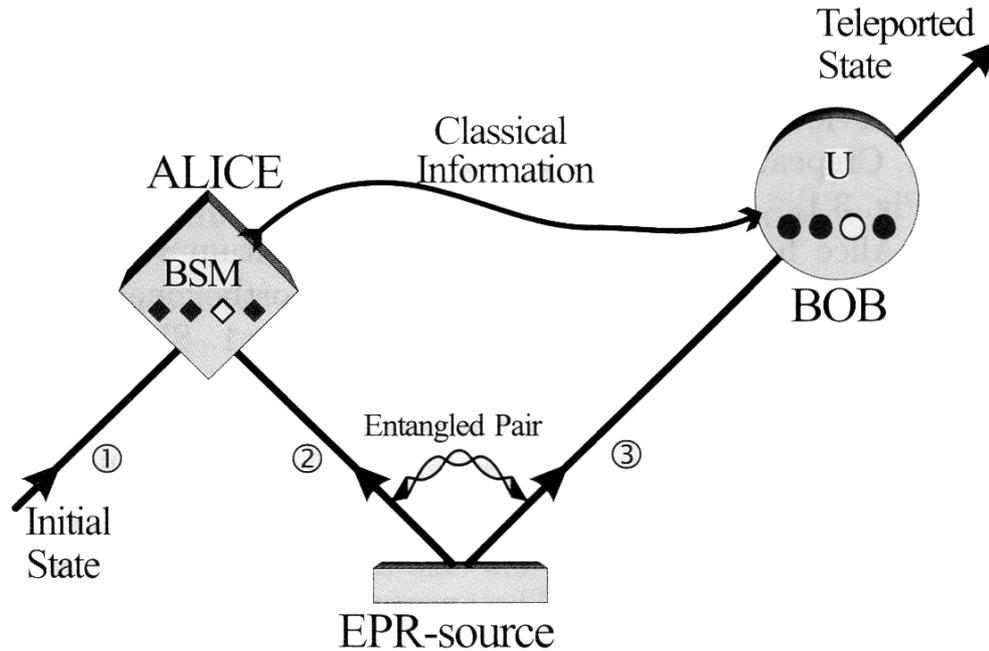


TELEPORTATION



Hauptseminar „Atom trifft Photon“, 29.6.2011, Lothar Maisenbacher

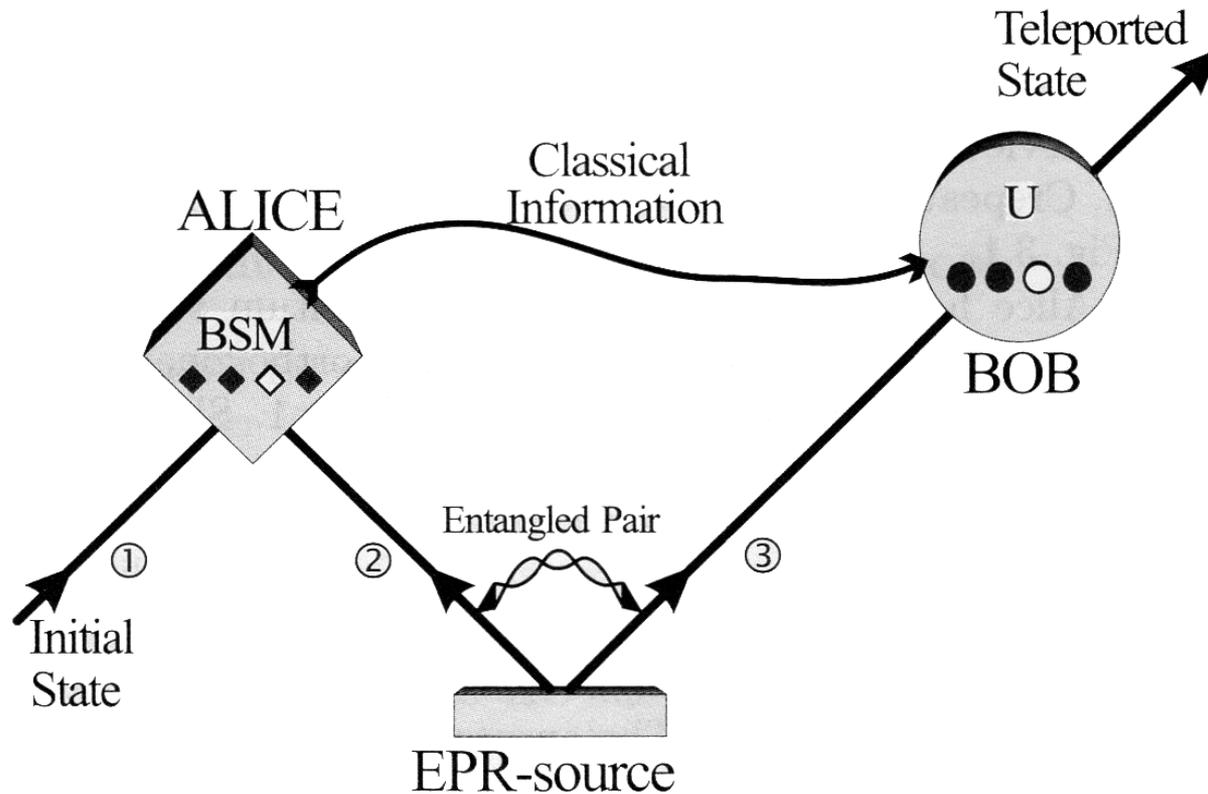
MOTIVATION

Übertragung eines beliebigen Qubits (z.B. präpariertes Zwei-Niveau-Atom, Polarisation eines Photons,...) von einem System auf ein anderes, auch über große Distanzen:

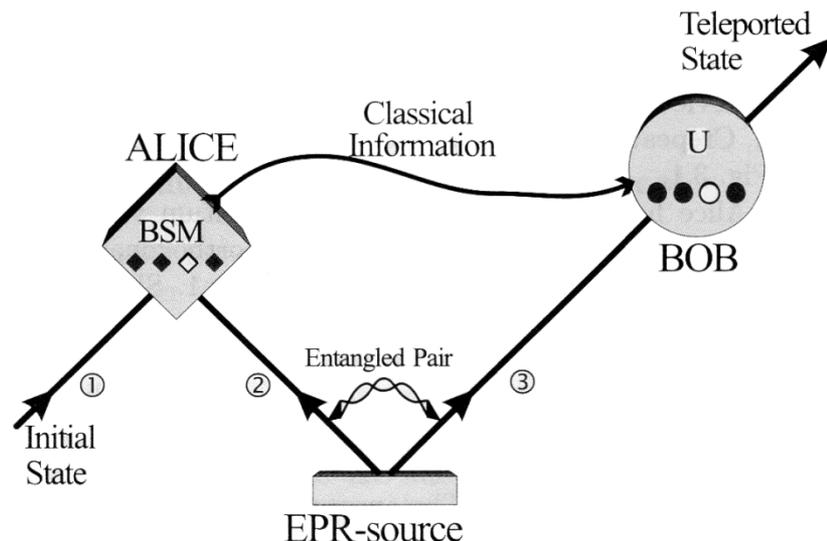
- **Direkter Transport** des präparierten Teilchens
 - **Qubit wird beeinflusst** durch Wechselwirkung mit Umgebung
- **Auslesen des Qubits** und Übertragung des Messergebnisses
 - **Auslesen einzelnen Qubits nicht möglich** (*no cloning theorem*)
- **Lösung: Teleportation** des Qubits, d.h. Übertragung des Qubits auf ein anderes System **ohne Informationen über das ursprüngliche Qubit zu erhalten** und ohne **Transport des präparierten Teilchens**

TELEPORTATION MIT HILFE VERSCHRÄNKTER ZUSTÄNDE

Charles H. Bennett et al., *Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993)



TELEPORTATIONS-PROTOKOLL



- **Anfangszustand:**

- Qubit (Teilchen 1):

$$|\phi_1\rangle = a|0_1\rangle + b|1_1\rangle \quad |a|^2 + |b|^2 = 1$$

- EPR-Singlet-Paar (Teilchen 2 und 3):

$$|\Psi_{23}^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_2\rangle|1_3\rangle - |1_2\rangle|0_3\rangle)$$

- Gesamtzustand $|\phi_1\rangle |\Psi_{23}^{(-)}\rangle$ enthält **keine Korrelation zwischen Teilchen 1 und 3**
- Alice führt **gemeinsame Messung an Teilchen 1 und 2** in der (orthonormalen) Bell-Basis durch (**Bell-Zustand-Analyse**):

$$|\Psi_{12}^{(\pm)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_1\rangle|1_2\rangle \pm |1_1\rangle|0_2\rangle) \quad |\Phi_{12}^{(\pm)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_1\rangle|0_2\rangle \pm |1_1\rangle|1_2\rangle)$$

- Welchen Effekt hat die Messung auf den Gesamtzustand aller drei Teilchen?

$$|\phi_1\rangle |\Psi_{23}^{(-)}\rangle = (1/2) \left[|\Psi_{12}^{(-)}\rangle (-a|0_3\rangle - b|1_3\rangle) + |\Psi_{12}^{(+)}\rangle (-a|0_3\rangle + b|1_3\rangle) + |\Phi_{12}^{(-)}\rangle (a|1_3\rangle + b|0_3\rangle) + |\Phi_{12}^{(+)}\rangle (a|1_3\rangle - b|0_3\rangle) \right]$$

- Messung von $|\Psi_{12}^{(\pm)}\rangle, |\Phi_{12}^{(\pm)}\rangle$ **projiziert Teilchen 3** in einen mit dem Qubit eng verwandten (unitäre Transformation) Zustand:

Messergebnis	Wkt.	Zustand von Teilchen 3
$ \Psi_{12}^{(-)}\rangle$	$1/4$	$ \phi_3\rangle = - \phi_1\rangle$
$ \Psi_{12}^{(+)}\rangle$	$1/4$	$ \phi_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \phi_1\rangle$
$ \Phi_{12}^{(-)}\rangle$	$1/4$	$ \phi_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \phi_1\rangle$
$ \Phi_{12}^{(+)}\rangle$	$1/4$	$ \phi_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \phi_1\rangle$

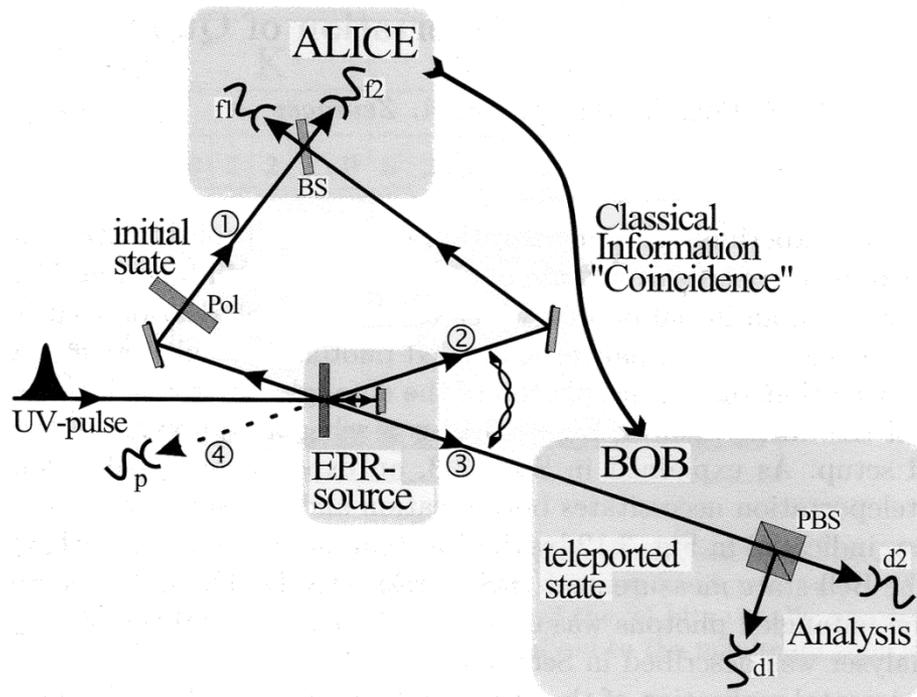
- Nach **Übermittlung des Messergebnisses per klassischem Kanal** von Alice zu Bob Rekonstruktion des Qubits durch passende unitäre Transformation

IMPLIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN

- **Ohne klassische Information** keine Rückschluss auf Qubit möglich, da Bob durch „Raten“ des Messergebnisses einen maximal gemischten Zustand erhält
- **Keine Übertragung schneller als Lichtgeschwindigkeit möglich**
- Teleportation nur möglich, wenn **klassischer Kanal 2 Bit überträgt**
- **Weder Alice noch Bob erhalten Informationen über Qubit**
- Für den **nichtklassischen Kanal** wird ein **maximal verschränkter** Zustand benötigt, andere Zustände verringern die Zuverlässigkeit und/oder die Anzahl der teleportierbaren Zustände
- Teleportation ist **linearer Prozess**, d.h. auch gemischte Zustände und verschränkte Zustände (*entanglement swapping*) lassen sich teleportieren
- Protokoll lässt sich auf Systeme mit **$N > 2$ orthogonalen Zuständen** erweitern

EXPERIMENTELLE TELEPORTATION DER PHOTONEN-POLARISATION

Dik Bouwmeester et al., *Experimental quantum teleportation*, Nature **390**, 575 (1997)



- **Polarisation des Photons als Zwei-Zustands-System**

$$|\phi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad |a|^2 + |b|^2$$

- Quelle für EPR-Paar (Photon 2 und 3):
Parametrische Fluoreszenz (Typ II)

$$|\Psi_{23}^{(-)}\rangle = \sqrt{1/2} (|H_2\rangle|V_3\rangle - |V_2\rangle|H_3\rangle)$$

- Präparation des Qubits (Photon 1) mit $\lambda/2$ - und $\lambda/4$ -Plättchen

- **Bell-Zustand-Analyse** mit **Zwei-Photonen-Interferenz** an Strahlteiler:

Photonen 1 und 2 werden **räumlich und zeitlich überlagert**

- **Verzögerung** zwischen Photon 1 und EPR-Paar durch verfahrbaren Spiegel
- Erzeugung mit **200fs-Pumppuls**, aber Kohärenzzeit der Photonen **~50fs**:

Schmalbandige Interferenzfilter vor Detektoren strecken Kohärenzzeit auf **500fs**

BELL-ZUSTAND-ANALYSE AN STRAHLTEILER

- Photonen sind Bosonen: Gesamtzustand zweier **ununterscheidbarer** Teilchen muss **symmetrisch** unter Vertauschung der Teilchen sein:

- **Interner Zustand:** Bell-Zustände

$|\Psi_{12}^{(-)}\rangle$ **antisymmetrisch**, $|\Psi_{12}^{(+)}\rangle$ & $|\Phi_{12}^{(\pm)}\rangle$ **symmetrisch**

- **Externer Zustand:** Je ein Photon in Eingangsmoden

antisymmetrisch: $|\Psi_{12}^{(A)}\rangle = \sqrt{1/2} (|a_1\rangle|b_2\rangle - |b_1\rangle|a_2\rangle)$

symmetrisch: $|\Psi_{12}^{(S)}\rangle = \sqrt{1/2} (|a_1\rangle|b_2\rangle + |b_1\rangle|a_2\rangle)$

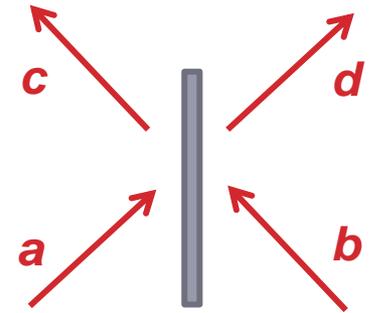
- **Mögliche Gesamtzustände:**

$|\Psi_{12}^{(-)}\rangle|\Psi_{12}^{(A)}\rangle$, $|\Psi_{12}^{(+)}\rangle|\Psi_{12}^{(S)}\rangle$, $|\Phi_{12}^{(-)}\rangle|\Psi_{12}^{(S)}\rangle$ & $|\Phi_{12}^{(+)}\rangle|\Psi_{12}^{(S)}\rangle$

- Nur für räumlich antisymmetrischen Eingangszustand findet man je ein Photon in Ausgang c und d

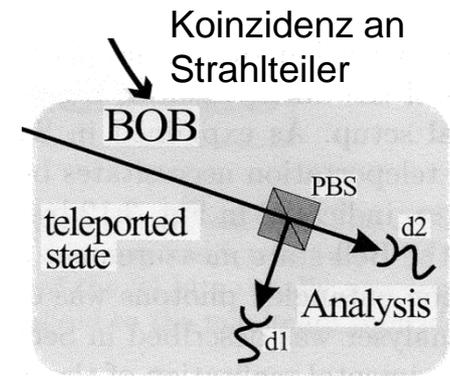
➤ **Photonen-Koinzidenz an beiden Ausgängen entspricht Messung von $|\Psi_{12}^{(-)}\rangle$**

➤ Messung der Polarisierung der Ausgangsphotonen entspricht Messung von $|\Psi_{12}^{(+)}\rangle$, aber $|\Phi_{12}^{(\pm)}\rangle$ nicht unterscheidbar

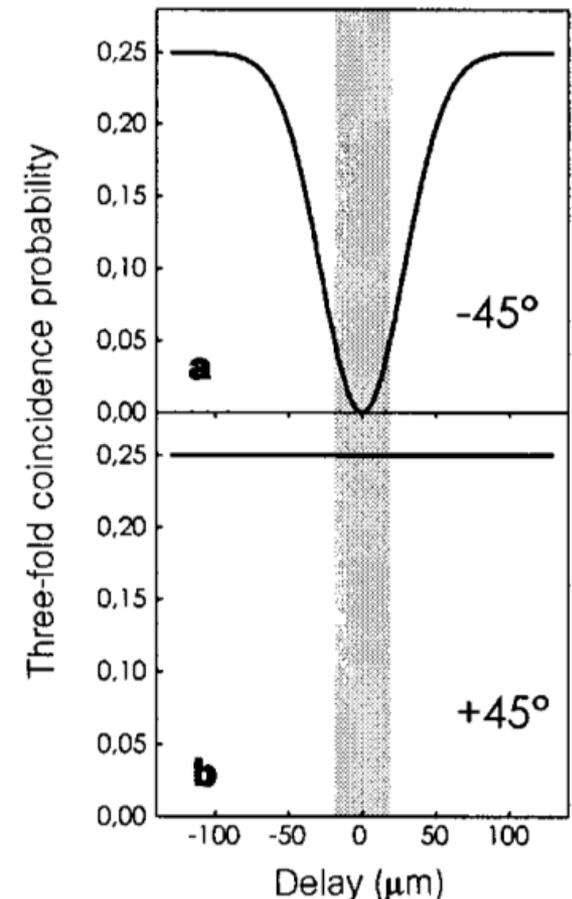


MESSPROTOKOLL

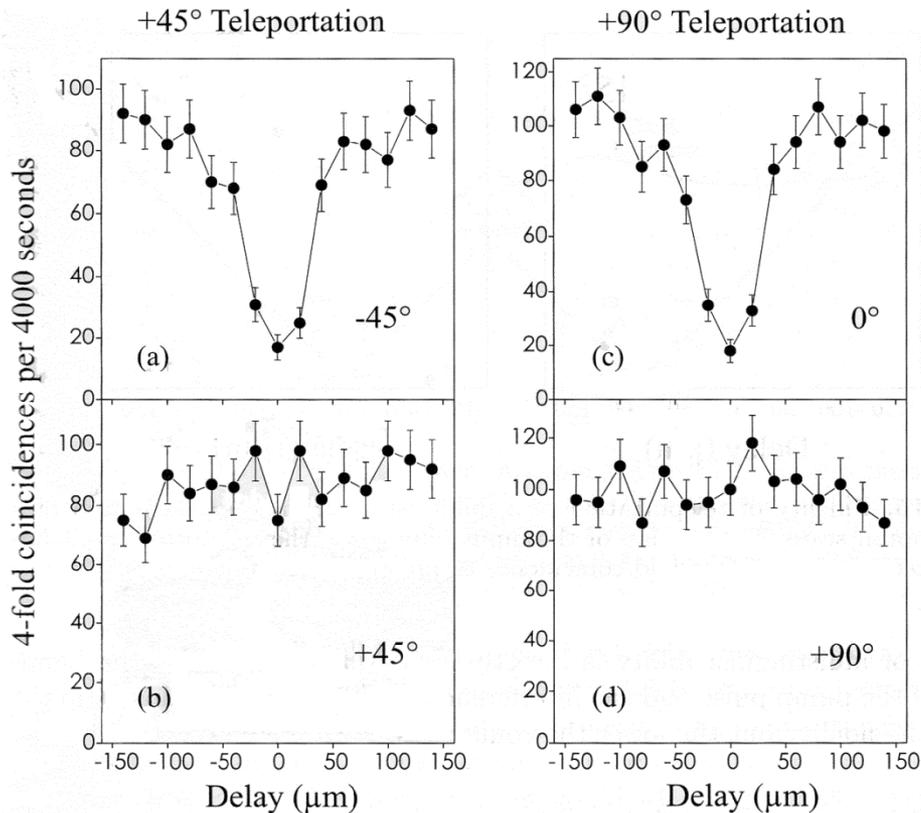
- Experiment **beschränkt sich** auf Teleportation nach Messung von $|\Psi_{12}^{(-)}\rangle$, d.h. nur in einem Viertel aller Bell-Zustand-Analysen
- $|\phi_3\rangle = -|\phi_1\rangle$: **Keine unitäre Transformation** bei Bob nötig
- Zur Analyse der teleportierten Qubits wird ein **polarisierender Strahlteiler mit zwei Detektoren** verwendet, der die gewollte (z.B. 45°) und die dazu orthogonale Polarisation (z.B. -45°) auftrennt
- **Veränderung der Verzögerung** der Photonen 1 und 3 an Alice' Strahlteiler ermöglicht und verhindert Teleportation:
 - **Teleportation:** Erfolgreiche Bell-Zustand-Analyse in 25% der Fälle, 0% -45° polarisiert, 100% 45° polarisiert
 - **Keine Teleportation:** In 50% der Fällen Koinzidenz an Strahlteiler, 50% -45° polarisiert, 50% 45° polarisiert



Theory: $+45^\circ$ teleportation



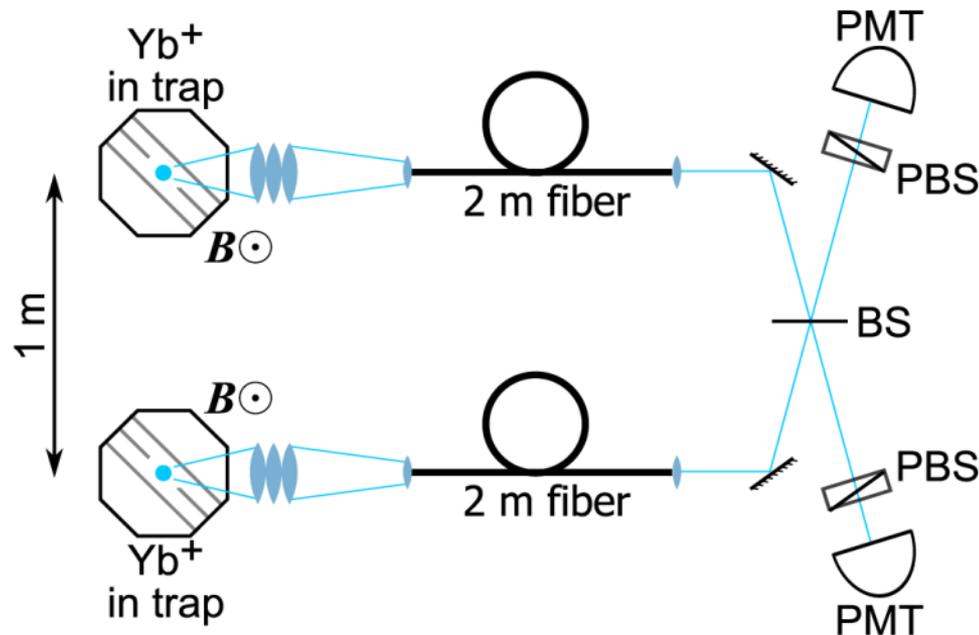
MESSERGEBNISSE



- Auch für -45° , 0° , und zirkular polarisierte Photonen überprüft
- Sichtbarkeit des Minimums $70 \pm 3\%$ \leftrightarrow klassisch möglich: 66,6%
- Experimenteller Nachweis:
Teleportation der Polarisation eines einzelnen Photons möglich

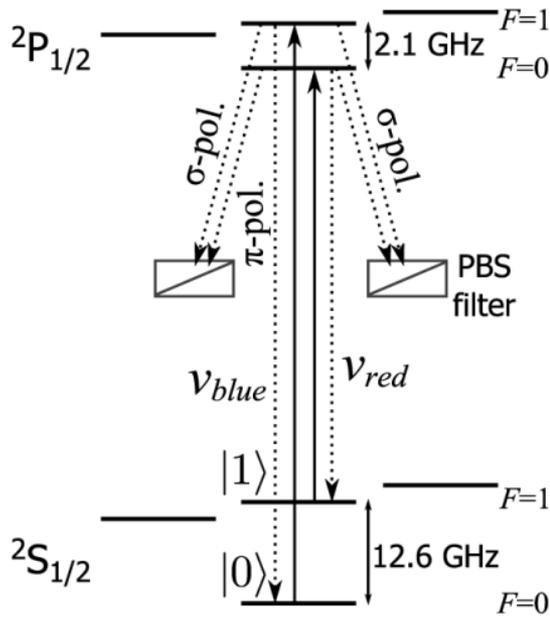
TELEPORTATION EINES ATOM- QUBITS MIT PHOTONEN

Steven Olmschenk et al., *Quantum Teleportation Between Distant Matter Qubits*, *Science* **323**, 486 (2009)



- Übertragung des Quantenzustands eines **Yb-Ions** auf ein anderes **mit Hilfe von Photonen**
- **Grundidee:** Gleichzeitige Messung der mit den Ionen verschränkten Photonen führt zur Verschränkung der Ionen

TELEPORTATIONSPROTOKOLL



- Präparation der Ionen im $2S_{1/2}$ -Niveau:
 $|0\rangle := |F = 0, m_F = 0\rangle$, $|1\rangle := |F = 1, m_F = 0\rangle$
 $|\Psi_A\rangle = a|0_A\rangle + b|1_A\rangle$ (**Ion A**: zu teleportierendes Qubit)
 $|\Psi_B\rangle = \sqrt{1/2} (|0_B\rangle + |1_B\rangle)$ (**Ion B**: Empfänger)
- **Kohärenter Transfer** der Superposition in $2P_{1/2}$ -Niveau mit ultrakurzem, π -polarisiertem Laserpuls
- Beide Ionen kehren unter **spontaner Emission eines Photons** ins $2S_{1/2}$ -Niveau zurück (nur π -polarisierte Photonen werden beobachtet):

$$|\Psi_A\rangle = a|0_A\rangle|v_{blue,A}\rangle + b|1_A\rangle|v_{red,A}\rangle, \quad |\Psi_B\rangle = \sqrt{1/2} (|0_B\rangle|v_{blue,B}\rangle + |1_B\rangle|v_{red,B}\rangle)$$

- **Beide Ionen in verschränktem Zustand mit emittiertem Photon**
- Überlagerung der Photonen an Strahlteiler als **Bell-Zustand-Analyse**:
 Koinzidenz an beiden Ausgängen projiziert Photonen in **antisymmetrischen Bell-Zustand**:

$$|\Psi_{\text{photons}}^{(-)}\rangle = \sqrt{1/2} (|v_{blue,A}\rangle|v_{red,B}\rangle - |v_{red,A}\rangle|v_{blue,B}\rangle)$$

- Gemeinsame Messung der Photonen **projiziert Ionen in verschränkten Zustand** (*entanglement swapping*):

$$|\Psi_{\text{ions}}\rangle = a|0_A\rangle|1_B\rangle + b|1_A\rangle|0_B\rangle$$

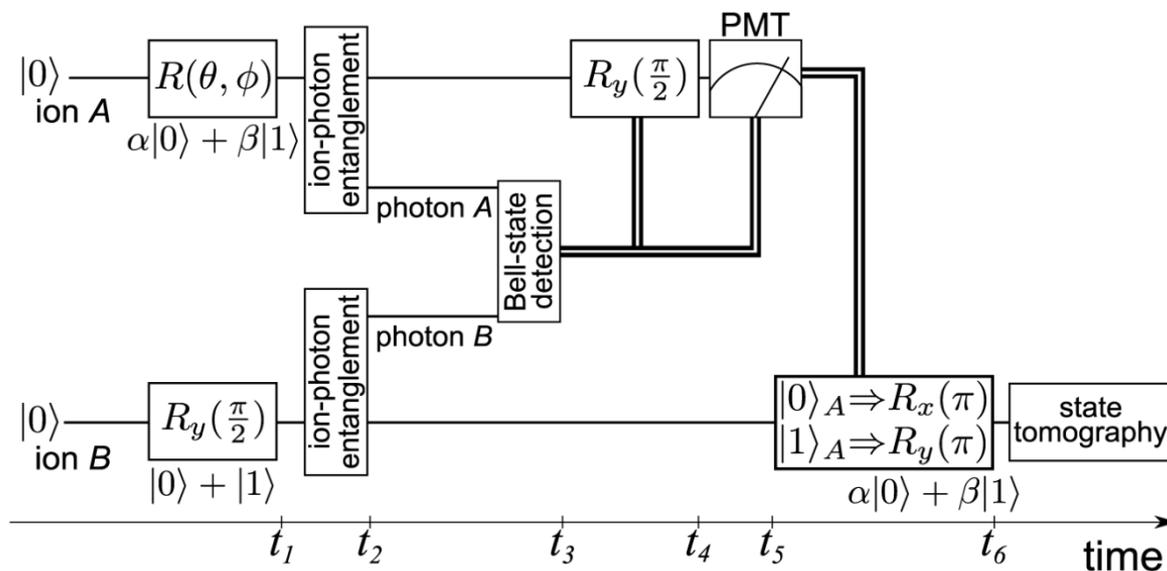
- **Rotation und anschließende Messung des Zustands von Ion A:**

$$\xrightarrow{R_{y,A}(\pi/2)} |\Psi_{\text{ions}}\rangle = \sqrt{1/2} |0_A\rangle(a|1_B\rangle + b|0_B\rangle) + \sqrt{1/2} |1_A\rangle(a|1_B\rangle - b|0_B\rangle)$$

- Je nach Messergebnis versetzt Rotation Ion B in **Zustand des ursprünglichen Qubits**

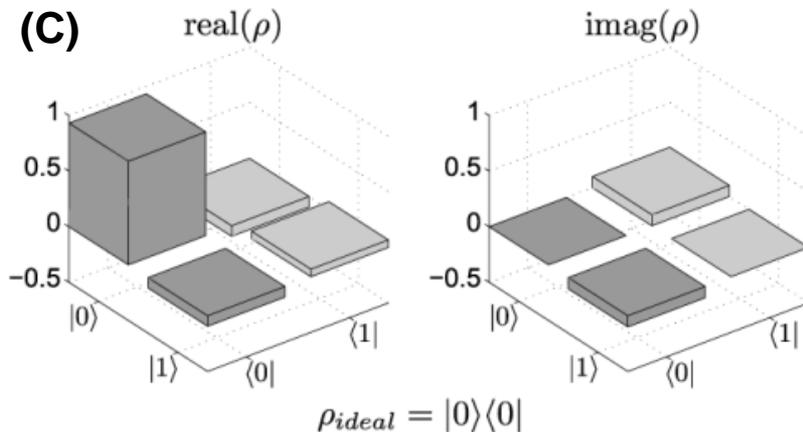
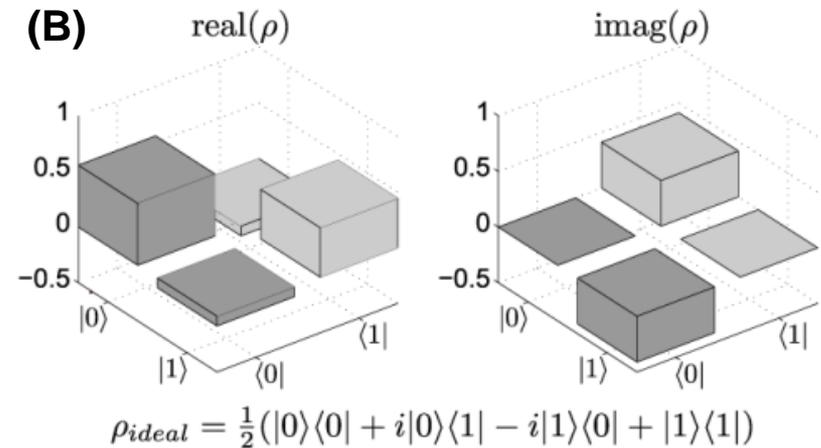
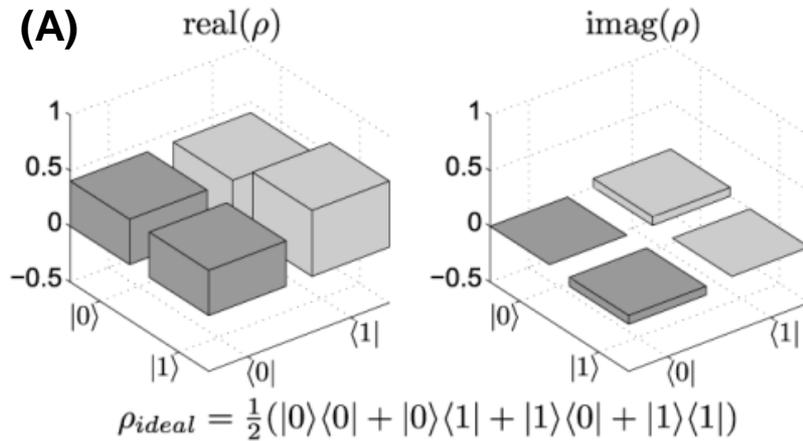
- Messung von $|0_A\rangle$: $|\Psi_B\rangle = a|1_B\rangle + b|0_B\rangle \xrightarrow{R_{x,B}(\pi)} |\Psi_B\rangle = a|0_B\rangle + b|1_B\rangle$
- Messung von $|1_A\rangle$: $|\Psi_B\rangle = a|1_B\rangle - b|0_B\rangle \xrightarrow{R_{y,B}(\pi)} |\Psi_B\rangle = a|0_B\rangle + b|1_B\rangle$

- **Tomographie** an Ion B zur Messung der Dichtematrix des Endzustands



MESSERGEBNISSE

- Gemessene Dichtematrizen für $|\Psi_{\text{ideal}}\rangle = \mathbf{(A)} \sqrt{1/2} (|0\rangle + |1\rangle)$, $\mathbf{(B)} \sqrt{1/2} (|0\rangle - i|1\rangle)$ und $\mathbf{(C)} |0\rangle$:



- Gemessene Genauigkeit der Teleportation: $f = \langle \Psi_{\text{ideal}} | \rho | \Psi_{\text{ideal}} \rangle$ $\bar{f} = 0.90(2)$

- Ergebnis der **exzellenten Kohärenzeigenschaften** des photonischen Frequenz-Qubits sowie des atomaren Qubits

ZUSAMMENFASSUNG

- **Teleportation** ermöglicht Übertragung eines beliebigen Qubits von einem System auf ein anderes, ohne den Zustand zu kennen oder das präparierte Teilchen zu transportieren
- Information wird getrennt mit einem **quantenmechanischen Kanal** (EPR-Paar) und einem **klassischen Kanal** übertragen, ein Kanal alleine erlaubt keinerlei Rückschlüsse
- **Experimenteller Nachweis** sowohl mit Polarisierung der Photonen als auch mit Zwei-Zustands-Atomen gelungen
- Teleportation ist die Grundlage für Langstreckenkommunikation, ermöglicht den **Quanten-Repeater**

VIELEN DANK FÜR DIE AUFMERKSAMKEIT!



Mike Jacobsen/neatoshop.com

QUELLEN

- Charles H. Bennett et al., *Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993)
- Dik Bouwmeester et al., *Experimental quantum teleportation*, Nature **390**, 575 (1997)
- Steven Olmschenk et al., *Quantum Teleportation Between Distant Matter Qubits*, Science **323**, 486 (2009)
- Dik Bouwmeester, Artur Ekert, Anton Zeilinger: *The Physics of Quantum Information*. Berlin: Springer 2000

ZUSATZINFORMATIONEN

- **Maximal verschränkter** Zustand ($\{|u\rangle, |v\rangle\}$, $\{|p\rangle, |q\rangle\}$ sind beliebige orthonormale Zustände):

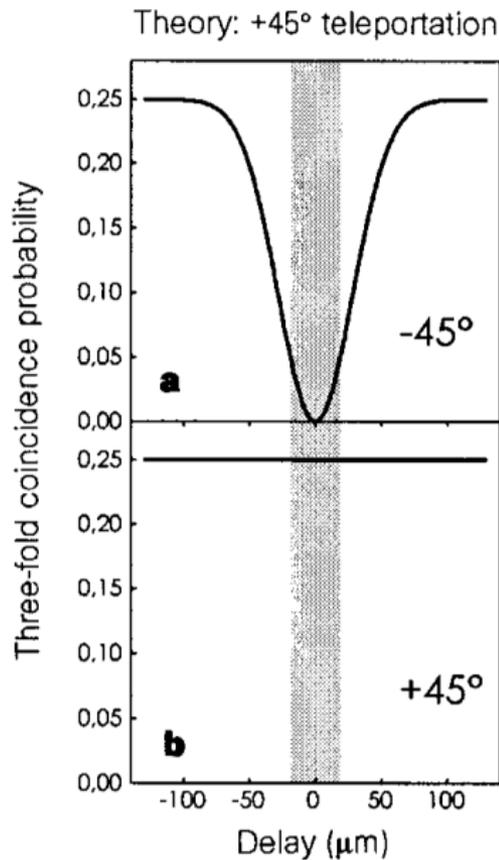
$$|Y_{23}\rangle = \sqrt{1/2} (|u_2\rangle|p_3\rangle + |v_2\rangle|q_3\rangle)$$

- Das Limit für die Genauigkeit einer „**klassischen Teleportation**“ erhält man durch:
 - Qubit: $|\psi\rangle = e^{i\phi} \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$
 - Wkt, $|0\rangle$ oder $|1\rangle$ zu messen: $p_0 = (\cos\theta/2)^2$, $p_1 = (\sin\theta/2)^2$
 - Genauigkeit entspricht Wkt.: $F_i = p_i$

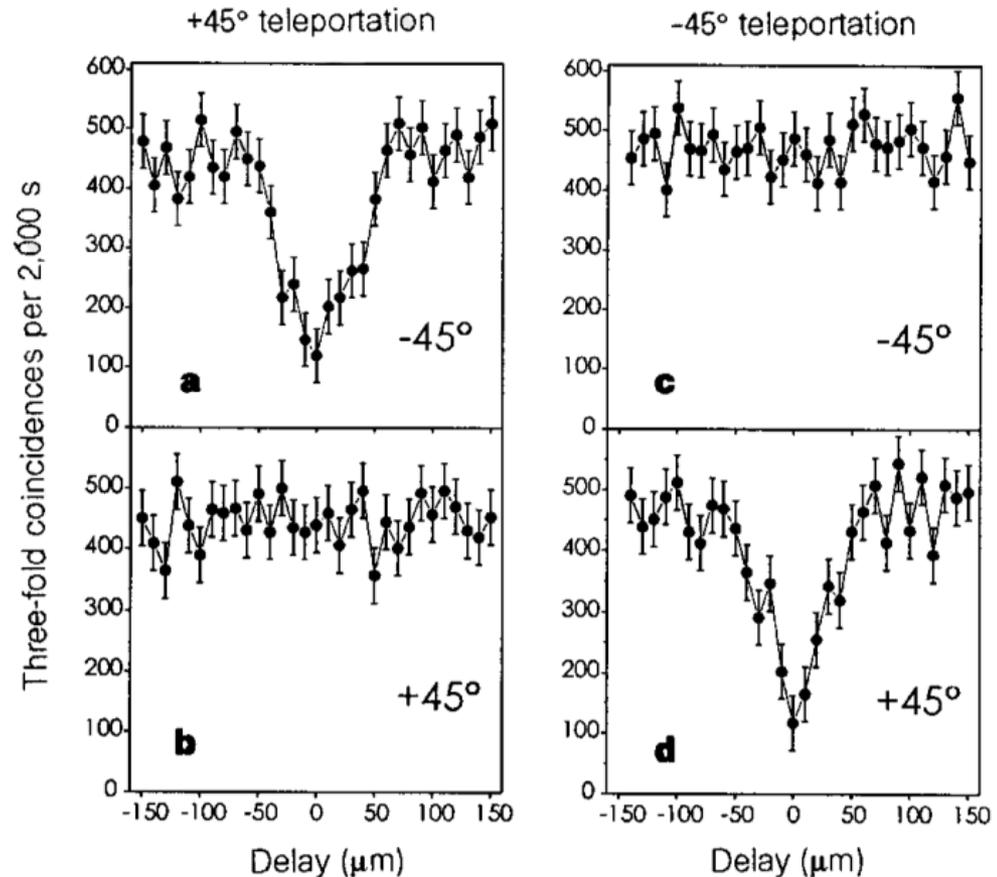
$$\begin{aligned} \bar{f} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) (F_0 * p_0 + F_1 * p_1) \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \left((\cos\theta/2)^4 + (\sin\theta/2)^4 \right) = 2/3 \end{aligned}$$

ERWEITERTE MESSERGEBNISSE ZU BOUWMEESTER ET AL.

Theorie

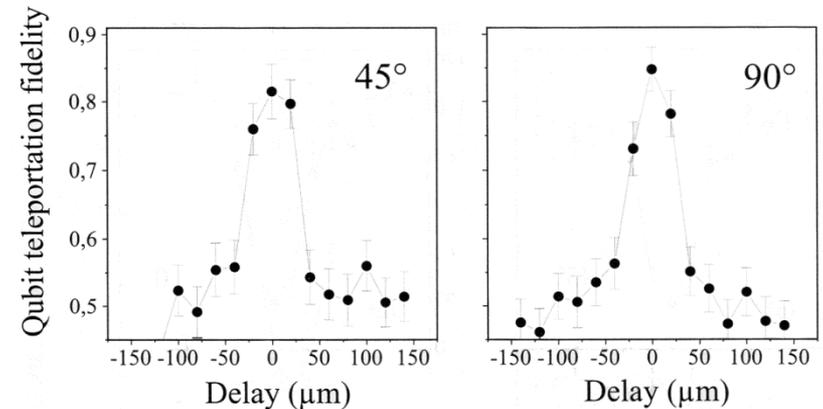
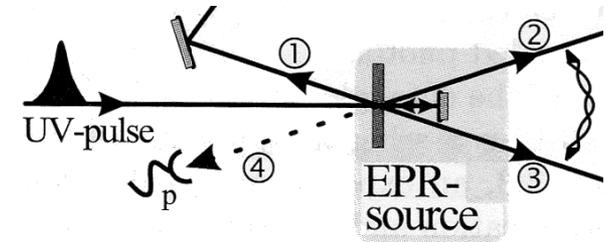
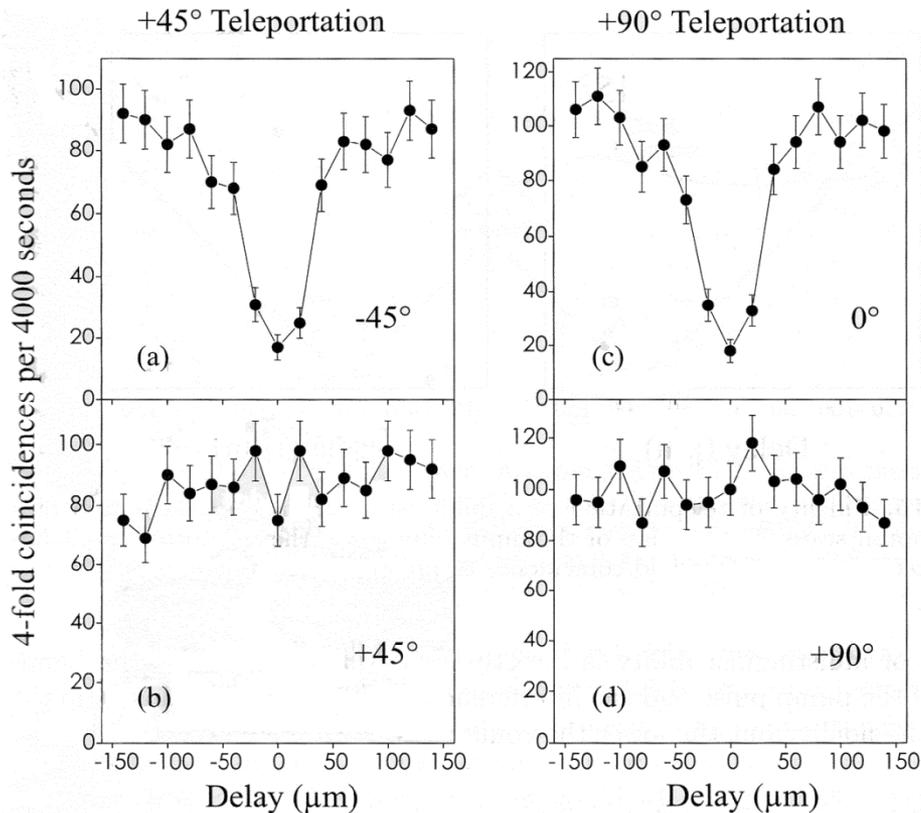


Experiment



- Auch für **0°, 90°** und **zirkular polarisierte Photonen** überprüft
- **Sichtbarkeit des Minimums liegt zwischen 0,57 und 0,66**
- **Störfaktor:** Dreifache Koinzidenzen, die durch Erzeugung zweier EPR-Paare im ersten Kristalldurchgang erzeugt werden
- Unabhängig von Verzögerung, können abgezogen werden

- **Detektion von Photon 4 (Partner von Photon 1) als Auslöser verhindert störende Dreifachkoinzidenzen**



➤ **Sichtbarkeit des Minimums erhöht auf $70 \pm 3\%$**

↔ **klassisch möglich: 66,6%**

➤ **Experimenteller Nachweis:**

Teleportation der Polarisation eines einzelnen Photons möglich

MESSFEHLER UND -WKT. ZU OLMSCHENK ET AL.

- **Messfehler der Teleportationsgenauigkeit:**
 - Fehler in der Zustandsdetektion (**3,5%**)
 - Fehler im Überlapp der Photon-Moden an Strahlteiler (**4%**)
 - Mischung der Polarisation der Photonen durch endliche NA und Fehler in der Magnetfeldausrichtung (**2%**)
 - Schwankungen der Fallenfrequenz (**>1%**)
 - Weitere Fehler: Unvollständige Zustandspräparation, Anregung der falschen atomaren Zustände, Dunkelzählrate der PMT, Rotation der Photonpolarisation in der optischen Faser, mehrfache atomare Anregung durch Streulicht (**je <<1%**)

- **Wkt. einer erfolgreichen Teleportation:**

$$P_{gate} = (p_{Bell}) [p_{\pi} * \eta * T_{fiber} * T_{optics} * \xi * \Delta\Omega/4\pi]^2 \approx 2.2 * 10^{-8}$$

- $p_{Bell} = 0.25$: Detektion eines von vier möglichen Bell-Zuständen
- $p_{\pi} = 0.5$: Anteil an Photonen mit π -Polarisation
- $\eta = 0.15$: Quanteneffizienz der einzelnen PMT
- $T_{fiber} = 0.2$: Einkopplung und Übertragung des Photons in Faser
- $T_{optics} = 0.95$: Transmission des Photons durch optische Komponenten
- $\xi = 1 - 0.005$: 0.005 ist Übergangsrate in $^2D_{3/2}$ -Niveau
- $\Delta\Omega/4\pi = 0.02$: Raumwinkel der Lichteinsammlung

➤ Bei 75kHz eine erfolgreiche Teleportation alle 12min.