^2 (d=0) = \frac{v e m}{8 c} \cdot P \cdot \frac{\lambda_w^2}{\Sigma_w} \quad (4.9)$$

Es sei noch erwähnt, daß die Beugung, die ein typisches Phänomen freier Propagation ist, umgangen werden kann, indem man die Wigglerwelle durch einen Wellenleiter schickt und so deren Querschnitt auf den während der Länge L des Wellenleiters möglicherweise konstant gehaltenen Querschnitt beschränkt. Dann ist natürlich die Wechselwirkungsdauer T mindestens so groß wie L/c . Allerdings erscheint es technisch nicht machbar, so extrem hohe Leistungen, wie sie für den Wigglerpuls benötigt werden, ohne Verluste durch einen Wellenleiter zu führen. Außerdem sind Wellenleiter hauptsächlich für lange Wellenlängen effektiv, dort existieren aber praktisch keine leistungsfähigen Laser. Der langwelligste Laser, der als Pumpquelle für einen Comptonlaser in Frage kommt, ist der CO_2 -Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda_W \cong 10 \mu\text{m}$. Um den Querschnitt Σ_W durch einen Wellenleiter vernünftig zu begrenzen, könnte man dafür einen Durchmesser von höchstens 1 mm zulassen, in den Leistungen von der Größenordnung von 10 GW eingeschlossen werden sollen. Selbst die höchste, erreichbare Leitfähigkeit des Wellenleiters führt noch zu übermäßiger Absorption, die eine Zerstörung der Oberfläche nach sich ziehen würde. Resümierend stellen wir fest, daß die Wechselwirkungszeit also entweder geometrisch festgelegt ist, wobei Formel (4.6) Anwendung findet, oder durch die Beugung auf eine "Rayleighlänge" (4.8) beschränkt bleibt.

Abschließend setzen wir die bisherigen Erkenntnisse in den Zahlenfaktor, den alle Ausdrücke für die Verstärkung gemeinsam haben und der sich aus (2.37), (2.51) ergibt, ein. Für den Fall eines nichtverschwindenden Winkels θ_W erhalten wir aus (4.1), (4.2) und (4.5)

$$N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2}{2 \epsilon_0 \hbar^2 m^2 c^2 \hbar \omega_s} = \frac{v_e \rho \lambda_w^2}{\hbar^2 \hbar \omega_s c \cdot \sum_0 \sum_e} \cdot \frac{I}{I_A} \quad (4.10)$$

bzw. für die kollinear-ähnliche Geometrie mit (4.9):

$$N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2}{2 \epsilon_0 \hbar^2 m^2 c^2 \hbar \omega_s} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{v_e \rho \lambda_w^2}{\hbar^2 \hbar \omega_s c \cdot \sum_0 \sum_e} \cdot \frac{I}{I_A} \quad (4.11)$$

Damit können wir uns nun dem ersten konkreten Beispiel zuwenden.

IV.1.2 Durchstimmbarer Comptonlaser für weiche Röntgenstrahlung

In diesem Vorschlag greifen wir auf den breitbandigen Resonator für streifenden Einfall, wie in III.1 diskutiert, zurück. In dem für diese Anordnung typischen Wellenlängenbereich von 9 - 11 nm, was Photonenenergie von etwa 110 - 130 eV entspricht, erhält man, wie nachfolgend gezeigt wird, in einer kollinearen Geometrie hinreichend Verstärkung. Damit können wir die einfache Resonanzbedingung

$$\frac{\omega_s}{\omega_w} = \frac{\lambda_w}{\lambda_s} = 4\gamma^2 \quad (4.12)$$

die aus (2.12) für $\vartheta_s = \vartheta_w = 0$ unter Vernachlässigung des Rückstoßterms im Nenner folgt, benutzen. Für den Pumplaser, der das Wigglerfeld bildet, nehmen wir einen Nd-Glas-Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda_w = 1,064 \mu\text{m}$ und als typische Wellenlänge der Comptonstrahlung $\lambda_s = 10 \text{ nm}$, was einen relativistischen Energiefaktor $\gamma = 5$ zu Erfüllung der Resonanzbedingung erfordert, also einen Elektronenpuls mit einer Energie von etwa $E \cong 2,5 \text{ MeV}$.

Wir werden zeigen, daß sich für diesen Vorschlag ein Comptonlaser im Grenzfall kurzer Wechselwirkungsdauer (KWL) bei großem Rückstoß als günstig erweist und realistische Werte für alle Komponenten zuläßt. Anstatt der Wechselwirkungszeit T führen wir nun die Zahl der effektiven Wigglerperioden N , die für die Verstärkung zur Verfügung stehen, über

$$N = \frac{\omega_w T}{2\pi}$$

ein. Die homogene Linienbreite ist gemäß (2.56) im kollinearen Fall durch

$$\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \frac{1}{2N} \quad (4.13)$$

gegeben. Um die Voraussetzung für den KWL zu erfüllen, muß diese größer als die inhomogene Linienbreite sein. Zur letzteren gibt es im Comptonlaser hauptsächlich zwei Beiträge. Der erste kommt von der Energieunschärfe der Elektronen, $\Delta\gamma/\gamma$, und kann durch eine entsprechend hohe Strahlqualität, die im nächsten Abschnitt noch zu diskutieren ist, klein gehalten werden. Der zweite stammt vom Wigglerfeld, da die Renormalisierung der Elektronenmasse im Wigglerfeld die Resonanzbedingung über

$$\gamma_{\text{ren}}^2 = \frac{\gamma_0^2}{1 + k^2/2}$$

beeinflusst. Zwar nimmt in jedem Comptonlaser κ^2 sehr kleine Werte an, so daß das Verhältnis ω_s/ω_w dadurch praktisch nicht angetastet wird. Da aber während der Wechselwirkung das Wigglerfeld "ein- und wieder ausgeschaltet" wird, durchläuft κ^2 alle Werte von 0 bis zu seinem Maximalwert, wodurch eine inhomogene Linienbreite

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{inh} = \frac{\kappa^2}{2} \quad (4.14)$$

erzeugt wird. Um eine größere homogene als inhomogene Linienbreite zu garantieren, muß $\kappa^2/2 \leq 1/2N$ sein. Mit Hilfe von (4.4) und

$$\frac{\lambda_w^2}{\Sigma_0} = \frac{2}{N} \quad (4.15)$$

das sich aus (4.8) und der Definition von N ergibt, läßt sich diese Forderung ausdrücken als

$$P \leq P_0 := \frac{\pi}{2} \cdot \frac{mc^3}{r_e} \quad (4.16)$$

Es ist beachtenswert, daß es eine universelle Pumpleistung P_0 gibt, die für Gauß'sche Strahlen nicht überschritten werden darf, ohne die Voraussetzungen für den KWL zu verletzen. Der Wert hierfür ergibt sich zu $P_0 = 1,37 \cdot 10^{10}$ W.

Setzen wir P_0 für P in den Ausdruck (4.11) ein, so ergibt sich die maximale Verstärkung im kollinearen Comptonlaser bei großen Rückstoß aus (2.60) zu:

$$g_{max} = N_e \cdot \frac{e^4 A_w^2}{2 \epsilon_0 r^2 m^2 c^2 \hbar \omega_s} \cdot c T^2 = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{mc^2 \cdot \lambda_w^2}{r^2 \hbar \omega_s \Sigma_0 \Sigma_e} \cdot \frac{I}{I_A} c^2 T^2,$$

wobei die Profilmfunktion $g(u_s, \delta)$ an ihrem Maximum genommen wurde. Ersetzen wir hier noch die Wechselwirkungsdauer T gemäß (4.8) und (4.15) durch Wigglerquerschnitt und Wellenlänge und den relativistischen Energiefaktor γ mit (4.12) durch das Wellenlängenverhältnis λ_s/λ_w , so nimmt die Verstärkung die endgültige Form

$$g_{max} = 2\pi^2 \cdot \frac{mc^2}{\hbar \omega_s} \cdot \frac{\Sigma_0}{\Sigma_e} \cdot \frac{\lambda_s}{\lambda_w} \cdot \frac{I}{I_A} \quad (4.17)$$

an. In dieser Form weist die Verstärkung keine explizite Abhängigkeit von der Wechselwirkungsdauer oder dem Strahlquerschnitt auf, sondern nur von einem Füllfaktor Σ_0/Σ_e .

Für einen Füllfaktor von $\Sigma_0/\Sigma_e = 4$ und $\lambda_W = 1,064 \mu\text{m}$ für den Pump laser ergibt sich eine Verstärkung in dem angestrebten Wellenlängenbereich für verschiedene Werte des Elektronenstroms I wie in Fig. 35 abgebildet. Es

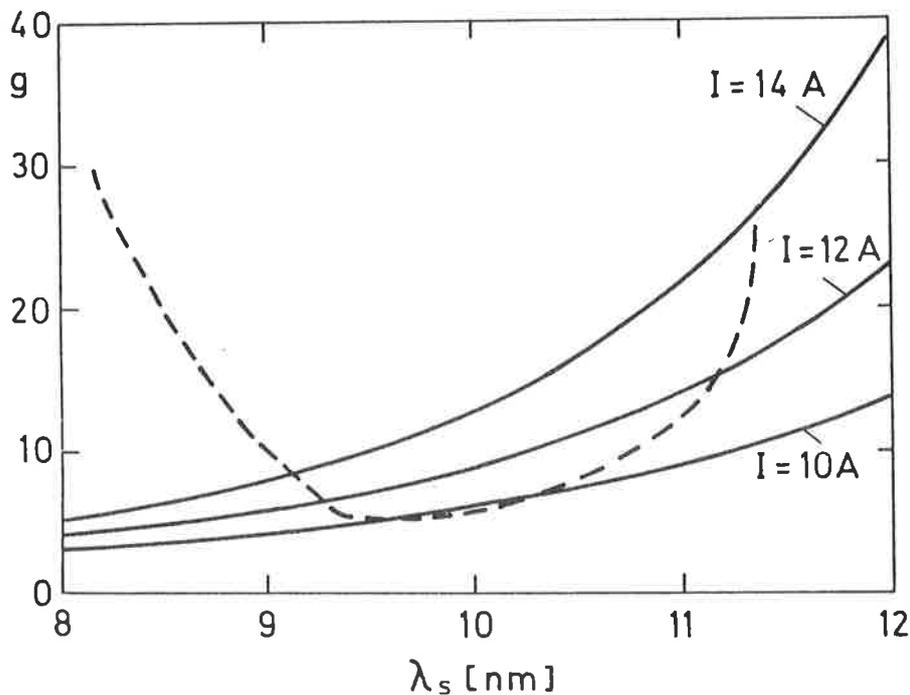


Fig. 35: Verluste in einem Silberresonator - - - - - und Verstärkung im kollinearen Comptonlaser ————— bei verschiedenen Stromstärken als Funktion der Wellenlänge

zeigt sich eine starke Zunahme der Verstärkung mit zunehmender Wellenlänge. Ebenfalls in Fig. 35 eingezeichnet sind die Verluste, die sich pro Umlauf durch einen Silberresonator bei streifendem Einfall ergeben. Man sieht, daß ein Elektronenstrom von $I = 10 \text{ A}$ zum Erreichen der Laserschwelle, bei der die Verstärkung die Verluste übersteigt, nötig ist. Nur eine geringfügige Erhöhung des Elektronenstroms auf etwa 12 A oder 14 A zeigt eine effektive Verstärkung dieser Anordnung in einem Wellenlängenbereich zwischen $\lambda_s = 9$ und 11 nm.

Nachdem nun gezeigt wurde, daß ein Comptonlaser in der Lage ist, die geforderte Verstärkung im gewünschten Bereich zu erbringen, spezifizieren wir jetzt explizit alle wichtigen Parameter für Elektronen- und Wigglerpuls. Der besseren Übersicht halber sind diese am Ende des nächsten Abschnitts in Tabelle 2 zusammengefaßt. Schließlich müssen wir uns noch von der Konsistenz der Annahmen, die in (4.17) stecken, überzeugen.

Beginnen wir mit der Festsetzung der Wigglerlänge zu $N = 2,5 \cdot 10^4$, was einer Länge von $N \cdot \lambda_W = 2,5$ cm bzw. einer Pulsdauer von $T = N \cdot \lambda_W/c = 83$ psec entspricht. N ist durch die Forderung nach Erfüllung des Limes großen Rückstoßes $\delta \geq 1$, mit δ aus (2.58) für den Fall kollinearere Geometrie:

$$\delta = 4\pi N \cdot \frac{\hbar \omega_s}{\delta m c^2}$$

einerseits und der Forderung nach einer geringeren inhomogenen als homogenen Linienbreite (4.13) andererseits eingegrenzt:

$$\frac{\delta m c^2}{4\pi \hbar \omega_s} \leq N \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta}{4\delta}$$

Die vom Rückstoß stammende Ungleichung lautet bei einer Elektronenenergie von 2,5 MeV $2 \cdot 10^3 \leq 2,5 \cdot 10^4$, ist also sicher erfüllt; die zweite stellt eine Forderung an die Qualität des Elektronenstrahls dar und besagt, daß die Energieunschärfe $\Delta\gamma/\gamma \leq 2 \cdot 10^{-5}$ sein muß. Im nächsten Abschnitt werden wir die Frage nach der Erfüllbarkeit dieser Bedingung aufgreifen, weisen aber jetzt schon darauf hin, daß in einem Projekt für einen Comptonlaser im sichtbaren Bereich von Elias⁸⁰, an dessen Verwirklichung bereits gearbeitet wird, ähnliche Spezifikationen für den Elektronenstrahl vorkommen.

N legt über (4.15) auch den Querschnitt des Wigglerpulses in der Fokalebene fest. Für die gewählten Werte ergibt sich ein Durchmesser des Brennpunktes, auf den ein Laserpuls von $P = 14$ GW und einer Kohärenzlänge von mindestens 83 psec fokussiert wird, von $d = 0,13$ mm. Der Elektronenstrahl muß bei einer Stromstärke von mindestens 10 A und einer Energieunschärfe von höchstens $\Delta\gamma/\gamma = 2 \cdot 10^{-5}$ im Energiebereich 2,50 - 2,76 MeV variieren. Sollte sich die Energieunschärfe als schwierig erreichbar erweisen, kann man auch mit ungünstigeren Werten auskommen; man muß nur stärker fokussieren, um so die Wechselwirkungslänge zu verkürzen.

IV.1.3 Komplanarer Comptonlaser im Braggresonator

Neben der schon gezogenen Schlußfolgerung eines realisierbaren, durchstimmbaren Comptonlaserkonzepts entnimmt man der Fig. 35 auch, daß bei noch kürzeren Wellenlängen die Verstärkung stark abnimmt. Im Wellenlängenbereich unter 8 nm kommt ein Ringresonator mit streifendem Einfall praktisch nicht mehr in Frage, so daß hier Resonatoren nur auf dem Braggprinzip beruhen können. Sehen wir von den Vielschichtspiegeln, die in der geforderten Qualität noch nicht zur Verfügung stehen, ab, so bleiben nur Kristallresonatoren übrig, die allerdings erst bei Wellenlängen unter etwa 0,5 nm arbeiten. Ein darauf begründeter Vorschlag wurde in Referenz 81 veröffentlicht und soll hier mit einigen Abwandlungen diskutiert werden.

Da die Verstärkung im KWL in kollinear-er Geometrie für kurze Wellenlängen proportional zu λ_s^2 abnimmt, kann man nicht hoffen, mit dieser Methode analog zum Beispiel aus IV.1.2. genügend Verstärkung aufzubringen, die die berechneten Verluste kompensiert. Auch erscheint es wenig sinnvoll, den Strom I oder den Füllfaktor noch stark zu erhöhen, was gemäß (4.17) die einzige verbleibende Möglichkeit zur Vergrößerung der Verstärkung wäre. Auch der LWL liefert gegenüber dem KWL keine Verbesserung.

Um also noch die Möglichkeit einer effektiven Verstärkung im Bereich kürzerer Wellenlängen zu eröffnen, müssen wir auf die nichtkollineare Geometrie im KWL zurückgreifen. Zunächst einige ganz allgemeine Worte zu den praktischen Konsequenzen einer echt komplanaren Geometrie. Ein nichtverschwindender Wigglerwinkel ϑ_W beeinflusst zwar wegen (4.6) die Wechselwirkungszeit mit der Tendenz einer generellen Verkürzung gegenüber dem Fall $\vartheta_W = 0$, was natürlich die Verstärkung reduziert. Ein nichtverschwindender Streuwinkel ϑ_s hingegen zieht insbesondere wegen der Resonanzbedingung (2.12) eine starke Variation der Wellenlänge der gestreuten Strahlung mit dem Winkel nach sich. Das Spontanspektrum ist also sehr breitbandig, wobei sich gewöhnlich die stärkste Komponente durchsetzen würde. Bei nichtselektiver Rückkoppelung ist diese immer in Richtung der Elektronen, es wird also eine kollinear-ähnliche Geometrie bevorzugt. Auch fällt der Querschnitt für spontane Emission, die ja nötig zum Anschwingen des Lasers ist, rasch mit wachsendem ϑ_s ab, so daß im wesentlichen nach den Erkenntnissen von Abschnitt II.1 $\vartheta_s \leq 2/\gamma$ erfüllt sein muß.

Setzt man jedoch den Comptonlaser in einen Braggresonator mit seiner extrem

schmalbandigen Reflektivitätskurve, so kommt diese der nichtkollinearen Geometrie sogar zur Hilfe, indem sie eine winkel- und wellenlängenselektive Rückkopplung bewirkt. Dank seiner Durchstimbarkeit liefert der Comptonlaser genug Flexibilität, die vom Resonator vorgeschriebene Resonanzwellenlänge unter einem als optimal erkannten Winkel abzustrahlen.

Nehmen wir als Pumplaser wieder den Nd-Glas-Laser mit der Wellenlänge $\lambda_W = 1,064 \mu\text{m}$ und den im Abschnitt III.2 diskutierten 3-Spiegel-Ringresonator mit einer Resonanzwellenlänge von $\lambda_S = 0,5658 \text{ nm}$, so ist damit sofort das Verhältnis $\omega_S/\omega_W = 1872$ festgelegt. Dies erlaubt bei bekannter Elektronenenergie die Eliminierung eines der beiden Winkel ϑ_S, ϑ_W aus der Resonanzbedingung (2.12), was wir zwar implizit immer betreiben werden, aber algebraisch nicht explizit durchführen, um unnötige Komplikationen zu vermeiden.

Für die angestrebte Laserwellenlänge λ_S , die einer Photonenenergie von etwa 2 keV entspricht und angesichts der geometrisch bedingten, deutlich kürzeren Wechselwirkungszeiten trifft selbst bei den relativ geringen Elektronenenergien in einem Comptonlaser mit optischem Wiggler gemäß (2.58) der Limes geringen Rückstoßes, $\delta \ll 1$, zu, weshalb wir uns ausschließlich auf (2.62) für die Verstärkung konzentrieren wollen. Wir werden uns am Ende des numerischen Beispiels von der Gültigkeit dieser Annahme überzeugen. Damit der KWL zutrifft, muß auch hier, wie in IV.1.2, die homogene Linienbreite geringer sein als die inhomogene, insbesondere die gemäß (4.15) durch das Wigglerfeld selbst induzierte. Aus der Definition (2.56) folgt:

$$\frac{\kappa^2}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{\lambda_W^2}{\Sigma_0} \leq \frac{2\pi}{1 + \beta \cos \vartheta_W} \cdot \frac{1}{\omega_W T} \quad (4.18)$$

Im Maximum der Profilfunktion $g(u_S) = \sin(2u_S - \delta) = 1$ erhalten wir aus (2.62) unter Zuhilfenahme von (4.1), (4.5) und (4.6) eine maximale Verstärkung von

$$g_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\lambda_W^2}{\Sigma_e} \cdot \frac{I}{A} \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_W^2}{\Sigma_0}} \cdot \left(\frac{mc^2}{h \omega_W} \right)^2 \cdot \frac{(2 \sin \vartheta_S \sin \vartheta_W)^2}{1 + \beta \cos \vartheta_W} \cdot \frac{1 + \cos(\vartheta_S + \vartheta_W)}{\delta \cdot \sin \vartheta_W} \quad (4.19)$$

wobei hier $P_0 = 1,37 \cdot 10^{10} \text{ W}$, wie bereits in (4.16) eingeführt wurde. Im Gegensatz zur kollinear-ähnlichen Geometrie darf aber in gewissen Grenzen auch $P \geq P_0$ sein, ohne (4.18) zu verletzen. Ein weiterer Unterschied zu dem

in IV.1.2 behandelten Fall ist in der nichtkollinearen Geometrie auch das explizite Auftreten der Elektronenstrahl- und Wigglerquerschnitte in der Verstärkungsformel (4.19). Für deutlich von Null verschiedene Winkel ϑ_W , die wir wegen der zu diskutierenden Winkelabhängigkeit der Verstärkung anstreben, ist die geometrisch bedingte Wechselwirkungszeit kurz gegen die durch die Rayleighlänge gegebene Dauer T in (4.8). Dies erlaubt, den Wigglerstrahlquerschnitt in der Brennebene, also $\Sigma_W = \Sigma_0$ zu nehmen.

Schließlich teilen wir (4.19) in einen konstanten Faktor g_0

$$g_0 = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{I}{I_A} \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{\lambda_w^2}{\Sigma_e} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_w^2}{\Sigma_0}} \cdot \left(\frac{m c^2}{\hbar \omega_w} \right)^2 \quad (4.20)$$

und in eine von γ und den Winkeln abhängige Funktion f

$$f = \left(\frac{2 \sin \vartheta_s \cdot \sin \vartheta_w}{1 + \beta \cos \vartheta_w} \right)^2 \cdot \frac{1 + \cos(\vartheta_s + \vartheta_w)}{\delta \cdot \sin \vartheta_w} \quad (4.21)$$

die nun optimiert werden soll, auf. Sie ist für verschiedene Werte von γ als Funktion von ϑ_W in Fig. 36 abgebildet. ϑ_s ist hierin vermöge der Re-

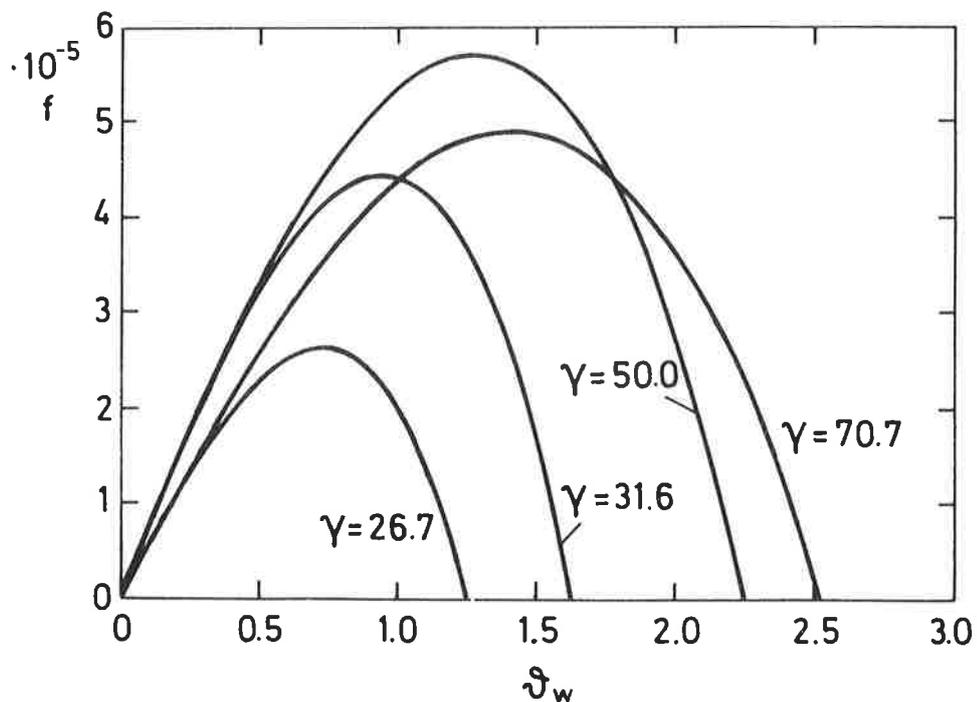


Fig. 36: Winkelfaktor der Verstärkung im komplanaren Comptonlaser bei verschiedenen Elektronenenergien als Funktion des Wigglereinfallswinkels ϑ_W

sonanzbedingung eliminiert!

Man sieht leicht, daß sich für das Wertepaar $\gamma = 50$; $\gamma_W = 1,3 \hat{=} 75^\circ$ ein optimaler Wert von $f_{\max} = 0,58 \cdot 10^{-4}$ ergibt. Für größere γ wird f wegen des Faktors $1/\gamma$ kleiner, für kleinere Werte γ hingegen wird der maximale Streuwinkel ϑ_s bei gleichzeitiger Einengung des zulässigen Bereichs für ϑ_W sehr gering, bis sich schließlich am Minimalwert $4 \cdot \gamma^2 = \omega_s/\omega_W$ die kollineare Geometrie einstellt.

Im konstanten Faktor (4.20) wollen wir folgende Parameter annehmen: $\sqrt{\Sigma_e/\lambda_W^2} = 20$; $\sqrt{\Sigma_o/\lambda_W^2} = 100$; $I = 17$ A und $P = 1$ TW = 10^{12} W. Damit und mit dem maximalen Wert f_{\max} von f ergibt sich schließlich ein Verstärkungskoeffizient von $g_{\max} \cong 4$, was gleichbedeutend mit einer Verstärkung von $\exp(g_{\max}) \cong 50$ ist. Gleichzeitig wissen wir aus der Behandlung des Braggresonators, daß nach einem Rundlauf noch etwa 4 % der ursprünglichen Leistung vorhanden sind, sich also eine effektive Verstärkung von 200 % einstellt. Fazit: Auch bei dem eben vorgestellten Konzept eines nichtkollinearen Comptonlasers im Braggresonator überwiegt die Verstärkung pro Durchgang über die Resonatorverluste!

Abschließend stellen wir nochmal alle wichtigen Parameter dieses Comptonlaservorschlags zusammen (siehe auch Tabelle 2) und überprüfen die Konsistenz der getroffenen Annahmen. Der Wiggler besteht aus einem auf einen Durchmesser von etwa 0,1 mm fokussierten Nd-Glas-Laserpuls. Daraus ergibt sich eine Rayleighzone von $\omega_W T = 4 \pi \Sigma_o/\lambda_W^2 = 1,2 \cdot 10^5$ Wigglerperioden. Dieser Wigglerpuls wird unter einem Winkel $\vartheta_W = 75^\circ$ gegen den Elektronenstrahl gerichtet, was eine Wechselwirkungszone von $\omega_W T = \frac{4 \cdot \sqrt{\pi}}{\sin \vartheta_W} \cdot \sqrt{\Sigma_o/\lambda_W^2} = 736$ Wigglerperioden zur Folge hat. Hier zeigt sich explizit, daß die Wechselwirkung tatsächlich geometrisch und nicht durch Beugung begrenzt ist.

Ein Vergleich der inhomogenen und homogenen Linienbreite zeigt: $\kappa^2/2 = 1,8 \cdot 10^{-3}$ und $\Delta\omega_s/\omega_s = 6,7 \cdot 10^{-3}$, so daß der KWL sicher zutrifft. Der Rückstoßparameter δ ergibt sich zu $\delta = 0,08$, also ist auch die Annahme geringen Rückstoßes gerechtfertigt. Damit ist gezeigt, daß alle Annahmen, die in der endgültigen Verstärkungsformel (4.19) stecken, widerspruchsfrei in dem numerischen Beispiel erfüllbar sind.

IV.2 Diskussion technischer Aspekte

IV.2.1 Der Pumplaser

Bei aller Verschiedenheit der im ersten Abschnitt dieses Kapitels entwickelten Comptonlaserkonzepte für den Röntgenbereich ergeben sich doch sehr ähnliche technische Schwierigkeiten, die nun gemeinsam für die konkreten Parameter beider Vorschläge erörtert werden sollen. Es ist sicher nicht die Aufgabe dieser Arbeit, zu sehr in technische Details zu gehen, vielmehr wird nur gezeigt, daß in beiden Vorschlägen keine utopischen Forderungen an die Realisierbarkeit einzelner Komponenten stecken.

Beginnen wir mit dem Pumplaser, der das Wigglerfeld erzeugen muß. In der kollinearen Geometrie des durchstimmbaren Comptonlasers (Vorschlag I) wurde eine Pulsleistung von $P = P_0 = 14 \text{ GW}$ angenommen. Das klingt sehr hoch, jedoch sind relativ kurze Pulsdauern bereits ausreichend. Nehmen wir als Mindestdauer einen Puls mit Länge einer Rayleighzone, also $L = 2,5 \text{ cm}$ bzw. $T = 0,08 \text{ nsec}$, so ergibt sich eine Pulsenergie von etwa $1,2 \text{ J}$. Dies ist jedenfalls geringer als die Parameter, die der Nd-Glas-Laser, der von Pert et al.²⁷ zur Messung der Verstärkung der Balmer- α -Linie in Kohlenstoff benutzt wurde, erbracht hat.

Für den Vorschlag II des nichtkollinearen Comptonlasers im Braggresonator sind die Anforderungen hinsichtlich Pumpleistung noch weiter hochgeschraubt auf $P = 1 \text{ TW}$, wobei gleichzeitig aber die Pulsdauer noch geringer ausfallen darf. Nehmen wir als Mindestdauer eine Wechselwirkungsperiode, so ergibt sich hierfür $T = 736 \lambda_w / 2\pi c = 0,42 \text{ psec}$. Selbst eine Dauer von $T = 1 \text{ psec}$ ergibt bei der angenommenen Leistung eine Gesamtpulsenergie von nur einem Joule. Terawattlaser sind zwar noch nicht sehr weit verbreitet, jedoch durchaus realisierbar. Hierfür kommen insbesondere CO_2 -Laser, Jodlaser⁸² und Nd-Glas-Laser⁸³ in Frage. Allen drei Systemen ist gemein, daß sie typischerweise längere Pulsdauern von mindestens 1 nsec , 100 psec und 30 psec aufweisen. Da sie aber prinzipiell in der Lage sind, die geforderte Leistung zu erbringen, kann man aus der längeren Pulsdauer nur profitieren, da der Röntgenpuls dann auch entsprechend länger ausfällt. Neben den angeführten Lasern erscheint es auch durchaus möglich, echte Pikosekundenlaser, etwa Farbstofflaser, bis in den Terawattbereich zu treiben. Schließlich kann man auch darüber spekulieren, ob Excimerlaser, die mittlerweile schon

100 J Pulse liefern können, in ihrer Pulsdauer so stark verkürzt oder in der Pulsenergie noch weiter gesteigert werden können, daß auch diese den Terawattbereich erreichen.

Eine weitere wichtige Frage ist die nach der Zuverlässigkeit und der Repetitionsrate dieser Höchstleistungslaser. In beiderlei Hinsicht zeigt der Nd-Glas-Laser gegenüber seinen Konkurrenten derzeit Vorteile, weshalb wir ihn den zwei Röntgenlaserkonzepten für den Wiggler zugrunde gelegt haben. Jedoch liegt die Repetitionsrate selbst unter günstigsten Bedingungen bestenfalls im Millisekundenbereich. Für einen Comptonlaser im Resonator muß aber für jeden Durchgang des Röntgenpulses auch ein Wigglerpuls zur Stelle sein, also wird ein ganzer Pulszug, aus mindestens 20 - 100 Terawattpulsen im Abstand von typischerweise einigen Nanosekunden bestehend, benötigt. Selbst mit viel Optimismus ist eine solche Repetitionsrate in absehbarer Zeit nicht zu verwirklichen.

Es muß aber angemerkt werden, daß der Hauptanteil der Energie des Röntgenlaserpulses nicht aus dem Wiggler sondern aus dem Elektronenstrahl stammt, d.h. der Wigglerpuls wird durch den Comptonprozeß selbst praktisch nicht geschwächt, kann also mehrfach benutzt werden, indem man einen einzigen Puls in einem optischen Resonator möglichst hoher Güte und gleicher Umlaufdauer wie der des Röntgenresonators umlaufen läßt, so daß beide, Pump- und Röntgenlaserpuls, synchron ankommen. Sollte sich dies als unpraktikabel erweisen, besteht noch immer die Möglichkeit, aus dem Nd-Glas-Laserpuls vor den Verstärkerstufen eine Folge von Pikosekundenpulsen, etwa mittels einer Pockelszelle, herauszuschneiden und so den gewünschten Wigglerpuls zu erzeugen. Letztere Möglichkeit ist aber nicht so attraktiv, da sie erstens nicht sehr ökonomisch ist und auch nur eine sehr begrenzte Zahl von Pulsen liefern kann.

IV.2.2 Elektronentransport

Nach dem Laserstrahl wenden wir uns nun dem Elektronenstrahl zu. Wir sehen zunächst von dessen Erzeugungsmöglichkeiten ab und diskutieren einige Fragestellungen im Zusammenhang mit der Elektronenstrahlausbreitung. Bei beiden Vorschlägen fällt auf, daß der Elektronenstrahl sehr stark fokussiert werden muß. Aufgrund der erhöhten Raumladung wird sich der Strahl nicht beliebig lang mit einem so geringen Querschnitt führen lassen, sondern vielmehr

divergieren. Es bleibt abzuschätzen, ob dies erst außerhalb der Wechselwirkungszone zu Buche schlägt, oder ob dadurch die Wechselwirkungsdauer begrenzt wird. In der Nähe der Fokusebene eines Strahls geladener Teilchen in einer als laminar angenommenen Strömung ergibt sich aufgrund der Raumladung ein Radius $r(d)$ als Funktion des Abstands d vom Brennpunkt⁸⁴

$$r(d) = \frac{a_0}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 2 K_e \left(\frac{d}{a_0} \right)^2} \right). \quad (4.22)$$

Hier ist a_0 der Radius des Strahls im Fokus und K_e die sogenannte Perveanz des Elektronenstrahls, die sich im relativistischen Limes zu

$$K_e = \frac{2}{r^3} \cdot \frac{I}{I_A} \quad (4.23)$$

ergibt.

Wegen der Symmetrie des Strahls vor und nach der Wechselwirkungszone reicht es, für d deren halbe Länge zu nehmen, da man günstigerweise die Brennebene in die Mitte des Wigglers legt. Im Vorschlag I nehmen wir folglich, wegen (4.8)

$$d_{max} = \frac{L}{2} = \pi \frac{\Sigma_0}{\Sigma_e} \cdot \frac{a_0^2}{\lambda_w}, \quad (4.24)$$

wobei wir Σ_0 durch $\pi a_0^2 \cdot \Sigma_0 / \Sigma_e$ ersetzt haben. Durch die Zahl der Wigglerperioden N ausgedrückt, ergibt sich für (4.23) eine sehr einfache Formel:

$$\frac{r(L/2)}{a_0} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \pi K_e N \frac{\Sigma_0}{\Sigma_e}} \right).$$

Die Perveanz nimmt in dem konkreten Beispiel einen Wert von $K_e = 1,13 \cdot 10^{-5}$ an, so daß sich mit dem angenommenen Wert von $N = 2,5 \cdot 10^4$ am Ende der Rayleighzone ein Verhältnis der Radien $r(L/2)/a_0 = 1,56$ ergibt, also eine vergleichbare Aufweitung des Elektronenstrahls durch Raumladung mit der beugungsbedingten des Wigglerstrahls von $r_w(L/2)/a_0 = \sqrt{2}$. Somit kommt von der Raumladung keine weitere Einschränkung für den Vorschlag I.

Im Vorschlag II müssen wir von einer Wechselwirkungszeit nach (4.6) ausgehen. Für $L/2$ ergibt sich $\frac{2}{\sin \vartheta_w} \cdot \sqrt{\pi \Sigma_0 / \lambda_w^2}$, womit aus (4.22)

$$\frac{r(L/2)}{a_0} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8 \pi^2}{\sin^2 \vartheta_w} K_e \frac{\Sigma_0}{\Sigma_e}} \right)$$

folgt. Wegen der höheren Elektronenenergie von etwa 25 MeV ergibt sich ein kleinerer Wert für die Perveanz von $K_e = 1,6 \cdot 10^{-8}$. Mit den konkreten Zahlen $\Sigma_0/\Sigma_e = 25$, $\delta_W = 1,3$, die in Vorschlag II angenommen wurden, ergibt sich schließlich für das Verhältnis $r(L/2)/a_0 = 1,00001$, also keine meßbare Aufweitung des Elektronenstrahls innerhalb der Wechselwirkungszone. Raumladung spielt hier aus zwei Gründen keine Rolle: Erstens wird durch die im Vergleich zu Vorschlag I höhere Elektronenenergie der Elektronenstrahl viel steifer, so daß er langsamer auf die Coulombabstoßung reagieren kann, was im vergleichsweise kleineren Wert für die Perveanz zum Ausdruck kommt. Zweitens ist die Wechselwirkungszeit wegen der nichtkollinearen Geometrie viel kürzer.

Zum Abschluß dieses Abschnitts diskutieren wir noch kurz eine weitere Bedingung an die Qualität des Elektronenstrahls, die von der Erhaltung des Phasenraumvolumens gemäß dem Liouville'schen Satz kommt und unter dem Begriff Emittanz zusammengefaßt wird. Beschränken wir uns nur auf die transversale Emittanz, die wir der Einfachheit halber rotationssymmetrisch annehmen und mit ε bezeichnen wollen, so stellt sie einen Zusammenhang zwischen a_0 und dem Konvergenz- bzw. Divergenzwinkel α des Elektronenstrahls her:

$$a_0 = \frac{\varepsilon}{\alpha} \quad (4.25)$$

Damit ein hinreichender Überlapp zwischen Wiggler- und Elektronenstrahl über den gesamten Wechselwirkungsbereich gewährleistet ist, muß gelten:

$$\alpha < \frac{\sqrt{2} \cdot a_0}{L/2} \quad (4.26)$$

was für den Vorschlag I mit $L/2$ aus (4.24) eine Bedingung an die Emittanz von

$$\varepsilon < \frac{\sqrt{2}}{\pi} \lambda_w \quad (4.27)$$

stellt.

Bei einem Nd-Glas-Laser mit $\lambda_w = 1,064 \mu\text{m}$ als Pumplaser ergibt sich eine höchst zulässige Emittanz von $\varepsilon = 0,48 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$, was, wenn auch nicht leicht, erreichbar ist.

Im Vorschlag II stellt wegen der kurzen Wechselwirkungszone die Forderung nach einem vollständigen Überlapp keine starke Einschränkung an die Emittanz. Hier erscheint es aber wegen der empfindlichen Winkelabhängigkeit notwendig zu fordern, daß der Strahlöffnungswinkel α kleiner als der Streuwinkel ϑ_s der gestreuten Strahlung ist. Für die Emittanz bedeutet dies:

$$\varepsilon < a_0 \cdot \vartheta_s \quad (4.28)$$

Mit den konkreten Werten $\vartheta_s = 0,03$ und $a_0 = 11 \lambda_W$ ergibt sich $\varepsilon < 0,36 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$, also eine ähnliche Anforderung wie beim Vorschlag I.

IV.2.3 Elektronenbeschleuniger

Schließlich erörtern wir noch adäquate Beschleunigersysteme zur Erzeugung der gewünschten Elektronenstrahlen, die auch die eben erwähnte Emittanzanforderung erfüllen können.

In der Terminologie der Beschleunigertechnik liegen die angestrebten Energien zwischen 2,5 MeV des Vorschlags I und 25 MeV des Vorschlags II höchstens im Bereich mittlerer Energien. Dort gibt es viele effektive Verfahren, Elektronenstrahlen der gewünschten Qualität herzustellen⁸⁵.

Insbesondere für die niedrigen Energien von einigen MeV, wie im durchstimmbaren Comptonlaser I benötigt, eignet sich ganz hervorragend ein elektrostatischer Van-de-Graaf-Beschleuniger, wie bereits von Elias⁸⁰ vorgeschlagen. Dieser Beschleunigertyp ist durchaus in der Lage, Elektronen eine Energie über 10 MeV mitzugeben. Elektrostatische Beschleuniger haben gegenüber den meisten anderen Systemen den Vorteil, ohne große technische Anstrengung einen sehr energiescharfen Strahl zu produzieren, was im Hinblick auf die Forderung $\Delta\gamma/\gamma = 2 \cdot 10^{-5}$, also eine maximale Unschärfe von etwa 60 eV, eine Schlüsselrolle im Katalog der Forderungen dieses Laserkonzepts spielt. Auch lassen sich Emittanzwerte $\varepsilon < 1 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ selbst für hohe Ströme realisieren⁸⁰.

Die maximal erreichbare Stromstärke hängt weniger vom Beschleuniger als vielmehr von der eigentlichen Elektronenquelle ab. Beim heutigen Stand der Technik stellen Ströme von der Größenordnung 10 A kein Problem dar.

Schließlich soll aber auch ein Nachteil des Van-de-Graaf-Beschleunigers erwähnt werden: Um Pulse zu erzeugen, muß der Strahl moduliert werden, was immer mit einer Vergrößerung der Energiebreite einhergeht, wobei diese umso stärker steigt, je größer das Verhältnis zwischen Pause und Pulsdauer ist. Im Hinblick auf eine typische Resonatorumlaufdauer von einigen Nanosekunden und einer Pulsdauer unter einer Zehntelnanosekunde ist ein synchronisierter Elektronenstrahl aus einem elektrostatischen Beschleuniger praktisch ausgeschlossen. Davon hängt eine Verwirklichung dieses Comptonlaserkonzepts aber nicht ab, da ohne weiteres während der gesamten Verstärkungsphase, also etwa während hundert bis tausend Durchgängen, der Elektronenstrahl eingeschaltet sein kann. Selbst bei einer Gesamtdauer von einer Mikrosekunde beträgt die totale Energie des Elektronenstrahls nur etwa 30 J, was mit der geforderten Unschärfe erreichbar ist.

Für den Comptonlaser im Braggresonator ist die Elektronenenergie von etwa 25 MeV außerhalb des Vermögens elektrostatischer Beschleuniger. Vielmehr bieten sich hierfür RF-Linearbeschleuniger, Zyklotrons und Mikrotrons an. Alle diese Arten weisen prinzipiell bedingt bereits eine Pulsstruktur auf, die sich leicht der Zykluszeit des Comptonlasers anpassen läßt. Die kurze Wechselwirkungsdauer der nichtkollinearen Geometrie des Vorschlags II, aufgrund der sich eine relativ große homogene Linienbreite von etwa $\Delta\omega_s/\omega_s = 6 \cdot 10^{-3}$ einstellt, kommt der Tatsache entgegen, daß die oben aufgeführten Beschleunigertypen üblicherweise höhere relative Energieunschärfen aufweisen. Jedoch ist die Gültigkeit der Voraussetzung für den KWL leicht einzuhalten. Auch die Stromstärke, die zu 17 A angenommen wurde, liegt leicht innerhalb des technisch Realisierbaren.

Schließlich sei noch im Sinne eines Ausblicks auf die spätere Zukunft erwähnt, daß man daran denken könnte, analog zum Wigglerpuls auch die Elektronen für viele Durchgänge zu verwenden. Dazu müßten sie in einem Speicherring in die Wechselwirkungszone zurückgeführt werden. Speicherringe bieten die Vorzüge, daß die Elektronen nicht immer erneut beschleunigt werden müssen, sondern nur die ihnen im Comptonlaser und durch Synchrotronstrahlung entzogenen Verluste wieder zugeführt werden müssen. Allerdings sind Speicherringe bei so niedrigen Elektronenenergien schwer zu kontrollieren, da stabile Longitudinalmoden im Speicherring wesentlich von der Dämpfung durch die Synchrotronstrahlung, die aber wegen der Abhängigkeit γ^4 erst bei höheren Energien wirksam wird, abhängen.

Selbst wenn sich dieses Problem in den Griff bekommen läßt, gibt es von der FEL-Seite noch Schwierigkeiten. Ein Theorem von Madey⁸⁶ besagt nämlich, daß der Elektronenstrahl in einem FEL bei jedem Durchgang eine Erhöhung der Energieunschärfe von der Größe der durchschnittlichen Energieabnahme (spread = recoil) erfährt. Führt man diese Elektronen nach einem Umlauf durch den Speicherring erneut in die Wechselwirkungszone, so stellt sich wegen der möglicherweise höheren inhomogenen Linienbreite eine geringere Verstärkung, die nach wenigen Durchgängen unter die Laserschwelle fallen würde, ein. Der einzige wirksame Mechanismus, der ein ständiges Aufheizen des Elektronenstrahls im FEL verhindern kann, ist die Synchrotronstrahlungsdämpfung. Die damit verbundenen Verluste ergeben in einem Speicherring-FEL im wesentlichen keinen höheren Wirkungsgrad als bei einmaliger Verwendung der Elektronen⁸⁷ im Sättigungsbereich. Dazu kommt noch, daß bei den im Vorschlag II angenommenen Elektronen deren Energie noch zu gering ist, so daß dieser Kühlmechanismus zu langsam ablaufen würde, um mit dem Aufheizprozeß konkurrieren zu können.

Tabelle 2: Parameterliste für die Comptonlaservorschläge

	Vorschlag I	Vorschlag II
Resonator	Oberflächenreflexion auf Silber	Braggbeugung an Germanium
Wiggler	Nd-Glas-Laser	Nd-Glas-Laser
Leistung P	14 GW	1 TW
Pulsdauer T	83 psec	> 1 psec
Fokusbereich d	0,13 mm	0,1 mm
Elektronen		
Energie E	2,5 - 2,76 MeV	25 MeV
Spitzenstrom I	10 A	17 A
Energieunschärfe $\Delta\gamma/\gamma$	$2 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-3}$
Emittanz ε	0,48 mm·mrad	0,36 mm·mrad
Laserwellenlänge λ_s	9 - 11 nm	0,5658 nm

IV.3 Vergleich mit anderen FEL-Röntgenlaservorschlägen

Nachdem im ersten Abschnitt dieses Kapitels zwei konkrete Comptonlaserkonzepte erarbeitet und im zweiten Abschnitt einige Argumente für ihre Realisierbarkeit angeführt wurden, sollen diese beiden Vorschläge nun mit anderen, ebenfalls auf freien Elektronenlaserprozessen beruhenden Röntgenlaservorschlägen verglichen werden. Die allgemeinen Vorzüge des FEL gegenüber den in Kapitel I vorgestellten übrigen Röntgenlaserkonzepten, wie Durchstimbarkeit, klare, theoretisch überschaubare Verhältnisse, sowie das Fehlen von Störprozessen sind bereits angeklungen.

Innerhalb des Gebiets der freien Elektronenlaser führen mehrere Möglichkeiten eventuell zu kurzweiliger Ausgangsstrahlung. Unter den ernsthaft zu erwägenden Alternativen zum Comptonlaser sollen hier noch drei weitere Vorschläge kurz besprochen werden: Eine Skalierung des magnetischen FEL zu kurzen Wellenlängen^{88,89}; ein Konzept, das auf dem Prinzip des transversen, optischen Klystrons beruht und erstmals von Coisson und De Martini⁹⁰ zur Erzeugung von UV-Strahlung vorgeschlagen wurde; ein weiterer Vorschlag zur kohärenten Comptonstreuung im Bereich hochenergetischer Röntgenstrahlung von Bertolotti und Sibilìa⁹¹.

Die theoretischen Modelle zur Beschreibung konventioneller, magnetischer FEL weisen gegenüber denen des Comptonlasers nur geringfügige Unterschiede auf. Es erscheint aber nötig, zunächst einige allgemeine Bemerkungen zur Wechselwirkungsgeometrie bei dieser Art freien Elektronenlasers zu machen. Wegen der Weizsäcker-Williams-Näherung, die in (2.8) zum Ausdruck kommt und bedingt, daß die Wigglerpseudophotonen den Elektronen immer genau entgegengerichtet sind, ist eine echt komplanare Geometrie ausgeschlossen. Auch ist es nicht sinnvoll, im Hinblick auf die zu erwartenden großen Wigglerlängen einen Winkel ϑ_s zwischen Elektronen und gestreuter Strahlung anzunehmen, so daß wir also von einer kollinearen Geometrie ausgehen können.

Bezüglich konkreter Zahlen ergeben sich auch bedeutende Unterschiede zum Comptonlaser. Dies betrifft sowohl die Wigglerperioden λ_w , die hier, technisch bedingt, mindestens von der Größenordnung einiger Zentimeter sind, und folglich auch die Wechselwirkungslänge, als auch die erforderlichen Elektronenenergien. In der Resonanzbedingung

$$\frac{\lambda_s}{\lambda_w} = \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{\kappa^2}{2} \right) \quad (4.29)$$

muß nun der Term $\kappa^2/2$, der wegen der relativ langen Wigglerperioden bereits bei Feldstärken von etwa $B = 1$ T Werte größer Eins annehmen kann, mit berücksichtigt werden. Bei einer Wigglerperiode von $\lambda_w = 3$ cm und einem Wigglerparameter $\kappa^2 = 3$ benötigt man Elektronen einer Energie von etwa 1 GeV, um Röntgenstrahlung einer Wellenlänge von $\lambda_s = 10$ nm zu erzeugen. Dies stellt zwar sicher keine prinzipielle Schwierigkeit dar, da dies für Speicherringe ein typischer Energiewert ist. Auch noch kürzere Wellenlängen kommen mit Elektronen im Multi-GeV-Bereich aufgrund der Resonanzbedingung (4.29) ohne weiteres mit den heute zur Verfügung stehenden Speicherringen, die sich bis zu 22.5 GeV bei Desy erstrecken, in den Bereich des Möglichen.

Die bei rein magnetischen Röntgen-FEL-Konzepten vorherrschende hohe Elektronenenergieanforderung zieht etliche Unterschiede zum Comptonlaser nach sich. Zum einen ergeben sich als Vorteil, daß wegen der relativ hohen, absoluten Energieunschärfe der Elektronen von einigen 100 keV der Rückstoß selbst in einem Röntgenlaser im Angströmbereich, also bei Photonenenergien von einigen keV, noch keine Rolle spielt, was die übliche Verstärkungsformel (2.59) für den KWL bzw. (2.68) für den LWL anzuwenden erlaubt. Auch spielen Raumladungsbegrenzungen bei den hohen Werten für γ wegen der Abhängigkeit γ^{-3} der Perveanz selbst bei langen Wechselwirkungszonen keine Rolle.

Jedoch werden wir sehen, daß sich die höheren Werte für γ negativ auf die Verstärkung auswirken. Diese ergibt sich nämlich im KWL unter der Annahme eines optimalen Strahlungsquerschnitts $\Sigma = \lambda_s \lambda_w N / \sqrt{3}$ für Elektronen- und Röntgenstrahl, für den ein beugungsbegrenztes, Gauß'sches Profil angenommen wird (beachte: das Wigglerfeld unterliegt hier keiner Beugungserscheinung!), zu

$$g_{\max} = 2,166 \cdot 10^{-3} [A^{-1}] \cdot \frac{\kappa^2}{1+\kappa^2} \cdot \frac{N^2 I}{\sigma} \quad (4.30)$$

In dieser günstigsten Variante fällt die Verstärkung schon wie $1/\gamma$ ab, verzichtet man auf die sehr optimistische Annahme eines beugungsbegrenzten Röntgenstrahls, so ergibt sich sogar eine $1/\gamma^3$ Abhängigkeit. Auf der Basis dieser Verstärkungsformel kann man Bedingungen abschätzen, unter denen

ein konventioneller, magnetischer freier Elektronenlaser noch bei kurzen Wellenlängen arbeitet. Madey⁸⁸ kommt zu dem Schluß, daß ein 1 GeV Elektronenstrahl, der zu einer Laseraktivität bei $\lambda_s = 10$ nm führen würde, für eine Verstärkung um den Faktor Drei Stromstärken von $I = 270$ A benötigt. Dabei wurde für den Wiggler eine Länge von 20 m zugrundegelegt. Dieser Vorschlag setzt allerdings eine Emittanz von $1,7 \cdot 10^{-2} \pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ über die gesamte Wigglerlänge voraus.

Bei noch kürzeren Wellenlängen ergeben sich entsprechend höhere Anforderungen. So sieht ein Modell von Gea-Banachloche, Moore und Scully⁸⁹ für einen 5 Å-Röntgen-FEL einen Wiggler mit einer Länge von $L = 276$ m vor, in dem ein Strahl von 3,55 GeV Elektronen mit einer Stromstärke von $I = 10$ A und einem Querschnitt von $0,16 \text{ mm}^2$ läuft. Es wird darauf verwiesen, daß sich wegen der hochenergetischen Synchrotronstrahlung in einem Speicherring eine zu große Energieunschärfe einstellen würde, so daß als Quelle des Elektronenstrahls nur ein Linearbeschleuniger mit einmaliger Verwendung der Elektronen möglich ist. Die Emittanz wurde zu $\varepsilon = 0,06 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$, dem experimentellen Wert des Stanford Linearbeschleunigers⁴⁹, angenommen. Es ist interessant, daß die Wechselwirkungslänge nicht durch eine Aufweitung des Elektronenstrahls wegen der Coulombabstoßung, sondern durch die Beugung des Röntgenstrahls begrenzt ist. Schließlich sei erwähnt, daß dieser Vorschlag als Verstärker von Spontanemission konzipiert ist, so daß sich nur eine geringe Kohärenzlänge von etwa $4 \mu\text{m}$ ergibt.

Zusammenfassend zeigt sich also, daß konventionelle FEL im Röntgenbereich möglich sind, wenngleich sie auch im Vergleich zum Comptonlaser einige Unannehmlichkeiten, die ganz wesentlich mit der größeren Wigglerperiode λ_w zusammenhängen, aufweisen. Von Bedeutung sind hier insbesondere die höhere Elektronenenergie und die wesentlich längeren Wechselwirkungslängen.

In einem weiteren Vorschlag⁹⁰ zur Erzeugung kurzweiliger Strahlung mit Hilfe freier Elektronen fungieren diese nur als eine Art nichtlineares Medium zur Frequenzvervielfachung einer kohärenten Strahlung. Konkret schickt man einen Laserstrahl, dessen Harmonische erzeugt werden sollen, axial durch einen zweistufigen, magnetischen FEL mit linear polarisiertem Wigglerfeld, dessen Ausgangsfrequenz mit der des Lasers übereinstimmt. In der ersten FEL-Stufe wird der Elektronenstrahl periodisch im Abstand der

Laserwellenlänge dichtemoduliert. Wegen der linearen Polarisation des Wigglerfeldes enthält diese Modulation auch die ungeraden Oberwellen von λ_s . Die sich anschließende Driftstrecke ist durch ihre Länge so ausgelegt, daß sie den Elektronenstrahl in den zweiten Wiggler entläßt, wenn die Komponente der gewünschten Oberwelle gerade optimal ausgebildet ist. In der zweiten Wigglerzone, die identisch mit der ersten sein muß, wird nun mit Präferenz die höhere harmonische Welle verstärkt. Im wesentlichen fungieren die Elektronen und die clevere Anordnung der zwei Wiggler nur als resonante Frequenzumwandler des kollinear eingestreuerten Laserlichts in eine selektierte Oberwelle.

Der konkrete Vorschlag⁹⁰ des CORSCAT (Coherent relativistic scatterer) benützt einen frequenzverdoppelten Nd-Glas-Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda_s = 532$ nm, dessen dreifache Frequenz, also $\lambda = 177$ nm, in einem Wiggler zu je 8 Magneten im Abstand von $\lambda_w = 11,6$ cm mit Hilfe von Elektronen der Energie $E = 0,6$ GeV erzeugt wird. Bei einer Intensität des Impflasers von 331 MW/mm^2 wird eine Leistung der dritten Harmonischen von etwa 6 kW erwartet. Auch scheint es möglich, noch höhere Oberwellen auszuwählen und eventuell sogar von noch kurzwelligerer Strahlung auszugehen. Neben dem offensichtlichen Nachteil eines relativ hohen Aufwands schlägt hier aber zu Buche, daß die frequenztransformierte Strahlung dieselbe Kohärenz wie die Grundwelle aufweist.

Ein letzter Vorschlag⁹¹, kohärente, hochenergetische Strahlung mittels freier Elektronen zu erzeugen, ähnelt dem Konzept des Comptonlasers am stärksten. Im Gegensatz zu diesem wird hierbei aber von zwei gekreuzten Laserstrahlen ein Interferenzmuster aufgebaut, in das ein Strahl relativistischer Elektronen geschickt wird. Im Elektronenruhesystem soll sich ein stabiles, ruhendes System von Interferenzstreifen bilden, was eine Bedingung an Frequenz und Einfallswinkel der beiden Laserstrahlen stellt. Im ERS betrachten die Autoren dann Rückstreuung, die im LS zu entsprechend hochenergetischen Photonen führt. Im ERS können sich aber nur gestreute Photonen, die sich in Phase mit dem Interferenzmuster ausbreiten, durchsetzen, weshalb auch in dieser Anordnung eine kohärente Strahlung mit einer Kohärenzlänge von $N \cdot \lambda_s$, wobei N die Zahl der Interferenzstreifen ist, erwartet wird.

In einem Vergleich zwischen den bereits gemessenen, spontan gestreuten Photonen eines Argonlasers mit einer Leistung von $P = 250 \text{ W}$ an den 1,5 GeV-Elektronen des Speicherrings ADONE, die eine Rate von $10^5 - 10^7$ Photonen/sec ergeben haben, wird von der neuen Streugeometrie eine Rate von $10^9 - 10^{10}$ Photonen/sec unter sonst unveränderten Bedingungen erwartet.

Allerdings erscheint bei einer Verstärkung von $G = 5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^{-1}$, die die Autoren selbst angeben, etwas zweifelhaft, ob diese Werte konsistent sind, insbesondere, ob die Ausgangsstrahlung wirklich die behauptete Kohärenz aufweist.

Schlußbemerkung

Zum Abschluß dieser Arbeit blicken wir noch einmal zurück auf das weite Feld an Fragestellungen, die in Zusammenhang mit der Verwirklichung eines brauchbaren Röntgenlaserkonzeptes angesprochen wurden.

Alle bisherigen Röntgenlaservorschläge, die auf der Inversion eines elektronischen Zustands in einem Ion, einer Innerschalenanregung oder eines Kernzustandes beruhen, sind in ihrer möglichen Ausgangsfrequenz durch den angestrebten Übergang festgelegt, also nicht durchstimmbare. Andererseits ist die Möglichkeit leistungsfähiger Resonatoren für Röntgenstrahlung sehr begrenzt, wobei bei Wellenlängen unter etwa 10 nm nur noch Braggresonatoren in Frage kommen. Die dafür typische, extrem enge Reflektivitätskurve macht zufällige Koinzidenzen von optimalen Frequenzen effektiver Resonatoren mit dem Strahlungsmaximum eines möglichen Festfrequenzlasers im Röntgenbereich ziemlich unwahrscheinlich. Natürlich lassen sich genügend Koinzidenzen von atomaren Linien und Resonanzwellenlängen beliebiger Resonatormaterialien finden, jedoch hat man bei beiden angesichts der vielfältigen Schwierigkeiten das Hauptaugenmerk auf die wirklich erfolgversprechendsten Kandidaten zu richten.

Vorläufig begnügt man sich deshalb noch mit Lasern, die auf verstärkte Spontanemission beruhen, d.h. der zu verstärkende Laserpuls durchläuft das aktive Medium nur einmal. Darüberhinaus ist wegen der hohen Pumpleistungsanforderungen ein mehrmaliger Durchgang nur schwer realisierbar; zum einen weil man die nötige Pumpenergie nicht aufzubringen vermag, weil in den meisten Fällen das Lasermedium durch den Pump- und anschließenden Laserprozeß zerstört wird.

In vielerlei Hinsicht bieten freie Elektronenlaser einen Ausweg aus den geschilderten Problemen. Die freie Durchstimbarkeit über einen weiten Bereich erlaubt ohne Schwierigkeiten den Einsatz von optimalen Resonatoren.

Das Lasermedium ist ein Strahl freier Elektronen, in dem die Anregungsenergie, die in Form von kinetischer Energie vorliegt, während beliebig langer Zeiten gespeichert und beliebig abgerufen werden kann. Das Lasermedium wird mit hoher Geschwindigkeit ausgetauscht und erlaubt so viele Durchgänge des Laserstrahls durch den Verstärker.

Aus allen diesen Vorteilen haben wir in den zwei Vorschlägen für Röntgen-comptonlaser, die in dieser Arbeit vorgestellt wurden, profitiert. Die entsprechenden Wellenlängenbereiche sind durch den jeweiligen Resonator diktiert. Für Oberflächenreflexion bei streifendem Einfall dominieren Wellenlängen um 10 nm, die in einer kollinearen Wechselwirkungsgeometrie eines Comptonlasers noch ausreichende Verstärkung ergeben.

Da Braggresonatoren erst bei deutlich kürzeren Wellenlängen eingesetzt werden können, ist es schwierig, in einer kollinearen Geometrie eine Verstärkung zu erreichen, die die Verluste kompensieren kann. Doch bietet speziell der Comptonlaser hinreichend Flexibilität einer nichtkollinearen Geometrie zwischen Wiggler-, Elektronen- und Laserpuls. Diese erlaubt wegen der stärkeren $A \cdot p$ -Wechselwirkung unter der Annahme einer Verstimmung der Laserwellenlänge von der Resonanzwellenlänge, die schon in der üblichen FEL-Theorie eine notwendige Voraussetzung für Verstärkung ist, eine Erhöhung der Verstärkung. Dies gilt sogar noch bei der geometrisch bedingten, viel kürzeren Wechselwirkungsdauer, so daß ein Comptonlaser im Resonator auch noch im Bereich einiger Ångström möglich scheint.

Comptonlaser bieten auch gegenüber anderen freien Elektronenlasern ganz entscheidende technische Vorteile, die u.a. in einer wesentlich kürzeren Wechselwirkungszone von wenigen Zentimetern oder sogar noch weniger im Gegensatz zu etlichen Zehn bis Hundert Metern (!) und in wesentlich niedrigeren Elektronenenergien von einigen MeV im Vergleich zu GeV zum Ausdruck kommen.

Natürlich ist es nötig, vor einer Realisierung von Comptonlasern, die auf den hier vorgestellten Vorschlägen aufbauen, noch weitere detaillierte Rechnungen durchzuführen. Es wurde zwar gezeigt, daß sich im Rahmen der diskutierten Grenzfälle konsistente und auch technisch erreichbare Parameter für alle Systemkomponenten ergeben. Allerdings sind eventuell noch realistischere Rechnungen, die z.B. nicht nur ebene Wellen, sondern auch Wellenpakete mit dem entsprechenden Transversalprofil für das Wigglerfeld enthalten. Auch ist die Annahme eines parallelen Elektronenstrahls eventuell zu optimistisch. Alles in allem sollten jedoch hiervon keine bedeutenden Änderungen mehr kommen. Ein mögliches Röntgenlasersystem rechtfertigt jedenfalls Anstrengungen in dieser Richtung, zumal wenn es mit so vielen Vorzügen gegenüber Konkurrenten ausgezeichnet ist wie der Comptonlaser.

An dieser Stelle erscheint dem Autor noch eine persönliche Bemerkung angebracht. Wie im Laufe der Arbeit zu erfahren war, besteht auch reges militärisches Interesse an Röntgenlasern, insbesondere im Bereich einiger Angström, um ein Atombombenabwehrsystem aufzubauen. Dieser defensiv klingende Plan entpuppt sich aber wegen des Hintergedankens an eine Erstschlagkapazität, die erst durch die eigene Unverwundbarkeit ermöglicht wird, als reine Offensivstrategie. Der Autor bedauert diese Anwendung aufs äußerste und möchte seine Hoffnung zum Ausdruck bringen, daß ein auf den hier getroffenen Vorschlägen beruhendes Lasersystem nie zu solchen Zwecken mißbraucht werden kann!

Danksagung

Im Zusammenhang mit der Fertigstellung dieser Arbeit bin ich vielen Personen zu Dank verpflichtet. Das eigentliche Thema ergab sich aus zahlreichen Diskussionen mit Dr. Kristian Hohla, Dr. Pierre Meystre und Prof. Marlan Scully, denen hier dafür gedankt sei. Insbesondere und vor allem gilt mein Dank Dr. Pierre Meystre für seine fortwährende Betreuung und konstruktive Kritik an der Ausführung des Manuskripts.

Prof. Helmut Salecker übernahm freundlicherweise kurzfristig die Begutachtung und ermöglichte so ein den Regeln entsprechendes Dissertationsverfahren.

Prof. Herbert Walther danke ich dafür, mir im Rahmen meiner Stellung als Doktorand überdurchschnittliche Reisemöglichkeiten, die mir im Hinblick auf diese Arbeit wertvolle Kontakte eröffneten, eingeräumt zu haben.

Meinen Kollegen Dr. Janos Bergou, Angela Guzman de Garcia, Wolfgang Schleich und Rainer Schlicher und ganz besonders Jason Gallas, der während der letzten drei Jahre das Büro mit mir teilte, danke ich für das freundschaftliche Verhältnis in der Gruppe und die Diskussionen, die weit über die Arbeit des Einzelnen hinausführten und zu einer wesentlichen, persönlichen Bereicherung beitrugen.

Weitere Beiträge zu der vorliegenden Arbeit stammten von: Dr. Wilhelm Becker, Julio Gea-Banacloche, Dr. Jack McIver und Dr. Gerry Moore von der University of New Mexico, Albuquerque und Dr. Michail Fedorov vom Lebedev Institut für Physik, Moskau, zu speziellen FEL-Fragen; Dr. Ernst Fill und Dr. Klaus Witte zu Fragen über Röntgen- und Hochleistungslaser; Dr. Jan Krüger und Dr. Ekkehard Pfeiffer vom Städtischen Krankenhaus Traunstein zu medizinischen Anwendungen von Röntgenlasern.

Weiter danke ich auch Frau Josefine Pfister für die sorgfältige Ausführung der Zeichnungen.

Schließlich gilt meiner Frau Gerlinde besonderer Dank für die Geduld und Rücksichtnahme, die sie speziell während der letzten Phase vor Vollendung der Arbeit aufgebracht hat.

Referenzen

1. W.E. Lamb, Jr. Phys. Rev. A6 (1964) 1429
2. M. Sargent III, M.O. Scully und W.E. Lamb, Jr., Laser Physics (Addison-Wesley, Massachusetts, 1974)
3. G.I. Peters, L.Allen, J. Phys. A 4 (1971) 238
4. L. Allen und G.I. Peters, J. Phys. A 4 (1971) 377
5. L.I. Schiff, Quantum Mechanics (Mc Graw-Hill, New York, 1968)
6. M.A. Duguay, Laser Focus (Nov. 1973) 41
7. J.D. Shipman, Jr., Appl. Phys. Lett. 10 (1967) 3
8. R.A. Mc Corkle und J.M. Joyce, Phys. Rev. A10 (1974) 903
9. W.H. Louisell, M.O. Scully und W.B. Mc Knight, Phys. Rev. A11 (1975) 989
10. F.A. Hopf, P. Meystre, M.O. Scully und J.F. Seely, Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 511
11. R.W. Waynant und R.C. Elton, IEEE 64 (1976) 1059
12. R.W. Waynant, Appl. Phys. Lett. 22 (1973) 419
13. H.H. Fleischmann, Physics Today 28 (May 1975) 35
14. T.H. Martin, J.P. Van Devender, G.W. Barr, S.A. Goldstein, R.A. White, J.F. Seamen, Proceedings of the 1981 Particle Accelerator Conference, Accelerator Engineering and Technology, IEEE NS-28 (1981) 3365
15. R.T. Hodson und R.W. Dreyfus, Phys. Rev. Lett. (1972) 536
16. X-ray laser demonstrated in Livermore experiments, Laser Focus (April 1981) 4
17. C.K. Rhodes, IEEE QE-10 (1974) 153
18. H.Egger, H. Pummer und C.K. Rhodes, Laser Focus (June 1982) 59
19. A.G. Molchanov, Sov. Phys. Uspekhi 15 (1972) 124
20. L.J. Palumbo und R.C. Elton, J. Opt. Soc. Am. 67 (1977) 480
21. L.I. Gudzenko und L.A. Shelepin, Sov. Phys. Doklady 10 (1966) 147
22. G.J. Pert, Proceedings 1st National Quantum Electronics Conference, Manchester (1973)
23. S. Slutz, G. Zimmermann, W. Lokke, G. Chapline und L. Wood, Bull. Am. Phys. Soc. 17 (1973) 972
24. G.J. Pert, J. Phys. B 9 (1976) 3301
25. G.J. Pert, J. Phys. B 12 (1979) 2067
26. R.J. Dewhurst, D. Jacoby, G.J. Pert und S.A. Ramsden, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 1265
27. D. Jacoby, G.J. Pert, S.A. Ramsden, L.D. Shorrock und G.J. Tallents, Opt. Comm. 37 (1981) 193
28. G.J. Pert und G.J. Tallents, J. Phys. B 14 (1981) 1525
29. T. Srinivasan, H. Egger, T.S. Luk, H. Pummer und C.K. Rhodes, Laser Spectroscopy VI, Hrg. H.P. Weber und W. Lüthy (Springer, Berlin, 1983) 385

30. M.A. Duguay und P.M. Rentzepis, Appl. Phys. Lett. 10 (1967) 350
31. Yu.L. Stankevich, Sov. Phys. Doklady 15 (1970) 356
32. V.A. Bhagavatula, IEEE QE-16 (1980) 603
33. S.E. Harris, Opt. Lett. 5 (1980) 1
34. J.E. Rothenberg und S.E. Harris, IEEE QE-17 (1981) 418
35. J.S. Helman, C. Rau und C.F. Bunge, Phys. Rev. A27 (1983) 562
36. T. Mayer-Kuckuck, Physik der Atomkerne (Teubner, Stuttgart, 1974)
37. L.A. Rivlin, Sowjetische Patentanmeldung 709414, Januar 1961 und 710508, April 1961
38. V. Vali und W. Vali, Proc. IEEE 51 (1963) 182
39. G.C. Baldwin, J.P. Neissel und L. Tonks, Proc. IEEE 51 (1963) 1247
40. G.C. Baldwin, Phys. Rep. 87 (1982) 1
41. G.C. Baldwin, J.C. Solem und V.I. Gol'danskii, Rev. Mod. Phys. 53 (1981) 687
42. P. Sprangle und V.L. Granatstein, Appl. Phys. Lett. 25 (1974) 377
43. S.H. Gold, R.H. Jackson, R.K. Parker, H.P. Freund, V.L. Granatstein, P.C. Efthimion, M. Herndon und A.K. Kinkead, Physics of Quantum Electronics, Vol. IX, Hrg. S.F. Jacobs et al. (Addison-Wesley, Reading, 1982) 741
44. F.R. Arutyunian und V.A. Tumanian, Phys. Lett. 4 (1963) 176
45. R.H. Milburn, Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 75
46. R.H. Pantell, G. Soncini und H.E. Puthoff, IEEE QE-4 (1968) 905
47. J.M.J. Madey, J. Appl. Phys. 42 (1971) 1906
48. L.R. Elias, W.M. Fairbank, J.M.J. Madey, H.A. Schwettman und T.I. Smith, Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 717
49. D.A.G. Deacon, L.R. Elias, J.M.J. Madey, G.J. Ramian, H.A. Schwettman und T.I. Smith, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 892
50. H. Winick, G. Brown, K. Halbach und J. Harris, Physics Today (May 1981) 50
51. S.Y. Park, J.M. Baird, R.A. Smith und J.L. Hirshfield, J. Appl. Phys. 53 (1982) 1320
52. L.D. Landau und E.M. Lifschitz, Klassische Feldtheorie (Akademie-Verlag, Berlin, 1977)
53. V.B. Berestetskii, E.M. Lifshitz und L.P. Pitaevskii, Quantum Electrodynamics (Pergamon Press, Oxford, 1982)
54. W. Becker und M.S. Zubairy, Phys. Rev. A25 (1982) 2200
55. W. Becker und J.K. Mc Iver, Phys. Rev. A27 (1983) 1030
56. V.P. Sukhatme und P.A. Wolff, J. Appl. Phys. 44 (1973) 2331
57. I. Berson und J. Valdmanis, J. Math. Phys. 14 (1973) 1481
58. A. Bambini, A. Renieri und S. Stenholm, Phys. Rev. A19 (1979) 2013
59. M.V. Fedorov und J.K. Mc Iver, Opt. Comm. 32 (1980) 179

60. M.V. Fedorov, Prog. Quant. Electr. 7 (1981) 73
61. Ya.B. Zeldovich, JETP 24 (1967) 1006
62. V.I. Ritus, JETP 24 (1967) 1041
63. F.A. Hopf, P. Meystre und M.O. Scully, Opt. Comm. 18 (1976) 413
64. P. Dobiasch, K.L. Hohla und P. Meystre, Opt. Las. Eng. 4 (1982) 91
65. R.F. Streater und A.S. Wightman, Die Prinzipien der Quantenfeldtheorie (Bibliographisches Institut, Mannheim, 1969)
66. J.D. Björken und S.D. Drell, Relativistische Quantenmechanik (Bibliographisches Institut, Mannheim, 1966)
67. D.F. Zaretskii, E.A. Nersesov und M.V. Fedorov, JETP 53 (1981) 508
68. W. Magnus, F. Oberhettinger und R.P. Soni, Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics (Springer, Berlin Heidelberg New York, 1966)
69. M. Born und E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1964)
70. A.H. Compton und S.K. Allison, X-Rays in Theory and Experiment (Van Nostrand, Princeton, 1935)
71. A.V. Vinogradov, I.V. Koschevnikov und A.V. Popov, Opt. Comm. 47 (1983) 361
72. B. Okkerse, Philips Res. Repts. 18 (1963) 413
73. B.D. Cullity, Elements of X-Ray Diffraction (Addison-Wesley, Massachusetts, 1956)
74. R.D. Deslattes, Appl. Phys. Lett. 12 (1968) 133
75. W.L. Bond, M.A. Duguay und Rentzepis, Appl. Phys. Lett. 10 (1967) 216
76. E. Spiller, Appl. Phys. Lett. 20 (1972) 365
77. P. Lee, Opt. Comm. 37 (1981) 159
78. S.V. Gaponov, F.V. Garin, S.L. Gusev, A.V. Kochemasov, Yu.Ya. Platonov, N.N. Salashchenko und E.S. Gluskin, Nucl. Instr. Meth. 208 (1983) 227
79. A. Yariv, Quantum Electronics (Wiley & Sons, New York, 1975)
80. L.R. Elias, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 977
81. P. Dobiasch, P. Meystre und M.O. Scully, IEEE QE-
82. G. Brederlow, E. Fill und K.J. Witte, The High-Power Jodine Laser (Springer, Berlin, 1983)
83. D.C. Brown, High-Peak-Power Nd-Glass Laser Systems (Springer, Berlin, 1981)
84. J.D. Lawson, The Physics of charged-particle Beams (Clarendon, Oxford, 1977)
85. H. Daniel, Beschleuniger (Teubner, Stuttgart, 1974)
86. J.M.J. Madey, Nuov. Cim. 50 B (1979) 64
87. A. Renieri, Nuov. Cim. 35 B (1979) 160
88. J.M.J. Madey, Treffen über Free Electron Generation of Extreme Ultraviolet Coherent Radiation, Brookhaven, 19.-22.9. 1983
89. J. Gea-Banacloche, G.T. Moore und M.O. Scully, Treffen wie in Ref. 88

90. R. Coisson und F. De Martini, Physics of Quantum Electronics, Vol. IX,
Hrg. S.F. Jacobs et al. (Addison-Wesley, Reading, 1982) 939
91. M. Bertolotti und C. Sibilìa, Phys. Rev. A26 (1982) 3187