

**Kontrolle der interatomaren Wechselwirkung mit
einer FESHBACH-Resonanz in einem
BOSE-EINSTEIN-Kondensat aus ^{87}Rb**

Diplomarbeit

vorgelegt von

Sebastian Ernst

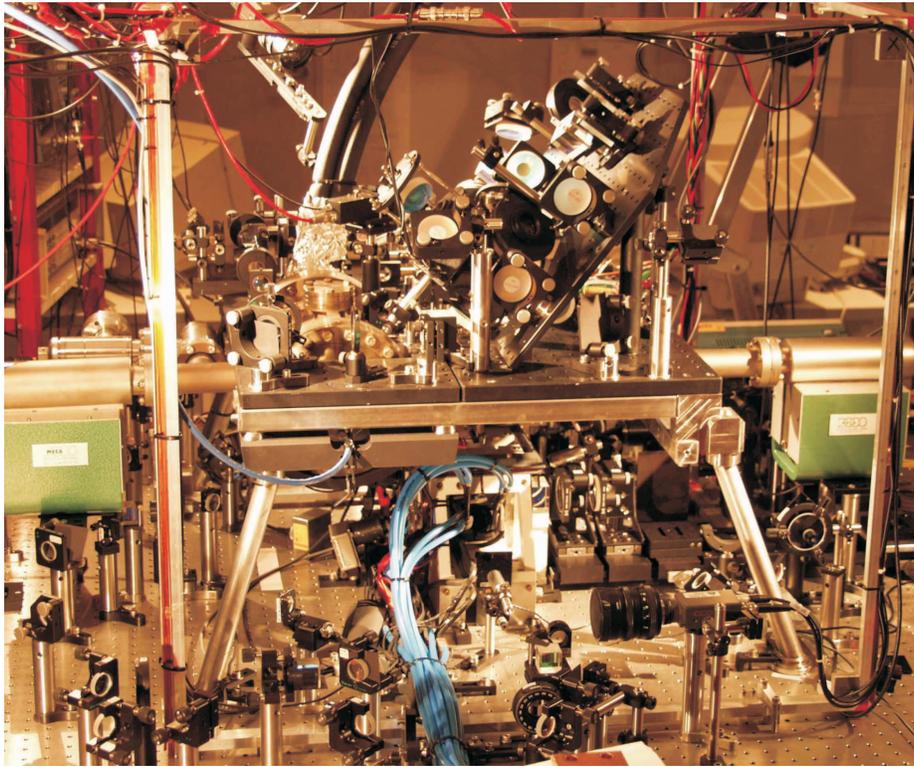
im Juni 2003



Prof. Dr. G. Rempe
Max-Planck-Institut für Quantenoptik
Abteilung Quantendynamik

und

Prof. Dr. G. Nimtz
II. Physikalisches Institut
Universität zu Köln



„Not all who wander are lost.“

– J.R.R. TOLKIEN

Zusammenfassung

Seit der erstmaligen experimentellen Realisierung im Jahr 1995 haben sich die BOSE–EINSTEIN–Kondensate in verdünnten ultrakalten Gasen zu einem wichtigen Modellsystem der Quantenphysik entwickelt. Die interatomare Wechselwirkung bestimmt die Eigenschaften der Kondensate und ist für eine Vielzahl der beobachteten Phänomene verantwortlich. Ein Schwerpunkt der aktuellen Forschung auf diesem Gebiet ist die Kontrolle der interatomaren Wechselwirkung mit magnetisch induzierten FESHBACH–Resonanzen.

Die interatomare Wechselwirkung wird im Grenzfall extrem kleiner Temperatur im wesentlichen durch einen einzigen Parameter, die elastische Streulänge, beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit konnte die Variation der elastischen Streulänge in der Nähe einer FESHBACH–Resonanz zum ersten Mal bei Stößen zwischen Atomen des Isotops Rubidium 87 gemessen werden. Der Verlauf der elastischen Streulänge als Funktion des äußeren Magnetfeldes wurde aus der Expansionsdynamik eines BOSE–EINSTEIN–Kondensates gewonnen.

Rubidium 87 zeichnet sich im Vergleich zu den anderen Alkali–Metallen durch extrem schmale FESHBACH–Resonanzen aus. Für eine der breitesten Resonanzen, bei 1007 G, wurde hier eine Breite von 200 mG gemessen. Trotz der damit verbundenen großen experimentellen Anforderungen konnte die kontrollierte Variation der elastischen Streulänge über einen großen Bereich demonstriert werden. Damit eröffnet sich für die weltweit über 35 BEC–Experimente, in denen das Isotop Rubidium 87 eingesetzt wird, ein enormes Anwendungspotential.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen der BOSE–EINSTEIN–Kondensation	4
2.1	Kritische Phasenraumdichte	4
2.2	Kondensat–Wellenfunktion	5
2.3	Signatur eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats	7
3	Streutheorie im Niederenergie–Limes	10
3.1	Grundbegriffe	10
3.2	Partialwellenmethode	11
3.3	s –Wellenstreuung	14
4	FESHBACH–Resonanzen	16
4.1	Heuristische Beschreibung	16
4.2	Magnetisch induzierte FESHBACH–Resonanzen	18
5	Experimentelle Methoden und Aufbau	24
5.1	Erzeugung eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats	24
5.1.1	Doppel–MOT–System	24

5.1.2	Spinpräparation durch optisches Pumpen	29
5.1.3	Magnetische Speicherung	30
5.1.4	Verdampfungskühlung	33
5.1.5	Phasenübergang	34
5.1.6	Abbildungssystem	35
5.1.7	Verlustmechanismen und Lebensdauer	37
5.2	Erzeugung homogener Magnetfelder	37
5.3	Aufbau und Charakterisierung einer gekreuzten Dipolfalle	38
5.4	Experimenteller Zyklus	42
6	Ergebnisse	44
6.1	Inelastische Verluste nahe einer FESHBACH-Resonanz	44
6.2	Charakterisierung der elastischen Streueigenschaften	47
7	Ausblick	53
	Anhang	54
A	Bestimmung der Streulänge aus der Expansion eines BEC	54
	Literaturverzeichnis	57
	Danksagung	63

Kapitel 1

Einleitung

Die BOSE–EINSTEIN–Kondensation. 1924 veröffentlichte S.N. BOSE den Aufsatz *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese* [1], in dem er die BOSE–Statistik auf Photonen anwandte und damit das PLANCKsche Strahlungsgesetz herleitete. Im gleichen Jahr übertrug A. EINSTEIN diese Statistik auf das ideale Gas [2, 3] und postulierte dabei den Effekt der BOSE–EINSTEIN–Kondensation: Unter geeigneten Bedingungen kann ein makroskopischer Anteil eines Ensembles von Bosonen, also Teilchen mit ganzzahligem Drehimpuls, gemeinsam den Grundzustand des Systems besetzen.

Die experimentelle Realisierung der BOSE–EINSTEIN–Kondensation gelang erst 1995, also über 70 Jahre später, in verdünnten ultrakalten Gasen aus Alkali–Atomen [4–6]. Die Protagonisten dieser Arbeiten, E.A. CORNELL, C.E. WIEMAN und W. KETTERLE, wurden im Jahr 2001 „für die Erzeugung der Bose–Einstein–Kondensation in verdünnten Gasen aus Alkaliatomen und die frühen grundsätzlichen Studien der Eigenschaften der Kondensate“ mit dem Nobelpreis geehrt.

BOSE–EINSTEIN–Kondensate aus verdünnten ultrakalten Gasen sind wichtige Modellsysteme der Quantenphysik: Aufgrund der geringen Dichte unterscheiden sich die Systeme nur wenig von einem idealen Gas. Daher ist eine genaue theoretische Beschreibung dieser Systeme vergleichsweise einfach. Hier unterscheidet sich die BOSE–EINSTEIN–Kondensation fundamental von den verwandten makroskopischen Quanteneffekten wie der Supraleitung oder der Suprafluidität, deren Physik wesentlich durch die interatomare Wechselwirkung bestimmt wird.

Obwohl die Systeme stark verdünnt sind, kommt der Wechselwirkung in der Physik der BOSE–EINSTEIN–Kondensate eine entscheidende Bedeutung zu. Die interatomare Wechselwirkung bestimmt wesentlich Stabilität und Dynamik der Kondensate.

sate. Daher ist es erstrebenswert, die interatomare Wechselwirkung experimentell kontrollieren zu können.

FESHBACH–Resonanzen. FESHBACH–Resonanzen bieten eine Möglichkeit, die interatomare Wechselwirkung in ultrakalten Gasen und BOSE–EINSTEIN–Kondensaten durchzustimmen. Eine FESHBACH–Resonanz kann beispielsweise durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes induziert werden. Durch geeignete Wahl dieses Feldes kann man Vorzeichen und Betrag der interatomaren Wechselwirkung einstellen. So kann die Wechselwirkung attraktiv oder repulsiv gewählt oder ein ideales, also wechselwirkungsfreies Gas erzeugt werden.

FESHBACH–Resonanzen konnten in den vergangenen Jahren schon in anderen Alkali–Metallen beobachtet werden [7–16]. Dabei ist es gelungen, mittels FESHBACH–Resonanzen BECs kontrolliert kollabieren zu lassen [17], helle Solitonen zu erzeugen [7, 8] oder eine kohärente Superposition eines BEC mit einem molekularen Zustand herzustellen [18]. Weiter spielten FESHBACH–Resonanzen eine entscheidende Rolle bei der Erzeugung von BOSE–EINSTEIN–Kondensaten in ^{85}Rb [19] und Cs [20].

Neben ihrer Bedeutung für bosonische Systeme spielen FESHBACH–Resonanzen auch in ultrakalten FERMI–Gasen eine wichtige Rolle. Diese Gase konnten schon bis zur Quantenentartung gekühlt werden; derzeit versucht man, mit Hilfe von FESHBACH–Resonanzen den Phasenübergang in das BCS–Regime zu erreichen.

Die vorliegende Arbeit. Im Rahmen dieser Arbeit konnten zum ersten Mal die elastischen Streueigenschaften des Isotops ^{87}Rb in der Nähe einer FESHBACH–Resonanz vermessen werden.

Da der größte Teil (etwa 35) aller BEC–Experimente weltweit mit ^{87}Rb arbeitet, hat die Untersuchung der FESHBACH–Resonanzen und der elastischen Stoßeigenschaften in diesem Isotop eine große Bedeutung. Die vorliegende Arbeit schließt sich direkt an die erstmalige Beobachtung von FESHBACH–Resonanzen in ^{87}Rb am gleichen Experiment an [21, 22]. Die in der vorliegenden Arbeit demonstrierte kontrollierte Variation der elastischen Streulänge über einen großen Bereich beweist jetzt die Einsatzmöglichkeit dieser Resonanzen zur Kontrolle der interatomaren Wechselwirkung.

Die Herausforderung bei Experimenten mit FESHBACH–Resonanzen im Isotop ^{87}Rb liegt zum einen in der extrem geringen Breite der Resonanzen und den damit verbundenen experimentellen Anforderungen. Zum anderen treten FESHBACH–Resonanzen auch in nicht magnetisch speicherbaren Zuständen auf. Daher muß neben der in BEC–Experimenten typischerweise eingesetzten Magnetfalle noch eine weitere Falle

zum Einsatz kommen. Aus diesem Grund wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine gekreuzte Dipolfalle aufgebaut und charakterisiert.

In den Kapiteln 2 bis 4 sind die für das Verständnis der vorliegenden Arbeit relevanten theoretischen Grundlagen der BOSE-EINSTEIN-Kondensation, der Streutheorie ultrakalter Atome und der FESHBACH-Resonanzen zusammengefaßt. Der experimentelle Aufbau zur Erzeugung von BOSE-EINSTEIN-Kondensaten, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführte Erweiterung der Apparatur und charakterisierende Messungen werden in Kapitel 5 vorgestellt. Die Ergebnisse zur Untersuchung der elastischen Streueigenschaften des Isotops ^{87}Rb werden in Kapitel 6 präsentiert.

Kapitel 2

Grundlagen der BOSE–EINSTEIN–Kondensation

Bereits 1925 machte EINSTEIN die überraschende Vorhersage [3], daß ein Gas ununterscheidbarer Bosonen unter geeigneten Bedingungen in einen gemeinsamen Quantenzustand, den Grundzustand des Systems, „kondensieren“ kann. Diese sogenannte BOSE–EINSTEIN–Kondensation (BEC) beruht ausschließlich auf den Eigenschaften der Quantenstatistik und ist unabhängig von Teilchen–Teilchen–Wechselwirkungen. 1995 gelang erstmals die experimentelle Realisierung eines BEC in einem Gas schwach wechselwirkender Alkali–Atome [4–6]. In diesem Kapitel werden die für die vorliegende Arbeit relevanten Eigenschaften der BOSE–EINSTEIN–Kondensation zusammengefaßt.

2.1 Kritische Phasenraumdichte

Die charakteristische Längenskala der mit einem Teilchen verknüpften quantenmechanischen Wellenfunktion ist durch die thermische DE BROGLIE–Wellenlänge

$$\Lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi mk_B T} \quad (2.1)$$

gegeben, wobei m die Masse eines Teilchens ist. Bei großer Temperatur T und geringer räumlicher Dichte n ist Λ_{dB} klein gegenüber dem mittleren Teilchenabstand $n^{-1/3}$, die Teilchen verhalten sich klassisch. Sind der mittlere Teilchenabstand und die DE BROGLIE–Wellenlänge vergleichbar, also

$$\Lambda_{dB} \approx n^{-1/3} \quad \Leftrightarrow \quad n\Lambda_{dB}^3 \approx 1, \quad (2.2)$$

überlappen die Wellenfunktionen der einzelnen Teilchen und quantenmechanische Effekte werden sichtbar. Man darf das Einsetzen eines quantenstatistischen Phänomens wie der BOSE–EINSTEIN–Kondensation also in diesem Parameter–Regime erwarten. Eine genauere Betrachtung liefert nur eine kleine numerische Korrektur

$$n\Lambda_{dB}^3 \simeq 2,612 \quad (2.3)$$

für die kritische Phasenraumdichte $n\Lambda_{dB}^3$. Wird diese überschritten, besetzt ein makroskopischer Anteil N_0 aller N Atome den Grundzustand des Systems, insbesondere gilt $N_0 \rightarrow N$ für $T \rightarrow 0$. Im Experiment ist die Temperatur endlich, daher existiert neben einem Kondensat immer auch eine Wolke thermisch angeregter Atome.

Die Schwierigkeit bei der experimentellen Realisierung der BOSE–EINSTEIN–Kondensation besteht darin, die kritische Phasenraumdichte bei sehr kleiner räumlicher Dichte n zu erreichen. Nur so kann verhindert werden, daß ein konventioneller Phasenübergang gasförmig–flüssig oder gasförmig–fest stattfindet, bevor ein BEC entsteht. Dazu ist das Erreichen sehr tiefer Temperaturen ($< 1\mu K$) notwendig. Eine mögliche experimentelle Realisierung wird in Kapitel 5 beschrieben.

Die kritische Temperatur T_c für den BEC–Phasenübergang liegt typischerweise ein bis zwei Größenordnungen über der Temperatur, die mit dem Abstand der Energieniveaus des betrachteten Systems assoziiert ist; für ein Gas in einer harmonischen Falle mit einer Fallenfrequenz ω gilt dann

$$k_B T_c \gg \hbar\omega. \quad (2.4)$$

Der Phasenübergang ist also nicht das natürliche Ausfrieren der atomaren Bewegung. Die BOSE–EINSTEIN–Kondensation ist in diesem Sinne ein Hochtemperatur–Phänomen.

2.2 Kondensat–Wellenfunktion

Ideales BOSE–Gas. Wir betrachten zunächst ein ideales BOSE–Gas in einem harmonischen Potential der Form

$$U(\vec{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (2.5)$$

Das Kondensat besetzt den Grundzustand des harmonischen Oszillators, eine einfache Rechnung liefert für die Dichteverteilung

$$n(\vec{r}) = N_0 \sqrt{\omega_x \omega_y \omega_z} \left(\frac{m}{\pi \hbar} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m}{\hbar} (\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2) \right). \quad (2.6)$$

Die Dichteverteilung des Kondensats wechselwirkungsfreier Teilchen ist also gaußförmig mit einer richtungsabhängigen Ausdehnung, die der Oszillatorlänge

$$a_j = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_j}} \quad j = x, y, z \quad (2.7)$$

entspricht.

GROSS-PITAEVSKII-Gleichung. Die Kondensat-Wellenfunktion $\Phi(\vec{r})$ eines realen Gases ist abhängig von der Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung. Im Rahmen einer Molekularfeldtheorie kann die Kondensat-Wellenfunktion durch die (hier zeitunabhängige) GROSS-PITAEVSKII-Gleichung [23, 24]

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(\vec{r}) + gN_0|\Phi(\vec{r})|^2 \right) \Phi(\vec{r}) = \mu\Phi(\vec{r}) \quad (2.8)$$

beschrieben werden, wobei μ das chemische Potential und

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m}a \quad (2.9)$$

ist. a ist hier die elastische s-Wellen-Streulänge, auf deren Bedeutung später noch genauer eingegangen wird. Die Kondensat-Wellenfunktion ist gemäß $\langle \Phi | \Phi \rangle = 1$ normiert.

Der Einfluß der Wechselwirkung ist hier im Mean-Field-Term $gN_0|\Phi(\vec{r})|^2$ zusammengefaßt: Die Wechselwirkung eines Teilchens am Ort \vec{r} mit allen übrigen Teilchen ist proportional zu deren Dichte am Ort \vec{r} . Der einzige „freie“ Parameter in der Kopplungskonstante g ist die elastische Streulänge a . Die Eigenschaften der Kondensat-Wellenfunktion hängen also entscheidend von Betrag und Vorzeichen von a ab:

- Bei verschwindender Streulänge $a = 0$ entspricht die GROSS-PITAEVSKII-Gleichung der SCHRÖDINGER-Gleichung für ein ideales Gas. Die Kondensat-Wellenfunktion entspricht dann der Grundzustands-Wellenfunktion (2.6) des harmonischen Fallenpotentials.
- Bei positiver Streulänge wächst die Mean-Field-Energie mit wachsender Dichte. Die Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung ist also effektiv abstoßend, die Dichteverteilung verbreitert sich entsprechend gegenüber dem wechselwirkungsfreien Gas.

- Bei negativer Streulänge wird die Energie des Grundzustandes bei Erhöhung der Dichte abgesenkt. Homogene Systeme sind in diesem Fall thermodynamisch instabil und kollabieren. Bei inhomogenen Systemen stabilisiert der sogenannte Quantendruck, die Erhöhung der kinetischen Energie bei Lokalisierung der Wellenfunktion, bis zu einer kritischen Teilchenzahl das Kondensat; für $N > N_{cr} \approx a_{ho}/|a|$ wird auch ein inhomogenes System kollabieren.

Es sei vorweggenommen, daß man mit FESHBACH–Resonanzen die elastische Streulänge a über einen großen Bereich durchstimmen kann. Auf diese Weise hat man die Möglichkeit, die Teilchen–Teilchen–Wechselwirkung im Kondensat beliebig einzustellen. Der genauere Mechanismus wird in Kapitel 4 beschrieben.

THOMAS–FERMI–Näherung. Typische BEC–Experimente arbeiten in einem Regime großer Teilchenzahl und repulsiver Wechselwirkung. Hier wird die Kondensatwellenfunktion durch die Wechselwirkungsenergie dominiert. Die THOMAS–FERMI–Näherung beschreibt diese Situation durch Vernachlässigung der kinetischen Energie in Gleichung (2.8), man erhält für die Kondensat–Dichte sofort

$$n(\vec{r}) = N_0 |\Phi(\vec{r})|^2 = \begin{cases} (\mu - U(\vec{r})) / g & , \quad \mu > U(\vec{r}) \\ 0 & , \quad \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Die Kondensatdichte in einem harmonischen Potential ist im THOMAS–FERMI–Limes demnach parabelförmig. Die Breite dieser Verteilung ist typischerweise deutlich größer als die Oszillatorlänge (2.7), d.h. das Kondensat ist deutlich größer als die Grundzustandswellenfunktion des Fallenpotentials. Dies ist eine Folge der repulsiven Teilchen–Teilchen–Wechselwirkung.

2.3 Signatur eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats

Wie kann man im Experiment nun die Existenz eines BEC nachweisen? Hier seien als zwei einfache Möglichkeiten die anisotrope Expansion und die bimodale Verteilung erwähnt.

Bimodale Verteilung. Aufgrund endlicher Temperatur existiert im Experiment neben dem BEC immer eine Wolke thermisch angeregter Atome. Das Dichteprofil des Kondensats unterscheidet sich signifikant von dem einer solchen Wolke. Da man Dichteverteilungen mittels Absorptionbildern leicht sichtbar machen kann, bietet sich so eine einfache Möglichkeit, ein BEC nachzuweisen.

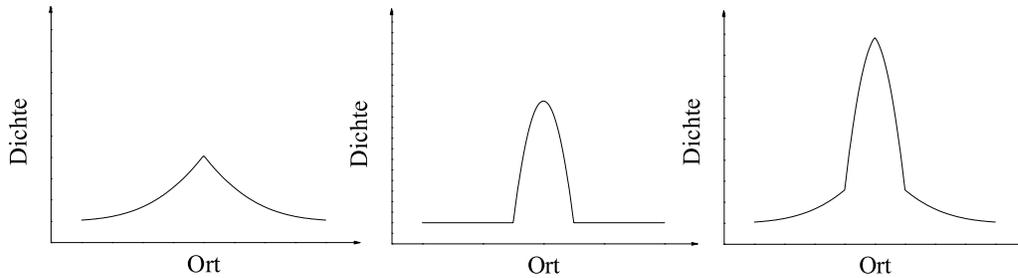


Abbildung 2.1: Die bimodale Dichteverteilung. Links ist die BOSE-Verteilung eines Ensembles thermisch angeregter Atome skizziert, in der Mitte die THOMAS-FERMI-Parabel eines reinen BEC. Rechts eine bimodale Verteilung, die Überlagerung dieser beiden Verteilungen. Eine solche Verteilung ist eine Signatur der BOSE-EINSTEIN-Kondensation

Die Energieverteilung der Atome entspricht der BOSE-EINSTEIN-Statistik. Die daraus resultierende Ortsverteilung der nicht kondensierten Teilchen wird in guter Näherung durch die klassische BOLTZMANN-Statistik beschrieben; entsprechend ist die Ortsverteilung näherungsweise gaußförmig.

Man erwartet also ein Dichteprofil, bei dem der Gauß-Verteilung thermisch angeregter Atome im Zentrum eine Parabel (2.10) des Kondensats überlagert ist. Eine solche *bimodale Verteilung* (Abb. 2.1) ist eine Signatur der BOSE-EINSTEIN-Kondensation.

Anisotrope Expansion. Eine Möglichkeit, die Impulsverteilung eines Gases sichtbar zu machen, ist die freie Expansion. Die Ortsverteilung eines Gases wird nach Abschalten des Fallenpotentials zunehmend seine Impulsverteilung repräsentieren. Da die Impulsverteilung eines thermischen Gases immer isotrop, die eines BEC in einer anisotropen Falle jedoch anisotrop ist, bietet sich so eine weitere Möglichkeit zum Nachweis eines BEC.

Die anisotrope Impulsverteilung eines BEC in einer anisotropen Falle folgt für ein *ideales* (d.h. wechselwirkungsfreies) Kondensat aus der HEISENBERG'schen Unschärferelation: Ein ideales Kondensat befindet sich im Zustand minimaler Unschärfe. Einer anisotropen Verteilung im Ortsraum entspricht dann mit der Unschärferelation auch eine anisotrope Verteilung im Impulsraum. Dabei expandiert das Kondensat in die Richtung stärker, in die es vorher stärker eingeschränkt war, d.h. das Aspekt-Verhältnis kehrt sich während der Expansion um.

Für reale Kondensate im THOMAS-FERMI-Regime wird die Expansion von der Freisetzung der Mean-Field-Energie dominiert. Auch hier ist die Expansion aus einer anisotropen Falle anisotrop, und das Aspekt-Verhältnis kehrt sich um.

Anisotrope Expansion mit einer Umkehrung des Aspekt-Verhältnisses ist also eine Signatur der BOSE-EINSTEIN-Kondensation.

Kapitel 3

Streutheorie im Niederenergie–Limes

In diesem Kapitel sollen einige Grundbegriffe der Streutheorie ultrakalter Atome bereitgestellt werden. Eine umfassendere Darstellung bieten [25, 26].

3.1 Grundbegriffe

Wir beschränken uns auf den Spezialfall der elastischen Streuung in einem ultrakalten verdünnten Gas. Die tiefen Temperaturen erfordern eine quantenmechanische Behandlung der Stöße; es wird sich jedoch zeigen, daß die Theorie im Grenzfall extrem tiefer Temperaturen wieder sehr einfach wird. Wegen der geringen Dichte ist es für elastische Stöße ausreichend, nur 2–Teilchen–Prozesse zu betrachten.

Die Streuung zweier Teilchen aneinander kann durch Separation der Schwerpunktsbewegung auf die Bewegung eines Teilchens mit reduzierter Masse $m_r = m/2$ in einem Potential $V(\vec{r})$ reduziert werden. Wir betrachten dieses Streuproblem nur für einlaufende ebene Wellen mit Wellenvektor \vec{k} und Energie $\hbar^2 k^2 / 2m_r$, das Wellenpaket eines physikalischen Teilchens kann jederzeit aus diesen FOURIER–synthetisiert werden. Die Beschränkung auf elastische Stöße vereinfacht das Problem, da die Streuzustände $\Psi_{\vec{k}}$ dann auch Energieeigenzustände der SCHRÖDINGER–Gleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \vec{\nabla}^2 + V(\vec{r}) \right) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3.1)$$

sind. Für Potentiale endlicher Reichweite erwartet man für den Streuzustand $\Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ asymptotisch

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (3.2)$$

Experimentell beobachtbar sind der differentielle und der totale Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ bzw. σ , die mit der Streuamplitude $f(\theta, \phi)$ durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \phi)|^2 \quad \text{und} \quad \sigma = \int_{\Omega} |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega. \quad (3.3)$$

verknüpft sind. Formal kann die Lösung des Streuproblems (3.1) mit der Randbedingung (3.2) durch eine implizite Integraldarstellung der Streuamplitude

$$f(k, \theta, \phi) = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}'} V(\vec{r}') \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}') d^3r' \quad (3.4)$$

angegeben werden, wobei \vec{k}' der Wellenvektor der Streuwelle in Beobachtungsrichtung ist. Bei einer Reichweite R des Potentials $V(\vec{r})$ wird die Streuung für Energien

$$E_k \ll \hbar^2/(2m_r R^2) \quad \Leftrightarrow \quad kR \ll 1 \quad (3.5)$$

isotrop, denn damit folgt sofort $\exp(-i\vec{k}'\vec{r}') \approx 1$ für $r' < R$, und Gl. (3.4) wird unabhängig von der Beobachtungsrichtung. Die Streuwelle ist also eine auslaufende Kugelwelle mit einer nur noch von der Energie abhängigen Amplitude $f(k)$. Diese isotrope Streuung wird auch *s*-Wellen-Streuung genannt. Die Abschätzung (3.5) kann mit der Partialwellenmethode auch anschaulich verstanden werden.

3.2 Partialwellenmethode

Ist das Wechselwirkungspotential $V(\vec{r})$ zentralsymmetrisch, wird der Drehimpuls eine Erhaltungsgröße. Dies macht einen Basiswechsel zu einer Drehimpulsbasis sinnvoll. Die Wellenfunktion $\Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ läßt sich mit den Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\vec{r})$ durch

$$\Psi_{\vec{k}}(r, \theta, \phi) = \sum_{l,m} \frac{u_{lm}(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (3.6)$$

ausdrücken. l, m sind hier die Drehimpulsquantenzahlen, die u_{lm} sind die radialen Wellenfunktionen. Für ein zentralsymmetrisches Potential kann die Lösung nicht vom Azimutwinkel ϕ abhängen, daher reduziert sich Gl. (3.6) auf

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_{k,l}(r)}{r} P_l(\cos \theta), \quad (3.7)$$

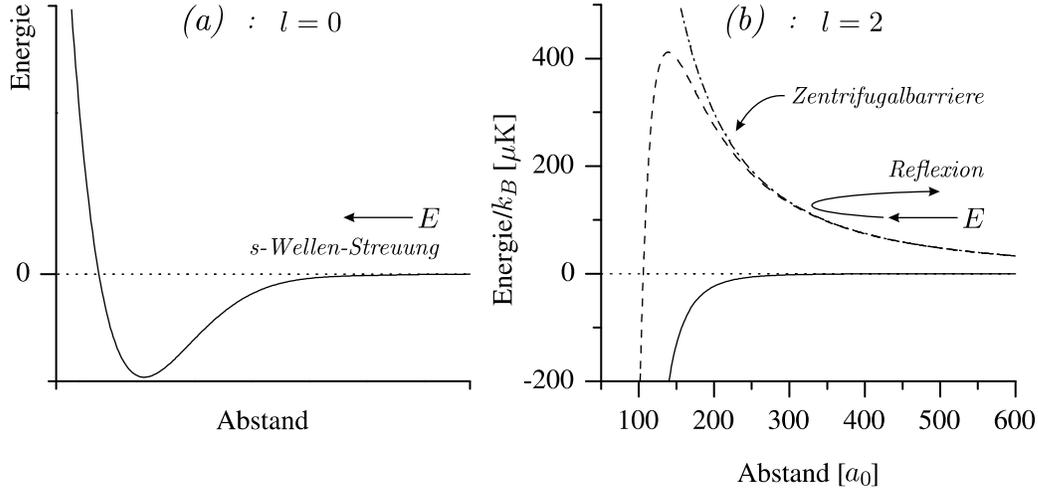


Abbildung 3.1: (a) s -Wellen-Streuung: Der Zentrifugalterm in der Radialgleichung (3.8) verschwindet, das einlaufende Teilchen sieht das Wechselwirkungspotential $V(\vec{r})$. (b) Partialwellen mit $l > 0$: Das effektive Potential (gestrichelt) setzt sich aus dem Wechselwirkungspotential $V(\vec{r})$ (durchgezogen) und dem Zentrifugalterm (gestrichpunktet) zusammen. Die dadurch entstehende Zentrifugalbarriere kann von niederenergetischen Teilchen nicht mehr überwunden werden.

wobei $P_l(\cos\theta)$ die LEGENDRE-Polynome sind. Mit diesem Ansatz vereinfacht sich die SCHRÖDINGER-Gleichung (3.1) zur Radialgleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_r} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_r r^2} \right] u_{k,l}(r) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} u_{k,l}(r), \quad (3.8)$$

wobei der Term $\hbar^2 l(l+1)/2m_r r^2$ Zentrifugalpotential genannt wird.

Jetzt kann die Abschätzung (3.5) auch anschaulich interpretiert werden (vgl. Abb. 3.1). Wir betrachten wieder ein Potential mit einer endlichen Reichweite R . Ist die Energie E_k der einlaufenden Welle viel kleiner als die Zentrifugalbarriere am Rand der Reichweite des Potentials $\hbar^2 l(l+1)/2m_r R^2$, so kann das einlaufende Teilchen das eigentliche Wechselwirkungspotential $V(\vec{r})$ nicht sehen. In diesem Fall sieht nur die Partialwelle $l = 0$, die s -Welle, das Wechselwirkungspotential und kann zur Streuwelle beitragen. Ein Vorteil der Partialwellenmethode ist also, daß bei kleinen Stoßenergien nur noch wenige Partialwellen zur Streuamplitude beitragen. Im Fall ultrakalter Atome können wir uns auf den Term $l = 0$, die s -Wellenstreuung, beschränken.

Die formale Lösung des Streuproblems mit der Partialwellenmethode gewinnen wir wie folgt. Die Differentialgleichung (3.8) wird im Fall $V(\vec{r}) = 0$, also insbesondere außerhalb der Reichweite des Potentials, durch die sphärischen BESSEL-Funktionen

gelöst. Aus deren asymptotischem Verhalten können wir sofort das asymptotische Verhalten des Streuzustandes angeben:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) A_l \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + e^{2i\delta_l(k)} \frac{e^{ikr}}{r} \right). \quad (3.9)$$

Jede Partialwelle besteht aus einer einlaufenden und einer auslaufenden Welle. Teilchenzahlerhaltung erzwingt, daß der Fluß der einlaufenden und der auslaufenden Wellen gleich sind, Drehimpulserhaltung engt diese Forderung auf jede Partialwelle separat ein. Daher dürfen sich die Koeffizienten von ein- und auslaufender Welle lediglich um eine Phase unterscheiden, was in Gl. (3.9) bereits berücksichtigt wurde, indem die Koeffizienten in gemeinsame Amplitude A_l und Phasenunterschied $\exp(2i\delta_l)$ aufgeteilt wurden. Die Asymptote des Radialteils $u_l(r)/r$ ist einfach

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{u_l(r)}{r} \propto \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + e^{2i\delta_l(k)} \frac{e^{ikr}}{r} \right) = \frac{1}{r} \sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l). \quad (3.10)$$

Die Radialgleichung wird für große r also sinusförmig mit einer Phasenverschiebung $\delta_l \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$. Der Term $l\pi/2$ wird eingefügt, damit $\delta_l = 0$ für $V = 0$ gilt.

Eine ebene Welle kann durch

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{e^{ikr}}{r} \right) \quad (3.11)$$

in Kugelflächenfunktionen entwickelt werden. Damit wird Gl. (3.2) sofort zu

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{e^{ikr}}{r} \right) + f(k, \theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (3.12)$$

Vergleich mit Gl. (3.9) liefert für die Streuamplitude

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) (e^{2i\delta_l(k)} - 1). \quad (3.13)$$

Das Streuproblem ist also gelöst, wenn man die Streuphasen $\delta_l(k)$ kennt. Der Zusammenhang mit dem Wirkungsquerschnitt wurde in Gl. (3.3) hergestellt und liefert

$$\sigma_l(k) = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) \quad \text{und} \quad \sigma(k) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(k). \quad (3.14)$$

Identische Teilchen. Sind die streuenden Teilchen ununterscheidbar, so müssen die Wellenfunktionen geeignet symmetrisiert werden. Damit ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta) + f(k, \pi - \theta)|^2. \quad (3.15)$$

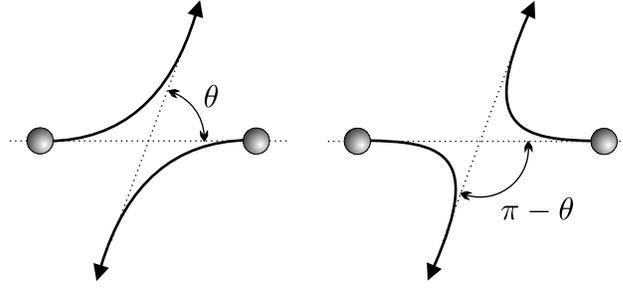


Abbildung 3.2: Bei identischen Teilchen sind diese beiden Streuereignisse ununterscheidbar.

Abbildung 3.2 macht diesen Ansatz plausibel: Die Streuereignisse in die Raumwinkel θ und $\pi - \theta$ sind bei identischen Teilchen ununterscheidbar. Dann müssen für den differentiellen Wirkungsquerschnitt die Amplituden der beiden Ereignisse addiert werden. Partialwellen mit gerader Parität (also geraden l) interferieren konstruktiv, was zu einem Faktor 4 im differentiellen Streuquerschnitt führt. Partialwellen mit ungerader Parität (entsprechend ungeraden l) interferieren destruktiv, tragen also nicht zur Streuung bei. Um die Streuereignisse nicht doppelt zu zählen, darf für den totalen Wirkungsquerschnitt nur noch über den halben Raumwinkel integriert werden, und wir erhalten für identische Teilchen insgesamt

$$\sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}} (2l + 1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (3.16)$$

3.3 s -Wellenstreuung

Wie im letzten Abschnitt gesehen, trägt im Niederenergie-Limes nur die Partialwelle $l = 0$ zum Streuquerschnitt bei. Wir definieren die *elastische s -Wellen-Streulänge* a durch

$$a = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}. \quad (3.17)$$

Für kleine k ist der Streuquerschnitt

$$\sigma_0(k) \approx \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2}, \quad (3.18)$$

insbesondere gilt

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_0(k) = 8\pi a^2. \quad (3.19)$$

Im Niederenergie-Limes werden die Streueigenschaften also vollständig durch die Streuphase $\delta_0(k)$ oder äquivalent dazu durch die Streulänge a beschrieben. Die an-

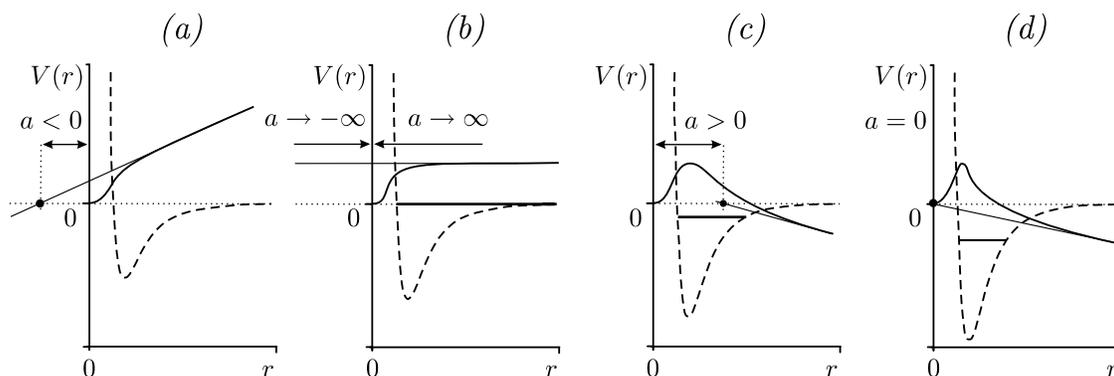


Abbildung 3.3: Anschauliche Bedeutung der Streulänge a . Die Potentialtiefe nimmt von links nach rechts zu. In (a) hat das Potential keinen gebundenen Zustand, die Streulänge ist negativ. (b) Das Potential bildet einen gebundenen Zustand aus, die Streulänge divergiert. Das Potential wird noch tiefer, die Streulänge ist erst positiv (c) und verschwindet schließlich (d).

schauliche Bedeutung der Streuphase wird aus Gl. (3.10) deutlich: Es ist die Phasenverschiebung, die die Asymptote der Partialwelle durch die Wirkung des Streupotentials erfährt.

Die anschauliche Bedeutung der elastischen Streulänge läßt sich aus Abb. 3.3 erkennen. Sei R wieder die Reichweite des Potentials $V(\vec{r})$. Für $r > R$ gilt Gl. (3.10). Fordern wir zusätzlich $kr \ll 1$, so ist der Radialteil der Wellenfunktion näherungsweise eine Gerade der Form $kr \cos \delta_0(k) + \sin \delta_0(k)$. Die Nullstelle dieser Geraden ist $-\tan \delta_0(k)/k$. Die Streulänge (3.17) ist also die Nullstelle der Asymptote der Radialgleichung im Niederenergie-Limes $k \rightarrow 0$. Man kann zeigen, daß für repulsive Potentiale die Streulänge immer positiv ist; für attraktive Potentiale läßt sich keine solche Aussage machen. In Abb. 3.3 ist die Situation für ein attraktives Potential dargestellt, die Potentialstärke nimmt von links nach rechts zu. Ein schwach attraktives Potential ohne gebundene Zustände liefert eine negative Streulänge (a). Macht man das Potential tiefer, so daß es gerade einen gebundenen Zustand für $E = 0$ erlaubt, hat die asymptotische Wellenfunktion eine horizontale Tangente, a divergiert (b). Ein noch tieferes Potential besitzt zunächst eine positive (c) und dann eine verschwindende Streulänge (d).

Kapitel 4

FESHBACH–Resonanzen

In Kapitel 3 wurden die Stoßpartner als strukturlose Teilchen betrachtet, lediglich der bosonische bzw. fermionische Charakter wurde durch geeignete Symmetrisierung berücksichtigt. Wir zeigen in diesem Kapitel, daß die Berücksichtigung innerer Freiheitsgrade bei der Streuung zum Phänomen der FESHBACH–Resonanz führen kann.

4.1 Heuristische Beschreibung

Auch ohne innere Freiheitsgrade kann es zu Resonanz–Phänomenen bei der Streuung kommen. Solche Streuresonanzen sind durch die drastische Änderung der Streueigenschaften Wirkungsquerschnitt, Streuphase und Streulänge bei sehr kleiner Änderung der Stoßenergie charakterisiert. Streuresonanzen können immer dann auftreten, wenn das Streupotential quasi–gebundene Zustände zuläßt, die von einem einlaufenden Teilchen für eine endliche Zeit besetzt werden können (vgl. Abb. 4.1). Eine Streuresonanz tritt in diesem Fall immer genau dann auf, wenn die Energie des einlaufenden Teilchens mit der Energie eines quasi–gebundenen Zustands übereinstimmt. Die Zustände sind nicht echt gebunden, da das Teilchen durch die endliche Barriere heraustunneln kann und asymptotisch frei ist.

Eine ähnliche Situation kann entstehen, wenn man die inneren Freiheitsgrade der Stoßpartner berücksichtigt. Dann werden die quasi–gebundenen Zustände, die zeitweise besetzt werden, nicht im Streupotential selbst, sondern im Streupotential eines anderen inneren Zustandes ausgebildet. Eine solche Resonanz wird auch FESHBACH–Resonanz genannt. Um dies einzusehen, betrachten wir jetzt Stöße von Teilchen mit inneren Freiheitsgraden. Je nach Zustand, in dem sich die Teilchen befinden, sind die

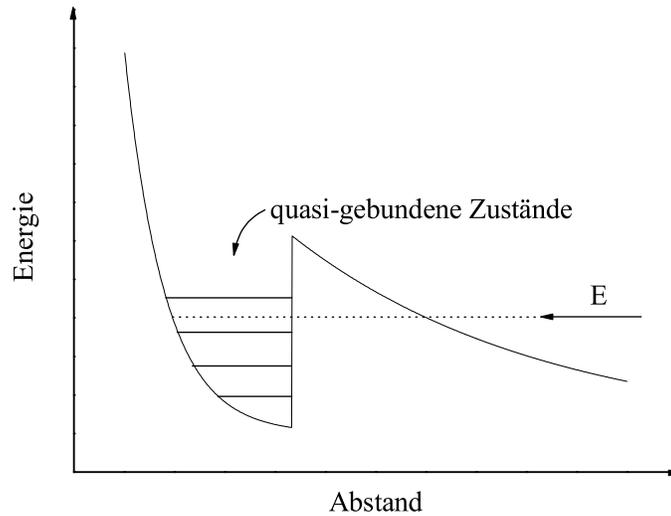


Abbildung 4.1: *Streuresonanz ohne Berücksichtigung innerer Freiheitsgrade. Das Streupotential kann quasi-gebundene Zustände ausbilden. Immer dann, wenn die Energie des einlaufenden Teilchens mit der Energie eines solchen gebundenen Zustands übereinstimmt, tritt Resonanz-Streuung auf.*

Wechselwirkungspotentiale unterschiedlich. In Abb. 4.2 sind für zwei unterschiedliche Konfigurationen \mathcal{P} und \mathcal{Q} , auch *Streukanäle* genannt, die Wechselwirkungspotentiale $V_{\mathcal{P}}$ und $V_{\mathcal{Q}}$ skizziert.

Man nennt einen Streukanal *offen*, wenn die Energie E des einlaufenden Teilchens größer als die Dissoziationsenergie des Kanals ist und entsprechend *geschlossen*, wenn die Stoßenergie E kleiner als die Dissoziationsenergie des Kanals ist. Eine Voraussetzung für die Existenz einer FESHBACH-Resonanz ist ein geschlossener Kanal \mathcal{Q} , der gebundene Zustände $|\chi\rangle$ ausbildet. Eine weitere Voraussetzung ist eine Kopplung zwischen den beteiligten Streukanälen, d.h. das Matrixelement $\langle \mathcal{Q} | \hat{H} | \mathcal{P} \rangle$ (\hat{H} ist der Wechselwirkungs-Hamiltonian) darf nicht verschwinden. Dann „sieht“ das im Zustand \mathcal{P} einlaufende Teilchen den geschlossenen Kanal \mathcal{Q} , und die gebundenen Zustände dieses Kanals können während des Stoßes zeitweilig bevölkert werden. Diese Zustände sind keine stabilen gebundenen Molekülzustände, da sie durch die Kopplung an den offenen Kanal \mathcal{P} wieder dissoziieren werden.

Die temporäre Besetzung eines gebundenen Zustands $|\chi\rangle$ ist resonant überhöht, wenn die Stoßenergie E und die Energie des gebundenen Zustands übereinstimmen. Diese Situation wird FESHBACH-Resonanz (Herman FESHBACH, 1917–2000) genannt.

FESHBACH-Resonanzen können durch die Änderung der relativen Lage ΔV der Streupotentiale oder durch Änderung der Energie E der einlaufenden Teilchen erreicht werden (s. Abb. 4.2). In der Kernphysik, wo FESHBACH-Resonanzen zuerst

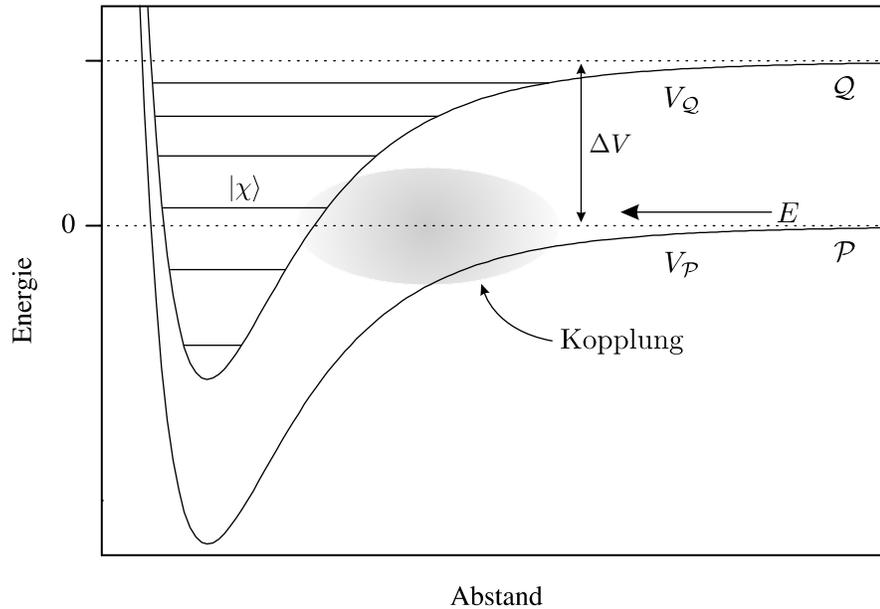


Abbildung 4.2: Mechanismus einer FESHBACH–Resonanz. Je nach Zustand \mathcal{P} bzw. \mathcal{Q} der inneren Freiheitsgrade wird die Wechselwirkung durch unterschiedliche Streupotentiale V_P bzw. V_Q beschrieben. Besteht eine Kopplung zwischen dem geschlossenen Kanal \mathcal{Q} und dem Eingangskanal \mathcal{P} , dann können gebundene Zustände in \mathcal{Q} temporär besetzt werden. Zur FESHBACH–Resonanz kommt es, wenn die Stoßenergie E mit der Energie eines gebundenen Zustands $|\chi\rangle$ zusammenfällt.

studiert wurden, gelingt dies durch Variation der Stoßenergie E [27]. Im Fall ultrakalter Gase wird die Aufspaltung der Molekülpotentiale ΔV durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes verändert. Dann spricht man auch von einer *magnetisch induzierten* FESHBACH–Resonanz [28–30].

4.2 Magnetisch induzierte FESHBACH–Resonanzen

Meist ist die Spin–Konfiguration der innere Freiheitsgrad, der zu den unterschiedlichen Streukanälen führt. Unterschiedliche Spin–Konfigurationen sind mit einem unterschiedlichen magnetischen Moment verbunden. Damit öffnet sich direkt eine Möglichkeit zur Manipulation der Molekülpotentiale durch ein äußeres magnetisches Feld.

Der Wechselwirkungs–Hamiltonian. Um die Abhängigkeit der Molekülpotentiale von einem äußeren Magnetfeld zu verstehen, muß man den Wechselwirkungs–Hamiltonian genauer untersuchen. Darin müssen prinzipiell alle elektromagnetischen

Wechselwirkungen zwischen den Bestandteilen der stoßenden Rubidium–Atome berücksichtigt werden. Wir beschränken uns hier auf einen stark vereinfachten Hamiltonian der Form¹

$$H = \sum_{j=1}^2 (H_j^{HF} + H_j^Z) + H^C + H^{SS} + H^{SO}. \quad (4.1)$$

Der Hamiltonian enthält einerseits atomare Terme: die Hyperfeinaufspaltung H_j^{HF} und die Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld H_j^Z . Andererseits treten molekulare Terme auf: die gegenseitige COULOMB–Wechselwirkung H^C und die Dipol–Dipol–Wechselwirkungen H^{SS} und H^{SO} . Das Studium der molekularen Terme H^C , H^{SS} und H^{SO} übersteigt den Rahmen dieser Arbeit. Um den Einfluß eines äußeren Magnetfeldes auf die Wechselwirkung plausibel zu machen, beschränken wir uns auf die genauere Untersuchung der atomaren Bestandteile der Wechselwirkung, H^{HF} und H^Z .

Hyperfeinwechselwirkung. Die Hyperfeinwechselwirkung ist die Kopplung von Elektronenspin \vec{s} mit dem Kernspin \vec{i} zum Gesamtspin \vec{f} . Diese Kopplung wird durch das Magnetfeld der Elektronen am Ort des Kerns erzeugt. Das im Experiment verwendete Isotop ^{87}Rb hat den Kernspin $3/2$ und ein Valenzelektron mit Spin $1/2$. Der entsprechende Beitrag zum Wechselwirkungs–Hamiltonian ist

$$H^{HF} = \frac{a_{HF}}{\hbar^2} \vec{i} \cdot \vec{s}, \quad (4.2)$$

wobei a_{HF} die spektroskopisch bestimmte Hyperfein–Konstante ist. Dies führt zur Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes $5s^2S_{1/2}$ mit $f = i - s = 1$ und $f = i + s = 2$ (vgl. Abb. 4.3) mit $\Delta E_{HF} = 2a_{HF} \approx h \cdot 6,8 \text{ GHz}$.

ZEEMAN–Aufspaltung. Die Lage der Energieniveaus in einem äußeren Feld wird durch

$$H^Z = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} \left(g_s \vec{s} + g_N \vec{i} \right) \cdot \vec{B} \quad (4.3)$$

beschrieben. μ_B ist hier das BOHRsche Magneton, g_s und g_N die LANDÉ–Faktoren. Die Lage der Energieniveaus als Funktion eines äußeren Magnetfeldes ist in Abb. 4.3 dargestellt. Bei sehr kleinen B –Feldern bleibt die Kopplung der Spins \vec{i} und \vec{s} zu \vec{f} unberührt, lediglich die Entartung der Multipletts wird aufgehoben. Die Verschiebung der Energie ist proportional zum äußeren Feld (linearer ZEEMAN–Effekt). Bei sehr großen Magnetfeldern wird die Kopplung der Spins aufgehoben, und \vec{s} und \vec{i} wechselwirken getrennt mit dem äußerem Feld (PASCHEN–BACK–Regime). Hier

¹ In diesem Ansatz wurden zwei Näherungen verwendet, die BORN–OPPENHEIMER–Näherung [31] und die SHIZGAL–Näherung [32].

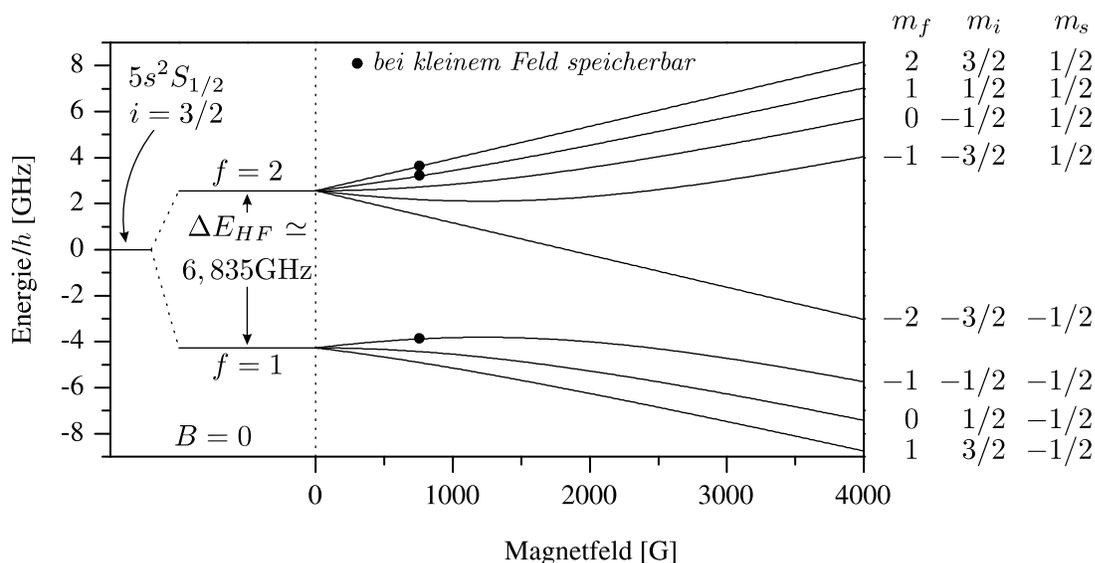


Abbildung 4.3: Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von ^{87}Rb und Lage der Energieniveaus im äußeren Magnetfeld. Die Entartung der Hyperfeinzustände wird durch ein äußeres B -Feld aufgehoben. Bei kleinen Feldern sind (f, m_f) geeignete Quantenzahlen, bei großen Feldern wird die Kopplung zwischen Elektronen- und Kernspin aufgehoben, (m_i, m_s) sind die geeigneten Quantenzahlen. Die durch \bullet gekennzeichneten Zustände sind „low-field-seeker“ und eignen sich zur Speicherung in einer Magnetfalle (vgl. Kap. 5.1.3).

sind m_i und m_s gute Quantenzahlen. Wegen des im Vergleich zum Kernmoment viel größeren magnetischen Moments des Elektrons dominiert der elektronische Beitrag zur Energieverschiebung.

Der Bereich zwischen schwachen und starken Magnetfeldern ist allgemein schwierig zu beschreiben. Für den Spezialfall eines elektronischen Gesamtspins $s = 1/2$ läßt sich die Funktion $E(B, m_F)$ jedoch analytisch angeben [33, 34]:

$$E(B, m_f) = \frac{\Delta E_{HF}}{2(2i+1)} + m_f g_N \mu_B B \pm \frac{\Delta E_{HF}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_f}{2i+1} x + x^2} \quad (4.4)$$

mit $x = \frac{\mu_B(g_s - g_N)}{\Delta E_{HF}} B$, für $f = i \pm \frac{1}{2}$, $m_f = -f, \dots, f$.

Diese BREIT-RABI-Formel ist auch die Grundlage der Mikrowellenspektroskopie, mit der im Experiment Magnetfelder mit hoher Genauigkeit vermessen werden können (vgl. Kapitel 5.2).

Analog zur Verschiebung der atomaren Niveaus in einem äußeren Magnetfeld verschieben sich auch die Molekülpotentiale. So ist plausibel, daß man mit einem äußeren Magnetfeld die Lage der Dissoziationsgrenze des Eingangskanals gegen die

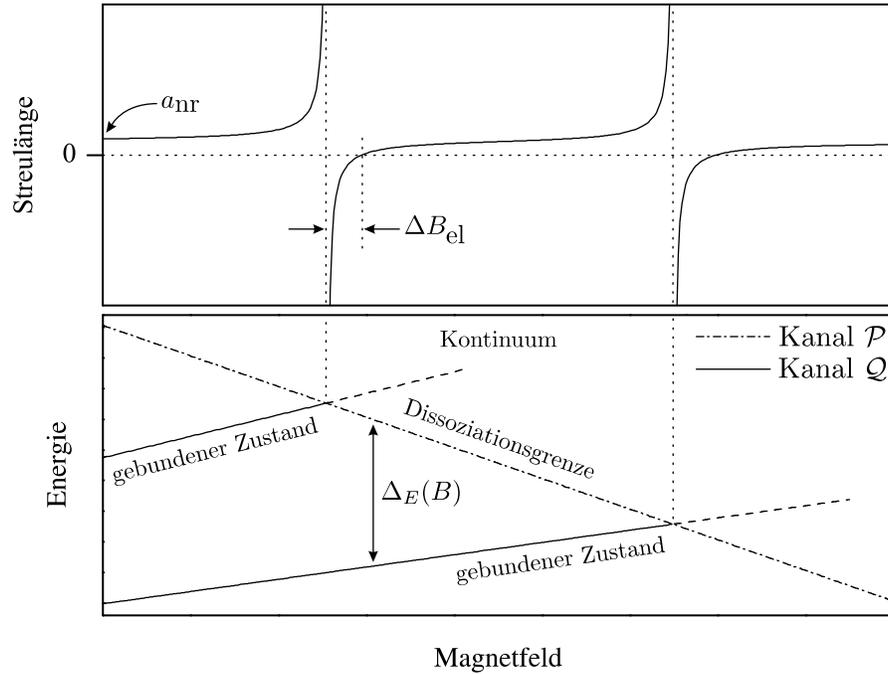


Abbildung 4.4: *Magnetisch induzierte FESHBACH–Resonanzen.* Mit einem äußeren Magnetfeld lassen sich die Dissoziationsgrenze des Eingangskanals \mathcal{P} und die Lage der gebundenen Zustände im geschlossenen Kanal \mathcal{Q} gegeneinander verschieben. Im Fall ultrakalter Gase stimmen Dissoziationsenergie und Stoßenergie in guter Näherung überein. Dann wird die Resonanzbedingung für FESHBACH–Resonanzen bei den Magnetfeldern erfüllt, bei denen sich Dissoziationsgrenze und Energie des gebundenen Zustands kreuzen.

Lage der gebundenen Zustände eines geschlossenen Kanals verschieben kann, wie in Abb. 4.4 skizziert ist. Auf diese Weise kann man die Resonanz–Bedingung einer FESHBACH–Resonanz erfüllen.

Wir haben in Kapitel 3 gesehen, daß die elastischen Streueigenschaften im Niederenergie–Limes durch eine einzige Größe, die elastische Streulänge a beschrieben werden. In der Nähe einer FESHBACH–Resonanz variiert die Streulänge a bei kleinen Stoßenergien dispersiv [30, 35, 36]:

$$a = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta B_{el}}{B - B_{res}} \right) \quad \text{für } k \rightarrow 0, \quad (4.5)$$

vergleiche Abb. 4.5. a_{bg} ist der Wert der elastischen Streulänge weitab der Resonanz, B_{res} die Position der Resonanz. Man sieht, daß die Streulänge a in der Nähe der Resonanz theoretisch jeden Wert zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annimmt. An dieser Stelle läßt sich schon das Anwendungspotential der FESHBACH–Resonanzen motivieren. Durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes kann die interatomare Wechselwirkung beliebig eingestellt werden.

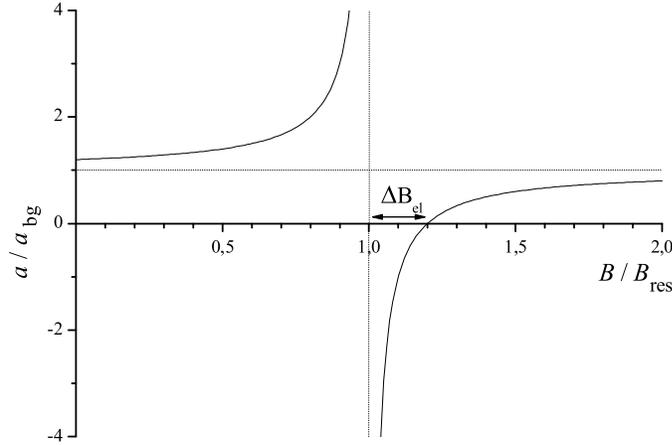


Abbildung 4.5: Die elastische s -Wellen-Streulänge als Funktion eines äußeren Magnetfeldes zeigt in der Umgebung einer FESHBACH–Resonanz ein charakteristisches dispersives Verhalten.

Kreuzt der gebundene Zustand von kleineren Energie kommend die Dissoziationsgrenze, so divergiert die Streulänge nach $+\infty$, kreuzt er von größeren Energien kommend, entsprechend nach $-\infty$. ΔB_{el} , die Resonanzbreite, ist der Abstand zwischen Nullstelle und Pol. Für ΔB_{el} findet man

$$\Delta B_{el} = \frac{m}{4\pi\hbar^2 a_{bg}} |\alpha|^2 \left(\left. \frac{\partial \Delta_E}{\partial B} \right|_{B_{res}} \right)^{-1}. \quad (4.6)$$

Dabei ist α das Übergangsmatrixelement zwischen dem gebundenen Zustand $|\chi\rangle$ und dem Streuzustand $|\psi\rangle$

$$\alpha = \langle \chi | \hat{H} | \psi \rangle,$$

\hat{H} ist der Wechselwirkungs–Hamiltonian. Auch hier wird noch einmal deutlich, daß es eine Kopplung zwischen den Kanälen geben muß, damit eine FESHBACH–Resonanz stattfinden kann. Weiter geht die Steigung der Funktion $\Delta_E(B)$ (vgl. Abb. 4.4) ein, also die „Steilheit“, mit der die Dissoziationsgrenze das Energieniveau des gebundenen Zustandes kreuzt.

Nachweis einer FESHBACH–Resonanz. Neben den elastischen zeigen auch die inelastischen Streueigenschaften ein resonantes Verhalten. Inelastische Streuprozesse sind solche, bei denen sich der innere Zustand der beteiligten Atome ändert. Die dabei frei werdende Energie kann in kinetische Energie umgesetzt werden, typischerweise gewinnen die Teilchen so viel davon, daß sie das BEC verlassen und sogar aus der Falle entkommen können. Entsprechend kann man die Lage der FESHBACH–Resonanzen durch stark erhöhte Verlustraten detektieren [9].

Die Resonanz in ^{87}Rb bei 1007 G. In einem früheren Experiment wurde mittels Teilchenverlust–Messungen die Lage von über 40 FESHBACH–Resonanzen im Isotop ^{87}Rb bestimmt [21]. Die Breiteste der dort gefundenen Resonanzen liegt bei 1007,34 G. Der dazu gehörende Eingangskanal ist $|f, m_f\rangle = |1, 1\rangle$, Rechnungen sagen die Lage mit 1008,5 G und eine Breite von 170 mG voraus [21]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Lage und die Breite dieser Resonanz vermessen, die Ergebnisse sind im Kapitel 6 zusammengefaßt.

Die Messung der elastischen Streulänge a . Ein Ziel dieser Arbeit ist die Messung der elastischen Streulänge a als Funktion des äußeren Magnetfeldes, Gl. (4.5). Dazu bieten sich verschiedene Experimente an.

Eine Möglichkeit sind Messungen zur Rethermalisierung eines ultrakalten Ensembles. Bringt man ein kaltes Gas aus dem thermodynamischen Gleichgewicht, so relaxiert es durch elastische Stöße wieder zurück in ein Gleichgewicht. Die Zeitskala, auf der dies geschieht, wird durch die elastische Stoßrate Γ_{el} gegeben:

$$\Gamma_{el} = \langle n \rangle \langle v \rangle \sigma_{el} , \quad (4.7)$$

wobei $\langle n \rangle$ die mittlere Dichte des Ensembles und $\langle v \rangle$ die mittlere Geschwindigkeit eines Atoms im Ensemble ist. Im Grenzfall ultrakalter Gase gilt für den elastischen Streuquerschnitt Gl. (3.19)

$$\sigma_{el} = \lim_{k \rightarrow 0} \sigma_0(k) = 8\pi a^2$$

Auf diese Weise sind die elastische Stoßrate und die elastische Streulänge durch $\Gamma_{el} \propto a^2$ verknüpft. Bringt man nun eine kalte Wolke in einer Falle z.B. mittels parametrischer Anregung aus dem Gleichgewicht, so kann aus einer Messung der Zeit, die die Wolke zur Rethermalisierung braucht, die Streulänge bestimmt werden.

Eine alternative Möglichkeit sind Messungen der durch die Mean–Field–Energie getriebenen Expansion eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats. Die Kopplungskonstante $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ der GROSS–PITAEVSKII–Gleichung (2.8) beinhaltet die elastische Streulänge, die damit entscheidend die Dynamik eines BEC bestimmt (vgl. Kap. 2). Mißt man nun in geeigneter Weise die Expansionsdynamik eines BEC, so kann man daraus den Wert der Streulänge gewinnen. Diese Methode wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet und in Kap. 6 detailliert beschrieben.

Kapitel 5

Experimentelle Methoden und Aufbau

Im folgenden Kapitel wird der experimentelle Aufbau skizziert. In Abschnitt 5.1 wird eine Apparatur zur Erzeugung eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats vorgestellt, in den Abschnitten 5.2 und 5.3 werden die für die Experimente mit FESHBACH–Resonanzen erforderlichen Erweiterungen beschrieben. Details zur BEC–Apparatur finden sich in [22, 37].

5.1 Erzeugung eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats

Auf dem Weg zur BOSE–EINSTEIN–Kondensation muß die Phasenraumdichte $n\lambda_{dB}^3$ eines Rubidium–Gases ausgehend von den Anfangsbedingungen Raumtemperatur und dem Dampfdruck $3 \cdot 10^{-7}$ mbar um etwa 19 Größenordnungen erhöht werden (vgl. Abb 5.1). Dazu sind verschiedene Kühl– und Speichermethoden erforderlich, die im folgenden kurz erläutert werden. Der experimentelle Ablauf gliedert sich grob in zwei Abschnitte: Zunächst wird mit optischen Kühl– und Speichermethoden (magneto–optische Fallen, optische Melasse, Polarisationsgradientenkühlung) ein Rubidium–Gas vorgekühlt. In einem zweiten Schritt wird das kalte Gas in eine rein magnetische Falle umgeladen, wo durch Verdampfungskühlung der Phasenübergang zur BEC erreicht wird.

5.1.1 Doppel–MOT–System

Der erste Schritt auf dem Weg zu ultrakalten Gasen bzw. einem BEC ist meist eine magneto–optische Falle (MOT) [38]. Mit einer MOT lassen sich einige 10^{10} neutra-

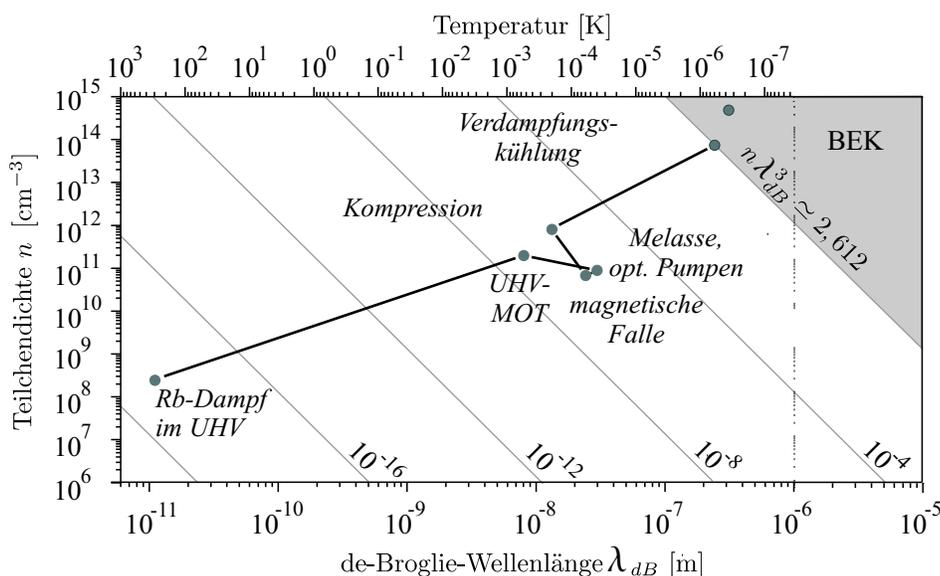


Abbildung 5.1: Der Weg zur BEC im Phasenraum. Dargestellt sind die Stationen, die ein atomares Gas im Experiment auf dem Weg zur BOSE-EINSTEIN-Kondensation durchläuft.

le Alkali-Atome einfangen, speichern und auf Temperaturen von einigen $100 \mu\text{K}$ abkühlen. Dabei werden Dichten von 10^{11} cm^{-3} erreicht, was dann einer Phasenraumdichte von etwa 10^{-7} entspricht.

Das Funktionsprinzip einer MOT beruht auf den Kräften, die bei der Absorption bzw. der Emission von Photonen aus einem Lichtfeld auf die Atome übertragen werden. Bei der Absorption oder Emission eines Photons wird ein Impuls $\hbar k$ auf ein Atom übertragen. Während sich die Impulsüberträge bei der Absorption aus einem gerichteten Lichtfeld addieren, verschwindet der über viele spontane Emissionsprozesse gemittelte Impulsübertrag, weil die spontane Emission keine Vorzugsrichtung hat. So kann mit einem nahresonanten, gerichteten Lichtfeld eine Kraft auf Atome ausgeübt werden. Die Absorptionsrate bestimmt den mittleren Impulsübertrag pro Zeit und damit die auf das Atom wirkende mittlere Kraft, die *Spontankraft*. Die Absorptionsrate hängt stark von der Verstimmung des Lichts gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz ab. Durch geeignete orts- und geschwindigkeitsabhängige Manipulation der Verstimmung lassen sich so Kräfte erzeugen, mit denen Atome eingefangen, gespeichert und gekühlt werden können.

In einer MOT ist die Spontankraft unter Ausnutzung des ZEEMAN- bzw. DOPPLER-Effekts abhängig vom Ort und von der Geschwindigkeit der Atome. Das Prinzip soll an einem eindimensionalen Modell erläutert werden: Wir betrachten ein Zwei-Niveau-Atom mit den Zuständen $|f_g = 0\rangle$ und $|f_e = 1\rangle$ in einem inhomogenen Magnetfeld $B(z)$ (vgl. Abb. 5.2). Das Atom befindet sich in zwei gegenläufigen Laserstrahlen mit Kreisfrequenz ω_L , welche um $\delta = \omega_L - \omega_0$ gegen die atomare

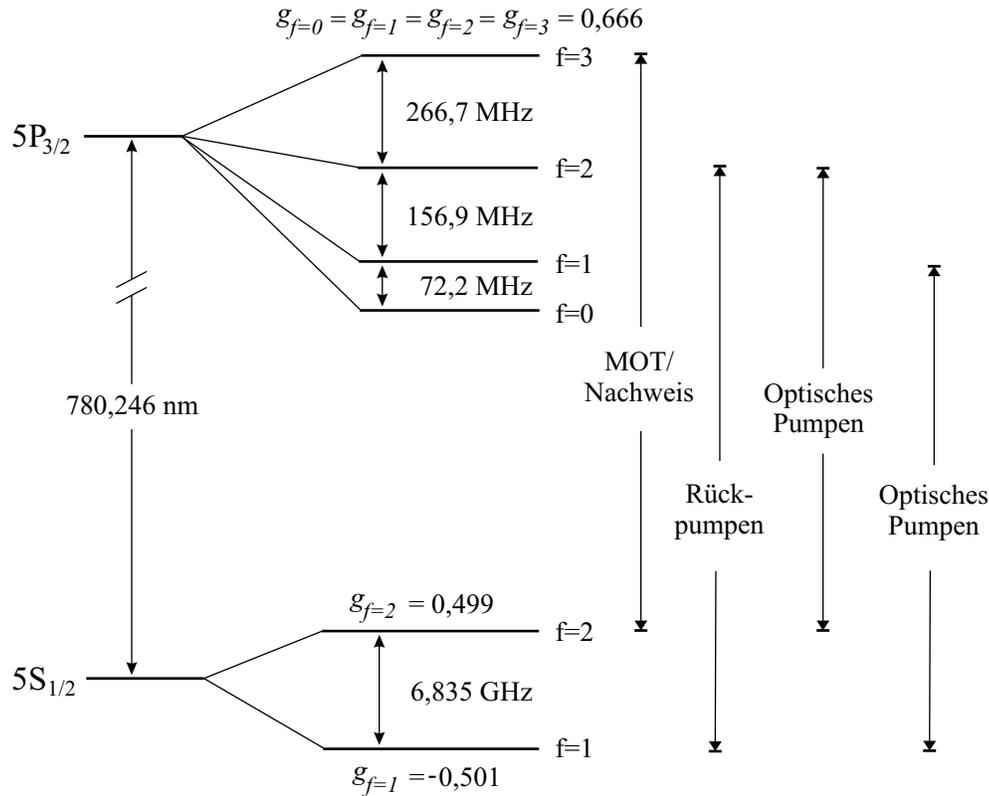


Abbildung 5.3: Hyperfeinstruktur der D_2 -Linie von ^{87}Rb . Für den Betrieb einer MOT wird Licht auf dem Übergang $f = 2 \rightarrow f = 3$ (Fallenübergang) und $f = 1 \rightarrow f = 2$ (Rückpumpen) benötigt. Weitere im Experiment verwendete Übergänge sind eingezeichnet.

Der DOPPLER-Effekt führt zu einer Reibungskraft. Hat ein Atom eine Geschwindigkeit v_z , so ist die Verstimmung des gegenläufigen Strahls betragsmäßig kleiner als die des gleichläufigen Strahls. Dies führt zu einer geschwindigkeitsabhängigen Kraft, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Auf diese Weise lassen sich die Atome abbremsen.

Dieses Prinzip kann durch drei sich jeweils orthogonal kreuzende Paare von gegenläufigen Laserstrahlen auf drei Dimensionen erweitert werden. Zwei Spulen in Anti-Helmholtz-Konfiguration (koaxial, Radius = Abstand, entgegengesetzte Ströme) erzeugen ein magnetisches Quadrupolfeld, dessen Ursprung mit dem Kreuzungspunkt der sechs Laserstrahlen zusammenfällt. Das Quadrupolfeld zeigt in allen drei Raumrichtungen ein lineares Verhalten wie in Abb. 5.2. Die MOTs im Experiment werden auf dem *Fallenübergang* $5S_{1/2}f = 2 \rightarrow 5P_{3/2}f = 3$ (vgl. Abb. 5.3) in der beschriebenen $\sigma^+ - \sigma^-$ -Konfiguration [38] betrieben. Der Fallenübergang ist nicht geschlossen, da der Zustand $5P_{3/2}f = 2$ nicht-resonant angeregt werden kann. Aus diesem kann das Atom in den Zustand $5S_{1/2}f = 1$ übergehen. Daher wird zusätzlich

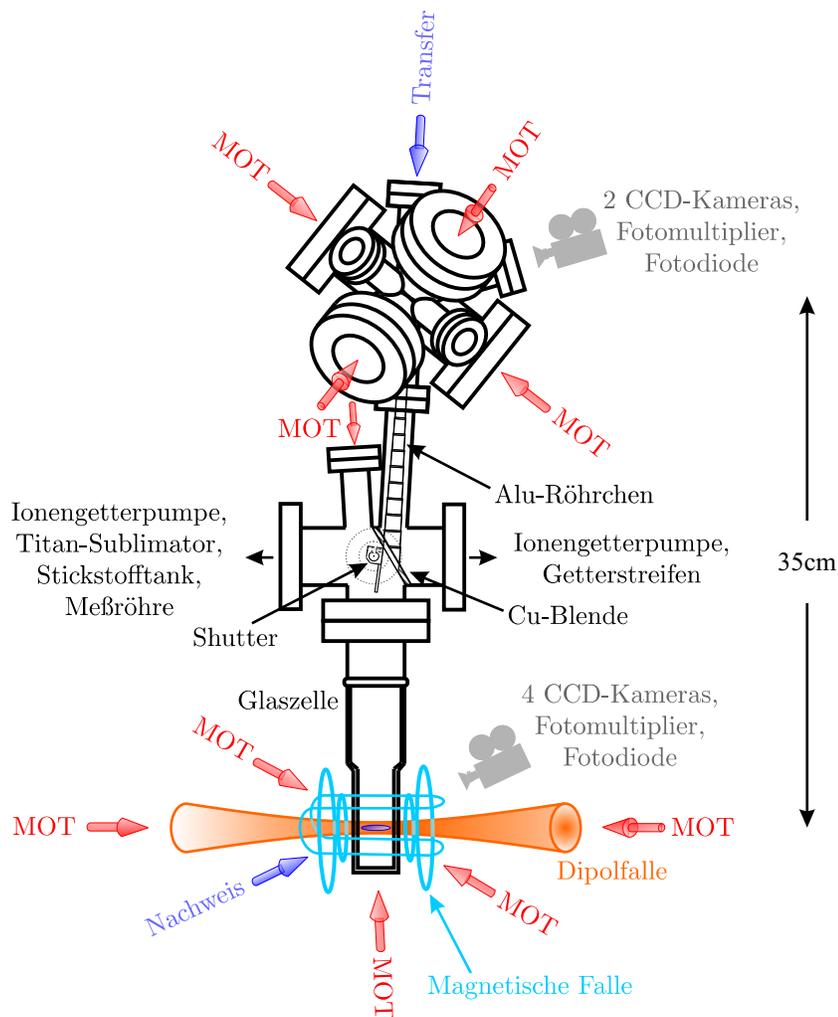


Abbildung 5.4: Das Doppel-MOT-System. Oben ist eine Dampfzellen-MOT, in der Rb-Atome aus dem Hintergrundgas eingefangen werden. Durch den Lichtdruck eines nahresonanten Laserstrahls können diese Atome dann nach unten in den UHV-Teil der Apparatur transferiert werden. Hier sind eine weitere MOT, eine Magnetfalle und eine gekreuzte Dipolfalle räumlich überlagert. Durch differentielles Pumpen kann eine Druckdifferenz von etwa drei Größenordnungen zwischen den beiden Teilen der Apparatur aufrecht erhalten werden.

Rückpumplicht auf dem Übergang $5S_{1/2}f = 1 \rightarrow 5P_{3/2}f = 2$ eingestrahlt, um die Atome wieder in den Zustand $5S_{1/2}f = 2$ zu pumpen.

Im Experiment werden zunächst in einer *Dampfzellen-MOT* Rubidium-Atome aus dem Hintergrundgas eingefangen. Der hohe Partialdruck des Rubidiums (Dampfdruck $3 \cdot 10^{-7}$ mbar) ermöglicht eine hohe Laderate von etwa $5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$. Für den weiteren Verlauf des Experiments ist ein hoher Hintergrundgasdruck allerdings un-

erwünscht, da dieser die Lebensdauer der in Magnet- und Dipolfalle gespeicherten kalten Ensembles erheblich verkürzen würde. Daher transferiert man die Atome aus der Dampfzellen-MOT in einen Teil der Apparatur mit weitaus besserem Vakuum (10^{-10} – 10^{-11} mbar). Hier werden die Atome in der *UHV-MOT* eingefangen. Der Transfer der Atome gelingt durch die Beschleunigung mit nahresonantem Licht. Dazu wird das magnetische Quadrupolfeld der Dampfzellen-MOT abgeschaltet, ein kurzer nahresonanter Laserpuls beschleunigt die Atome in Richtung der bereits eingeschalteten UHV-MOT, die die Atome sofort wieder einfängt. Durch wiederholten gepulsten Transfer können in der UHV-MOT im Gleichgewicht etwa $6 \cdot 10^9$ Atome bei einer Temperatur von etwa $500 \mu\text{K}$ gespeichert werden.

Im nächsten Schritt wird die Temperatur der Atome durch Polarisationsgradientenkühlen [39, 40] um etwa eine Größenordnung auf $50 \mu\text{K}$ reduziert. Auf eine Erläuterung dieser Methode wird hier verzichtet.

Das Lasersystem. Im Experiment kommen zwei Laser-Systeme zum Einsatz. Ein Titan-Saphir-Laser (Coherent MBR 110) mit einer Leistung von 1,3 W dient als Lichtquelle für alle Übergänge aus dem Hyperfeinniveau $5S_{1/2}f = 2$. Für die Übergänge aus dem unteren Hyperfeinzustand $5S_{1/2}f = 1$ kommt ein in der Arbeitsgruppe entwickeltes Diodenlaser-System zum Einsatz. Dieses besteht aus einem gitterstabilisierten *Master*-Laser, der eine freilaufende *Slave*-Diode im *injection lock*-Verfahren [41] betreibt. Dieses System stellt etwa 80 mW zur Verfügung. Die Frequenzstabilisierung der Laser wird durch DOPPLER-freie Sättigungsspektroskopie an einer Rubidium-Dampfzelle erreicht [42].

5.1.2 Spinpräparation durch optisches Pumpen

Nach dem Polarisationsgradientenkühlen sind die Atome über alle ZEEMAN-Zustände verteilt. Für die Speicherung in einer Magnetfalle sind jedoch nur bestimmte Zustände, die *low-field-seeker* (vgl. Kap. 5.1.3) geeignet. Um beim Umladen der Atome in die Magnetfalle nicht unnötig viele Teilchen zu verlieren, werden die Atome durch optisches Pumpen in den magnetisch speicherbaren Zustand $|1, -1\rangle$ transferiert (vgl. Abb 5.5).

Zu diesem Zweck wird die optische Melasse ausgeschaltet und ein kleines magnetisches Führungsfeld angelegt. Nun werden sowohl σ^- - und π -polarisiertes Licht auf dem Übergang $5S_{1/2}f = 2 \rightarrow 5P_{3/2}f = 2$ als auch σ^- -Licht auf dem Übergang $5S_{1/2}f = 1 \rightarrow 5P_{3/2}f = 1$ eingestrahlt. Am Ende des Pumpvorgangs sind etwa $3 \cdot 10^9$ Atome mit einer Temperatur von (unverändert) $50 \mu\text{K}$ im gewünschten ZEEMAN-Zustand.

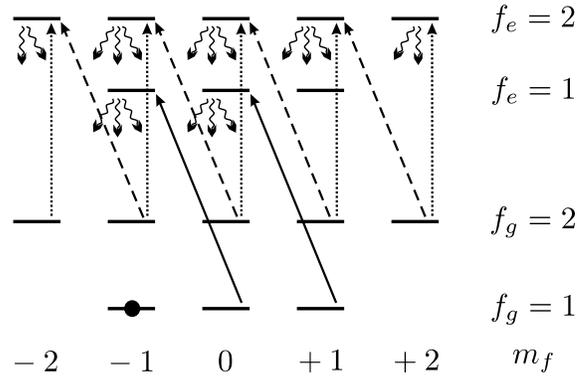


Abbildung 5.5: *Spinpräparation durch optisches Pumpen: Um möglichst alle Atome in einem magnetisch speicherbaren Spinzustand zu präparieren, wird vor dem Umladen in die Magnetfalle das Ensemble in den ZEEMAN-Zustand $|1, -1\rangle$ gepumpt. Aus dem gewünschten Niveau (\bullet) kann ein Atom nicht mehr angeregt werden.*

5.1.3 Magnetische Speicherung

Mit optischen Kühlmethode allein ist es bisher nicht gelungen, den BEC-Phasenübergang zu erreichen. Temperatur und Dichte sind durch die Anwesenheit von nahresonantem Licht nach unten bzw. oben begrenzt. Eine rein magnetische Speicherung kombiniert mit der Methode der Verdampfungskühlung unterliegt diesen Limitationen nicht und ist daher ein geeigneter zweiter Schritt auf dem Weg zur BOSE-EINSTEIN-Kondensation.

Die magnetische Speicherung beruht auf der Wechselwirkung des permanenten magnetischen Moments $\vec{\mu}$ eines Atoms mit einem äußeren Magnetfeld \vec{B} . Bei schwachen Feldern wird das Wechselwirkungspotential U^Z durch den linearen ZEEMAN-Effekt

$$U^Z = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m_f g_f \mu_B |\vec{B}| \quad (5.2)$$

beschrieben. In einem inhomogenen Magnetfeld wirkt entsprechend die ortsabhängige Kraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U^Z(\vec{r}) = -m_f g_f \mu_B \vec{\nabla} |\vec{B}(\vec{r})|. \quad (5.3)$$

Man kann zeigen, daß ein statisches Magnetfeld im stromfreien Raum ein lokales Minimum, aber kein lokales Maximum aufweisen kann [43]. In der Nähe eines lokalen Minimums spüren nur die Atome eine rücktreibende Kraft (5.3), die sich in einem Zustand mit $m_f g_f > 0$ befinden. Diese Zustände werden auch *low-field-seeker* genannt (vgl. Abb. 4.3).

Adiabatisches Folgen. Bewegt sich ein Atom in einem inhomogenen Magnetfeld, so ändert sich fortlaufend die Richtung der Quantisierungsachse, die durch die

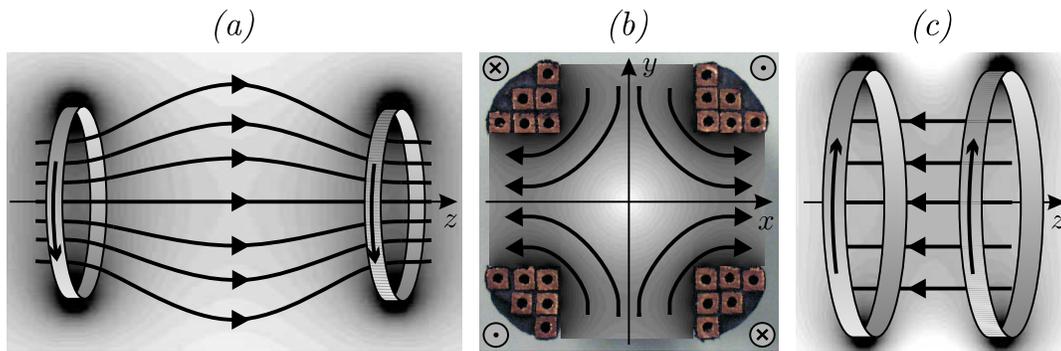


Abbildung 5.6: Die Felder der Komponenten einer IOFFE-PRITCHARD-Falle. Die „Pinch“-Spulen (a) erzeugen eine „magnetische Flasche“. Die zu den Spulen hin zunehmende Feldliniendichte sorgt für den axialen Einschluß. Das zweidimensionale Quadrupol-Feld der „bars“ (b) sichert den Einschluß in radialer Richtung. Mit den „Kompensations“-Spulen (c) kann ein homogenes Feld erzeugt werden. Damit kann die Potentialform der Falle eingestellt werden.

Richtung des lokalen Magnetfeldes vorgegeben wird. Damit das Atom dabei nicht in andere ZEEMAN-Zustände übergehen kann, muß das magnetische Moment der Änderung des Magnetfeldes folgen können (*adiabatisches Folgen*). Man kann zeigen, daß dies gewährleistet ist, wenn die LARMOR-Frequenz groß ist im Vergleich zur relativen Änderung der Magnetfeldrichtung am Ort des sich bewegenden Atoms. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, kann es zu sogenannten MAJORANA-Übergängen in andere ZEEMAN-Zustände kommen. Bei Übergängen in magnetisch nicht speicherbare Zustände führt dies zu Teilchenverlusten. Die Adiabasie-Bedingung wird insbesondere an Orten verletzt, an denen $B = 0$ gilt. Daher ist beim Design einer Magnetfalle darauf zu achten, daß überall $B \neq 0$ gilt.

Die IOFFE-PRITCHARD-Magnetfalle. Es gibt verschiedene mögliche Anordnungen stromdurchflossener Leiter, mit denen sich ein dreidimensionaler magnetischer Einschluß realisieren läßt. An diesem Experiment wird eine „klassische“ IOFFE-PRITCHARD-Falle [44–46] eingesetzt. Sie setzt sich aus drei Komponenten zusammen, die in der Abb. 5.6 skizziert sind.

Der axiale Einschluß wird durch eine „magnetische Flasche“ erzeugt. Zwei koaxiale, gleichsinnig durchflossene und gegenüber der HELMHOLTZ-Konfiguration weiter auseinander liegende „Pinch“-Spulen bilden ein flaschenförmiges Feldlinienbild. Die Dichte der Feldlinien nimmt vom Zentrum entlang der Symmetrieachse in beide Richtungen zu. Dies führt zu einem Potentialminimum für die Bewegung entlang der Symmetrieachse.

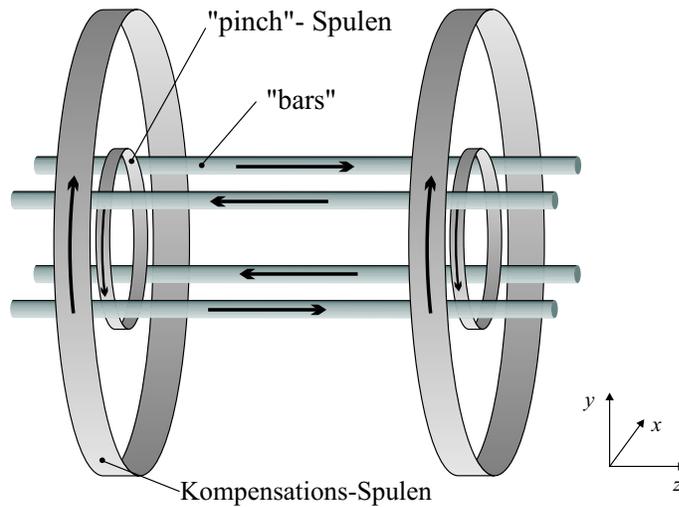


Abbildung 5.7: Die Geometrie der IOFFE-PRITCHARD-Falle. Die Pinch-Spulen sorgen für den axialen, die bars für den radialen Einschluß. Die in HELMHOLTZ-Konfiguration angebrachten Kompensations-Spulen ermöglichen eine beliebige Einstellung des Magnetfeldes im Fallenzentrum.

Der radiale Einschluß wird durch ein zweidimensionales Quadrupolfeld erzeugt. Ein solches Feld wird durch vier alternierend vom Strom durchflossene gerade Leiter, die „bars“ erzeugt. Der Betrag des Magnetfeldes steigt in den zwei Dimensionen senkrecht zur Symmetrieachse in alle Richtungen linear an.

Die Anordnung der Leiter in der Falle ist in Abb. 5.7 dargestellt. Bei der Überlagerung der beiden gerade beschriebenen Felder entsteht die Komplikation, daß die radiale Feldkomponente der Pinch-Spulen zu einem verminderten radialen Einschluß führt. Dieses Problem läßt sich durch die Überlagerung eines weiteren, homogenen Magnetfeldes umgehen, das mit Hilfe der in HELMHOLTZ-Konfiguration (koaxial, gleichsinnig durchflossen, Abstand=Radius) angeordneten Kompensations-Spulen erzeugt wird. Dieses Magnetfeld wird so gewählt, daß in der Fallenmitte $B \neq 0$ gilt. Das auf diese Weise erzeugte Fallenpotential ist für kleine Auslenkungen in jede Richtung harmonisch.

Die Oszillationsfrequenzen für Atome in einer Falle werden auch als Fallenfrequenzen bezeichnet. Für Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ sind diese in der Magnetfalle in radialer Richtung 108 Hz, in axialer Richtung 14 Hz. Als Fallentiefe bezeichnet man die Energie, die ein Teilchen haben muss, um die Falle zu verlassen. Sie wird meist in Einheiten von k_B angegeben. Die im Experiment verwendete Magnetfalle hat eine Fallentiefe von einigen Millikelvin.

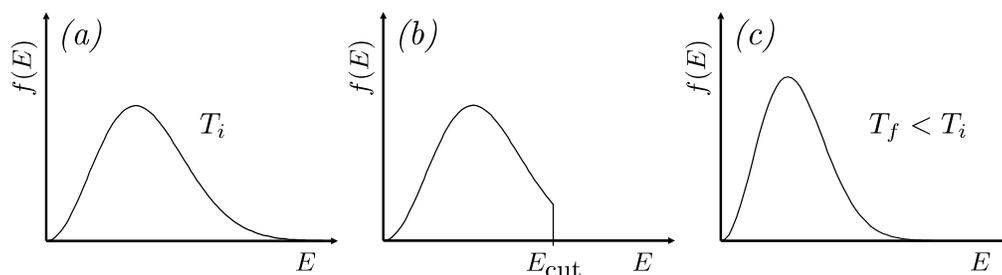


Abbildung 5.8: Das Prinzip der Verdampfungskühlung. Die energiereichen Teilchen eines Ensembles (a) werden selektiv entfernt (b). Das rethermalisierte Ensemble (c) hat eine zu geringerer Energie verschobene BOLTZMANN–Verteilung $f(E)$, also eine niedrigere Temperatur.

5.1.4 Verdampfungskühlung

Das Prinzip der Verdampfungskühlung. Die Verdampfungskühlung [47, 48] ist konzeptionell sehr einfach (Abb. 5.8): Zunächst entnimmt man einem Ensemble im Gleichgewicht mit einer Temperatur T_i selektiv die energiereichen Teilchen mit $E > E_{cut}$. Das System wird durch elastische Stöße wieder in ein Gleichgewicht kommen mit einer neuen Gleichgewichtstemperatur T_f . Da die mittlere Energie pro entferntem Teilchen größer ist als die mittlere Energie der Teilchen des Ensembles, wird sich das System insgesamt abgekühlt haben, $T_f < T_i$.

Im Experiment erfolgt die energieselektive Entfernung der Teilchen kontinuierlich. Für ein zeitlich konstantes E_{cut} geht die Kühlung zwar prinzipiell immer weiter, da die BOLTZMANN–Verteilung keine obere Grenze für die Besetzung von Zuständen hat. Praktisch jedoch nimmt die Kühlrate rasch ab, da schnell $k_B T \ll E_{cut}$ gilt, und nur noch selten Teilchen entfernt werden. Daher wird in einer Falle die Potentialschwelle kontinuierlich abgesenkt, um eine hinreichend hohe Kühlrate aufrecht zu erhalten.

Radiofrequenz–induzierte Verdampfungskühlung. In einer Magnetfalle erweist sich zur selektiven Entfernung der energiereichen Teilchen die Methode der radiofrequenz–induzierten Verdampfungskühlung als vorteilhaft. Dabei werden die Atome durch Einstrahlen einer Radiofrequenz aus der Falle entfernt, ohne das Fallenpotential global zu verändern. Das Prinzip ist in Abb. 5.9 skizziert: Die ZEEMAN–Aufspaltung der Atome im inhomogenen Feld der Magnetfalle ist ortsabhängig. Mit einer Radiofrequenz werden Übergänge in magnetisch nicht speicherbare m_f –Zustände induziert und so Atome aus der Falle entfernt. Diese Übergänge finden jedoch nur an Orten in der Falle statt, an denen die Resonanzbedingung

$$\nu_{rf}(\vec{r}) = \frac{\mu_B |g_f \vec{B}(\vec{r})|}{h} \quad (5.4)$$

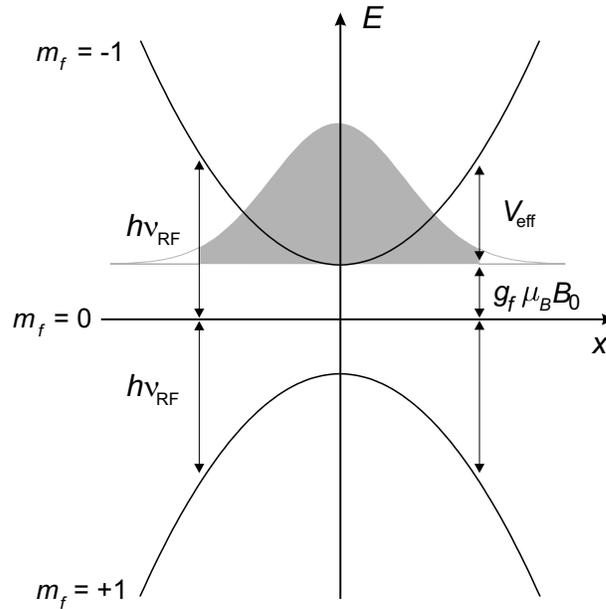


Abbildung 5.9: Die Radiofrequenz (rf)-induzierte Verdampfungskühlung am Beispiel eines Atoms mit $F = 1$. Die ZEEMAN-Aufspaltung ist ortsabhängig. Die eingestrahlte Radiofrequenz treibt Übergänge in nicht speicherbare Zustände. Nur Atome mit überdurchschnittlich großer Energie werden auf diese Weise aus der Falle entfernt, da nur sie sich in den weit von der Fallenmitte entfernten Bereich der Resonanz mit der Radiofrequenz bewegen können.

erfüllt ist. Nur Atome mit überdurchschnittlich großer Energie haben Trajektorien, die zu den Orten in der Magnetfalle führen, an denen die Resonanzbedingung erfüllt ist. Auf diese Weise werden nur die energiereichen Teilchen entfernt.

5.1.5 Phasenübergang

Nach etwa 5 s Verdampfungskühlung wird der BEC-Phasenübergang im Zustand $|1, -1\rangle$ bei einer Temperatur von 500-600 nK erreicht, typischerweise sind an diesem Experiment einige 10^6 Teilchen im Kondensat. Abbildung 5.10 zeigt den Phasenübergang bei fortschreitender Verdampfungskühlung. Bei Temperaturen oberhalb der kritischen Temperatur liegt die relativ breite Verteilung thermisch angeregter Atome vor (oben links). Die beim Phasenübergang in den Grundzustand übergegangenen Atome bilden den sehr dichten Kern in der Mitte der Wolke (z.B. unten links). Die für ein BEC charakteristische bimodale Verteilung (vgl. Kap. 2) wird in den zusätzlich dargestellten horizontalen Schnitten besonders deutlich.

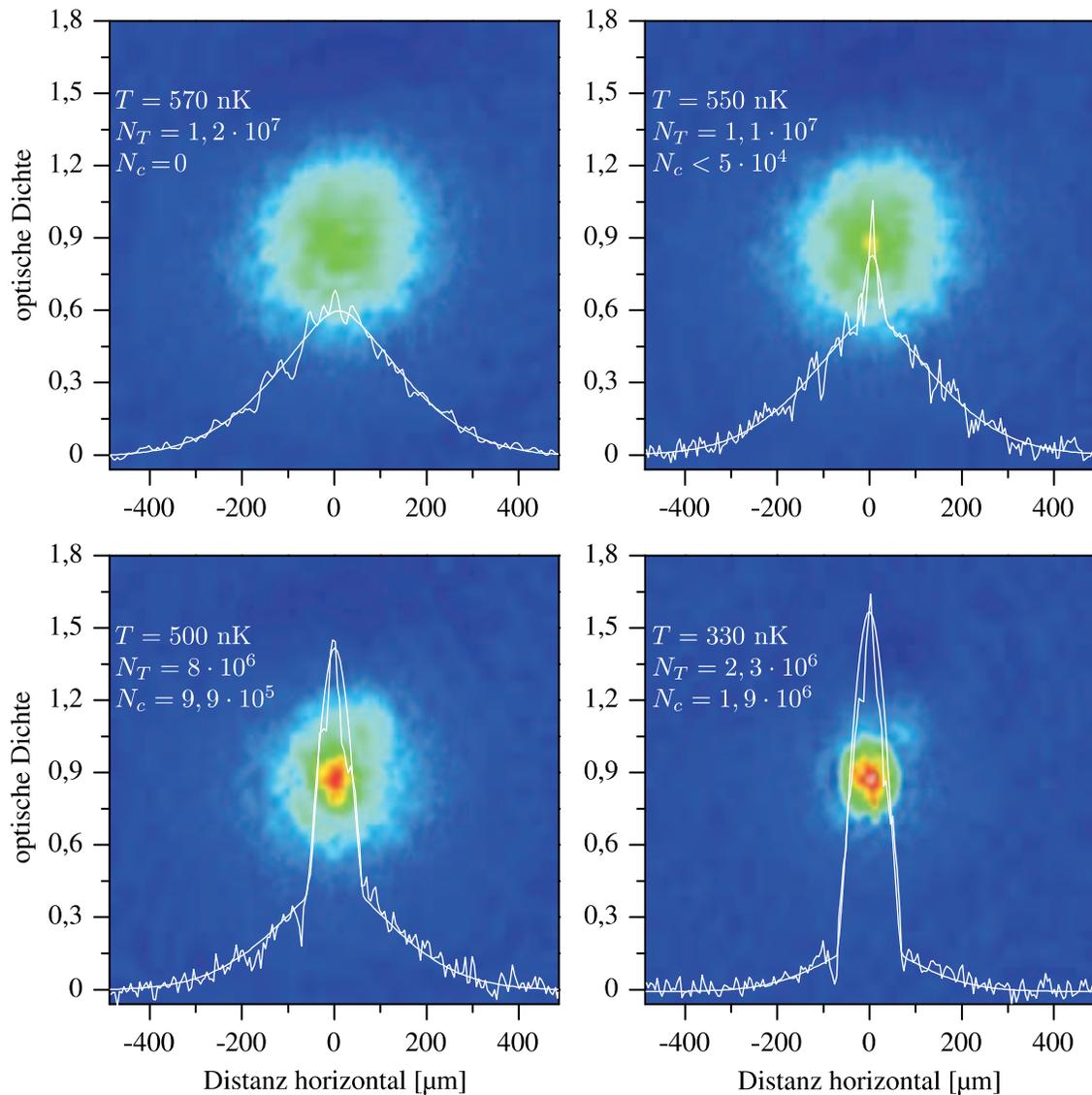


Abbildung 5.10: Der Phasenübergang zum BOSE-EINSTEIN-Kondensat in ^{87}Rb . Die Absorptionen wurden bei fortschreitender Verdampfungskühlung nach jeweils 20 ms Expansionszeit aufgenommen. Bei einer Temperatur von etwa 560 nK bildet sich eine bimodale Verteilung aus, die Signatur eines BEC. N_T bzw. N_c sind die Teilchenzahlen in der Wolke thermisch angeregter Atome bzw. dem Kondensat.

5.1.6 Abbildungssystem

Für die meisten quantitativen Untersuchungen an BOSE-EINSTEIN-Kondensaten sind Absorptionmessungen die Methode der Wahl. Bei diesem Verfahren wird die Abschwächung von nah-resonantem Licht durch Absorption in der Atomwolke ortsaufgelöst bestimmt; der „Schatten“ der Wolke wird mit einem hochauflösenden Ab-

bildungssystem auf den Chip einer CCD-Kamera abgebildet. Das so gemessene Intensitätsprofil $I(x, y)$ hängt von der über die Propagationsrichtung z des Nachweisstrahls integrierten Dichte $n(x, y, z)$ der Wolke ab. Die Absorption wird durch das BEERSche Gesetz

$$\frac{dI(x, y, z)}{dz} = -n(x, y, z)\sigma_{abs}(I, \delta)I(x, y, z) \quad (5.5)$$

beschrieben, wobei der Absorptionsquerschnitt σ_{abs} allgemein von der Intensität $I(x, y, z)$ und der Verstimmung δ des Nachweisstrahls abhängt. Im Grenzfall geringer Sättigung ist der Absorptionsquerschnitt nicht mehr intensitätsabhängig. Im Spezialfall von polarisierten 2-Niveau-Atomen in polarisiertem Licht erhält man

$$\sigma_{abs}(\delta) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + (\frac{\delta}{\Gamma/2})^2} \quad (5.6)$$

Dann kann Gl. (5.5) einfach integriert werden, und man erhält

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp\left(-\sigma_{abs}(\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} n(x, y, z) dz\right) \quad (5.7)$$

wobei $I_0(x, y)$ das Intensitätsprofil des Abbildungsstrahls vor dem Durchgang durch die Atomwolke ist. Zur Bestimmung von $I_0(x, y)$ wird ein zweites Bild in Abwesenheit der Atome mit der CCD-Kamera aufgenommen.

Auf diese Weise kann man die zweidimensionale optische Dichte $\mathcal{O}(x, y)$ durch

$$\mathcal{O}(x, y) = \sigma_{abs}(\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} n(x, y, z) dz = -\ln\left(\frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)}\right) \quad (5.8)$$

gewinnen. Der theoretische Verlauf der optischen Dichte für ein BEC kann durch Integration der Dichteverteilung (2.10) bestimmt werden. Für die optische Dichte einer Wolke thermisch angeregter Atome integriert man entsprechend über die aus der BOSE-Statistik abgeleitete Dichteverteilung. In Abb. 5.10 ist jeweils an einen horizontalen Schnitt der optischen Dichte die theoretische Erwartung angepaßt. Aus den so gewonnenen Fit-Parametern lassen sich Kondensat-Durchmesser und Teilchenzahl gewinnen. Auf diese Weise werden diese Informationen in Kap. 6 aus Absorptionaufnahmen gewonnen.

Die Absorptionsmethode ist ein destruktives Verfahren, da sie auf der vielfachen Streuung von nah-resonantem Licht beruht. Schon die bei der Streuung eines einzelnen Photons übertragene Rückstoßenergie $\hbar^2 k^2 / (2m) \approx k_B \cdot 180$ nK bei der hier verwendeten Wellenlänge von 780 nm ist von der Größenordnung des chemischen Potentials des BEC. Zudem muß eine Absorptionsmessung nach Abschalten der Falle erfolgen, weil die sonst ortsabhängige Verstimmung des Nachweislasers gegenüber der atomaren Resonanz die Auswertung verfälschen würde. Da für jede Messung also ein neues BEC erzeugt werden muß, sind eine kurze Zykluszeit und eine hervorragende Reproduzierbarkeit beim Aufbau einer BEC-Apparatur von großer Bedeutung.

5.1.7 Verlustmechanismen und Lebensdauer

Durch Stöße gehen ständig Teilchen aus Magnet- und Dipolfalle verloren. Diese Verlustmechanismen limitieren die Lebensdauer eines gespeicherten Ensembles. Die Verlustrate wird einerseits durch die Rate elastischer Stöße mit den energiereichen Teilchen des Hintergrund-Gases, andererseits durch die dichteabhängige Rate inelastischer Stöße zwischen Teilchen des gespeicherten Ensembles bestimmt:

$$\dot{N}(t) = -K_1 N(t) - K_2 \int_V n^2(\vec{r}, t) dV - K_3 \int_V n^3(\vec{r}, t) dV . \quad (5.9)$$

$N(t)$ ist die Anzahl der Teilchen in der Falle, $n(\vec{r}, t)$ deren Dichte. Der K_1 -Term berücksichtigt alle Stöße mit dem Hintergrund-Gas. Ein sehr gutes Vakuum ist die Grundvoraussetzung für eine lange Lebensdauer in einer Falle. Typischerweise erfolgt der Zerfall aufgrund der Stöße mit dem Hintergrundgas auf einer Zeitskala von etwa einer Minute ($1/e$ -Zeit). So bleibt genug Zeit für die Verdampfungskühlung, die auf einer Zeitskala von einigen Sekunden stattfindet.

Der K_2 -Term beschreibt die Kapitel 6.1 beschriebenen inelastischen Zwei-Körper-Prozesse, der K_3 -Term entsprechend die inelastischen Drei-Körper-Stöße. Typische Dichten in einem Kondensat liegen im Bereich 10^{14} – 10^{15} cm^3 . Bei diesen Dichten dominieren die inelastischen Drei-Körper-Verluste. Die Ratenkonstante K_3 bestimmt in diesem Regime wesentlich die Lebensdauer eines Kondensats in einer Falle.

5.2 Erzeugung homogener Magnetfelder

Für Experimente mit magnetisch induzierten FESHBACH-Resonanzen ist ein Magnetfeld erforderlich, das über die Ausdehnung der Atomwolke möglichst homogen ist. Ein solches Feld liefern die in HELMHOLTZ-Konfiguration angeordneten Kompensations-Spulen der Magnetfalle. Die im Experiment eingesetzten Netzteile (4 Stück HP 6690A) können zusammen 1760 A liefern, damit werden am Ort der Atome Felder bis zu 1270 G erzeugt.

Die Stabilität des Magnetfeldes wird im wesentlichen durch das Stromrauschen begrenzt. Mit einer geeigneten Regelung wird dieses im Experiment auf 18 mA (rms) reduziert, was einem Magnetfeldrauschen von 13 mG (rms) entspricht. Daneben beeinträchtigen thermische Drifts durch die in den Spulen dissipierte Leistung von bis zu 12 kW die Stabilität des Feldes. Außerdem liegen am Ort der Atome magnetische Wechselfelder der Laborumgebung an, die jedoch kleiner als 10 mG (rms 1 kHz Bandbreite) sind.

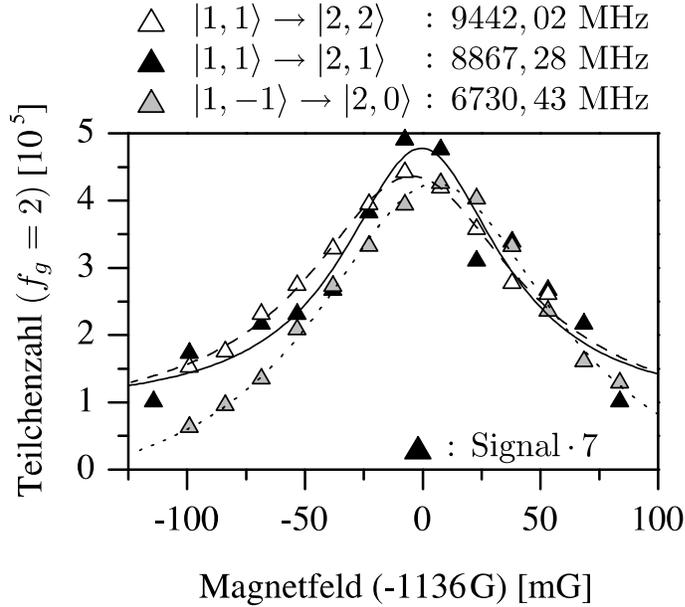


Abbildung 5.11: Mikrowellenspektroskopie zur Kalibrierung des Magnetfeldes am Ort der Atome: Die Teilchenzahl als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Übergänge bei jeweils fester Frequenz und Pulsdauer (50 ms).

Die Kalibrierung des Magnetfeldes erfolgt durch Mikrowellenspektroskopie. Bei dieser Methode werden die Atome selbst als Magnetfeldsonde eingesetzt. Das Prinzip der Mikrowellenspektroskopie wird aus Abb. 4.3 deutlich. Mit Mikrowellen lassen sich Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus induzieren. Da die Lage der Niveaus im Magnetfeld durch die BREIT-RABI-Formel (4.4) exakt bekannt ist, kann man aus der Resonanzfrequenz direkt das Magnetfeld berechnen. In Abb. 5.11 ist das Ergebnis einer solchen Messung aufgetragen: Zunächst präpariert man eine kalte Wolke im Zustand $|1, 1\rangle$ oder $|1, -1\rangle$. Dann wird bei unterschiedlichen Magnetfeldern ein Mikrowellenpuls (50 ms) fest gewählter Frequenz eingestrahlt, der je nach Frequenz die Übergänge $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 2\rangle$, $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$ oder $|1, -1\rangle \rightarrow |2, 0\rangle$ induziert. Anschließend wird durch eine Absorptionaufnahme die Zahl der Atome im Zustand $f = 2$ bestimmt. Das Magnetfeld, bei dem das Maximum der Teilchenzahl auftritt, ist durch die BREIT-RABI-Formel mit der vorgegebenen Mikrowellenfrequenz verknüpft.

5.3 Aufbau und Charakterisierung einer gekreuzten Dipolfalle

Die Speicherung von Atomen in einer Magnetfalle ist auf low-field-seeker beschränkt. Da die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte FESHACH-Resonanz bei 1007 G je-

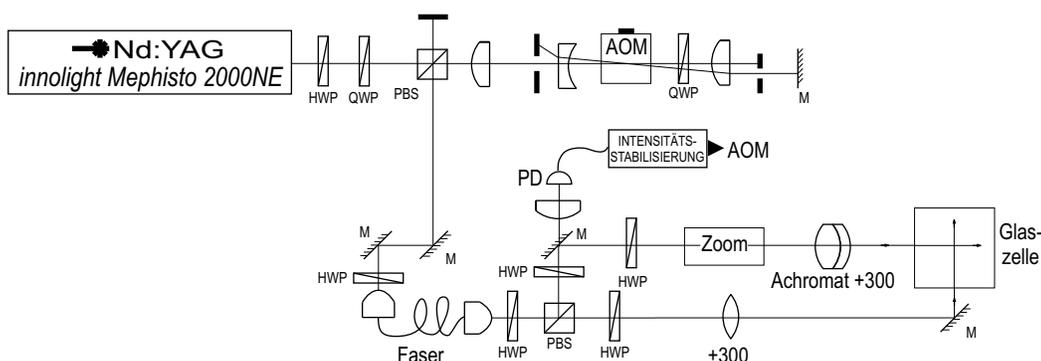


Abbildung 5.12: Aufbau der gekreuzten Dipolfalle. Das Licht eines Nd:YAG-Lasers wird hinter einer Faser variabel aufgeteilt. Einer der Strahlen wird zunächst mit einem Teleskop aufgeweitet und dann mit einer achromatischen Linse in die Glaszelle fokussiert. Der andere Strahl wird mit einer Linse fokussiert und kreuzt den ersten in der Glaszelle. Ein Regelkreis aus Photodiode (PD), PID-Regler und einem akusto-optischen Modulator (AOM) stabilisiert die Lichtleistung des Strahls.

doch in einem magnetisch nicht speicherbaren Zustand stattfindet, kommt in den folgenden Experimenten eine *fern-rotverstimmte gekreuzte Dipolfalle* zum Einsatz [49], da dieser Fallentyp beliebige ZEEMAN-Zustände speichern kann.

Die Funktionsweise einer Dipolfalle beruht auf der Wechselwirkung des induzierten elektrischen Dipolmomentes eines Atoms mit einem elektromagnetischen Feld. Das Lichtfeld eines Lasers mit Amplitude \vec{E} induziert in einem Atom ein Dipolmoment mit Amplitude \vec{d} , wobei die beiden Größen durch

$$\vec{d} = \alpha(\omega)\vec{E} \quad (5.10)$$

verknüpft sind. $\alpha(\omega)$ ist dabei die komplexwertige und frequenzabhängige Polarisierbarkeit. Die potentielle Energie des induzierten Dipols im Lichtfeld ist durch

$$U_{dip}(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\langle \vec{d} \cdot \vec{E} \rangle_t = -\frac{1}{2}\text{Re}(\alpha)\langle \vec{E}^2(\vec{r}) \rangle_t = -\frac{\text{Re}(\alpha)}{2\epsilon_0 c}I(\vec{r}) \quad (5.11)$$

gegeben, wobei $\langle \bullet \rangle_t$ den zeitlichen Mittelwert einer Größe beschreibt. Mit $\vec{F} = -\vec{\nabla}U_{dip}$ folgt sofort

$$\vec{F} = \frac{\text{Re}(\alpha)}{2\epsilon_0 c}\vec{\nabla}I(\vec{r}) \quad (5.12)$$

Durch geeignete Wahl der Intensitätsverteilung $I(\vec{r})$ ist also eine Speicherung möglich. Eine genauere Analyse liefert

$$U_{dip} \propto I/\delta \quad (5.13)$$

für die Falltiefe U_{dip} . Das Vorzeichen der Verstimmung δ des Lichtfeldes gegenüber dem atomaren Übergang entscheidet also darüber, ob die Atome sich in Richtung

zunehmender Intensität ($\delta < 0$, „rotverstimmt“) oder in Richtung abnehmender Intensität ($\delta > 0$, „blauverstimmt“) bewegen.

Der außer Phase schwingende Anteil des Dipolmoments \vec{d} führt zur Streuung von Licht am Atom. Für die Streurrate Γ_{sc} findet man

$$\Gamma_{sc} \propto I/\delta^2 . \quad (5.14)$$

Die Streurrate Γ_{sc} sollte bei gegebener Fallentiefe möglichst klein sein, da sich die gespeicherten Atome durch Streuprozesse aufheizen und aus der Falle verloren gehen. Das läßt sich nach Gl. (5.14) bei vorgegebener Fallentiefe am besten mit einer großen Verstimmung und hoher Intensität realisieren.

Die einfachste Geometrie einer Dipolfalle ist ein fokussierter Gaußscher Strahl. Ein solcher Strahl hat die Intensitätsverteilung

$$I(r, \theta, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2r^2/w^2(z)} , \quad (5.15)$$

wobei P die Leistung des Laserstrahls ist. Der $1/e^2$ -Radius der Intensität ist durch $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ gegeben. w_0 ist der *waist*, die $1/e^2$ -Breite des Strahls im Fokus, $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ die RAYLEIGH-Länge.

Ausgehend vom Ort des Fokus $\vec{r} = 0$ nimmt die Intensität in einem solchen Strahl sowohl in radialer als auch in axialer Richtung ab. Ist das Licht rotverstimmt, so wird damit ein dreidimensionaler Einschluß erzeugt.

In der Nähe des Fokus kann das Fallenpotential durch einen zylindersymmetrischen harmonischen Oszillator genähert werden:

$$U_{dip}(r, z) = -\hat{U}_{dip} \left(1 - 2 \left(\frac{r}{w_0} \right)^2 - \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right) . \quad (5.16)$$

Die Fallenfrequenzen werden durch

$$\omega_{\perp} = \sqrt{\frac{4\hat{U}_{dip}}{mw_0^2}} \propto \frac{\sqrt{P}}{w_0^2} \quad \text{bzw.} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2\hat{U}_{dip}}{mz_R^2}} \propto \frac{\sqrt{P}}{w_0^3} \quad (5.17)$$

gegeben.

Aufbau einer gekreuzten Dipolfalle. Eine Dipolfalle aus einem Gaußschen Strahl hat einige Einschränkungen. Zum einen erzeugt ein einzelner Gaußscher Strahl ein sehr anisotrope Fallenpotential: Da die RAYLEIGH-Länge um den Faktor

$\pi w_0/\lambda$ größer ist als der waist, ist der Einschluß in axialer Richtung für typische experimentelle Parameter viel schwächer als in radialer Richtung. Zum anderen können die Fallenfrequenzen nicht unabhängig voneinander gewählt werden (vgl. Gl. (5.17)).

Kreuzt man zwei Gaußsche Strahlen mit zueinander orthogonalen Polarisierungen, so kann man zum einen ein wesentlich isotropes Fallenpotential erzeugen, zum anderen können die Fallenfrequenzen unabhängig voneinander gewählt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine solche *gekreuzte Dipolfalle* aufgebaut und charakterisiert.

Der Aufbau ist vereinfacht in Abb. 5.12 skizziert. Als Laser kommt ein Nd:YAG-Laser (innolight Mephisto 1200) mit 2W Ausgangsleistung und einer Wellenlänge von 1064 nm zum Einsatz. Durch einen Regelkreis mit einem AOM als Stellglied wird die Leistung stabilisiert.

Einer der Strahlen läuft horizontal entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle mit einer Fokusgröße von $33 \mu\text{m}$ und einer Leistung von 38 mW. Der zweite Strahl steht senkrecht auf dem ersten und schließt einen Winkel von etwa 25° mit der Horizontalen ein. Die Fokusgröße dieses Strahls ist $77 \mu\text{m}$, seine Leistung 115 mW. Die Fallentiefe ist von der Ordnung einiger μK . In vertikaler Richtung kann die Falle die Atome gerade gegen die Schwerkraft halten. Da die Polarisierungen der beiden Strahlen orthogonal zueinander sind, wird kein optisches Gitter ausgebildet.

Die Falle wurde auf geringe maximale Dichte im BEC optimiert, um dichteabhängige Verluste klein zu halten. So können mit dieser Falle Kondensate mit etwa 10^5 Atomen und einer maximalen Dichte von 10^{14} cm^{-3} präpariert werden. Die Kondensate sind typischerweise von einer Wolke mit 10^5 thermisch angeregten Atomen umgeben.

Charakterisierung der Dipolfalle. Neben der Fallentiefe und der Streurrate sind die Fallenfrequenzen die charakteristischen Größen einer Dipolfalle. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Fallenfrequenzen ist parametrisches Heizen [50, 51]. Hier wird einer Atomwolke durch die Modulation der Fallenfrequenz (also eines Parameters) Energie zugeführt („Heizen“), was dann zum Verlust von Teilchen aus der Falle führt. Das Heizen ist am effektivsten, d.h. die Teilchenverluste sind am größten, wenn die Modulationsfrequenz gerade der zweifachen Fallenfrequenz entspricht. Bei einer Dipolfalle läßt sich die Modulation der Fallenfrequenz ω durch die Modulation der Laserleistung P leicht realisieren, da $\omega \propto \sqrt{P}$ gilt (vgl. Gl. (5.17)). In Abb. 5.13 ist eine Messung zur Bestimmung einer Fallenfrequenz gezeigt. Bei den im nächsten Kapitel vorgestellten Experimenten wurden folgende Fallenfrequenzen verwendet: $2\pi \cdot 50 \text{ Hz}$ entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle, $2\pi \cdot 120 \text{ Hz}$ in Richtung der Gravitation und $2\pi \cdot 150 \text{ Hz}$ in der dazu orthogonalen Richtung.

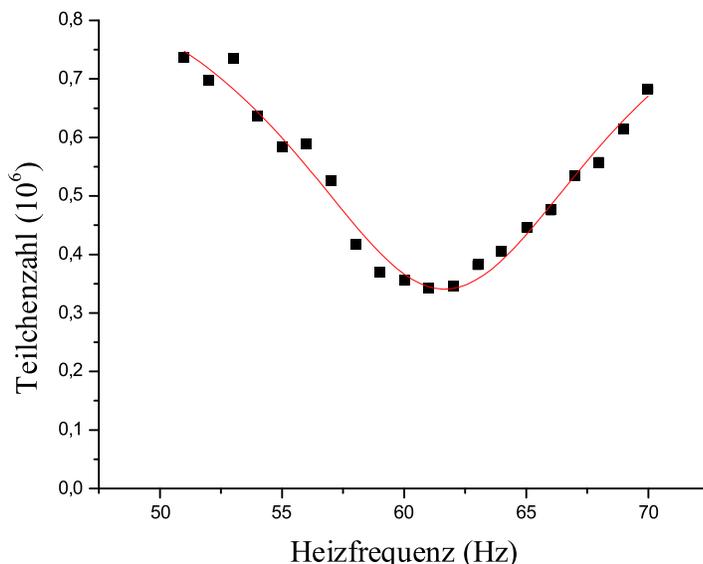


Abbildung 5.13: *Beispiel einer Fallenfrequenz-Messung durch parametrisches Heizen. Das Maximum der Verluste tritt bei der Resonanzbedingung für parametrische Anregung, $2\omega_{\text{System}} = \omega_{\text{Heizen}}$, auf. In dieser Messung ist die Fallenfrequenz also etwa 31 Hz.*

5.4 Experimenteller Zyklus

Die Charakterisierung der elastischen Stoßeigenschaften von ^{87}Rb nahe einer FESH-BACH-Resonanz wird mit Messungen an BOSE-EINSTEIN-Kondensaten durchgeführt. Daher wird zunächst mit der oben beschriebenen Apparatur ein BEC im Zustand $|1, -1\rangle$ in der Magnetfalle erzeugt. Für die im nächsten Kapitel vorgestellten Messungen wird dann folgende experimentelle Sequenz verwendet: Zunächst wird das BEC in die Dipolfalle umgeladen. Dabei sorgt ein kleines magnetisches Führungsfeld von etwa 1 G für die Erhaltung der Spinpolarisation. Nach dem Umladen wird abrupt ein starkes äußeres Feld abgelegt, welches dem Führungsfeld entgegengesetzt gerichtet ist; das Einschalten dieses Feldes geht so schnell, daß die atomaren Spins zu fast 100% vom Zustand $|1, -1\rangle$ in den Zustand $|1, 1\rangle$ überführt werden. Das äußere Feld wird zunächst für etwa 500 ms einige Gauß neben dem Wert, bei dem die FESH-BACH-Resonanz auftritt, gehalten. Während dieser Zeit können thermische Drifts abklingen. Anschließend werden gleichzeitig die Dipolfalle aus- und das Magnetfeld auf den gewünschten Endwert in der Nähe der FESH-BACH-Resonanz geschaltet. Das Kondensat expandiert nun frei im äußeren Magnetfeld. Nach 6 ms wird das Magnetfeld ganz ausgeschaltet. Nach 20 ms freier Expansion wird ein Absorptionsbild des Kondensats aufgenommen, aus dem durch einen zwei-

dimensionalen Fit Teilchenzahl und Kondensat-Durchmesser gewonnen werden. Ein experimenteller Zyklus dauert inklusive der Datenaufnahme etwa 12 s.

Kapitel 6

Ergebnisse

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Charakterisierung der elastischen Streueigenschaften von ^{87}Rb in der Nähe einer FESHBACH–Resonanz. Dazu muß als ein erster Schritt das äußere Magnetfeld, bei dem eine solche Resonanz auftritt, genau bestimmt werden. Die Lokalisierung einer FESHBACH–Resonanz mittels einer Verlustmessung wird in Abschnitt 6.1 beschrieben. In Abschnitt 6.2 wird zunächst ein Verfahren zur Bestimmung der elastischen Streulänge aus Expansionsdynamik eines BOSE–EINSTEIN–Kondensats vorgestellt, bevor die damit erzielten Ergebnisse präsentiert werden.

6.1 Inelastische Verluste nahe einer FESHBACH–Resonanz

Neben den elastischen ändern sich auch die inelastischen Stoßeigenschaften bei einer FESHBACH–Resonanz signifikant. Bei inelastischen Stößen ändert sich der Zustand der inneren Freiheitsgrade der Stoßpartner. Insbesondere kann Energie aus inneren Freiheitsgraden in kinetische Energie umgewandelt werden, so daß die Teilchen die Falle verlassen können. Das eröffnet die Möglichkeit, die Lage einer FESHBACH–Resonanz mit einer Verlustmessung zu bestimmen. Der Mechanismus inelastischer Verluste soll an den für das Experiment relevanten inelastischen Zwei- und Drei-Körper-Stößen anschaulich beschrieben werden.

- **Inelastische Zwei-Körper-Stöße.** Bei einer FESHBACH–Resonanz koppelt der Eingangskanal an einen geschlossenen Kanal (vgl. Kap. 4). Analog dazu kann der Eingangskanal auch an einen (energetisch) offenen Kanal koppeln (vgl. Abb. 6.1). In diesem Fall kann ein inelastischer Stoß stattfinden, und die

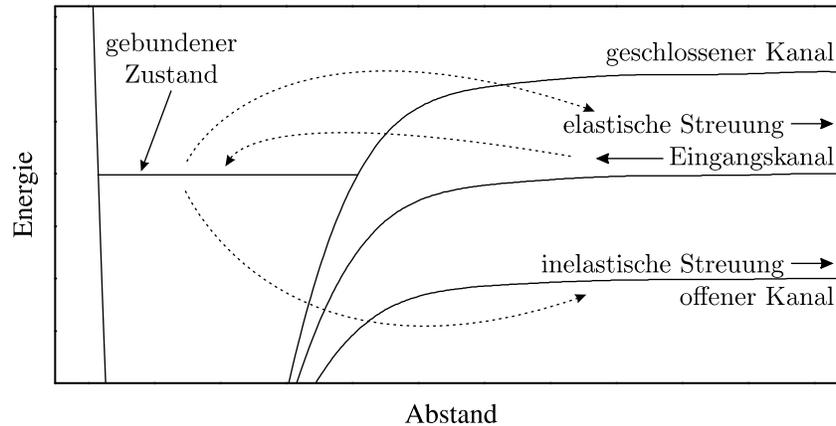


Abbildung 6.1: Bei inelastischen Zwei-Körper-Stößen koppelt der Eingangskanal an einen offenen, energetisch tiefer liegenden Kanal. In der Nähe einer FESHBACH-Resonanz ist die Besetzung der gebundenen Zustände resonant überhöht, was zu einer stark vergrößerten Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei kleinen relativen Abständen führt. Dadurch ist auch die Rate der inelastischen Zwei-Körper-Stöße resonant überhöht.

Teilchen laufen in einem energetisch tiefer liegenden Kanal mit zusätzlicher kinetischer Energie aus. Die so frei werdende Energie ist von der Größenordnung der Hyperfeinaufspaltung ($\approx k_B \cdot 330\text{mK}$) oder der ZEEMAN-Verschiebung im äußeren Feld ($\approx k_B \cdot 70\mu\text{K}$ bei 1 G). Da die Falltiefe einer Dipolfalle in diesem Experiment typischerweise $k_B \cdot 10\mu\text{K}$ ist, verlassen die Stoßpartner die Falle. Ein inelastischer Streukanal existiert offensichtlich nur, wenn der Eingangskanal nicht der absolute Grundzustand des Systems ist. Die Kopplung zwischen Eingangskanal und einem offenen Streukanal wird anschaulich argumentiert durch eine erhöhte Verweildauer der Atome bei kleinem relativem Abstand vergrößert. Da dies bei einer FESHBACH-Resonanz durch die temporäre Besetzung eines gebundenen Zustands gerade gegeben ist, erwartet man auch eine resonante Überhöhung der Rate inelastischer Zwei-Körper-Stöße.

- **Inelastische Drei-Körper-Stöße.** Bei einem Drei-Körper-Stoß können zwei Atome zu einem Molekül rekombinieren. Für eine solche Rekombination ist ein dritter Stoßpartner erforderlich, um Energie- und Impulserhaltung zu gewährleisten. Schon die am schwächsten gebundenen Rubidium-Molekülzustände weisen eine Bindungsenergie von $\approx k_B \cdot 1,2\text{mK}$ auf, die bei der Rekombination als kinetische Energie der Stoßpartner frei wird. Ein Drittel dieser Energie wird auf das Molekül, zwei Drittel auf das einzelne Atom übertragen. So besitzen alle beteiligten Teilchen nach der Rekombination genügend kinetische Energie, um die Falle zu verlassen. Die Wahrscheinlichkeit für eine Drei-Körper-Rekombination ist in der Nähe einer Feshbach-Resonanz anschaulich gesprochen deshalb resonant überhöht, weil sich zwei der drei Stoßpartner mit

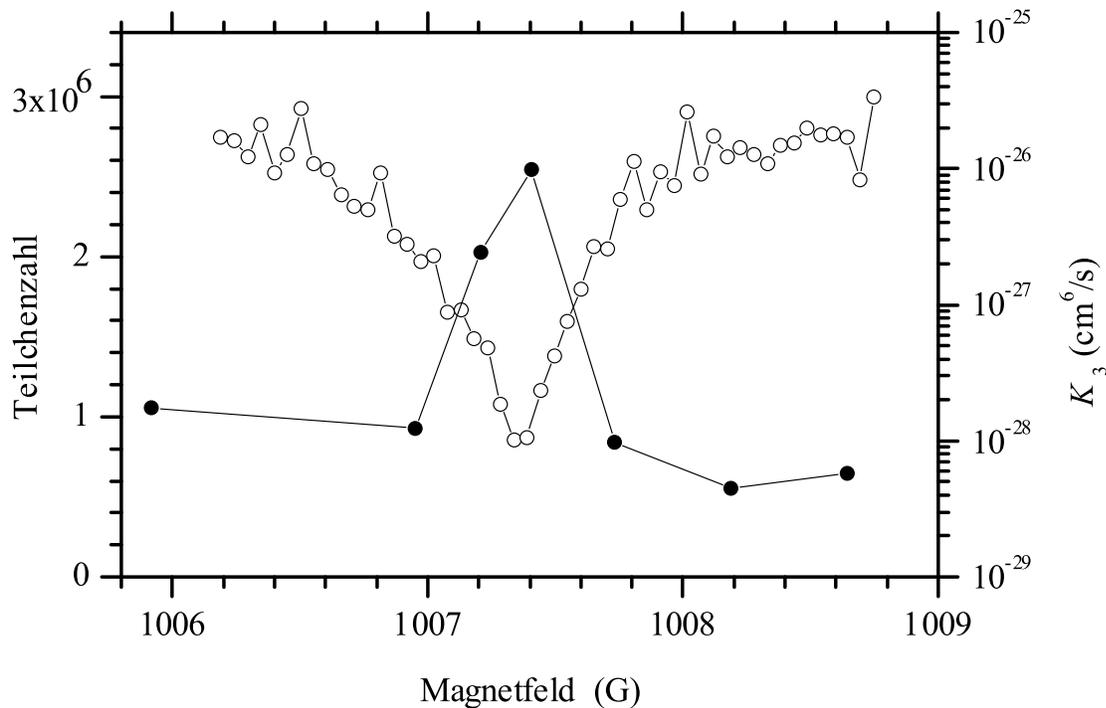


Abbildung 6.2: Die FESHBACH-Resonanz bei 1007 G. Aufgetragen ist die Zahl der Atome (\circ) nach 50 ms Haltezeit als Funktion des äußeren Magnetfeldes. Die Rekombinationsrate K_3 (\bullet) ist resonant überhöht (vgl. Kap. 5.1.7).

sehr viel erhöhter Wahrscheinlichkeit temporär in einem gebundenen Zustand befinden. So erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, drei Teilchen am gleichen Ort zu finden.

Neben den Verlusten durch die inelastischen Zwei- und Drei-Körper-Stöße gibt es experimentelle Hinweise [18, 21, 52] auf andere, schnelle Verlustmechanismen in der Nähe einer FESHBACH-Resonanz, auf einer Zeitskala < 1 ms. Verluste auf dieser Zeitskala lassen sich nicht durch resonant überhöhte Zwei- und Drei-Körper-Stöße erklären. Auf Details soll hier nicht näher eingegangen werden.

Resonant überhöhte inelastische Verluste sind also eine Signatur einer FESHBACH-Resonanz. Daher kann man zur Detektion einer solchen Resonanz wie folgt vorgehen: Man setzt ein BEC oder ein kaltes Ensemble mit einer definierten Anzahl von Atomen eine gewisse Zeit (in diesem Fall 50 ms) einem äußeren Magnetfeld aus und bestimmt anschließend aus einer Absorptionaufnahme die Teilchenzahl. Das Ergebnis einer solchen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messung ist in Abb. 6.2 dargestellt. Das Maximum der Verluste liegt bei 1007,34 G. Da diese Resonanz die

breiteste der in [21] gefundenen Resonanzen ist, eignet sie sich für die Untersuchung der elastischen Streueigenschaften am besten.

6.2 Charakterisierung der elastischen Streueigenschaften

In diesem Abschnitt wird die Messung der elastischen Streulänge a in der Nähe einer FESHBACH-Resonanz präsentiert. Dazu wird zunächst das Verfahren skizziert, mit dem die elastische Streulänge aus der Messung der von der Mean-Field-Energie getriebenen Expansion eines BEC bestimmt werden kann. Dabei wird ausgenutzt, daß die elastische Streulänge a die Mean-Field-Energie eines BEC bestimmt (vgl. Gl. (2.8)). Ähnliche Verfahren wurden schon für die Messung elastischer Eigenschaften anderer Isotope verwendet [9, 19, 53]. Die Methode soll zunächst anschaulich beschrieben werden: Kraft auf die Atome in einem BEC in einer Falle mit Potential U verschwindet im Gleichgewicht:

$$0 = \vec{F} = \vec{\nabla}(U + gn) , \quad (6.1)$$

wobei n die Kondensat-Dichte und $g = 4\pi\hbar^2 a/m$ die Kopplungskonstante ist (vgl. Kapitel 2). Wird die Falle ausgeschaltet ($U = 0$), kann das Kondensat frei expandieren. Die Expansion wird von der Mean-Field-Energie gn getrieben. Da $g \propto a$, expandiert das BEC bei großer positiver elastischer Streulänge entsprechend stärker als bei kleiner Streulänge (vgl. Abb. 6.3). So läßt eine Expansionsmessung Rückschlüsse auf die Streulänge zu. Die zur Quantifizierung dieser Aussage nötige Theorie aus [54] soll hierzu kurz skizziert werden:

Wir betrachten ein BEC mit N Atomen in einem harmonischen Fallenpotential der Form

$$U(\vec{r}) = \frac{m}{2} \sum_{j=1,2,3} \omega_j^2 x_j^2 \quad (6.2)$$

mit den Fallenfrequenzen $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Im THOMAS-FERMI-Regime ist die anfängliche Dichteverteilung $n(\vec{r})$ durch eine invertierte Parabel

$$n(\vec{r}) = n_0 \left[1 - \sum_{j=1,2,3} \left(\frac{r_j}{W_j} \right)^2 \right] \quad (6.3)$$

gegeben, wobei $n(\vec{r}) = 0$ gilt, wenn dieser Ausdruck negativ wird. Die Peakdichte n_0 ist durch

$$n_0 = \frac{15N}{8\pi W_1 W_2 W_3} \quad (6.4)$$

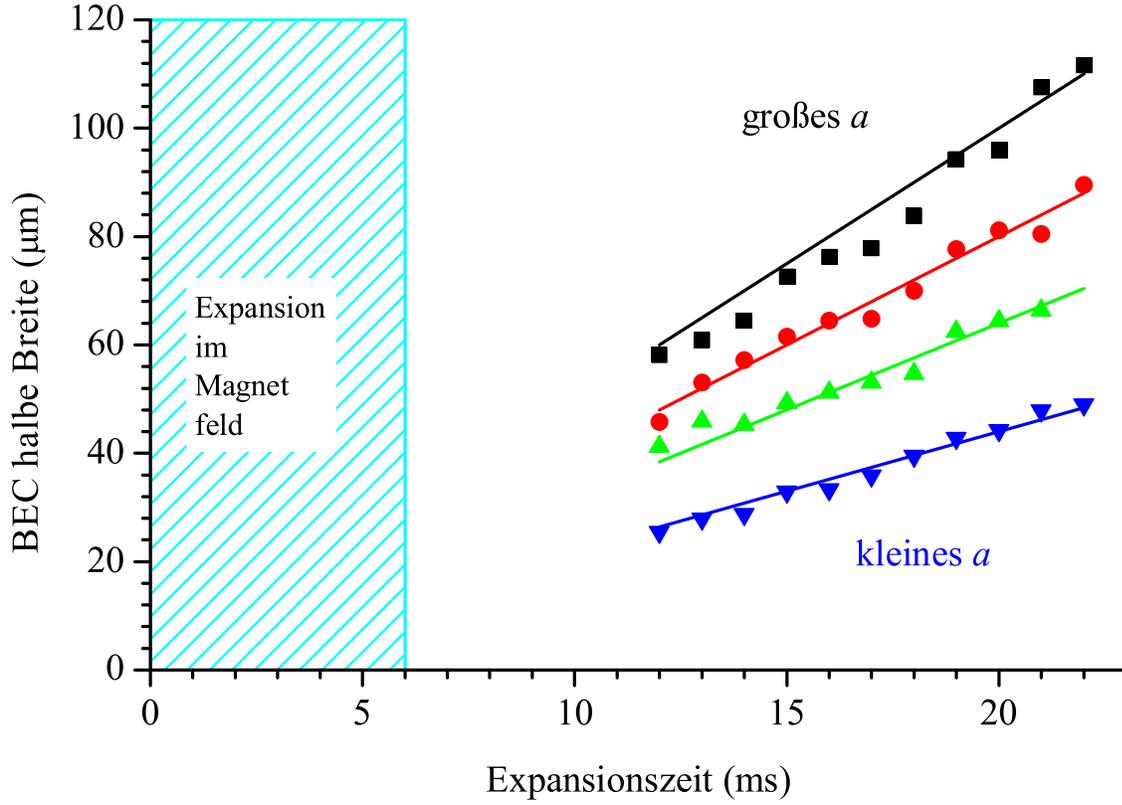


Abbildung 6.3: Prinzip der Messung zur Streulängen-Bestimmung. Aufgetragen ist die halbe Breite eines BEC als Funktion der Expansionszeit. Das BEC expandiert für 6 ms in einem Magnetfeld, welches einer bestimmten Streulänge a entspricht. Bei großer Streulänge expandiert es aufgrund der großen Mean-Field-Energie entsprechend stärker als bei kleiner Streulänge. Das lineare Verhalten des Kondensat-Durchmessers für große Zeiten zeigt, daß für Expansionszeiten größer 10 ms die Mean-Field-Energie bereits vollständig in kinetische Energie umgesetzt wurde und die Atome nur noch frei fliegen.

gegeben, mit den halben Breiten W_k

$$W_j(0) = \frac{1}{\omega_j} \left(15 \frac{\hbar^2}{m^2} \omega_1 \omega_2 \omega_3 a N \right)^{1/5}. \quad (6.5)$$

Wird nun die Falle ausgeschaltet, so expandiert das BEC, wobei gemäß [54] die Form einer invertierten Parabel erhalten bleibt. Die halben Breiten entwickeln sich mit

$$\lambda_j(t) = \frac{W_j(t)}{W_j(0)}. \quad (6.6)$$

Die Koeffizienten $\lambda_k(t)$ sind durch ein System von Differentialgleichungen der Form

$$\ddot{\lambda}_j = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\omega_j^2}{\lambda_j} \quad \text{mit} \quad \lambda_j(0) = 1 \quad \text{und} \quad \dot{\lambda}_j(0) = 0 \quad (6.7)$$

bestimmt [54].

Dieses Modell entspricht noch nicht der experimentell gegebenen Situation. Zum einen kann das Magnetfeld und damit die Streulänge während der Expansion geschaltet werden, was einem zeitabhängigen $a(t)$ entspricht. Zum anderen sorgen die in Abschnitt 6.1 beschriebenen Mechanismen dafür, daß bei äußeren Feldern nahe einer FESHBACH–Resonanz Teilchenverluste auftreten. Daher muß im Modell auch die Teilchenzahl zeitabhängig sein.

Unter der stark vereinfachenden Annahme, daß die Teilchenverluste unabhängig von der Dichte sind und damit die Form des BEC eine invertierte Parabel bleibt, können die Zeitabhängigkeit von Streulänge und Teilchenzahl leicht im Modell berücksichtigt werden. Man kann zeigen, daß Gleichung (6.7) lediglich durch die Differentialgleichung

$$\ddot{\lambda}_j = \frac{a(t)N(t)}{a_i N_i} \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\omega_j^2}{\lambda_j}. \quad (6.8)$$

ersetzt werden muß. Eine Herleitung findet sich in Anhang A.

Im Experiment wird das Magnetfeld und damit die Streulänge in dem Augenblick vom Anfangswert a_i auf den gewünschten Endwert a_f geschaltet, in dem die Falle ausgeschaltet wird. Dieser Zeitpunkt definiert $t = 0$. Anschließend wird das Magnetfeld für 6 ms konstant gehalten, bevor es ganz ausgeschaltet wird. Das Magnetfeld wird nicht schon bei eingeschalteter Dipolfalle in die Nähe der FESHBACH–Resonanz gefahren, weil dabei zum einen durch die in Abschnitt 6.1 beschriebenen inelastischen Stöße viele Atome aus dem BEC verloren gehen und zum anderen Kondensat–Moden angeregt werden, die eine quantitative Auswertung erschweren. Die Zeitabhängigkeit der Streulänge geht entsprechend mit

$$a(t) = \begin{cases} a_f & 0,5 \text{ ms} < t < 6 \text{ ms} \\ a_i = a_{bg} & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.9)$$

in das Modell ein. a_{bg} ist hier wieder der Wert der Streulänge weitab der FESHBACH–Resonanz. Die Verzögerung von 0,5 ms beim Sprung von a_i zu a_f berücksichtigt, daß es im Experiment etwa 0,5 ms dauert, bis das Magnetfeld und damit die Streulänge den Endwert a_f erreicht hat. Vereinfachend wird dies durch die Stufenfunktion (6.9) modelliert. Das Zurückschalten der Streulänge auf den Wert a_{bg} nach 6 ms sollte unerheblich sein, da bei den gegebenen experimentellen Parametern der Einfluß der Mean–Field–Energie auf die Expansion nach 6 ms vernachlässigbar ist.

Eine Messung zeigt, daß die Teilchenzahl im Experiment in der ersten Millisekunde nach Schalten des Magnetfeldes in die Nähe der Resonanz signifikant abfällt, dann aber nahezu konstant bleibt. Dies wird durch

$$N(t) = \begin{cases} N_i & t < 0,5 \text{ ms} \\ N_f & 0,5 \text{ ms} < t \end{cases} \quad (6.10)$$

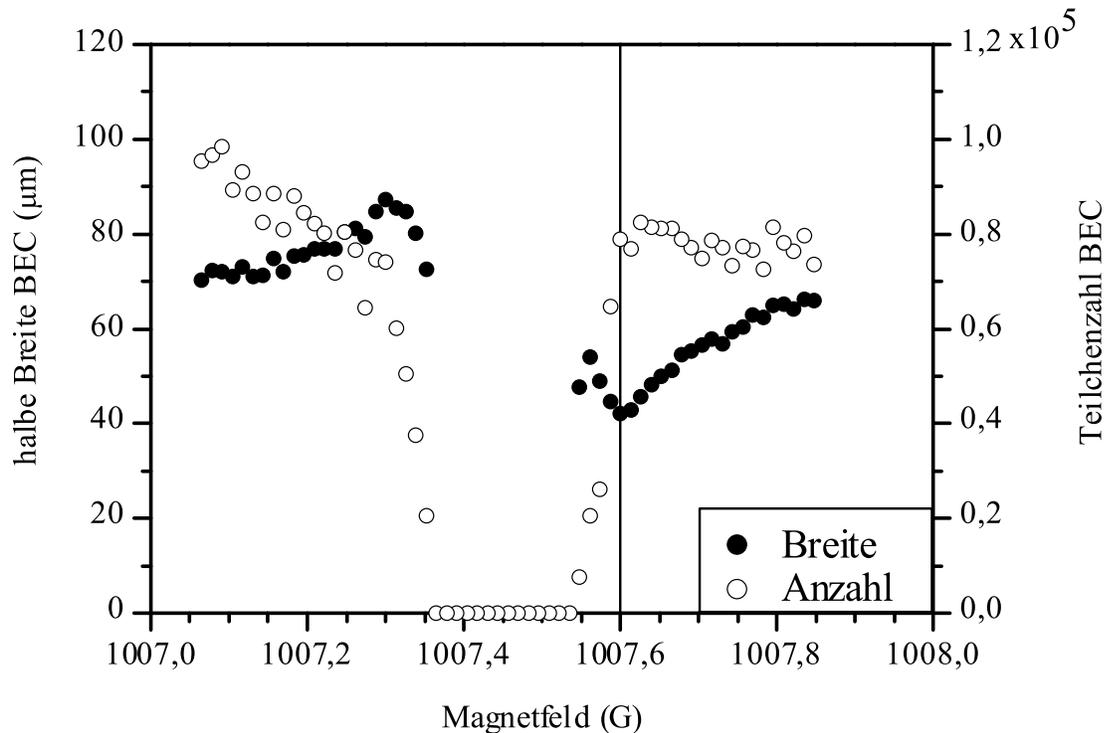


Abbildung 6.4: Die halbe vertikale Breite (\bullet) und die Teilchenzahl (\circ) im BEC als Funktion des äußeren Feldes B . Das Magnetfeld wird in dem Augenblick auf den gewünschten Endwert geschaltet, in dem die Dipolfalle ausgeschaltet wird. Das Magnetfeld bleibt für 6 ms konstant und wird dann ausgeschaltet. Dabei wurde für die Datenpunkte in der linken (rechten) Hälfte der Grafik der Endwert von kleineren (größeren) Feldern kommend erreicht, die Expansionszeit betrug 18 ms (23 ms). Die senkrechte Linie bei 1007,60 G markiert die obere Grenze des Bereichs instabiler Kondensate. Die Instabilität wird durch eine negative Streulänge hervorgerufen.

modelliert. Die Teilchenzahl springt nach 0,5 ms vom Anfangswert N_i zum Endwert N_f und bleibt dann konstant. Diese Verluste sind auf die bereits in Abschnitt 6.1 diskutierten schnellen Verlust-Mechanismen zurückzuführen. In Abb. 6.4 sind die Teilchenzahl im BEC und die halbe Breite des BEC als Funktion des Magnetfeldes, in dem das Kondensat gemäß dem obigen Schema expandiert ist, aufgetragen. Die Teilchenzahl im BEC nimmt ab, wenn man sich der FESHBACH-Resonanz nähert; für Magnetfelder zwischen 1007,37 G und 1007,53 G zerfällt das BEC vollständig. Wie erwartet, wird das BEC zunächst größer (kleiner), wenn man von kleineren (größeren) Feldern kommt. Nahe der Resonanz werden diese Trends umgekehrt: Von kleineren (größeren) Feldern kommend wird das BEC kleiner (größer). Unterhalb der Resonanz läßt sich dies durch die Abnahme der Teilchenzahl erklären: Ist die Dichte im BEC geringer, dann ist auch die Mean-Field-Energie kleiner, die die

Expansion treibt. Oberhalb der Resonanz ist dies auf die Instabilität des BEC durch eine negative Streulänge zurückzuführen.

Um mit diesen Daten die Streulänge a_f ermitteln zu können, müssen noch Anfangsteilchenzahl N_i und die Streulänge fernab der Resonanz a_{bg} bestimmt werden. N_i wird aus einer Absorptionaufnahme weitab der Resonanz gewonnen; a_{bg} kann aus den Gln. (6.5), (6.6) und (6.7) bestimmt werden, wenn man die halbe Breite eines BEC nach Expansion in einem Magnetfeld weitab der Resonanz bestimmt. Für a_{bg} konnte so $a_{bg} = 108 a_0$ ermittelt werden, wobei a_0 der BOHRsche Radius ist. Dieser Wert stimmt recht gut mit der theoretischen Vorhersage von $100,5 a_0$ [55] überein. Für die weitere Auswertung wird der Theoriewert verwendet.

Mit Gl. (6.5) kann aus N_i und a_{bg} sofort $W_x(0)$ berechnet werden. Mit dieser Größe und Gl. (6.6) können die $\lambda_x(t_{exp})$ bestimmt werden. Für jeden Datenpunkt kann nun die Differentialgleichung (6.8) numerisch gelöst werden, wobei für $a(t)$ und $N(t)$ die Modell-Funktionen (6.9) und (6.10) eingesetzt werden. Man variiert den Parameter a_f so lange, bis die Lösung dem experimentellen Wert $W_x(t_{exp})$ entspricht. Die so gewonnenen Werte für die elastische Streulänge sind in Abb. (6.5) als Funktion des Magnetfeldes aufgetragen. Man erkennt die Variation der Streulänge a über einen großen Bereich.

An die experimentellen Ergebnisse wurde die theoretischen Erwartung

$$a = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_{res}} \right) \quad (6.11)$$

angepaßt (vgl. Kap. 3). Die Nullstelle der Streulänge $B(a = 0)$ wurde direkt aus den experimentellen Daten abgelesen: $B(a = 0) = 1007,60$ G. Für den Fit wird nur die Breite der Resonanz ΔB als freier Parameter verwendet, die Lage der Resonanz B_{res} wird durch $B_{res} = B(a = 0) - \Delta B$ aus ΔB bestimmt. Der beste Fit liefert $\Delta B = 0.20$ G, damit ergibt sich $B_{res} = 1007,4$ G. Die so gemessene Position der Resonanz ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem in Abschnitt 6.1 bestimmten Maximum der Verluste bei $1007,34$ G. Auch die gemessene Breite von 200 mG ist in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage von 170 mG [55].

Im Bereich negativer Streulänge zwischen der Polstelle B_{res} und der Nullstelle der Streulänge $B(a = 0)$ sind die Kondensate instabil (vgl. Kap. 2). Daher wurden die Datenpunkte in diesem Bereich nicht für den Fit verwendet. In Abb. 6.4 wird deutlich, daß von größeren Feldern kommend bei $1007,60$ G (senkrechte Linie) eine drastische Änderung in der Dynamik des BEC einsetzt. Bei gleichem Feld hat auch die elastische Streulänge ihre Nullstelle. Daher ist das stark geänderte Verhalten der Kondensate in diesem Bereich durch die Instabilität zu erklären.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte zum ersten Mal die Variation der elastischen Streulänge von ^{87}Rb in der Nähe einer FESHACH-Resonanz gemessen werden. La-

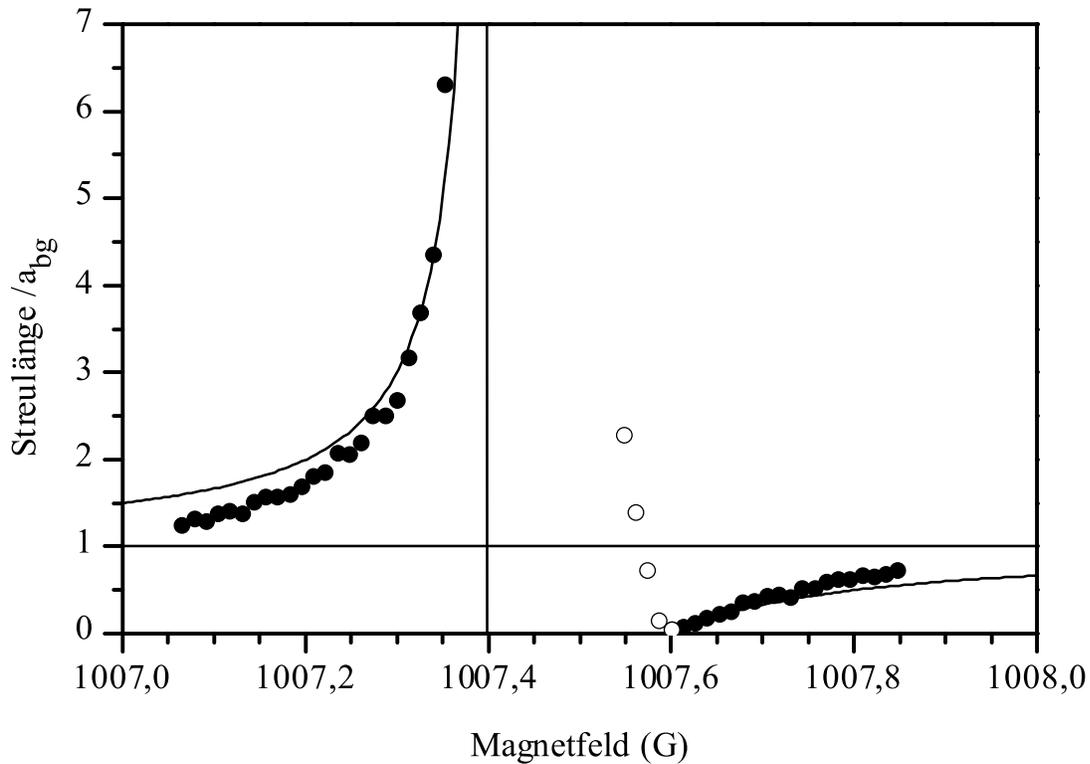


Abbildung 6.5: Die elastische Streulänge a als Funktion des Magnetfeldes B . Die Kurve ist ein Fit mit Gl (6.11) an die experimentellen Daten (●) mit einem freien Parameter, der Resonanzbreite ΔB . Einige Datenpunkte (○) wurden für den Fit nicht berücksichtigt, da sie im Bereich instabiler Kondensate liegen.

ge und Breite der Resonanz konnten aus den Daten bestimmt werden. Obwohl die Resonanzen in ^{87}Rb sehr schmal sind, konnte eine Variation der Streulänge über einen weiten Bereich demonstriert werden. Die hier vorgestellten Resultate sind zur Veröffentlichung eingereicht [56].

Kapitel 7

Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden erstmalig die elastischen Streueigenschaften des Isotops Rubidium 87 in der Nähe einer FESHBACH-Resonanz charakterisiert. Obwohl die Resonanzen extrem schmal sind, konnte die kontrollierte Variation der Streulänge über einen weiten Bereich demonstriert werden.

Die Charakterisierung der elastischen Streulänge gelang durch die Untersuchung der von der Molekularfeld-Field-Energie getriebenen Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats. Die aus den experimentellen Daten ermittelte Position und Breite der FESHBACH-Resonanz tragen zu einer genaueren Kenntnis des Wechselwirkungspotentials von Rubidium bei.

Mit der demonstrierten Variation der elastischen Streulänge über einen großen Bereich eröffnet sich ein großes Anwendungspotential für die weltweit etwa 35 BEC-Experimente mit Rubidium 87. Mögliche Anwendungen sind beispielsweise Experimente zum TONKS-Gas [57], zu Effekten jenseits der Molekularfeld-Näherung [58], und zum Übergang zwischen Supraflüssigkeit und MOTT-Isolator [59].

Von besonderem Interesse sind derzeit die Erzeugung und der Nachweis eines molekularen BOSE-EINSTEIN-Kondensats. Die kohärenten Atom-Molekül-Kopplungen, die im Zusammenhang mit FESHBACH-Resonanzen auftreten [18, 60], sind hier ein erster Schritt.

Bei der Erzeugung von Molekülen könnte die Verwendung des Isotops ^{87}Rb mit seinen extrem schmalen FESHBACH-Resonanzen von großem Vorteil sein, da theoretischen Vorhersagen zufolge die Transfereffizienz hier unter geeigneten Umständen besonders gut sein sollte [61]. Eine Herausforderung bei Experimenten mit Molekülen und molekularen Kondensaten ist der direkte Nachweis der Moleküle.

Anhang A

Bestimmung der Streulänge aus der Expansion eines BEC

Zur Herleitung von Gl. (6.8) betrachten wir noch einmal ein BEC in einem harmonischen Fallenpotential der Form

$$U(\vec{r}) = \frac{m}{2} \sum_{j=1}^3 \omega_j^2 x_j^2 ; \quad (\text{A.1})$$

im Gleichgewicht verschwindet die Kraft

$$0 = \vec{F} = -\vec{\nabla}(U + g_i n_i) . \quad (\text{A.2})$$

Hier ist n_i die Anfangsdichte bei einer Anfangsteilchenzahl N_i und $g_i = 4\pi\hbar^2 a_i/m$ die Kopplungskonstante mit der Anfangsstreulänge a_i . Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Dipolfalle ausgeschaltet und eine Zeitabhängigkeit der Atomzahl $N(t)$ und der Streulänge $a(t)$ zugelassen.

Unter der Annahme, daß die Teilchenverluste dichteunabhängig sind, sich also nur die Höhe des Dichteprofiles ändert und die Form unverändert bleibt, behält das BEC nach [54] seine ursprüngliche Form eines Ellipsoids. Die Breiten W_j skalieren dabei mit

$$W_j(t) = \lambda_j(t) W_j(0) \quad j = 1, 2, 3 . \quad (\text{A.3})$$

Für die Dichte gilt entsprechend

$$n(\vec{r}(t), t) = \frac{N(t)}{N_i} \frac{n_i(\vec{r}(0))}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} . \quad (\text{A.4})$$

Die Kraft auf ein Atom in x_j -Richtung ist nach dem Ausschalten der Falle (vgl. Gl.(A.2))

$$m\ddot{x}_j = -\frac{\partial}{\partial x_j} g(t) n(t) . \quad (\text{A.5})$$

Damit erhält man

$$m\ddot{\lambda}_j x_j(0) = -g(t) \frac{N(t)}{N_i} \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial}{\partial x_j} n_i(\vec{r}(0)) = \frac{g(t)N(t)}{g_i N_i} \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{\partial}{\partial x_j} U(\vec{r}(0)) . \quad (\text{A.6})$$

Für die partielle Ableitung des Potentials findet man

$$\frac{\partial}{\partial x_j} U(\vec{r}(0)) = \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \sum_{l=1}^3 \omega_l^2 \left(\frac{x_l}{\lambda_l} \right)^2 = m\omega_j^2 \frac{x_j}{\lambda_j^2} = m\omega_j^2 \frac{x_j(0)}{\lambda_j} . \quad (\text{A.7})$$

Setzt man dies in Gl. (A.6) ein, erhält man sofort die gesuchte Gl. (6.8):

$$\ddot{\lambda}_j = \frac{a(t)N(t)}{a_i N_i} \frac{\omega_j^2}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \frac{1}{\lambda_j} . \quad (\text{A.8})$$

Literaturverzeichnis

- [1] S. N. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, 26:1924, 1924.
- [2] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1924:261, 1924.
- [3] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1925:3, 1925.
- [4] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, und W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3969, 1995.
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, und E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269:198, 1995.
- [6] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, und R. G. Hulet. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 75:1687, 1995.
- [7] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, und C. Salomon. Formation of a Matter-Wave Bright Soliton. *Science*, 296:1290, 2002.
- [8] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, und R. G. Hulet. Formation and propagation of matter-wave soliton trains. *Nature*, 417:150, 2002.
- [9] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, und W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 392:151, 1998.
- [10] Ph. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen, und B. J. Verhaar. Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 81:69, 1998.

- [11] J. L. Roberts, N. R. Claussen, J. P. Burke, Jr., C. H. Greene, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold ^{85}Rb . *Phys. Rev. Lett.*, 81:5109, 1998.
- [12] V. Vuletić, A. J. Kerman, C. Chin, und S. Chu. Observation of Low-Field Feshbach Resonances in Collisions of Cesium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1406, 1999.
- [13] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, und D. S. Jin. Resonant Control of Elastic Collisions in an Optically Trapped Fermi Gas of Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 88:173201, 2002.
- [14] S. Jochim, M. Bartenstein, G. Hendl, J. Hecker Denschlag, und R. Grimm. Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89:273202, 2002.
- [15] K. Dieckmann, C. A. Stan, S. Gupta, Z. Hadzibabic, C. H. Schunck, und W. Ketterle. Decay of an Ultracold Fermionic Lithium Gas near a Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 89:203201, 2002.
- [16] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, S. R. Granade, M. E. Gehm, J. E. Thomas, V. Venturi, E. Tiesinga, und C. J. Williams. Measurement of the zero crossing in a Feshbach resonance of fermionic ^6Li . *Phys. Rev. A*, 66:041401, 2002.
- [17] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. L. Cornish, J. L. Roberts, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates. *Nature*, 412:295, 2001.
- [18] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, und C. E. Wieman. Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 417:529, 2002.
- [19] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, und C. E. Wieman. Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 85:1795, 2000.
- [20] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nägerl, und R. Grimm. Bose-Einstein Condensation of Cesium. *Science*, 299:232, 2002.
- [21] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, und B. J. Verhaar. Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis. *Phys. Rev. Lett.*, 89:283202, 2002.
- [22] A. Marte. Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome, Dissertation, TU München, 2003.
- [23] E. P. Gross. Structure of a quantized vortex in boson systems. *Nuovo Cimento*, 20:454, 1961.

- [24] L. P. Pitaevskii. Vortex lines in an imperfect Bose gas. *Sov. Phys. JETP-USSR*, 13:451, 1961.
- [25] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, Redwood City, revidierte Auflage, 1994.
- [26] C. J. Joachin. *Quantum Collision Theory*. North-Holland, Amsterdam, 1975.
- [27] H. Feshbach. *Theoretical Nuclear Physics. Nuclear Reactions*. Wiley & Sons, New York, 1992.
- [28] E. Tiesinga, A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, und H. T. C. Stoof. Conditions for Bose-Einstein condensation in magnetically trapped atomic cesium. *Phys. Rev. A*, 46:R1167, 1992.
- [29] E. Tiesinga, B. J. Verhaar, und H. T. C. Stoof. Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions. *Phys. Rev. A*, 47:4114, 1993.
- [30] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, und A. Axelsson. Resonances in ultracold collisions of ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, and ${}^{23}\text{Na}$. *Phys. Rev. A*, 51:4852, 1995.
- [31] H. Haken und H. C. Wolf. *Molekülphysik und Quantenchemie*. Springer, Berlin, 3. Auflage, 1998.
- [32] B. Shizgal. Kinetic-theory calculation of NMR relaxation-time of dilute He-3 gas. *J. Chem. Phys.*, 58:3424, 1973.
- [33] N. F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, Oxford, 1956.
- [34] G. Breit und I. I. Rabi. Measurement of Nuclear Spin. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1931.
- [35] E. Timmermans, P. Tommasini, M. Hussein, und A. Kerman. Feshbach resonances in atomic Bose-Einstein condensates. *Physics Reports*, 315:199, 1999.
- [36] F. A. van Abeelen. Interaction Processes in Cold Gases of Alkali Atoms, Dissertation, Technische Universität Eindhoven, 1999.
- [37] J. Schuster. Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat, Dissertation, Universität Konstanz, 2002.
- [38] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, und D. E. Pritchard. Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2631, 1987.
- [39] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2023, 1989.

- [40] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, und S. Chu. Optical molasses and multilevel atoms: theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2058, 1989.
- [41] J. P. Bouyer. Spectral stabilisation of an InGaAsP semiconductor laser by injection-locking. *Ann. Phys. Fr.*, 18:89, 1993.
- [42] S. Kunze, S. Wolf, und G. Rempe. Measurement of fast frequency fluctuations: Allan variance of a grating-stabilized diode laser. *Opt. Commun.*, 128:269, 1996.
- [43] W. H. Wing. On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Prog. Quant. Electr.*, 8:181, 1984.
- [44] Y. V. Gott, M. S. Ioffe, und V. G. Tel'kovskii. Some new results on confinement in magnetic traps. *Nucl. Fusion*, Suppl. 3:1045, 1962.
- [45] D. E. Pritchard. Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 51:1336, 1983.
- [46] H. F. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner, und T. J. Greytak. Magnetic Trapping of Spin-Polarized Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 59:672, 1987.
- [47] H. F. Hess. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34:3476, 1986.
- [48] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, und G. P. Kochanski. Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 61:935, 1988.
- [49] R. Grimm, M. Weidemüller, und Y. B. Ovchinnikov. *Optical dipole traps for neutral atoms. In: Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics., volume 42, Hsg.: B. Bederson und H. Walther, S. 95-170.* Academic Press, San Diego, 2000, (arXiv-eprint, www.arXiv.org, physics/9902072).
- [50] T. A. Savard, K. M. O'Hara, und J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Phys. Rev. A*, 56:R1095, 1997.
- [51] M. E. Gehm, K. M. O'Hara, T. A. Savard, und J. E. Thomas. Dynamics of noise-induced heating in atom traps. *Phys. Rev. A*, 58:3914, 1998.
- [52] N. R. Claussen, E. A. Donley, S. T. Thompson, und C. E. Wieman. Microscopic Dynamics in a Strongly Interacting Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 89:010401, 2002.
- [53] J. Stenger, S. Inouye, M. R. Andrews, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, und W. Ketterle. Strongly Enhanced Inelastic Collisions in a Bose-Einstein Condensate near Feshbach Resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2422, 1999.

- [54] Y. Castin und R. Dum. Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77:5315, 1996.
- [55] E. G. M. van Kempen und B. J. Verhaar. Persönliche Mitteilung, 2002.
- [56] T. Volz, S. Duerr, S. Ernst, A. Marte, und G. Rempe. Characterization of elastic scattering near a feshbach resonance in rubidium 87. *cond-mat/0305180*, zur Veröffentlichung eingereicht bei *Phys. Rev. A*, 2003.
- [57] M.D. Girardeau und E.M. Wright. Quantum dynamics of one-dimensional trapped Tonks gases. *Laser Phys.*, 12:8, 2002.
- [58] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, und S. Stringari. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71:463, 1999.
- [59] T. Esslinger T.W. Hänsch und I. Bloch M. Greiner, O. Mandel. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415:39, 2002.
- [60] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, und D. S. Jin. Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *cond-mat/0305028*, 2003.
- [61] V.A. Yurovsky und A. Ben-Reuven. Formation of a molecular Bose-Einstein condensate and an entangled atomic gas by Feshbach resonance. *Phys. Rev. A*, 67:043611, 2003.

Acknowledgements

Danke.

- Professor Dr. G. Rempe für die Möglichkeit, in einer exzellenten Arbeitsgruppe an einem hochaktuellen Thema arbeiten zu können.
- Professor Dr. G. Nimtz für die Betreuung dieser externen Diplomarbeit, ohne die dieses spannende Jahr in der Quantenoptik nicht möglich geworden wäre.
- Dem BEC-Team Stephan Dürr, Andreas Marte, Thomas Volz und Johannes Schuster für die Zusammenarbeit und die Anleitung im Labor. Ich konnte sehr viel lernen.
- Stephan Dürr für die vielen Stunden Nachhilfe-Unterricht in Physik und das sorgfältige Korrekturlesen dieser Arbeit.
- Andreas Marte für die Überlassung vieler brillanter Grafiken und die Korrekturen zur Arbeit.
- Den Technikern Franz Denk und Helmut Stehbeck, die den Begriff „handwerkliche Meisterschaft“ für mich neu definiert haben.
- Den wissenschaftlichen und nicht-wissenschaftlichen Mitgliedern der AG Rempe für die vielen kleinen Hilfeleistungen und die Beantwortung vieler Fragen.
- Professor B. Verhaar und E. van Kempen von der TU Eindhoven für die Berechnung der Hintergrundstreuränge.
- Allen ehemaligen Mitgliedern des BEC-Teams. Ohne die großartige BEC-Maschine wären diese Messungen nicht möglich gewesen.
- Mein größter Dank gilt Debora Henseler für ihre Unterstützung in jeder Hinsicht während des Studiums und der Diplomarbeit.

